ROBERT L. BOYLESTAD

INTRODUÇÃO À

ANÁLISE DE CIRCUITOS

12ª EDIÇÃO

ALWAYS LEARNING

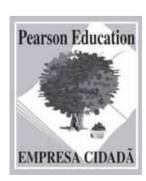
PEARSON

Robert L. Boylestad

Introdução à

Análise de Circuitos

12ª Edição

Robert L. Boylestad

Introdução à Análise de Circuitos

12ª Edição

Tradução: Daniel Vieira e Jorge Ritter
Revisão técnica: Benedito Bonatto
Mestre pela Universidade Estadual de Campinas (Unicamp)
Ph.D. in Electrical and Computer Engineering pela UBC – *The University of British Columbia*, Canadá
Professor na Universidade Federal de Itajubá (Unifei)

São Paulo

Brasil Argentina Colômbia Costa Rica Chile Espanha Guatemala México Peru Porto Rico Venezuela

PREFÁCIO

Para Else Marie

É com grande prazer que me vejo escrevendo o prefácio para a décima segunda edição de um texto cuja primeira edição foi escrita mais de quarenta anos atrás e foi traduzida para seis línguas (Chinês, Francês, Coreano, Português, Espanhol e Taiwanês), e recentemente passou da marca de um milhão de cópias. Estendo meus agradecimentos sinceros a todos envolvidos com o processo de publicação e às pessoas que adotaram este texto didático por acreditarem que o material atendia às exigências do seu programa acadêmico.

O QUE HÁ DE NOVO NESTA EDIÇÃO

Foram feitas as seguintes mudanças para esta edição:

- A esta edição, como a todas as outras antes dela, foi adicionado material para assegurar que o conteúdo estivesse atualizado. Entretanto, esta edição é bastante especial, na medida em que ela trata de um quarto elemento elétrico chamado de **memristor**, desenvolvido pela Hewlett Packard Corporation. Há muito tempo falava-se a respeito desse elemento, assim como pesquisava-se sobre ele a partir de uma série de abordagens diferentes, e ele finalmente se tornou uma realidade devido à chegada da era da nanotecnologia. Outras áreas específicas de grande interesse nessa edição incluem *touchpads* de computadores, iluminação fluorescente *versus* incandescente, medidores de carga eficaz genuínos, baterias de íon-lítio, células de combustível, células solares, potências nominais de capacitores ESR, níveis de decibéis, e aparelhos digitais.
- A área que recebeu mais atenção nessa revisão foi o conjunto de problemas que aparece no fim de cada capítulo, em que melhorias foram feitas em termos de conteúdo, variedade e completude. No passado, três ou quatro partes apareciam sob o mesmo cabeçalho de uma pergunta, e agora o número foi reduzido para uma ou duas para permitir uma melhor transição de problemas mais simples para mais complexos. Novos problemas de um tipo mais desafiador foram acrescentados, juntamente com uma escolha mais ampla de problemas em cada nível de dificuldade. Além disso, mais problemas usam agora valores-padrão de componentes em vez de valores fictícios que haviam sido escolhidos previamente simplesmente para tornar os cálculos menos complexos.
- Outra mudança importante é a adição do Capítulo 26 sobre análise de sistemas. Apesar de introdutório em sua natureza, ele proporciona alguma percepção sobre como trabalhar com os muitos sistemas em pacotes disponíveis hoje em dia nos catálogos industriais. O conteúdo vai encontrar aplicação na ampla gama de assuntos que seguem esse curso, como amplificadores operacionais, e cursos de design industrial e aplicação.
- A cobertura de PSpice e Multisim permanece. O PSpice pode ser baixado em <http://www.orcad.com> e permite que o usuário acompanhe a cobertura detalhada do material no texto. Para as instituições que usam Multisim Versão 10.1, uma cobertura detalhada também é fornecida para a aplicação desse excelente pacote de software.
- Há mais de 80 cópias impressas de ambos os pacotes de software descritos em detalhes. O conteúdo foi escrito sob o pressuposto de que o usuário não tem nenhuma experiência prévia a respeito da aplicação de nenhum desses pacotes de software. Os detalhes fornecidos simplesmente não estão disponíveis em nenhuma outra publicação. Escolheu-se retirar o material MathCAD que constava na edição anterior, pois ele foi muito pouco usado pelos usuários atuais, e o MathLAB pareceu surgir como a escolha daqueles que usam esse tipo de programa. A adição do MathLAB está sendo considerada para a próxima edição.
- Como a TI-86 não é mais fabricada pela Texas Instruments e a disponibilidade de quaisquer novas unidades é essencialmente nula, a cobertura da calculadora TI-86 foi tirada desta edição. Entretanto, a cobertura do uso da TI-89 foi expandida para assegurar que ela seja facilmente compreendida por novos usuários. Em determinados momentos, uma manobra específica como conversões polar-para-retangular ou determinantes pode parecer um processo longo, mas o leitor pode ter certeza de que após alguns exemplos, o processo se torna bastante direto e pode ser aplicado de maneira bastante rápida.
- Em uma série de capítulos, o material foi reorganizado para melhorar o fluxo geral do material do mais simples para o mais complexo. Partes inteiras foram realocadas com novos exemplos para acomodar essas mudanças. Tabelas foram redesenhadas para se tornarem mais claras, e uma série de derivações foram expandidas para proporcionar uma compreensão adicional das manobras envolvidas.
- Como no passado, um manual de laboratório que segue o texto muito proximamente foi desenvolvido. Por meio dos esforços valorosos do Professor Franz Monssen, quatro novos experimentos de laboratório foram acrescentados com o objetivo de melhorar o processo de seleção para os usuários. O computador segue uma parte integral da experiência de laboratório.

AGRADECIMENTOS

Toda nova edição está associada a um número de indivíduos na comunidade acadêmica que contribuiu para o seu sucesso. Meu bom amigo Professor Louis Nashelsky passou horas incontáveis trabalhando nas cópias impressas dos softwares para assegurar sua precisão e correção. Jerry Sitbon, com anos de experiência, sempre esteve disponível para contribuir para o lado prático do material. Não posso agradecer o suficiente ao Prof. Monssen pelas muitas horas que ele passou atualizando o conteúdo do manual de laboratório.

Assim como acontece em qualquer revisão, contei com uma série de revisores muito competentes que proporcionaram sugestões e críticas que foram muito importantes para aumentar a qualidade da apresentação. Para essa edição, gostaria de agradecer Tracy Barnes, Hillsborough Community College; Ron Krahe, Penn State Erie, Behrend College; e Peter Novak, Queensborough Community College.

Também gostaria de agradecer às pessoas a seguir: Jim Donatelli, Texas Instruments Inc.; Nicole Gummow, Hewlett Packard Corp.; Erica Kaleda, Edison Electric Institute; Cara Kugler, Texas Instruments Inc.; Kirk A. Maust, SolarDirect, Inc.; Cheryl Mendenhall, Cadence Design Systems, Inc.; Josh Moorev, Cadence Design Systems, Inc.; Rosemary Moore, EMA Design Automation, Inc.; Shas Nautiyal, National Instruments Inc.; Robert Putnam, American Technology Corp.; Sabari Raja, Texas Instruments, Inc.; Greg Roberts, EMA Design Automation, Inc.; Barbara Shoop, Tamura Corp. of America; Bryan Stahmer, Hewlett Packard Corp.; Peggy Suggs, Edison Electric Institute; Mallory Thompson, National Instruments, Inc.; Tibor Toth, Nippur Electronics; Debbie Van Velkinburgh, Tektronix; Terri C. Viana, Texas Instruments, Inc.; Mark Walters, National Instruments, Inc.; e Jo Walton, Texas Instruments, Inc.

Por fim, gostaria de agradecer a Peggy Kellar pelas longas horas de trabalho que ela investiu no manuscrito editado e nas provas de páginas, e por assegurar que eu permanecesse no cronograma, a Philip Koplin pelo processo de edição das cópias, e a Kelly Barber pelo extenso trabalho no manual de soluções. Um agradecimento sincero vai para o meu editor Wyatt Morris, por cuidar de todas as questões logísticas para assegurar que o processo inteiro ocorresse sem problemas. Continuo tendo sorte por poder contar com meu bom amigo ao longo dos anos, Rex Davidson, como editor de produção, o que sempre garante que o texto tenha todos os elementos positivos com os quais que eu poderia sonhar.

Agradecemos a Igor Cavalcanti, da Universidade Federal de Itajubá (Unifei), pelo auxílio à revisão técnica da edição brasileira do livro.

Companion Website

SITE DE APOIO DO LIVRO

No CompanionWebsite deste livro (www.pearson.com.br/boylestad), professores e estudantes podem acessar os seguintes materiais adicionais 24 horas por dia:

Para professores:

- apresentações em PowerPoint;
- manual de soluções (em inglês).

Esse material é de uso exclusivo para professores e está protegido por senha. Para ter acesso a ele, os professores que adotam o livro devem entrar em contato com seu representante Pearson ou enviar e-mail para universitarios@pearson.com.

Para estudantes:

- questões de múltipla escolha;
- arquivos de circuitos do Multisim.

SUMÁRIO

Introdução

Objetivos

- Tornar-se consciente do rápido crescimento da indústria eletroeletrônica no último século.
- Compreender a importância de aplicar uma unidade de medida a um resultado ou medida, assim como de assegurar que os valores numéricos substituídos na equação sejam consistentes com a unidade de medida das várias quantidades.
- Familiarizar-se com o sistema SI de unidades usado pela indústria eletroeletrônica.
- Compreender a importância das potências de dez e saber como trabalhá-las em qualquer cálculo numérico.
- Ser capaz de converter qualquer quantidade, em qualquer sistema de unidades, em outro sistema.

1.1 A INDÚSTRIA ELETROELETRÔNICA

Nas últimas décadas, a tecnologia vem mudando a um ritmo cada vez mais intenso. A pressão para desenvolver novos produtos, melhorar o desempenho de sistemas existentes e criar novos mercados apenas acelera esse ritmo. Essa pressão, entretanto, é também o que torna esse campo tão empolgante. Novas maneiras de armazenar informações, construir circuitos integrados e desenvolver hardwares que contenham componentes de software que possam 'pensar' sozinhos com base na entrada de dados são apenas algumas possibilidades.

A mudança sempre fez parte da experiência humana, mas ela costumava ser gradual. Isso não é mais verdade. Apenas pense, por exemplo, que foi apenas há alguns anos que as TVs com telas grandes e achatadas foram introduzidas. Elas já foram ultrapassadas pelas TVs de alta definição com imagens tão nítidas que as fazem parecer quase tridimensionais.

A miniaturização também proporcionou avanços enormes nos sistemas eletrônicos. Telefones celulares que antes eram do tamanho de notebooks agora são menores do que um baralho de cartas. Além disso, as novas versões gravam vídeos, enviam fotos e mensagens de texto e têm calendários, agendas, calculadoras, jogos e uma lista dos números chamados com mais frequência. Caixas de som enormes que tocavam fitas cassete foram substituídas por iPods® de bolso que podem armazenar 30 mil músicas ou 25 mil fotos. Aparelhos de surdez com níveis de potência mais altos que são quase invisíveis no ouvido, TVs com telas de uma polegada — a lista de produtos novos ou incrementados continua se expandindo na medida em que sistemas eletrônicos significativamente menores vão sendo desenvolvidos.

Essa redução no tamanho dos sistemas eletrônicos é devida fundamentalmente a uma inovação importante introduzida em 1958 — o **circuito integrado (CI)**. Um circuito integrado agora pode conter componentes menores que 50 nanômetros. O fato de que as medidas estão sendo feitas em nanômetros resultou na terminologia **nanotecnologia**, que se refere à produção de circuitos integrados chamados *nanochips*. Para compreender os nanômetros, trace 100 linhas dentro dos limites de 1 polegada. Então, tente traçar 1.000 linhas dentro do mesmo espaço. Criar componentes de 50 nanômetros exigiria traçar mais de 500 mil linhas em uma polegada. O circuito integrado mostrado na Figura 1.1 é um processador de quatro núcleos Intel® Core 2 Extreme que tem 291 milhões de transistores em cada chip de dois núcleos. O resultado é que o pacote inteiro, que tem o tamanho de aproximadamente três selos, tem quase 600 milhões de transistores — um número difícil de assimilar.

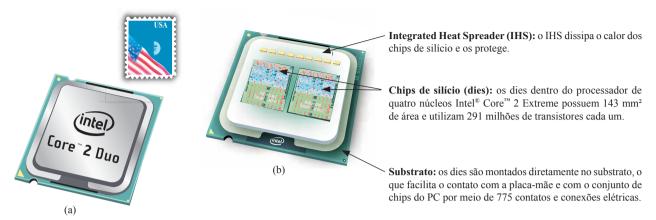



Figura 1.1 Processador de quatro núcleos Intel® Core™ 2 Extreme: (a) aparência da superfície, (b) chips internos.

Entretanto, antes que uma decisão seja tomada sobre reduções tão dramáticas em tamanho, o sistema tem de ser projetado e testado para determinar se vale a pena construí-lo como um circuito integrado. Esse processo de desenvolvimento exige engenheiros que conheçam as características de cada dispositivo usado no sistema, incluindo aquelas indesejáveis, que são parte de qualquer elemento eletrônico. Em outras palavras, *não existem elementos ideais* (*perfeitos*) em um projeto eletrônico. Considerar as limitações de cada componente é necessário para assegurar uma resposta confiável sob todas as condições de temperatura, vibração e efeitos do ambiente circundante. Desenvolver esse conhecimento exige tempo, e é preciso que se comece pela compreensão das características básicas do dispositivo, como abordado neste livro. Um dos objetivos deste livro é explicar como os componentes ideais funcionam e quais suas funções em um circuito. Outro propósito é explicar as condições nas quais os componentes podem não ser ideais.

Um dos aspectos muito positivos do processo de aprendizado associados aos circuitos elétricos e eletrônicos é que, uma vez que um conceito ou procedimento tenha sido claro e corretamente compreendido, ele será útil no decorrer de toda a carreira do indivíduo em qualquer nível. Uma vez que uma lei ou equação tenha sido compreendida, ela não será substituída por outra equação na medida em que o material torna-se mais avançado e complicado. Por exemplo, uma das primeiras leis a ser introduzida é a lei de Ohm. Ela fornece uma relação entre forças e componentes que sempre será verdadeira, não importando quão complicado o sistema se tornará. Na realidade, trata-se de uma equação que será aplicada de várias formas no decorrer do projeto de todo o sistema. O uso das leis básicas pode mudar, mas as leis não mudarão, e serão sempre aplicáveis.

É de vital importância compreender que o processo de aprendizado na análise de circuitos é sequencial. Isto é, os primeiros capítulos estabelecem a base para os capítulos restantes. O insucesso em compreender de maneira apropriada os capítulos iniciais levará apenas a dificuldades na compreensão dos capítulos posteriores. Este primeiro capítulo apresenta um breve histórico do campo seguido por uma revisão de conceitos matemáticos necessários para o entendimento do restante do material.

1.2 UM BREVE HISTÓRICO

Na ciência, uma vez que uma hipótese é provada e aceita, ela se torna um dos fundamentos daquela área de estudo, permitindo investigação e desenvolvimento posteriores. Naturalmente, quanto mais peças de um quebra-cabeça estiverem disponíveis, mais fácil será sua solução. De fato, a História demonstra que, às vezes, um simples avanço isolado pode ser a chave para levar a ciência a um novo patamar de compreensão, aumentando também seu impacto sobre a sociedade.

Se tiver oportunidade, leia algumas das diversas publicações sobre a história do assunto tratado neste livro. Por causa das limitações de espaço, apresentaremos aqui apenas um pequeno resumo. O número de pessoas que contribuíram é muito maior do que aquele que podemos mencionar, e seus esforços resultaram, muitas vezes, em contribuições significativas para a solução de problemas importantes.

Ao longo da História, alguns períodos foram caracterizados pelo que parecia ser uma explosão de interesse e de desenvolvimento em determinadas áreas. Mais adiante, veremos que no final do século XVIII e começo do XIX, invenções, descobertas e teorias apareciam de modo rápido e tempestuoso. Cada novo conceito aumentava o número de possíveis áreas de aplicação, até que se tornou quase impossível rastrear os avanços sem escolher determinada área de interesse. À medida que você estiver lendo, nesse

retrospecto, sobre o desenvolvimento do rádio, da televisão e do computador, lembre-se de que ao mesmo tempo ocorriam avanços semelhantes nas áreas de telegrafia, telefonia, geração de energia elétrica, gravação de áudio, de eletrodomésticos, entre outras.

Quando lemos algo sobre os grandes cientistas, inventores e inovadores, há uma tendência a acreditar que suas descobertas foram resultado de um esforço completamente individual. Em muitos casos, no entanto, isso não é verdade. De fato, muitos dos indivíduos que deram grandes contribuições eram amigos ou colaboradores, e se apoiavam mutuamente em seus esforços para investigar diversas teorias. Eles estavam, pelo menos, cientes das atividades uns dos outros, até onde era possível em uma época em que a carta era quase sempre a melhor forma de comunicação. Observe, em particular, a proximidade das datas durante os períodos de desenvolvimento rápido. Um colaborador parecia estimular os esforços dos outros ou, possivelmente, fornecer os dados necessários à pesquisa de uma área de interesse.

As pessoas que contribuíram com as pesquisas durante os estágios iniciais nesse campo não eram engenheiros eletricistas, eletrônicos ou de computação como os que conhecemos hoje. Na maioria dos casos, eram físicos, químicos, matemáticos e até mesmo filósofos. Além disso, não pertenciam a um ou dois países do Velho Mundo. Ao nos referirmos aos que deram grandes contribuições, citamos, na maior parte dos casos, o país de origem para mostrar que quase todas as comunidades com razoável grau de organização tiveram certo impacto no desenvolvimento das leis fundamentais dos circuitos elétricos.

À medida que você for lendo os outros capítulos deste livro, perceberá que muitas unidades de medida receberam o nome de cientistas importantes nessas áreas — o conde Alessandro Volta teve seu nome associado à unidade de d.d.p., o *volt*; o *ampère* homenageia André Ampère; o *ohm*, Georg Ohm, e assim por diante — em reconhecimento a suas importantes descobertas, que deram origem a esse grande campo de estudo.

A Figura 1.2 mostra gráficos temporais que indicam um certo número de avanços notáveis com a intenção principal de identificar períodos específicos de desenvolvimento, e também de mostrar até onde chegamos nas últimas décadas. Em essência, o atual nível de excelência é o resultado de esforços que tiveram início há aproximadamente 250 anos, sendo que o progresso obtido nos últimos 100 anos foi quase exponencial.

Conforme você for lendo o breve histórico que se segue, tente imaginar o interesse crescente na área, o entusiasmo e o alvoroço que devem ter acompanhado cada nova revelação. Embora você possa achar, no retrospecto, alguns termos novos cujos significados desconheça, os capítulos posteriores conterão explicações sobre eles.

O princípio

O fenômeno da **eletricidade estática** tem intrigado os cientistas ao longo de toda a História. Os gregos denominavam *elektron* a resina fóssil usada frequentemente em demonstrações sobre os efeitos da eletricidade estática,

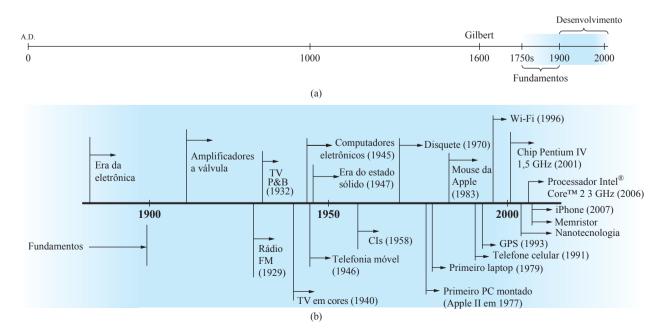



Figura 1.2 Gráficos temporais: (a) de longo alcance; (b) expandido.

mas nenhum estudo efetivo havia sido feito até William Gilbert pesquisar o assunto em 1600. Nos anos seguintes, a eletrostática foi continuamente investigada individualmente por pesquisadores como Otto von Guericke, que construiu o primeiro gerador eletrostático capaz de gerar uma quantidade apreciável de carga, e Stephen Gray, que conseguiu transmitir cargas elétricas a grandes distâncias usando fios de seda. Charles DuFay demonstrou que existem cargas que se atraem e que se repelem, o que o levou a acreditar que havia dois tipos de carga — teoria que é aceita até hoje, com nossas definições de carga positiva e carga negativa.

Muitos acreditam que o real início da era da eletricidade baseou-se nas pesquisas de Pieter van Musschenbroek e Benjamin Franklin. Em 1745, van Musschenbroek apresentou a **garrafa de Leyden**, destinada a armazenar carga elétrica (o primeiro capacitor), e demonstrou os efeitos do choque elétrico (bem como o poder dessa nova forma de energia). Franklin utilizou a garrafa de Leyden, aproximadamente sete anos depois, para demonstrar que o relâmpago era simplesmente uma descarga elétrica, e também expandiu esse estudo com várias outras teorias importantes, incluindo a denominação *positiva* e *negativa* para os dois tipos de cargas. A partir daí, novas descobertas e teorias apareceram à medida que crescia o número de pesquisas individuais com êxito nessa área.

Em 1784, Charles Coulomb demonstrou, em Paris, que a força entre as cargas é inversamente proporcional ao quadrado da distância entre elas. Em 1791, Luigi Galvani, professor de anatomia na Universidade de Bolonha, na Itália, realizou experiências que demonstravam os efeitos da eletricidade nos nervos e nos músculos de animais. A primeira **célula voltaica** (bateria), capaz de produzir eletricidade a partir da reação química de um metal com um ácido, foi desenvolvida por outro italiano, Alessandro Volta, em 1799.

A febre de descobertas continuou no começo do século XIX com Hans Christian Oersted, um professor de física sueco, que anunciou, em 1820, a existência de uma relação entre magnetismo e eletricidade, o que serviu de fundamento para a teoria do **eletromagnetismo** tal como a conhecemos hoje em dia. No mesmo ano, um físico francês, André Ampère, demonstrou que existiam efeitos magnéticos em torno de condutores percorridos por correntes, e que tais condutores se atraíam e se repeliam do mesmo modo que os ímãs permanentes. No período de 1826 a 1827, um físico alemão, Georg Ohm, apresentou uma importante relação entre diferença de potencial, corrente e resistência, conhecida hoje como *lei de Ohm*. Em 1831, um físico inglês, Michael Faraday, demonstrou sua teoria sobre *indução eletromagnética*, por meio da qual uma corrente variável em uma bobina podia induzir uma corrente variável em outra bobina, mesmo que as duas bobinas não estivessem diretamente conectadas. O professor Faraday também trabalhou extensamente no desenvolvimento de um dispositivo destinado a armazenar cargas elétricas que ele denominou condensador, conhecido atualmente como *capacitor*. É de Faraday a ideia de introduzir um dielétrico entre as placas de um capacitor para aumentar sua capacidade de armazenamento (Capítulo 10). James Clerk Maxwell, professor escocês de filosofia natural, realizou uma análise matemática extensiva para desenvolver um conjunto de equações conhecido atualmente como *equações de Maxwell*, coroando os esforços de Faraday em relacionar os efeitos elétricos e magnéticos. Maxwell também desenvolveu a *teoria eletromagnética da luz* em 1862, que, entre outras coisas, revelou que as ondas eletromagnéticas se propagam no ar à velocidade da luz (186.000 milhas por segundo, ou 3 x 10^8 metros por segundo). Em 1888, um físico alemão, Heinrich Rudolph Hertz, por meio de experiências com ondas eletromagnéticas de baixa frequência (micro-ondas), comprovou as predições e equações de Maxwell. Na metade do século XIX, o professor Gustav Robert Kirchhoff apresentou um conjunto de leis sobre tensões e correntes em circuitos que encontram aplicações em todas as áreas e níveis desse campo (capítulos 5 e 6). Em 1895, outro físico alemão, Wilhelm Röntgen, descobriu ondas eletromagnéticas de alta frequência chamadas hoje de *raios* x.

No final do século XIX, um número significativo de equações, leis e relações fundamentais havia sido estabelecido. Vários campos de estudo, incluindo eletricidade, eletrônica, geração e distribuição de energia elétrica e sistemas de comunicação, também começaram a se desenvolver seriamente.

A era da eletrônica

Rádio. O princípio exato da era da eletrônica é uma questão em aberto, sendo que ela é, algumas vezes, associada aos primeiros trabalhos nos quais os cientistas aplicaram diferenças de potenciais em eletrodos implantados em invólucros de vidro nos quais se tinha criado vácuo. Muitos, entretanto, preferem associar esse início a Thomas Edison, que inseriu um eletrodo metálico no bulbo de uma lâmpada de filamento e descobriu que, quando a lâmpada estava acesa e uma tensão positiva era aplicada ao eletrodo, uma corrente elétrica aparecia no circuito. Esse fenômeno, observado em 1883, ficou conhecido como **efeito Edison**. No período que se seguiu, foi dada grande atenção à transmissão de ondas de rádio e ao desenvolvimento de aparelhos transmissores e receptores. Em 1887, Heinrich Hertz, durante suas tentativas de verificar os efeitos previstos pelas equações de Maxwell, efetuou em seu laboratório a primeira transmissão de on-

das de rádio. Em 1896, um cientista italiano, Guglielmo Marconi (frequentemente denominado 'pai do rádio'), demonstrou, utilizando uma antena aterrada, que sinais eletrônicos poderiam ser enviados sem a utilização de fios a distâncias razoáveis (2,5 km). No mesmo ano, Alexander Popov enviou o que pode ter sido a primeira mensagem radiofônica a uma distância de aproximadamente 300 jardas (274 metros). Ele transmitiu as palavras 'Heinrich Hertz', homenageando as contribuições pioneiras de Hertz. Em 1901, Marconi conseguiu estabelecer comunicações de rádio que cruzavam o Atlântico.

Em 1904, John Ambrose Fleming baseou-se nas ideias de Edison para desenvolver o primeiro diodo, conhecido usualmente como **válvula de Fleming** — na realidade, o primeiro dos *dispositivos eletrônicos*. Esse dispositivo teve um impacto profundo sobre o design de detectores em receptores de rádio. Em 1906, Lee De Forest acrescentou um terceiro eletrodo à válvula de Fleming e criou o primeiro amplificador, o triodo. Logo depois, em 1912, Edwin Armstrong construiu o primeiro circuito regenerativo para melhorar o desempenho dos receptores, depois utilizando esses mesmos circuitos para desenvolver o primeiro oscilador não mecânico. Em 1915, sinais de rádio já eram transmitidos nos Estados Unidos e, em 1918, Armstrong solicitou a patente do circuito super-heteródino, que é empregado em praticamente todos os aparelhos de rádio e televisão e permite a amplificação somente em uma banda estreita de frequência em vez de em toda a faixa de frequência do sinal recebido. Com isso, quase todos os componentes de rádio modernos estavam disponíveis, e as vendas de receptores cresceram de uns poucos milhões de dólares no começo da década de 1920 para mais de 1 bilhão na década de 1930. Essa última década compreendeu os assim chamados anos dourados do rádio, durante os quais havia uma enorme quantidade de opções para os ouvintes.

Televisão. Os anos 1930 foram também o princípio exato da era da televisão, embora os desenvolvimentos com o tubo de imagem tenham se iniciado em anos anteriores com Paul Nipkow e seu *telescópio elétrico* em 1884, e com John Baird e sua longa lista de sucessos, incluindo a transmissão de imagens de televisão através de linhas telefônicas, em 1927, e através de ondas de rádio, em 1928, e transmissões simultâneas de imagem e de som, em 1930. Em 1932, a NBC instalou a primeira antena de televisão comercial no topo do edifício Empire State, na cidade de Nova York, e a RCA iniciou sua transmissão regular em 1939. A Segunda Guerra Mundial fez com que o desenvolvimento e as vendas diminuíssem, mas, na metade da década de 1940, o número de aparelhos cresceu de alguns milhares para alguns milhões de unidades. A televisão em cores popularizou-se no início da década de 1960.

Computadores. Os primeiros sistemas de computadores podem ser atribuídos a Blaise Pascal em 1642, com sua máquina mecânica de soma e de subtração de números. Em 1673, Gottfried Wilhelm von Leibniz usou o *disco de Leibniz* para acrescentar multiplicação e divisão às operações e, em 1823, Charles Babbage desenvolveu a **máquina de diferenças** para acrescentar as operações de seno, cosseno, logaritmo e diversas outras. Nos anos seguintes houve melhorias, mas os sistemas foram essencialmente mecânicos até a década de 1930, quando sistemas eletromecânicos, usando componentes como os relés, foram introduzidos. Foi somente na década de 1940 que os sistemas totalmente eletrônicos se tornaram a nova onda. É interessante notar que, ainda que a IBM tenha sido fundada em 1924, ela não entrou para a indústria de computadores até 1937. Um sistema completamente eletrônico conhecido como **ENIAC** foi dedicado à Universidade da Pensilvânia em 1946. Ele continha 18 mil válvulas e pesava 30 toneladas, mas foi por diversas vezes mais rápido do que a maioria dos sistemas eletromecânicos. Embora outros sistemas com válvulas a vácuo tenham sido construídos, foi somente depois do início da era do estado sólido que os computadores experimentaram uma grande mudança de tamanho, velocidade e capacidade.

A era do estado sólido

Em 1947, os físicos William Shockley, John Bardeen e Walter H. Brattain, dos laboratórios Bell (Bell Telephone Laboratories), demonstraram o **transistor** de contato de ponto (Figura 1.3), um amplificador construído inteiramente com materiais semicondutores sem necessidade de vácuo, bulbo de vidro ou tensão de aquecimento para o filamento. Embora relutante no princípio por causa da grande quantidade de conhecimentos disponíveis para projeto, análise e sínteses de redes de comunicação a válvula,

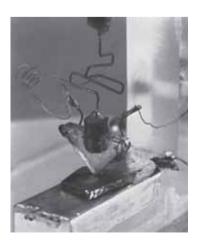



Figura 1.3 O primeiro transistor. (Usado com permissão da Lucent Technologies Inc./Laboratórios Bell.)

a indústria eventualmente aceitou essa nova tecnologia como a onda do futuro. Em 1958, o primeiro **circuito integrado (CI)** foi desenvolvido pela Texas Instruments, e, em 1961, o primeiro circuito integrado comercial foi fabricado pela Fairchild Corporation.

É impossível apresentar, de forma apropriada, toda a história do campo da eletroeletrônica em apenas algumas páginas. A intenção aqui, tanto na discussão quanto no gráfico temporal mostrado na Figura 1.2, foi revelar o incrível progresso desse campo nos últimos 50 anos. O crescimento se mostra verdadeiramente exponencial desde o início do século XX, levantando uma questão interessante: para onde iremos a seguir? O gráfico temporal sugere que nas próximas décadas provavelmente surgirão importantes contribuições inovadoras que poderão provocar uma curva de crescimento ainda mais rápido do que o que estamos experimentando.

1.3 UNIDADES DE MEDIDA

Uma das regras mais importantes para se lembrar e aplicar ao trabalhar em qualquer campo da tecnologia é usar as unidades corretas ao substituir números em uma equação. Ficamos, frequentemente, tão concentrados em obter uma solução numérica, que deixamos de conferir as unidades associadas com os números sendo substituídos em uma equação. Os resultados obtidos, portanto, são muitas vezes sem sentido. Considere, por exemplo, a seguinte equação física fundamental:

$$v = \frac{d}{t} \qquad \begin{aligned} v &= \text{velocidade} \\ d &= \text{distância} \\ t &= \text{tempo} \end{aligned} \tag{1.1}$$

Considere, por um momento, que os seguintes dados sejam obtidos para um objeto em movimento:

$$d = 4.000 \text{ pés}$$
$$t = 1 \text{ min}$$

e que se deseje que v seja expresso em milhas por hora. Frequentemente, sem pensar duas vezes, o estudante apenas substitui os valores numéricos na equação, cujo resultado será:

$$v = \frac{d}{t} = \frac{4.000 \text{ pés}}{1 \text{ min}} = \cancel{4.000 \text{ mi/h}}$$

Conforme mencionado anteriormente, a solução está totalmente errada. Se o resultado desejado deve ser dado em *milhas por hora*, a unidade de medida para a distância tem que estar em *milhas* e, para o tempo, em *horas.* Quando o problema é analisado adequadamente, o nível do erro demonstra a importância de garantir que

o valor numérico substituído em uma equação tem que ter a unidade de medida especificada pela equação.

Normalmente, a próxima pergunta seria: como faço para converter a distância e o tempo nas unidades de medida adequadas? Um método será apresentado na Seção 1.9 deste capítulo, mas por enquanto será dado que:

$$1 \text{ mi} = 5.280 \text{ pés}$$
$$4.000 \text{ pés} = 0{,}76 \text{ mi}$$
$$1 \text{ min} = \frac{1}{60} \text{ h} = 0{,}017 \text{ h}$$

Substituindo esses valores na Equação 1.1, temos:

$$v = \frac{d}{t} = \frac{0{,}76 \text{ mi}}{0{,}017 \text{ h}} = \mathbf{44{,}71 \text{ mi/h}}$$

que é bastante diferente do resultado obtido anteriormente.

Para complicar um pouco mais, suponha que a distância seja dada em quilômetros, como é o caso de muitas placas de sinalização em autoestradas. Em primeiro lugar, temos que perceber que o prefixo *quilo* significa multiplicar por 1.000 (o tema é apresentado na Seção 1.5) e, portanto, devemos determinar o fator de conversão entre quilômetros e milhas. Se esse fator de conversão não estiver prontamente acessível, temos de efetuar a conversão entre as unidades usando os fatores de conversão entre metros e pés ou polegadas, conforme descrito na Seção 1.9.

Antes de substituir os valores numéricos em uma equação, experimente fazer mentalmente uma estimativa razoável da faixa de valores possíveis para fins de comparação. Por exemplo, se um carro percorre 4.000 pés em um minuto, seria razoável que a velocidade dele fosse de 4.000 mi/h? É claro que não! Essa estimativa é particularmente importante nos dias de hoje, em que as calculadoras de bolso são tão comuns e resultados absurdos podem ser aceitos apenas porque eles aparecem no mostrador da calculadora.

Finalmente,

se uma unidade de medida estiver associada ao resultado ou a um conjunto de dados, então ela tem de ser associada aos valores numéricos.

Não faz sentido dizer que $v = 44{,}71$ se não incluirmos a unidade de medida *mi/h*.

A Equação 1.1 não é difícil. Uma simples manipulação algébrica levará à solução de qualquer uma das três variáveis. Entretanto, tendo em vista o número de questões suscitadas por essa equação, você poderá se perguntar se o grau de dificuldade associado a uma equação aumentaria na mesma proporção que o número de termos da equação. De acordo com o bom senso, isso não acontece. Existe,

é claro, uma probabilidade maior de cometer algum erro matemático em uma equação mais complexa, mas, uma vez escolhido o sistema adequado de unidade, e uma vez que cada um dos termos tenha suas unidades expressas nesse sistema, devemos ter pouca dificuldade adicional associada a equações que apresentam maior número de operações matemáticas.

Em resumo, antes de substituir os valores numéricos em uma equação, certifique-se dos seguintes pontos:

1. *Cada quantidade tem uma unidade de medida própria conforme definido pela equação.*
2. *O valor numérico de cada quantidade, conforme determinado pela equação, é substituído.*
3. *Todas as quantidades estão no mesmo sistema de unidades (ou conforme definido pela equação).*
4. *O valor numérico do resultado é razoável quando comparado com as quantidades substituídas.*
5. *O resultado foi expresso na unidade de medida adequada.*

1.4 SISTEMAS DE UNIDADES

Os *sistemas de unidades* mais usados no passado foram o sistema inglês e o sistema métrico, ilustrados na Tabela 1.1. Observe que, enquanto o sistema inglês é baseado em um único padrão, o sistema métrico é subdividido em dois padrões inter-relacionados: **MKS** e **CGS**. As quantidades fundamentais desses sistemas são comparadas na Tabela 1.1, acompanhadas de suas respectivas abreviações. Os sistemas MKS e CGS têm seus nomes derivados das unidades de medida usadas em cada sistema; o sistema MKS usa metros (*meters*), quilogramas (*kilograms*) e segundos (*seconds*), enquanto o sistema CGS usa centímetros (*centimeters*), gramas (*grams*) e segundos (*seconds*).

Compreensivelmente, o uso de mais de um sistema de unidades em um mundo que está em um processo contínuo de encolhimento, graças aos avanços tecnológicos em comunicações e transportes, introduz complicações desnecessárias ao entendimento de quaisquer dados técnicos. A necessidade de um conjunto-padrão de unidades a ser adotado por todas as nações tem se tornado cada vez mais evidente. A Agência Internacional de Pesos e Medidas (International Bureau of Weights and Measurements) situada em Sèvres, na França, tem sediado a Conferência Geral de Pesos e Medidas, recebendo representantes de todas as nações do mundo. Em 1960, a Conferência Geral adotou um sistema chamado Sistema Internacional de Unidades (Le Système International d'Unités), cuja abreviação internacional é **SI**. Desde 1965, ele tem sido utilizado pelo Instituto de Engenheiros Elétricos e Eletrônicos (IEEE — Institute of Electrical and Electronic Engineers) e, desde 1967, pelo Instituto Norte-americano de Normas Técnicas (USASI, United States of America Standard Institute) como padrão para toda a literatura científica e de engenharia.

Tabela 1.1 Comparação entre os sistemas métrico e inglês de unidades.

Inglês	Métrico		SI
	MKS	**CGS**	
Comprimento: Jarda (yd) (0,914 m)	Metro (m) (39,37 pol.) (100 cm)	Centímetro (cm) (2,54 cm = 1 pol.)	
Massa: **Slug** (14,6 kg)	Quilograma (kg) (1.000 g)	Grama (g)	**Quilograma (kg)**
Força: **Libra** (lb) (4,45 N)	Newton (N) (100.000 dinas)	Dina	**Newton (N)**
Temperatura: Fahrenheit (°F) $\left(=\frac{9}{5}°C+32\right)$	Celsius ou Centígrado (°C) $\left(=\frac{5}{9}(°F-32)\right)$	Centígrado (°C)	**Kelvin (K)** K = 273,15 + °C
Energia: Pé-libra (pé-lb) (1,356 joules)	Newton-metro (N · m) ou joule (J) (0,7376 pé-libra)	Dina-centímero ou erg (1 joule = 10^7 ergs)	**Joule (J)**
Tempo: Segundo (s)	Segundo (s)	Segundo (s)	**Segundo (s)**

Para fins de comparação, as unidades de medida do sistema SI e suas abreviações são mostradas na Tabela 1.1. Essas abreviações são aquelas associadas a cada unidade de medida, e foram cuidadosamente escolhidas de modo a serem mais eficazes. Portanto, é importante que elas sejam usadas, tanto quanto possível, para garantir uma compreensão universal. Observe as similaridades entre os sistemas SI e MKS. Este livro emprega, sempre que cabível e prático, a maioria das unidades e abreviações do sistema SI, com o objetivo de mostrar a necessidade de um sistema universal de unidades. Aqueles leitores que precisarem de informações adicionais sobre o sistema SI podem entrar em contato com o serviço de informações da Sociedade Norte-americana para Educação em Engenharia (ASEE — American Society for Engineering Education).[1]

A Figura 1.4 pode ajudá-lo a desenvolver uma percepção das magnitudes relativas das unidades de medida de cada sistema de unidades. Observe na figura a magnitude relativamente pequena das unidades de medida do sistema CGS.

Existe um padrão para cada unidade de medida de cada sistema. Os padrões de algumas unidades de medida são bem interessantes.

O **metro** foi originalmente definido em 1790 como sendo 1/10.000.000 da distância entre a linha do equador e qualquer um dos polos ao nível do mar, que corresponde ao comprimento de uma barra de platina e irídio mantida na Agência Internacional de Pesos e Medidas em Sèvres, França.

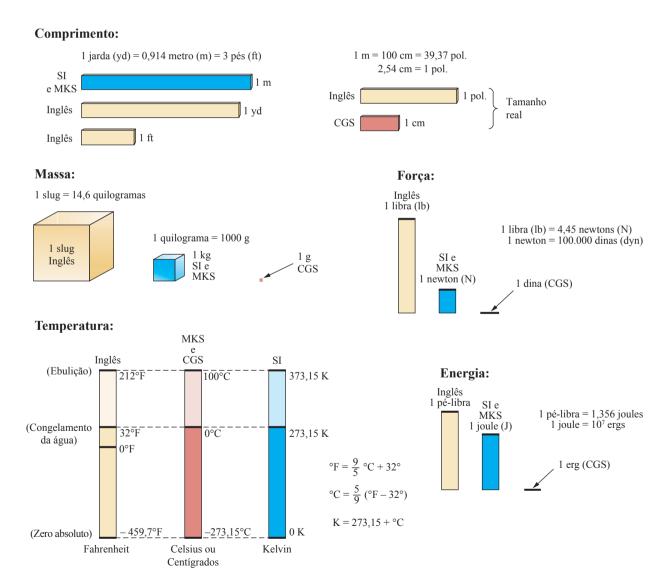



Figura 1.4 Comparação entre as unidades dos diversos sistemas de unidades.

1 American Society for Engineering Education (ASEE), <http://www.asee.org/>.

Atualmente o metro é definido tendo como referência a velocidade da luz no vácuo, que é 299.792.458 m/s.

O quilograma é definido como uma massa igual a 1.000 vezes a massa de um centímetro cúbico de água pura a 4°C.

Esse padrão de massa é mantido na forma de um cilindro de platina e irídio em Sèvres.

O **segundo** foi originalmente definido como sendo igual a 1/86.400 do dia solar médio. Entretanto, visto que a rotação da Terra está diminuindo quase 1 segundo a cada 10 anos,

o segundo foi definido, em 1967, como sendo igual a 9.192.631.770 períodos da radiação eletromagnética emitida em uma determinada transição do átomo de césio.

1.5 ALGARISMOS SIGNIFICATIVOS, PRECISÃO E ARREDONDAMENTO

Nesta seção, enfatizaremos a importância de conhecer a fonte de um conjunto de dados, de saber como um número aparece e como ele deve ser manipulado. Frequentemente, escrevemos números de diversas maneiras sem nos preocupar muito com o formato utilizado, com o número de algarismos incluídos e a unidade de medida a ser aplicada.

Por exemplo, medidas expressas como 22,1 pol. ou 22,10 pol. implicam diferentes níveis de precisão. O primeiro resultado sugere que a medida foi feita com um instrumento com precisão na casa dos décimos; o segundo resultado foi obtido com um instrumento capaz de efetuar leituras precisas até a casa dos centésimos. Portanto, a quantidade de zeros em um número tem de ser tratada com cuidado, e as implicações disso têm de ser bem compreendidas.

Em geral, existem dois tipos de números: os *exatos* e os *aproximados*. Os números exatos têm a mesma precisão, independentemente do número de algarismos com que são representados; sabemos, por exemplo, que existem 12 maçãs em uma dúzia, e não 12,1. Neste livro, os números que aparecem em descrições, diagramas e exemplos são considerados *exatos*, de modo que a bateria de 100 V pode ter sua tensão escrita como 100,0 V ou 100,00 V e assim por diante, pois convencionamos que a tensão é 100 V em qualquer grau de precisão. Os zeros adicionais não são escritos por razões práticas. Entretanto, considerando as condições ambientais de um laboratório, onde medidas são realizadas continuamente e o grau de precisão pode variar de um instrumento para outro, é importante compreender como trabalhar corretamente com os resultados. Qualquer resultado obtido no laboratório deve ser considerado uma *aproximação*. As escalas dos instrumentos analógicos com seus ponteiros podem ser de leitura difícil e, muito embora os instrumentos digitais apresentem somente algarismos específicos em seu mostrador, eles estão limitados ao número de dígitos que podem fornecer, não dando nenhuma informação sobre os algarismos menos significativos que não aparecem no mostrador.

A precisão de uma medida pode ser determinada pelo número de *algarismos* (*dígitos*) *significativos* presentes no resultado. Os algarismos significativos são os inteiros (0 a 9) que podem ser considerados precisos no caso da medida em questão. Como resultado, os algarismos diferentes de zero são significativos somente em alguns casos. Por exemplo: os zeros em 1.005 são considerados significativos, pois definem o 'tamanho' do número, e estão entre algarismos diferentes de zero. Para o número 0,4020, o zero à esquerda da vírgula não é significativo, mas os outros dois são, pois definem a magnitude do número e a precisão da medida até a quarta casa decimal.

Quando somamos números aproximados, é importante que tenhamos certeza de ter levado em conta a precisão das parcelas de modo coerente. Ao adicionar um resultado cuja precisão só vai até a casa dos décimos a outro cuja precisão vai até a casa dos milésimos, obteremos um resultado cuja precisão chegará somente à casa dos décimos. Não podemos esperar que um resultado com maior grau de precisão melhore a qualidade de outro com precisão menor.

Na adição ou na subtração de números aproximados, a precisão do resultado é determinada pela parcela de menor precisão.

No caso da multiplicação e da divisão de números aproximados, a quantidade de algarismos significativos do resultado é igual à do número com menos algarismos significativos.

Para números aproximados (e exatos, quando for o caso), frequentemente existe a necessidade de *arredondar* o resultado; ou seja, é preciso decidir o grau adequado de precisão e alterar o resultado de modo coerente com sua escolha. O procedimento consensual é simplesmente observar o algarismo que se segue ao último que desejamos manter na forma arredondada e adicionar 1 a esse último, se o seguinte for maior ou igual a 5, deixando-o inalterado no caso de o seguinte ser menor que 5. Por exemplo: podemos arredondar $3{,}186 \cong 3{,}19 \cong 3{,}2$, dependendo do grau de precisão desejado. O símbolo $\cong$ significa *aproximadamente igual a*.

EXEMPLO 1.1

Execute as operações indicadas com os números aproximados que se seguem e arredonde o resultado até o grau de precisão apropriado.

a) $532{,}6 + 4{,}02 + 0{,}036 = 536{,}656 \cong \mathbf{536{,}7}$ (grau de precisão determinado por 532,6)

b) $0{,}04 + 0{,}003 + 0{,}0064 = 0{,}0494 \cong \mathbf{0{,}05}$ (grau de precisão determinado por 0,04)

EXEMPLO 1.2

Arredonde os números a seguir até a casa dos centésimos.

a) 32,419 = **32,42**

b) 0,05328 = **0,05**

EXEMPLO 1.3

Arredonde o resultado 5,8764 com precisão até a casa dos:

a) décimos.

b) centésimos.

c) milésimos.

Solução:

a) **5,9**

b) **5,88**

c) **5,876**

1.6 POTÊNCIAS DE DEZ

Deve ficar claro que, a partir da magnitude relativa de diversas unidades de medida, números muito grandes e muito pequenos são frequentemente encontrados na prática científica. Para facilitar a manipulação de números de magnitudes tão variadas, costuma-se utilizar *potências de dez*. Essa notação faz uso de todas as vantagens das propriedades matemáticas das potências de dez. A notação utilizada para representar números que são potências inteiras de dez é a seguinte:

$1 = 10^0$	$1/10 =$	$0{,}1 = 10^{-1}$
$10 = 10^1$	$1/100 =$	$0{,}01 = 10^{-2}$
$100 = 10^2$	$1/1.000 =$	$0{,}001 = 10^{-3}$
$1.000 = 10^3$	$1/10.000 =$	$0{,}0001 = 10^{-4}$

Observe, especialmente, que $10^0 = 1$, pois qualquer número elevado a zero é igual a 1 ($x^0 = 1$, $1.000^0 = 1$, e assim por diante). Observe também que os números da lista que são *maiores que 1 estão associados a potências positivas de dez*, enquanto os números *menores que 1 estão associados a potências negativas de dez*.

Um método prático para determinar a potência de dez apropriada é fazer uma pequena marca à direita do numeral 1, não importando sua localização; conte, então, o número de casas decimais para a direita ou para a esquerda até chegar à vírgula. Movimentações para a direita indicam que a potência de dez será positiva; se o deslocamento for para a esquerda, a potência será negativa. Por exemplo:

$$10.000{,}0 = 1\underbrace{0.000}_{1\,2\,3\,4}, = 10^{+4}$$

$$0{,}00001 = 0,\underbrace{0\,0\,0\,0\,1}_{5\,4\,3\,2\,1} = 10^{-5}$$

Algumas equações matemáticas importantes e suas relações envolvendo potências de dez estão relacionadas a seguir, juntamente a alguns exemplos. Em cada caso, n e m podem ser qualquer número real positivo ou negativo:

$$\frac{1}{10^n} = 10^{-n} \qquad \frac{1}{10^{-n}} = 10^n \tag{1.2}$$

A Equação 1.2 mostra claramente que, para se deslocar uma potência de dez do denominador para o numerador, ou para se fazer a operação inversa, é necessário simplesmente trocar o sinal do expoente.

EXEMPLO 1.4

a) $\dfrac{1}{1.000} = \dfrac{1}{10^{+3}} = \mathbf{10^{-3}}$

b) $\dfrac{1}{0{,}00001} = \dfrac{1}{10^{-5}} = \mathbf{10^{+5}}$

Produto de potências de dez:

$$(10^n)(10^m) = 10^{(n+m)} \tag{1.3}$$

EXEMPLO 1.5

a) $(1.000)(10.000) = (10^3)(10^4) = 10^{(3+4)} = \mathbf{10^7}$

b) $(0{,}00001)(100) = (10^{-5})(10^2) = 10^{(-5+2)} = \mathbf{10^{-3}}$

Divisão de potências de dez:

$$\frac{10^n}{10^m} = 10^{(n-m)} \tag{1.4}$$

EXEMPLO 1.6

a) $\dfrac{100.000}{100} = \dfrac{10^5}{10^2} = 10^{(5-2)} = \mathbf{10^3}$

b) $\dfrac{1.000}{0{,}0001} = \dfrac{10^3}{10^{-4}} = 10^{(3-(-4))} = 10^{(3+4)} = \mathbf{10^7}$

Observe o uso de parênteses na parte (b) do exemplo para assegurar que o resultado tenha o sinal correto.

Potência de potências de dez:

$$(10^n)^m = 10^{nm} \tag{1.5}$$

EXEMPLO 1.7

a) $(100)^4 = (10^2)^4 = 10^{(2)(4)} = \mathbf{10^8}$
b) $(1.000)^{-2} = (10^3)^{-2} = 10^{(3)(-2)} = \mathbf{10^{-6}}$
c) $(0{,}01)^{-3} = (10^{-2})^{-3} = 10^{(-2)(-3)} = \mathbf{10^6}$

Operações aritméticas básicas

Agora, analisaremos a utilização de potências de dez para realizar algumas operações aritméticas básicas envolvendo números que não são potências de dez. O número 5.000 pode ser escrito como $5 \times 1.000 = 5 \times 10^3$, e o número 0,0004 pode ser escrito como $4 \times 0{,}0001 = 4 \times 10^{-4}$. É claro que 10^5 também pode ser escrito como 1×10^5, se isso tornar mais clara a operação a ser realizada.

Adição e subtração. Para efetuar a adição ou a subtração de expressões envolvendo potências de dez, os expoentes *têm de ser os mesmos em todos os termos*; ou seja:

$$A \times 10^n \pm B \times 10^n = (A \pm B) \times 10^n \tag{1.6}$$

A Equação 1.6 aborda todas as possibilidades, mas os estudantes normalmente preferem memorizar uma descrição verbal de como efetuar a operação.

A Equação 1.6 mostra que

quando você for adicionar ou subtrair números no formato de potências de dez, certifique-se de que a potência de dez seja a mesma para todos os números. Em seguida, separe os multiplicadores, efetue a operação requerida e aplique a mesma potência de dez no resultado.

EXEMPLO 1.8

a) $6.300 + 75.000 = (6{,}3)(1.000) + (75)(1.000)$
$= 6{,}3 \times 10^3 + 75 \times 10^3$
$= (6{,}3 + 75) \times 10^3$
$= \mathbf{81{,}3 \times 10^3}$

b) $0{,}00096 - 0{,}000086 = (96)(0{,}00001) - (8{,}6)(0{,}00001)$
$= 96 \times 10^{-5} - 8{,}6 \times 10^{-5}$
$= (96 - 8{,}6) \times 10^{-5}$
$= \mathbf{87{,}4 \times 10^{-5}}$

Multiplicação. Em geral:

$$(A \times 10^n)(B \times 10^m) = (A)(B) \times 10^{n+m} \tag{1.7}$$

o que nos mostra que as *operações com as potências de dez podem ser efetuadas separadamente das operações com números que multiplicam essas potências.*

A Equação 1.7 mostra que

quando você for multiplicar números no formato de potências de dez, determine primeiramente o produto dos multiplicadores e, em seguida, determine o expoente da potência de dez do resultado, adicionando o expoente da potência de dez.

EXEMPLO 1.9

a) $(0{,}0002)(0{,}000007) = [(2)(0{,}0001)][(7)(0{,}000001)]$
$= (2 \times 10^{-4})(7 \times 10^{-6})$
$= (2)(7) \times (10^{-4})(10^{-6})$
$= \mathbf{14 \times 10^{-10}}$

b) $(340.000)(0{,}00061) = (3{,}4 \times 10^5)(61 \times 10^{-5})$
$= (3{,}4)(61) \times (10^5)(10^{-5})$
$= 207{,}4 \times 10^0$
$= \mathbf{207{,}4}$

Divisão. Em geral:

$$\frac{A \times 10^n}{B \times 10^m} = \frac{A}{B} \times 10^{n-m} \tag{1.8}$$

o que mostra novamente que as *operações com as potências de dez podem ser efetuadas separadamente das operações com números que multiplicam essas potências.*

A Equação 1.8 demonstra que

quando você for dividir números no formato de potências de dez, determine primeiramente o resultado da divisão dos multiplicadores das potências. Em seguida, determine o expoente da potência de dez do resultado, subtraindo o expoente da potência do denominador do expoente da potência do numerador.

EXEMPLO 1.10

a) $\dfrac{0{,}00047}{0{,}002} = \dfrac{47 \times 10^{-5}}{2 \times 10^{-3}} = \left(\dfrac{47}{2}\right) \times \left(\dfrac{10^{-5}}{10^{-3}}\right)$
$= \mathbf{23{,}5 \times 10^{-2}}$

b) $\dfrac{690.000}{0{,}00000013} = \dfrac{69 \times 10^4}{13 \times 10^{-8}} = \left(\dfrac{69}{13}\right) \times \left(\dfrac{10^4}{10^{-8}}\right)$
$= \mathbf{5{,}31 \times 10^{12}}$

Potências. Em geral:

$$(A \times 10^n)^m = A^m \times 10^{nm} \tag{1.9}$$

o que permite novamente separar a *operação com as potências de dez da operação com os multiplicadores.*

A Equação 1.9 mostra que

quando você encontrar um número que esteja representado no formato de potência de dez, elevado a uma determinada potência, primeiramente separe o multiplicador da potência de dez e determine a potenciação de cada um separadamente. Determine o expoente da potência de dez do resultado multiplicando a potência de dez do número pelo expoente da potência à qual o número está elevado.

EXEMPLO 1.11

a) $(0{,}00003)^3 = (3 \times 10^{-5})^3 = (3)^3 \times (10^{-5})^3$
$= \mathbf{27 \times 10^{-15}}$

b) $(90.800.000)^2 = (9{,}08 \times 10^7)^2 = (9{,}08)^2 \times (10^7)^2$
$= \mathbf{82{,}45 \times 10^{14}}$

Lembre-se, especialmente, de que as operações mostradas a seguir não são equivalentes. De um lado, temos o produto de dois números no formato de potências de dez, e, do outro, temos um número no formato de potências de dez elevado a uma potência. Conforme se observa a seguir, os resultados de cada operação são bem diferentes:

$$(10^3)(10^3) \neq (10^3)^3$$
$$(10^3)(10^3) = 10^6 = 1.000.000$$
$$(10^3)^3 = (10^3)(10^3)(10^3) = 10^9 = 1.000.000.000$$

1.7 NOTAÇÕES DE PONTO FIXO, DE PONTO FLUTUANTE, CIENTÍFICA E DE ENGENHARIA

Existem, em geral, quatro modos de se obter um número quando usamos um computador ou uma calculadora. Se não usamos potências de dez, os números serão escritos em **notação de ponto fixo** ou em **notação de ponto flutuante**.

A notação de ponto fixo requer que a vírgula seja colocada sempre no mesmo lugar. No caso da notação de ponto flutuante, a localização da vírgula é definida pelo número a ser exibido no mostrador.

A maioria dos computadores e das calculadoras permite a opção entre as notações de ponto fixo e de ponto flutuante. Usando o ponto fixo, o usuário pode escolher o nível de precisão desejado para o resultado: décimos, centésimos, milésimos, e assim por diante. Nesse caso, a vírgula estará localizada na mesma posição em todos os resultados, como ilustram os exemplos a seguir, em que usamos a precisão até a casa dos milésimos:

$$\frac{1}{3} = \mathbf{0{,}333} \qquad \frac{1}{16} = \mathbf{0{,}063} \qquad \frac{2.300}{2} = \mathbf{1.150{,}000}$$

Se usássemos a notação de ponto flutuante, os resultados das operações antes citadas apareceriam como:

$$\frac{1}{3} = \mathbf{0{,}333333333333} \qquad \frac{1}{16} = \mathbf{0{,}0625} \qquad \frac{2.300}{2} = \mathbf{1.150}$$

Se os números a serem exibidos no mostrador forem muito grandes ou muito pequenos, poderemos usar as potências de dez para que sejam mostrados adequadamente.

A **notação científica** (também chamada *padrão*) e a **notação de engenharia** usam potências de dez com algumas restrições sobre a mantissa (multiplicador) ou sobre o fator de escala (potências de dez).

A notação científica requer que a vírgula apareça logo após o primeiro algarismo maior ou igual a 1, mas menor do que 10.

Uma potência de dez virá em seguida (utilizando em geral a notação exponencial E), mesmo que deva ser dez elevado a zero. Eis alguns exemplos:

$$\frac{1}{3} = \mathbf{3{,}33333333333E{-}1} \qquad \frac{1}{16} = \mathbf{6{,}25E{-}2} \qquad \frac{2.300}{2} = \mathbf{1{,}15E3}$$

Quando usamos a notação científica, podemos escolher entre os formatos de ponto fixo ou de ponto flutuante. Nos exemplos anteriores, foi usada a notação de ponto flutuante. Se tivéssemos escolhido o formato de ponto fixo com precisão de centésimos, obteríamos os seguintes resultados para as operações anteriores:

$$\frac{1}{3} = \mathbf{3{,}33E{-}1} \qquad \frac{1}{16} = \mathbf{6{,}25E{-}2} \qquad \frac{2.300}{2} = \mathbf{1{,}15E3}$$

A **notação de engenharia** especifica que

todas as potências de dez devem ser 0 ou múltiplos de 3, e a mantissa deve ser maior ou igual a 1, mas menor que 1.000.

Essa restrição sobre as potências de dez é devida ao fato de que certas potências específicas têm certos prefixos associados a elas que serão introduzidos nos próximos parágrafos. As operações anteriores, em notação científica com o ponto flutuante, ficam assim:

$\frac{1}{3}$ = **333,333333333E–3** $\frac{1}{16}$ = **62,5E–3** $\frac{2.300}{2}$ = **1,15E3**

Usando a notação de engenharia com precisão até a segunda casa decimal, obtemos:

$\frac{1}{3}$ = **333,33E–3** $\frac{1}{16}$ = **62,50E–3** $\frac{2.300}{2}$ = **1,15E3**

Prefixos

Determinadas potências de dez em notação de engenharia foram associadas a prefixos e símbolos que aparecem na Tabela 1.2. Esses prefixos e símbolos permitem que se reconheça facilmente a potência de dez envolvida, além de facilitarem a comunicação entre os profissionais de tecnologia.

Tabela 1.2

Fatores multiplicativos	Prefixo no SI	Símbolo no SI
1.000.000.000.000.000.000 = 10^{18}	exa	E
1.000.000.000.000.000 = 10^{15}	peta	P
1.000.000.000.000 = 10^{12}	tera	T
1.000.000.000 = 10^{9}	giga	G
1.000.000 = 10^{6}	mega	M
1.000 = 10^{3}	quilo	k
0,001 = 10^{-3}	mili	m
0,000 001 = 10^{-6}	micro	µ
0,000 000 001 = 10^{-9}	nano	n
0,000 000 000 001 = 10^{-12}	pico	p
0,000 000 000 000 001 = 10^{-15}	femto	f
0,000 000 000 000 000 001 = 10^{-18}	ato	a

EXEMPLO 1.12

a) 1.000.000 ohms = 1 × 10^6 ohms
= **1 megohm = 1 MΩ**

b) 100.000 metros = 100 × 10^3 metros
= **100 quilômetros = 100 km**

c) 0,0001 segundo = 0,1 × 10^{-3} segundo
= **0,1 milissegundo = 0,1 ms**

d) 0,000001 farad = 1 × 10^{-6} farad
= **1 microfarad = 1 µF**

Eis alguns exemplos com números que não são expressos estritamente em potências de dez.

EXEMPLO 1.13

a) 41.200 m é equivalente a 41,2 × 10^3 m = 41,2 quilômetros = **41,2 km**.

b) 0,00956 J é equivalente a 9,56 × 10^{-3} J = 9,56 milijoules = **9,56 mJ**.

c) 0,000768 s é equivalente a 768 × 10^{-6} s = 768 microssegundos = **768 µs**.

d) $$\frac{8.400\,\text{m}}{0{,}06} = \frac{8{,}4\times10^3\,\text{m}}{6\times10^{-2}} = \left(\frac{8{,}4}{6}\right)\times\left(\frac{10^3}{10^{-2}}\right)\text{m}$$
= 1,4 × 10^5 m = 140 × 10^3 m
= 140 quilômetros = **140 km**.

e) $(0{,}0003)^4$ s = $(3 \times 10^{-4})^4$ s = 81 × 10^{-16} s
= 0,0081 × 10^{-12} s = 0,0081 picossegundo
= **0,0081 ps**

1.8 CONVERSÃO ENTRE POTÊNCIAS DE DEZ

É muito comum a necessidade de converter uma potência de dez em outra. Por exemplo, se um frequencímetro somente fornece os resultados em quilohertz (kHz, uma unidade de medida para a frequência de uma forma de onda CA), pode ser necessário transformar o resultado da medida em megahertz (MHz). Se o tempo for medido em milissegundos (ms), pode ser necessário determinar o tempo correspondente em microssegundos (μs) para traçar um gráfico. Essa não é uma conversão difícil se tivermos em mente que um aumento ou uma diminuição no expoente da potência de dez vem sempre acompanhado por um efeito oposto sobre o fator que multiplica a potência. O procedimento é mais bem descrito pelos passos a seguir:

1. *Substitua o prefixo por sua potência de dez correspondente.*
2. *Reescreva a expressão, e a configure como a um multiplicador desconhecido e à nova potência de dez.*
3. *Observe a mudança na potência de dez do formato original para o novo formato. Se há um aumento, mova a vírgula do multiplicador original para a esquerda (valor menor) pelo mesmo número. Se há uma diminuição, mova a vírgula do multiplicador original para a direita (valor maior) pelo mesmo número.*

EXEMPLO 1.14

Converta 20 kHz em megahertz.

Solução:

No formato de potência de dez:

$$20\ \text{kHz} = 20 \times 10^3\ \text{Hz}$$

A conversão exige que encontremos o fator multiplicativo que preencha a lacuna da equação a seguir:

Aumenta de 3

$$20 \times 10^3 \text{ Hz} \Rightarrow ___ \times 10^6 \text{ Hz}$$

Diminui de 3

Visto que o expoente da potência de dez *aumenta* por um fator de *três*, o multiplicador deve *diminuir*, e a vírgula deve ser deslocada *três* casas para a esquerda, conforme mostrado a seguir:

$$020, = 0{,}02$$

3

e $20 \times 10^3 \text{ Hz} = 0{,}02 \times 10^6 \text{ Hz} = \mathbf{0{,}02\ MHz}$

EXEMPLO 1.15

Converta 0,01 ms em microssegundos.

Solução:

No formato de potência de dez, temos:

$$0{,}01 \text{ ms} = 0{,}01 \times 10^{-3} \text{ s}$$

Diminui de 3

e $$0{,}01 \times 10^{-3} \text{ s} \Rightarrow ___ \times 10^{-6} \text{ s}$$

Aumenta de 3

Visto que o expoente da potência de dez *diminui* por um fator de três, o multiplicador tem que *aumentar*, o que é obtido ao se deslocar a vírgula três casas para a direita, como mostrado a seguir:

$$0{,}010 = 10$$

3

e $0{,}01 \times 10^{-3} \text{ s} = 10 \times 10^{-6} \text{ s} = \mathbf{10\ \mu s}$

Quando se compara −3 com −6, a tendência é pensar que a potência de dez aumentou, porém, ao comparar a magnitude do multiplicador, tenha em mente que 10^{-6} é um valor muito menor que 10^{-3}.

EXEMPLO 1.16

Converter 0,002 km para milímetros.

Solução:

Diminui de 6

$$0{,}002 \times 10^3 \text{ m} \Rightarrow ___ \times 10^{-3} \text{ m}$$

Aumenta de 6

Nesse exemplo, temos de ser muito cuidadosos, pois a diferença entre +3 e −3 é 6, o que torna necessário alterar o fator multiplicativo da seguinte maneira:

$$0{,}002000 = 2.000$$

6

e $0{,}002 \times 10^3 \text{ m} = 2.000 \times 10^{-3} \text{ m} = \mathbf{2.000\ mm}$

1.9 CONVERSÕES DENTRO DO MESMO SISTEMA E ENTRE SISTEMAS DE UNIDADES

A conversão dentro e entre sistemas de unidades é um processo que não pode ser evitado no estudo de nenhuma área técnica. Entretanto, a execução incorreta dessas operações é tão frequente que incluímos essa seção, na qual apresentamos um método que, se aplicado corretamente, levará ao resultado correto.

Há mais de um método que pode ser usado para se efetuar a conversão. Na verdade, algumas pessoas preferem efetuar o processo mentalmente. Esse método é aceitável no caso de conversões elementares, mas é bastante arriscado nos casos mais complexos.

O método que desejamos introduzir pode ser entendido com mais clareza ao examinar um problema relativamente simples, como a conversão de polegadas em metros. Para ser mais específicos, vamos converter 48 polegadas (4 pés) em metros.

Se multiplicarmos as 48 polegadas (pol.) por um fator **1**, a magnitude dessa quantidade permanecerá a mesma:

$$48 \text{ pol.} = 48 \text{ pol.}(\mathbf{1}) \tag{1.10}$$

Vamos observar o fator de conversão, que no caso desse exemplo é:

$$1 \text{ m} = 39{,}37 \text{ pol.}$$

Dividindo ambos os lados dessa expressão por 39,37 polegadas, obtemos:

$$\frac{1 \text{ m}}{39{,}37 \text{ pol.}} = (\mathbf{1})$$

Observe que o resultado final nos diz que a razão 1 m/39,37 pol. é igual a 1, o que é óbvio, pois essas duas quantidades são idênticas. Se substituirmos agora esse fator (**1**) na Equação 1.10, obteremos:

$$48 \text{ pol.}(\mathbf{1}) = 48 \cancel{\text{pol.}} \left(\frac{1 \text{ m}}{39{,}37 \cancel{\text{pol.}}} \right)$$

o que resulta no cancelamento das polegadas, deixando apenas metros como unidades de medida. Além disso,

visto que 39,37 está no denominador, temos de dividir 48 por 39,37 para completar a operação:

$$\frac{48}{39{,}37}\,\text{m} = \mathbf{1{,}219\ m}$$

Vamos agora rever o método passo a passo:

1. *Coloque o fator de conversão em uma forma que tenha o valor numérico (1) com a unidade de medida a ser removida no denominador.*
2. *Efetue as operações matemáticas necessárias para obter o valor correto da quantidade em questão na unidade de medida remanescente.*

EXEMPLO 1.17

Converta 6,8 min em segundos.

Solução:

O fator de conversão é

$$1\ \text{min} = 60\ \text{s}$$

Visto que a unidade minuto deve ser removida do resultado final, ela deve aparecer no denominador do fator (**1**), conforme mostrado a seguir:

$$\text{Passo 1: } \left(\frac{60\ \text{s}}{1\ \text{min}}\right) = (\mathbf{1})$$

$$\text{Passo 2: } 6{,}8\ \text{min}(\mathbf{1}) = 6{,}8\ \cancel{\text{min}}\left(\frac{60\ \text{s}}{1\ \cancel{\text{min}}}\right) = (6{,}8)(60)\ \text{s}$$

$$= \mathbf{408\ s}$$

EXEMPLO 1.18

Converter 0,24 m em centímetros.

Solução:

O fator de conversão é

$$1\ \text{m} = 100\ \text{cm}$$

Como a unidade metro não deve aparecer no resultado final, ela deve estar no denominador do fator (**1**), ou seja:

$$\text{Passo 1: } \left(\frac{100\ \text{cm}}{1\ \text{m}}\right) = \mathbf{1}$$

$$\text{Passo 2: } 0{,}24\ \text{m}(\mathbf{1}) = 0{,}24\ \cancel{\text{m}}\left(\frac{100\ \text{cm}}{1\ \cancel{\text{m}}}\right)$$

$$= (0{,}24)(100)\ \text{cm}$$

$$= \mathbf{24\ cm}$$

Os produtos (**1**)(**1**) e (**1**)(**1**)(**1**) são todos iguais a **1**. A partir daí, podemos efetuar várias conversões na operação.

EXEMPLO 1.19

Determine o número de minutos equivalente à metade de um dia.

Solução:

Para converter dias em horas e horas em minutos, certifique-se sempre de que a unidade de medida a ser removida esteja no denominador, e isso resultará na seguinte sequência:

$$0{,}5\ \cancel{\text{dia}}\left(\frac{3\ \cancel{\text{h}}}{1\ \cancel{\text{dia}}}\right)\left(\frac{60\ \text{min}}{1\ \cancel{\text{h}}}\right) = (0{,}5)(24)(60)\ \text{min}$$

$$= \mathbf{720\ min}$$

EXEMPLO 1.20

Converta 2,2 jardas em metros.

Solução:

Para converter jardas em pés, pés em polegadas e estas, por sua vez, em metros, resulta na seguinte equação:

$$2{,}2\ \cancel{\text{jardas}}\left(\frac{3\ \cancel{\text{pés}}}{1\ \cancel{\text{jarda}}}\right)\left(\frac{12\ \cancel{\text{pol.}}}{1\ \cancel{\text{pé}}}\right)\left(\frac{1\ \text{m}}{39{,}37\ \cancel{\text{pol.}}}\right)$$

$$= \frac{(2{,}2)(3)(12)}{39{,}37}\ \text{m}$$

$$= \mathbf{2{,}012\ m}$$

Os exemplos a seguir são aplicações práticas dos anteriores.

EXEMPLO 1.21

Na Europa, no Canadá e em muitos outros lugares, a velocidade máxima permitida é dada em quilômetros por hora. Qual o valor, em milhas por hora, de 100 km/h?

Solução:

$$\left(\frac{100\ \text{km}}{\text{h}}\right)(\mathbf{1})(\mathbf{1})(\mathbf{1})(\mathbf{1})$$

$$= \left(\frac{100\ \cancel{\text{km}}}{\text{h}}\right)\left(\frac{1.000\ \cancel{\text{m}}}{1\ \cancel{\text{km}}}\right)\left(\frac{39{,}37\ \cancel{\text{pol.}}}{1\ \cancel{\text{m}}}\right)\left(\frac{1\ \cancel{\text{pé}}}{12\ \cancel{\text{pol.}}}\right)\left(\frac{1\ \text{mi}}{5.280\ \cancel{\text{pés}}}\right)$$

$$= \frac{(100)(1.000)(39{,}37)}{(12)(5.280)}\ \frac{\text{mi}}{\text{h}}$$

$$= \mathbf{62{,}14\ mi/h}$$

Muitas pessoas utilizam o fator de conversão aproximado 0,6 para simplificar os cálculos, assim,

$$(100\ \text{km/h})(0{,}6) \cong 60\ \text{mi/h}$$

e
$$(60\ \text{km/h})(0{,}6) \cong 36\ \text{mi/h}$$

EXEMPLO 1.22

Determine a velocidade, em milhas por hora, de um corredor que percorre uma milha em 4 minutos.

Solução:

Invertendo o fator 4 min/1 mi para 1 mi/4 min, obtemos:

$$\left(\frac{1\ \text{mi}}{4\ \cancel{\text{min}}}\right)\left(\frac{60\ \cancel{\text{min}}}{4}\right) = \frac{60}{4}\ \text{mi/h} = \mathbf{15\ mi/h}$$

1.10 SÍMBOLOS

Ao longo deste livro, vários símbolos — que podem nunca ter sido utilizados por você — serão usados. Alguns desses símbolos são explicados na Tabela 1.3, e outros serão explicados no texto à medida que se fizer necessário.

1.11 TABELAS DE CONVERSÃO

Tabelas de conversão, como as que aparecem no Apêndice A, podem ser muito úteis quando limitações de tempo não permitem o uso dos métodos descritos neste capítulo. Entretanto, ainda que elas pareçam ser fáceis de utilizar, é frequente a ocorrência de erros, porque as operações indicadas por elas não são efetuadas corretamente. De qualquer modo, quando estiver usando tabelas como essas, tente fazer mentalmente uma estimativa da ordem de grandeza da quantidade a ser determinada em comparação à magnitude dessa mesma quantidade no sistema de unidades original. Esse cuidado tão simples pode evitar o aparecimento de resultados absurdos que podem ocorrer se a operação for feita de maneira incorreta.

Por exemplo, considere o seguinte procedimento obtido de uma tabela de conversão:

Para converter de	para	multiplicar por
milhas	metros	$1{,}609 \times 10^3$

Para converter 2,5 milhas em metros é necessário multiplicar 2,5 pelo fator de conversão, ou seja:

$$2{,}5\ \text{mi}(1{,}609 \times 10^3) = \mathbf{4{,}023 \times 10^3\ m}$$

A conversão de 4.000 metros em milhas implica um processo de divisão:

$$\frac{4.000\ \text{m}}{1{,}609 \times 10^3} = 2.486{,}02 \times 10^{-3} = \mathbf{2{,}486\ mi}$$

Em cada um dos exemplos anteriores é fácil perceber que 2,5 milhas equivalem a uns poucos milhares de metros, e que 4.000 metros equivalem a umas poucas milhas. Conforme já foi mencionado, essas estimativas eliminam a possibilidade de resultados absurdos em operações de conversão.

Tabela 1.3

Símbolo	Significado	
$\neq$	Diferente de	$6{,}12 \neq 6{,}13$
$>$	Maior que	$4{,}78 > 4{,}20$
$>>$	Muito maior que	$840 >> 16$
$<$	Menor que	$430 < 540$
$<<$	Muito menor que	$0{,}002 << 46$
$\geq$	Maior ou igual a	$x \geq y$ para $y = 3$ e $x > 3$ ou $x = 3$
$\leq$	Menor ou igual a	$x \leq y$ para $y = 3$ e $x < 3$ ou $x = 3$
$\cong$	Aproximadamente igual a	$3{,}14159 \cong 3{,}14$
Σ	Somatório	$\Sigma(4 + 6 + 8) = 18$
$\lvert\ \rvert$	Valor absoluto ou módulo de	$\lvert a\rvert = 4$, onde $a = -4$ ou $+4$
$\therefore$	Portanto	$x = \sqrt{4} \therefore x = \pm 2$
$\equiv$	Por definição	
	Estabelece uma relação entre duas ou mais quantidades	
$a{:}b$	Razão definida por a/b	
$a{:}b = c{:}d$	Proporção definida por $a/b = c/d$	

1.12 CALCULADORAS

Na maioria dos textos, a calculadora não é discutida em detalhes. Ao invés disso, é dada aos estudantes a obrigação de escolher a calculadora adequada e também a de aprender a usá-la por conta própria. Entretanto, abordar o uso de calculadoras é necessário para eliminar alguns dos resultados absurdos obtidos (e frequentemente defendidos de modo bastante exaltado pelo usuário, já que a calculadora 'assim disse') por meio de uma compreensão correta do processo pelo qual a calculadora realiza as diversas operações. Explicações mais detalhadas de todas as operações possíveis não poderão ser tratadas neste livro em função do espaço que temos, mas as discussões a seguir esclarecerão que é importante entender a maneira com que uma calculadora realiza um cálculo, e que ela não espera pela unidade para aceitar os dados já que, de qualquer maneira, sempre chega à resposta correta.

Ao escolher uma calculadora científica, certifique-se de que ela tenha a capacidade de operar com números complexos e determinantes, necessários para os conceitos introduzidos neste livro. A maneira mais simples de determinar isso é olhar os termos no índice do manual do usuário. Em seguida, esteja ciente de que algumas calculadoras realizam as operações com menor número de passos, enquanto outras podem necessitar de uma série prolongada ou complexa deles. Converse com seu professor caso tenha dúvidas em relação à aquisição de uma calculadora.

Os exemplos de calculadora deste livro usam a calculadora TI-89 da Texas Instruments da Figura 1.5.

Ao usar qualquer calculadora pela primeira vez, a unidade tem de ser configurada para fornecer as respostas no formato desejado. A seguir, descrevemos os passos necessários para se usar uma calculadora corretamente.

Ajustes iniciais

Nas sequências a seguir, as setas dentro dos quadrados indicam a direção a ser seguida para alcançar o ponto desejado. O formato das teclas é uma cópia relativamente próxima das teclas reais na TI-89.

Notação

A primeira sequência estabelece a **notação de engenharia** como a escolha para todas as respostas. É particularmente importante observar que você tem de selecionar a tecla ENTER duas vezes para assegurar-se de que o processo seja configurado na memória.

Figura 1.5 Calculadora TI-89 da Texas Instruments. (Cortesia da Texas Instruments, Inc.)

Nível de precisão. Em seguida, o nível de precisão pode ser configurado para duas casas como a seguir:

MODE ↓ Display Digits → ↓ 3:FIX 2 ENTER ENTER

Modo aproximado. Em todas as soluções, a resposta deve ser dada na forma decimal com precisão de duas casas. Se ela não estiver configurada, algumas respostas aparecerão na forma fracionária para assegurar que a resposta seja EXATA (outra opção). Essa seleção é feita usando-se a sequência a seguir:

MODE F2 ↓ Exact/Approx → ↓
3: APPROXIMATE ENTER ENTER

Tela limpa. Para limpar a tela de todas as entradas e resultados, use a sequência a seguir:

F1 ↓ 8: Clear Home ENTER

Limpar as entradas atuais. Para limpar a sequência de entradas atuais na parte de baixo da tela, selecione a tecla **CLEAR**.

Para desligar. Para desligar a calculadora, utilize a sequência a seguir:

Ordem das operações

Embora o ajuste do formato e da precisão seja importante, os resultados inexatos normalmente são obtidos porque os usuários não percebem que, independentemente de quão simples ou complexa seja uma equação, a calculadora realizará a operação solicitada em uma determinada ordem.

Por exemplo, a operação

$$\frac{8}{3+1}$$

normalmente é inserida na calculadora assim:

8 ÷ 3 + 1 ENTER $= \frac{8}{3} + 1 = 2{,}67 + 1 = \mathbf{3{,}67}$

o que está incorreto (a resposta é 2).

A calculadora *não efetua* primeiro a adição e depois a divisão. Na realidade, as operações de adição e subtração são as últimas a serem efetuadas em qualquer equação. É muito importante que o leitor estude cuidadosamente e compreenda perfeitamente os próximos parágrafos para que possa usar a calculadora de maneira adequada.

1. *As primeiras operações a serem efetuadas por uma calculadora podem ser determinadas pelo uso de parênteses ( ). Não importa qual operação esteja dentro dos parênteses; eles simplesmente determinam que essa parte da equação tem de ser efetuada primeiro. Não há limites para o número de parênteses em cada equação — todas as operações dentro dos parênteses devem ser efetuadas antes das outras. No exemplo anterior, se os parênteses forem acrescentados como mostramos a seguir, a adição será efetuada primeiro, e o resultado correto será obtido:*

   $\frac{8}{(3+1)} =$ 8 ÷ (3 + 1) ENTER $= \mathbf{2{,}00}$

2. *Em seguida, são efetuadas as operações de potência e raiz, como x^2, $\sqrt{x}$, e assim por diante.*
3. *A negação (associação de um sinal negativo ao número) e operações de uma só tecla, como sen, tg^{-1}, e assim por diante, devem então ser realizadas.*
4. *Multiplicação e divisão são então executadas.*
5. *Adição e subtração são efetuadas por último.*

É necessário tempo e repetição até que se memorize essa ordem, mas pelo menos agora você já sabe que existe uma ordem na qual as operações devem ser realizadas, e sabe que se ignorá-la você poderá obter resultados sem sentido.

EXEMPLO 1.23

Determine

$$\sqrt{\frac{9}{3}}$$

Solução:

2ND √ (9 ÷ 3) ENTER $= \mathbf{1{,}73}$

Nesse caso, o parêntese à esquerda é automaticamente inserido após o sinal da raiz quadrada. O parêntese à direita tem, então, de ser inserido antes de realizar o cálculo.

Para todas as operações de calculadora, o número de parênteses à direita tem de ser sempre igual ao número de parênteses à esquerda.

EXEMPLO 1.24

Encontre a resposta para

$$\frac{3+9}{4}$$

Solução:

Se os dados forem digitados da maneira em que aparecem, teremos o *resultado incorreto* 5,25:

3 + 9 ÷ 4 ENTER $= 3 + \frac{9}{4} = 5{,}25$

Usando os parênteses para garantir que a adição seja efetuada antes da divisão, obteremos a resposta correta, conforme mostrado a seguir:

(3 + 9) ÷ 4 ENTER

$$= \frac{(3+9)}{4} = \frac{12}{4} = \mathbf{3{,}00}$$

EXEMPLO 1.25

Determine

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{2}{3}$$

Solução:

Como a divisão é efetuada primeiro, o resultado correto é obtido simplesmente efetuando a operação, conforme indicado. Ou seja:

1 ÷ 4 + 1 ÷ 6 + 2 ÷ 3 ENTER

$$= \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{2}{3} = \mathbf{1{,}08}$$

Potências de dez

A tecla EE é usada para configurar a potência de dez de um número. Inserir o número 2.200 = $2,2 \times 10^3$ exige as seleções de teclado a seguir:

2 • 2 EE 3 ENTER = **2,20E3**

Inserir o número $8,2 \times 10^{-6}$ exige o sinal negativo (–) do *teclado numérico. Não use* o sinal negativo da lista matemática de ÷, ×, − e +. Isto é,

8 • 2 EE (–) 6 ENTER = **8,20E–6**

EXEMPLO 1.26

Realize a adição $6,3 \times 10^3 + 75 \times 10^3$ e compare sua resposta com a solução escrita por extenso do Exemplo 1.8(a).

Solução:

6 • 3 EE + 7 5 EE 3 ENTER = **81,30E3**

o que confirma os resultados do Exemplo 1.8(a).

EXEMPLO 1.27

Efetue a divisão $(69 \times 10^4)/(13 \times 10^{-8})$ e compare sua resposta com a solução escrita por extenso do Exemplo 1.10(b).

Solução:

6 9 EE 4 ÷ 1 3 EE (–) 8 ENTER

= **5,31E12**

o que confirma os resultados do Exemplo 1.10(b).

EXEMPLO 1.28

Usando o formato fornecido para cada número, realize o cálculo a seguir em uma série de teclas acionadas no teclado:

$$\frac{(0,004)(6\times10^{-4})}{(2\times10^{-3})^2} = ?$$

Solução:

((0 • 0 0 4) ×
(6 EE (–) 4)) ÷ 2 EE
(–) 3 ^ 2 ENTER = **600,00E–3** = **0,6**

Os parênteses foram usados para assegurar que os cálculos fossem realizados na ordem correta. Observe também que o número de parênteses à esquerda é igual ao número de parênteses à direita.

1.13 ANÁLISE COMPUTACIONAL

O uso de computadores no processo de ensino tem crescido exponencialmente na última década. Poucos textos em nível elementar não incluem alguma discussão sobre as técnicas de computação mais populares na época de sua publicação. Na realidade, a credibilidade de qualquer trabalho de ciência e tecnologia é dependente do quanto os métodos computacionais foram utilizados em sua elaboração.

Não há dúvidas de que o conhecimento básico de métodos computacionais é algo que um estudante de graduação deve adquirir em um currículo de dois ou quatro anos. A indústria agora exige que os estudantes tenham pleno conhecimento do uso de um computador.

Dois caminhos principais podem ser tomados para se desenvolver as habilidades necessárias com um computador: o estudo das linguagens de computador ou o uso de pacotes de software.

Linguagens

Existem várias linguagens que fornecem uma linha direta de comunicação com o computador e as operações que ele pode efetuar. **Linguagem** é um conjunto de símbolos, letras, palavras ou declarações que o usuário pode inserir no computador. O sistema do computador ‘entenderá’ o que foi inserido e executará na ordem estabelecida por uma série de comandos denominada **programa**. O programa diz ao computador o que fazer sequencialmente, linha por linha, na mesma ordem em que um estudante faria os cálculos manualmente; o computador só pode responder a comandos fornecidos pelo usuário. Isso requer que o programador compreenda perfeitamente a sequência de operações e cálculos necessária para obter uma determinada solução. Uma análise extensa pode resultar em um programa com centenas ou milhares de linhas. Uma vez escrito, o programa tem de ser cuidadosamente testado para assegurar que os resultados obtidos tenham significado e sejam válidos para uma faixa de valores conhecidos relativos às variáveis de entrada. Algumas das linguagens populares usadas hoje em dia no campo da eletroeletrônica incluem C++, QBASIC, Java e FORTRAN. Cada uma tem seu próprio conjunto de comandos e declarações para se comunicar com o computador, mas qualquer uma pode ser utilizada para realizar o mesmo tipo de análise.

Pacotes de software

O segundo método de análise computacional, os **pacotes de software**, evita a necessidade de aprender uma linguagem em particular; na verdade, o usuário não precisa saber qual foi a linguagem utilizada para escrever os programas que compõem o pacote. Tudo o que ele

precisa saber é como inserir os parâmetros apropriados, definir as operações a serem efetuadas e obter resultados; o pacote faz todo o resto. Entretanto, há um problema em se usar pacotes de software sem que se compreendam os passos básicos que o programa utiliza. Você pode obter uma solução sem fazer a menor ideia de como ela foi obtida, ou sem saber se os resultados são válidos ou completamente equivocados. É imperativo que o estudante entenda que o computador deve ser sempre considerado como uma ferramenta de auxílio; nunca se deve permitir que ele controle seus objetivos e seu potencial! Portanto, à medida que você for avançando nos estudos dos capítulos deste livro, certifique-se de que entendeu claramente os conceitos apresentados antes de recorrer ao computador em busca de suporte e eficiência.

Todo pacote de software tem um **menu** que informa a respeito das situações nas quais o pacote pode ser aplicado. Uma vez que o software é instalado no computador, o sistema poderá realizar todas as funções que constam no menu, conforme a programação do software. Entretanto, saiba que se a execução de uma determinada função que não conste no menu for requerida, o pacote de software não poderá realizá-la, pois ele está limitado a realizar somente as funções desenvolvidas pela equipe de programadores que o criou. Em tais situações, o usuário tem de procurar a solução em outro pacote de software ou escrever um programa usando uma das linguagens mencionadas anteriormente.

Em termos gerais, se já existe um pacote de software disponível para efetuar determinada tarefa, então é preferível usá-lo em vez de desenvolver uma nova rotina para implementar a tarefa desejada. Os pacotes de software mais populares são resultado de muitas horas de trabalho de equipes de programadores com anos de experiência. Entretanto, se o pacote não fornece os resultados da maneira desejada ou não é capaz de oferecer todos os resultados desejados, então o usuário pode colocar em prática seus talentos criativos e desenvolver ele próprio um pacote de software. Conforme mencionado anteriormente, qualquer programa feito pelo usuário e que tenha sido testado quanto à faixa de resultados e à precisão pode ser considerado um pacote de sua autoria, disponível para uso posterior.

Dois pacotes de software são usados ao longo deste livro: OrCAD PSpice 16.2 da Cadence e Multisim Versão 10.1. Apesar de ambos serem projetados para analisar circuitos elétricos, há diferenças suficientes entre os dois que permitem a abordagem de cada método separadamente. Mas não há necessidade de o estudante adquirir os dois para o estudo deste livro. A razão principal para a inclusão desses pacotes foi simplesmente apresentar cada um deles e mostrar como podem auxiliar no processo de aprendizagem. Na maioria dos casos, são fornecidos detalhes suficientes para que o pacote de software seja usado na solução dos exemplos dados, embora seja útil ter alguém a quem se reportar caso apareçam dúvidas. Além disso, a literatura de apoio desses pacotes tem sido bastante aperfeiçoada nos últimos anos, e deve estar disponível nas livrarias e nas principais editoras. Neste livro, o *release* do OrCAD PSpice 16.2 da Cadence foi fornecido como um apêndice. No entanto, o Apêndice B relaciona as exigências do sistema para cada pacote de software, incluindo como cada um pode ser obtido.

PROBLEMAS

Observação: os problemas mais difíceis estão assinalados com um asterisco (*).

Seção 1.2 Um breve histórico

1. Visite a biblioteca mais próxima e escreva um relatório sobre o quanto ela oferece de literatura e apoio computacional sobre o assunto ‘tecnologia’ — em particular sobre circuitos elétricos, eletrônica, eletromagnetismo e computação.
2. Escolha uma área específica de interesse nesse campo e escreva uma pequena monografia sobre a história dessa área.
3. Selecione uma personalidade que tenha dado uma contribuição importante ao campo da eletrônica e escreva uma pequena biografia sobre ela, ressaltando suas contribuições.

Seção 1.3 Unidades de medida

4. Qual é a velocidade de um foguete em mi/h se ele se desloca 20.000 pés em 10 s?
5. Em uma tomada de tempo recente no recente Tour da França, Lance Armstrong pedalou 31 milhas em 1 h 4 min. Qual foi sua velocidade média em mi/h?
6. Quanto tempo em segundos um carro vai levar viajando a 60 mi/h para percorrer o comprimento de um campo de futebol (100 jardas)?

*7. Um lançador de beisebol tem a capacidade de lançar uma bola a 95 mi/h.
   - **a)** Qual é a velocidade em pés/s?
   - **b)** Quanto tempo o rebatedor tem para tomar uma decisão a respeito de como rebater a bola se a distância entre ele e o lançador é de 60 pés?
   - **c)** Se o rebatedor quisesse um segundo inteiro antes de tomar a decisão, qual teria de ser a velocidade da bola em mi/h?

Seção 1.4 Sistemas de unidades

8. Existem vantagens relativas associadas ao uso do sistema métrico em relação ao sistema inglês no que se refere às

unidades de comprimento, massa, força e temperatura? Em caso afirmativo, explique quais são elas.

9. Qual dos quatro sistemas de unidades mostrados na Tabela 1.1 tem as menores unidades para comprimento, massa e força? Em que situações esse sistema seria usado mais efetivamente?

***10.** Qual dos sistemas de unidades mostrados na Tabela 1.1 é mais semelhante ao sistema SI? Como os dois sistemas diferem entre si? Em sua opinião, por que as unidades de medida do SI foram escolhidas, conforme ilustra a Tabela 1.1? Dê a melhor razão que você puder imaginar sem consultar outro texto.

11. Qual é a temperatura ambiente (68°F) nos sistemas MKS, CGS e SI?

12. Que valor, em pés-libras, corresponde a uma quantidade de energia igual a 1.000 J?

13. Quantos centímetros equivalem a meia jarda?

14. Em partes do mundo fora dos Estados Unidos, a maioria dos países usa a escala dos graus centígrados em vez da escala Fahrenheit. Isso pode causar problemas aos viajantes não familiarizados com o que podem esperar a determinadas temperaturas.

Para abrandar esse problema, a conversão aproximada a seguir é tipicamente usada:

$$°F = 2(°C) + 30°$$

Comparando com a fórmula exata de $°F = \frac{9}{5}\,°C + 32°$, descobrimos que a razão 9/5 é aproximada para igual a 2, e a temperatura de 32° é modificada para 30° simplesmente para tornar os números mais fáceis de serem trabalhados e compensar ligeiramente o fato de que 2(°C) é mais que 9/5(°C).

a) A temperatura de 20°C é comumente aceita como a temperatura ambiente normal. Usando a fórmula aproximada, determine (mentalmente) a temperatura Fahrenheit equivalente.
b) Use a fórmula exata e determine a temperatura Fahrenheit equivalente para 20°C.
c) Como os resultados das partes (a) e (b) podem ser comparados? A aproximação é válida como uma primeira estimativa da temperatura em Fahrenheit?
d) Repita as partes (a) e (b) para a temperatura de 30°C e a de 5°C.

Seção 1.5 Algarismos significativos, precisão e arredondamento

15. Escreva os números com uma precisão até a casa dos décimos.
a) 14,6026 **d)** 1/16
b) 056,0420 **e)** π
c) 1.046,06

16. Repita o Problema 15 usando uma precisão até a casa dos centésimos.

17. Repita o Problema 15 usando uma precisão até a casa dos milésimos.

Seção 1.6 Potências de dez

18. Expresse os números a seguir como potências de dez:
a) 10.000 **d)** 0,001
b) 1.000.000 **e)** 1
c) 1.000 **f)** 0,1

19. Usando somente as potências de dez que aparecem na Tabela 1.2, expresse os números a seguir na forma que lhe parecer mais apropriada para posteriores operações de cálculo:
a) 15.000 **d)** 60.000
b) 0,005 **e)** 0,00040200
c) 2.400.000 **f)** 0,0000000002

20. Efetue as operações a seguir:
a) 4.200 + 48.000
b) $9 \times 10^4 + 3{,}6 \times 10^5$
c) $0{,}5 \times 10^{-3} - 6 \times 10^{-5}$
d) $1{,}2 \times 10^3 + 50.000 \times 10^{-3} - 400$

21. Execute as operações a seguir:
a) (100)(1.000) **d)** (100)(0,00001)
b) (0,01)(1.000) **e)** $(10^{-6})(10.000.000)$
c) $(10^3)(10^6)$ **f)** $(10.000)(10^{-8})(10^{28})$

22. Execute as operações a seguir:
a) (50.000)(0,002)
b) 2.200 × 0,002
c) $(0{,}000082)(1{,}2 \times 10^6)$
d) $(30 \times 10^{-4})(0{,}004)(7 \times 10^8)$

23. Execute as operações a seguir:
a) $\frac{100}{10.000}$ **d)** $\frac{0{,}0000001}{100}$
b) $\frac{0{,}010}{1000}$ **e)** $\frac{10^{38}}{0{,}000100}$
c) $\frac{10.000}{0{,}001}$ **f)** $\frac{(100)^{1/2}}{0{,}01}$

24. Execute as operações a seguir:
a) $\frac{2000}{0{,}00008}$ **c)** $\frac{0{,}000220}{0{,}00005}$
b) $\frac{0{,}004}{4\times10^6}$ **d)** $\frac{78\times10^{18}}{4\times10^{-6}}$

25. Execute as operações a seguir:
a) $(100)^3$ **c)** $(10.000)^8$
b) $(0{,}0001)^{1/2}$ **d)** $(0{,}00000010)^9$

26. Execute as operações a seguir:
a) $(200)^2$
b) $(5 \times 10^{-3})^3$
c) $(0{,}004)\,(3 \times 10^{-3})^2$
d) $((2 \times 10^{-3})\,(0{,}8 \times 10^4)\,(0{,}003 \times 10^5))^3$

27. Execute as operações a seguir:
a) $(-0{,}001)^2$
b) $\frac{(100)(10^{-4})}{1000}$
c) $\frac{(0{,}001)^2(100)}{10.000}$
d) $\frac{(10^3)(10.000)}{1\times10^{-4}}$
e) $\frac{(0{,}0001)^3(100)}{1\times10^6}$
***f)** $\frac{[(100)(0{,}01)]^{-3}}{[(100)^2][0{,}001]}$

28. Execute as operações a seguir:
a) $\frac{(300)^2(100)}{3\times10^4}$
b) $[(40.000)^2]\,[(20)^{-3}]$
c) $\frac{(60.000)^2}{(0{,}02)^2}$
d) $\frac{(0{,}000027)^{1/3}}{200.000}$
e) $\frac{[(4000)^2][300]}{2\times10^{-4}}$

f) $[(0{,}000016)^{1/2}]\,[(100.000)^5]\,[0{,}02]$

***g)** $\dfrac{\left[(0{,}003)^3\right]\left[0{,}00007\right]^{-2}\left[(160)^2\right]}{\left[(200)(0{,}0008)\right]^{-1/2}}$ (um desafio)

Seção 1.7 Notações de ponto fixo, de ponto flutuante, científica e de engenharia

29. Escreva os números a seguir em notação científica e de engenharia até a casa dos centésimos.
a) 20,46 **c)** 0,000674
b) 50.420 **d)** 000,0460

30. Escreva os números a seguir em notação científica e de engenharia até a casa dos décimos.
a) 5×10^{-2} **c)** 1/32
b) $0{,}45 \times 10^{+2}$ **d)** π

Seção 1.8 Conversão entre potências de dez

31. Preencha as lacunas nas seguintes conversões:
a) 6×10^4 = _______ $\times 10^6$
b) $0{,}4 \times 10^{-3}$ = _______ $\times 10^{-6}$
c) 50×10^5 = _______ $\times 10^3$ = _______ $\times 10^6$ = _______ $\times 10^9$
d) 12×10^{-7} = _______ $\times 10^{-3}$ = _______ $\times 10^{-6}$ = _______ $\times 10^{-9}$

32. Efetue as seguintes conversões:
a) 0,05 s para milissegundos
b) 2.000 μs para milissegundos
c) 0,04 ms para microssegundos
d) 8.400 ps para microssegundos
e) 100×10^3 mm para quilômetros

Seção 1.9 Conversões dentro do mesmo sistema e entre sistemas de unidades

33. Efetue as seguintes conversões:
a) 1,5 min em segundos
b) 2×10^{-2} h em segundos
c) 0,05 s em microssegundos
d) 0,16 m em milímetros
e) 0,00000012 s em nanossegundos
f) 4×10^8 s em dias

34. Efetue as seguintes conversões métricas:
a) 80 mm para centímetros
b) 60 cm para quilômetros
c) 12×10^{-3} m para micrômetros
d) 60 cm quadrados (cm^2) para metros quadrados (m^2)

35. Efetue as seguintes conversões entre sistemas:
a) 100 polegadas para metros
b) 4 pés para metros
c) 6 libras para newtons
d) 60.000 dinas para libras
e) 150.000 cm para pés
f) 0,002 mi para metros (5.280 pés = 1 mi)

36. Expresse o comprimento de uma milha em pés, jardas, metros e quilômetros.

37. Converta 60 mi/h para metros por segundo.

38. Quanto tempo um corredor levaria para completar uma corrida de 10 km a um ritmo de 6,5 m/s?

39. Moedas de vinte e cinco centavos têm em torno de 1 polegada de diâmetro. Quantas moedas colocadas lado a lado seriam necessárias para cobrir a distância de uma extremidade à outra de um campo de futebol (100 jardas)?

40. Compare o tempo total necessário para dirigir longas e cansativas 500 mi a uma velocidade média de 60 mi/h, *versus* uma velocidade média de 75 mi/h. O tempo poupado em uma viagem tão longa vale o risco de viajar a essa velocidade mais alta?

***41.** Calcule o deslocamento em metros de um corpo que se move a 600 cm/s em 0,016 h.

***42.** Anualmente, na primavera, é disputada uma competição que consiste em subir 86 andares pelas escadas do edifício Empire State, em Nova York. Se você fosse capaz de subir dois degraus por segundo, quanto tempo levaria para chegar ao 86º andar, se cada andar mede 14 pés de altura, e cada degrau cerca de 9 polegadas?

***43.** O recorde para a competição citada no Problema 42 é 10 min 22 s. Qual é a velocidade do competidor em milhas por minuto, nesse caso?

***44.** Se a corrida do Problema 42 fosse disputada na horizontal, quanto tempo um atleta que percorre uma milha em 5 minutos levaria para completar a distância equivalente? Compare esse resultado com o recorde citado no Problema 43. A gravidade teve um efeito significativo sobre o tempo total?

Seção 1.11 Tabelas de conversão

45. Usando o Apêndice B, determine o número de:
a) Btu em 5 J de energia.
b) metros cúbicos em 24 onças de um líquido.
c) segundos em 1,4 dia.
d) pintas em 1 m^3 de um líquido.

Seção 1.12 Calculadoras

Execute as seguintes operações usando uma única sequência de teclas de uma calculadora:

46. $6\,(4 \times 2 + 8) =$

47. $\dfrac{42 + \dfrac{6}{5}}{3} =$

48. $\sqrt{5^2 + \left(\dfrac{2}{3}\right)^2} =$

49. $\cos 21{,}87° =$

***50.** $\text{tg}^{-1}\dfrac{3}{4} =$

***51.** $\sqrt{\dfrac{400}{6^2 + \dfrac{10}{5}}} =$

***52.** $\dfrac{8{,}2 \times 10^{-3}}{0{,}04 \times 10^3}$ (em notação de engenharia) =

***53.** $\dfrac{(0{,}06 \times 10^5)(20 \times 10^3)}{(0{,}01)^2}$ (em notação de engenharia) =

***54.** $\dfrac{4 \times 10^4}{2 \times 10^{-3} + 400 \times 10^{-5}} + \dfrac{1}{2 \times 10^{-6}}$ (em notação de engenharia) =

Seção 1.13 Análise computacional

55. Pesquise a disponibilidade de cursos de computação e suas respectivas cargas horárias no currículo de seu curso. Quais as linguagens mais usadas, e quais os pacotes de software mais populares?

56. Escreva uma lista com três linguagens de programação populares, informando algumas características de cada uma. Por que, em sua opinião, algumas linguagens são melhores do que outras na construção de programas que analisam circuitos elétricos?

GLOSSÁRIO

Célula voltaica: Dispositivo de armazenamento que converte energia química em elétrica.

Circuito Integrado (CI): Estrutura subminiaturizada, que contém grande número de dispositivos eletrônicos, projetada para efetuar um conjunto particular de tarefas.

Efeito Edison: Fluxo de elétrons entre dois condutores no interior de um bulbo de vidro no qual se faz vácuo.

Eletricidade estática: Carga estacionária em estado de equilíbrio.

Eletromagnetismo: Estudo dos fenômenos elétricos e magnéticos e das relações entre eles.

ENIAC: Primeiro computador totalmente eletrônico.

Garrafa de Leyden: Um dos primeiros dispositivos para armazenar carga elétrica.

Joule (J): Unidade de energia nos sistemas SI e MKS; é igual a 0,7378 pés-libra (sistema inglês) e a 10^7 ergs (sistema CGS).

Kelvin (K): Unidade de temperatura no sistema SI. Equivale a 273,15 + a temperatura em ºC tanto no sistema MKS quanto no CGS.

Libra (lb): Unidade de medida de força no sistema inglês. Igual a 4,45 newtons nos sistemas SI e MKS.

Linguagem: Forma de comunicação entre usuário e computador para definir as operações a serem efetuadas e os resultados a serem exibidos ou impressos.

Máquina de diferenças: Uma das primeiras calculadoras mecânicas.

Menu: Lista de opções fornecidas pelo computador, em um determinado software, que possibilita ao usuário determinar qual a próxima operação a ser realizada.

Metro (m): Unidade de comprimento nos sistemas SI e MKS. Corresponde a 1.094 jardas no sistema inglês e a 100 centímetros no sistema CGS.

Nanotecnologia: Produção de circuitos integrados na qual o nanômetro é a unidade típica de medida.

Newton (N): Unidade de medida de força nos sistemas SI e MKS. Igual a 100.000 dinas no sistema CGS.

Notação científica: Método de descrição de números muito grandes e muito pequenos por meio do uso de potências de dez, as quais requerem que o multiplicador seja um número entre 1 e 10.

Notação de engenharia: Método de notação que especifica que todas as potências de dez usadas para definir um número sejam múltiplas de 3, com uma mantissa maior ou igual a 1, porém menor do que 1.000.

Notação de ponto fixo: Notação que usa uma vírgula decimal em determinada posição para definir a magnitude de um número.

Notação de ponto flutuante: Notação que permite que a magnitude de um número seja definida pelo posicionamento da vírgula decimal.

Pacote de software: Programa de computador projetado para realizar análises específicas e operações ou gerar resultados em um formato específico.

Programa: Lista sequencial de comandos, instruções etc. para realizar uma tarefa específica usando o computador.

Quilograma (kg): Unidade de massa nos sistemas SI e MKS. Equivale a 1.000 g no sistema CGS.

Segundo (s): Unidade de medida de tempo nos sistemas SI, MKS, inglês e CGS.

Sistema CGS: Sistema de unidades que tem o centímetro, o grama e o segundo como unidades de medida fundamentais.

Sistema MKS: Sistema que usa como unidades fundamentais o metro, o quilograma e o segundo.

Sistema SI: Sistema de unidades adotado pelo IEEE em 1965 e pelo USASI em 1967 como o Sistema Internacional de Unidades (*Système International d'Unités*).

Slug: Unidade de medida de massa no sistema inglês. Equivale a 14,6 kg nos sistemas SI e MKS.

Transistor: Primeiro dispositivo amplificador semicondutor.

Tubo de raios catódicos: Dispositivo de vidro com uma face relativamente plana (tela) e interior a vácuo que exibe a luz gerada a partir do bombardeio da tela por elétrons.

Válvula de Fleming: O primeiro dos dispositivos eletrônicos, o diodo.

Tensão e corrente

Objetivos

- Tomar conhecimento da estrutura atômica básica de condutores como o cobre e o alumínio e compreender por que eles são usados tão extensivamente nessa área.
- Compreender como a tensão terminal de uma bateria ou de qualquer fonte de corrente contínua é estabelecida, e como ela cria um fluxo de carga no sistema.
- Compreender como a corrente é estabelecida em um circuito e como sua magnitude é afetada pela carga que flui no sistema e pelo tempo envolvido.
- Familiarizar-se com os fatores que afetam a tensão terminal de uma bateria e com o tempo que uma bateria vai permanecer efetiva.
- Ser capaz de utilizar um voltímetro e um amperímetro corretamente para medir a tensão e a corrente de um circuito.

2.1 INTRODUÇÃO

Agora que a base para o estudo de eletricidade/eletrônica foi estabelecida, os conceitos de tensão e corrente podem ser investigados. O termo **tensão** é encontrado praticamente todos os dias. Nós todos já substituímos baterias em nossas lanternas, secretárias eletrônicas, calculadoras, automóveis, e assim por diante, que tinham especificações de tensão específicas. Temos conhecimento de que a maioria dos aparelhos em nossas casas funciona com tensão de 120 volts. Apesar de **corrente** ser, talvez, um termo menos familiar, sabemos o que acontece quando colocamos muitos aparelhos na mesma saída — a tomada não suporta a corrente excessiva resultante. É relativamente sabido que a corrente é algo que se desloca através dos fios e causa descargas e, possivelmente, fogo, caso ocorra um 'curto-circuito'. A corrente aquece as serpentinas de um aquecedor elétrico ou a boca de um fogão elétrico; ela gera luz quando passa pelo filamento de uma lâmpada; provoca com o tempo dobras e torceduras no fio de um ferro de passar elétrico; e assim por diante. No fim das contas, os termos *tensão* e *corrente* são parte do vocabulário da maioria dos indivíduos.

Neste capítulo, o impacto básico da corrente e da tensão e as propriedades de cada uma são introduzidos e discutidos de maneira mais aprofundada. Esperamos que quaisquer mistérios acerca das características gerais de cada uma sejam eliminados, e que você compreenda claramente seu impacto em um circuito elétrico/eletrônico.

2.2 OS ÁTOMOS E SUA ESTRUTURA

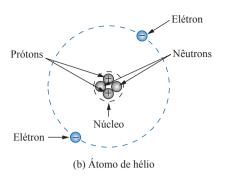
Uma compreensão básica dos conceitos fundamentais de corrente e tensão requer um determinado nível de familiaridade com o átomo e sua estrutura. O átomo mais simples é o de hidrogênio, constituído por duas partículas fundamentais, o **próton** e o **elétron**, nas posições relativas mostradas na Figura 2.1(a). O **núcleo** do átomo de hidrogênio é o próton, uma partícula de carga positiva.

O elétron em órbita tem carga elétrica negativa, igual em módulo à carga positiva do próton.

No caso dos átomos de todos os outros elementos, o núcleo também contém **nêutrons**, que têm massa ligeiramente maior do que a dos prótons e não possuem *carga elétrica.* O átomo de hélio, por exemplo, tem dois nêu-

(a) Átomo de hidrogênio

(b) Átomo de hélio

Figura 2.1 Átomos de hidrogênio e de hélio.

trons, além de dois elétrons e dois prótons, como mostra a Figura 2.1(b). Em geral,

> *a estrutura atômica de qualquer átomo estável tem um número igual de elétrons e prótons.*

Diferentes átomos têm diversos números de elétrons em órbitas concêntricas chamadas *camadas* em torno do núcleo. A primeira camada, que é a mais próxima do núcleo, pode conter apenas dois elétrons. Se um átomo tem três elétrons, o elétron a mais tem de ser colocado na camada seguinte. O número de elétrons nas camadas seguintes é determinado por $2n^2$, onde n é o número de camadas. Cada camada é então dividida em subcamadas, em que o número de elétrons está limitado a 2, 6, 10 e 14, nessa ordem, na medida em que você se afasta do núcleo.

O **cobre** é o metal mais comumente usado na indústria eletroeletrônica. Um exame de sua estrutura atômica revela por que ele tem uma aplicação tão ampla. Como mostra a Figura 2.2, ele tem 29 elétrons que orbitam em torno do núcleo, com o 29º elétron aparecendo completamente sozinho na 4ª camada. Observe que o número de elétrons em cada camada e subcamada está como foi definido anteriormente. Há duas questões importantes a serem observadas na Figura 2.2. Primeiro, a 4ª camada, que pode ter um total de $2n^2 = 2(4)^2 = 32$ elétrons, tem apenas um elétron. A camada mais externa está incompleta e, na realidade, está longe de estar completa, pois ela tem apenas um elétron. Átomos com camadas completas (isto é, com um número de elétrons igual a $2n^2$) são normalmente bastante estáveis. Aqueles átomos com uma pequena percentagem do número definido para a camada mais exterior são normalmente considerados, de certa maneira, instáveis e voláteis. Depois, o 29º elétron é o elétron mais distante do núcleo. Cargas opostas são atraídas umas para as outras, mas quanto mais distantes elas estiverem, menor será a atração. Na realidade, a força de atração entre o núcleo e o 29º elétron do cobre pode ser determinada pela **lei de Coulomb** desenvolvida por Charles Augustin Coulomb (Figura 2.3) no fim do século XVIII.

$$F = k\frac{Q_1Q_2}{r^2} \quad \text{(newtons, N)} \qquad (2.1)$$

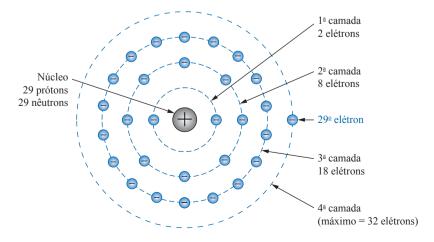



Figura 2.2 Estrutura atômica do cobre.

Figura 2.3 Charles Augustin Coulomb.
Cortesia da American Institute of Physics.

Francês (Angoulème, Paris)
(1736-1806) Cientista e inventor
Engenheiro militar, Índias Ocidentais.

Foi aluno da Escola de Engenharia de Mézières, a primeira escola desse tipo. Formulou a lei que levou seu nome, *lei de Coulomb*, que define a força entre duas cargas elétricas, força esta que é a principal responsável pelas interações em níveis atômicos. Realizou pesquisas extensas sobre o atrito nas máquinas industriais e em moinhos de vento, e também sobre a elasticidade de metais e fibras de seda.

onde F se dá em newtons (N), k = uma constante = $9{,}0 \times 10^9$ N · m²/C², Q_1 e Q_2 são as cargas em coulombs (unidade de medida discutida na próxima seção) e r é a distância entre as duas cargas em metros.

Nesse ponto, a questão a ser observada é que a distância entre as cargas aparece como um termo ao quadrado no denominador. Primeiro, o fato de que esse termo está no denominador claramente revela que na medida em que ele aumenta, a força vai diminuir. Entretanto, tendo em vista que se trata de um termo quadrado, a força vai cair drasticamente com a distância. Por exemplo, se a distância for dobrada, a força cairá para 1/4, pois $(2)^2 = 4$. Se a distância for aumentada em um fator de 4, ela cairá em 1/16, e assim por diante. O resultado, portanto, é o de que a força de atração entre o 29º elétron e o núcleo é significativamente menor do que a força entre um elétron na primeira camada e o núcleo. O resultado é que o 29º elétron está ligado de maneira fraca à estrutura atômica, e com um pouco de pressão de fontes externas poderia ser encorajado a deixar o átomo de origem.

Se esse 29º elétron ganhar energia suficiente do meio externo para deixar o átomo de origem, ele será chamado de **elétron livre**. Em uma polegada cúbica de cobre à temperatura ambiente há aproximadamente $1{,}4 \times 10^{24}$ elétrons livres. Expandidos, isso significa 1.400.000.000.000.000.000.000.000 elétrons livres em um uma polegada cúbica. O ponto é que estamos lidando com números enormes de elétrons, quando falamos a respeito do número de elétrons em um fio de cobre — não apenas aqueles poucos que você poderia contar. Além disso, os números envolvidos são uma evidência clara da necessidade de dominar o uso das potências de dez para representar números e usá-los em cálculos matemáticos.

Outros metais que apresentam as mesmas propriedades do cobre, embora com diferenças quantitativas, são a prata, o ouro, o alumínio e alguns metais mais raros, como o tungstênio. Discussões adicionais sobre condutores e suas características são encontradas nas seções seguintes.

2.3 TENSÃO

Se separamos o 29º elétron na Figura 2.2 do resto da estrutura atômica de cobre usando uma linha tracejada, como mostra a Figura 2.4(a), criamos regiões com cargas positivas e negativas líquidas como mostra a Figura 2.4(b) e (c). Na região dentro da fronteira tracejada, o número de prótons no núcleo excede o número de elétrons em órbita por 1, de maneira que a carga líquida é positiva como

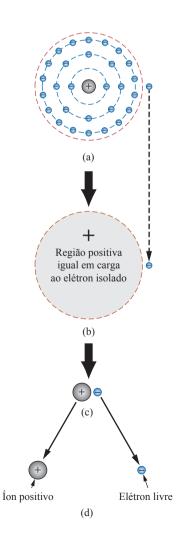



Figura 2.4 Definição do íon positivo.

mostram ambas as figuras. Essa região positiva criada, que separa o elétron livre da estrutura, é chamada de **íon positivo**. Se o elétron livre deixa a proximidade do átomo de origem, como mostra a Figura 2.4(d), regiões de cargas positiva e negativa são estabelecidas.

Essa separação de carga para estabelecer regiões de cargas positiva e negativa é a ação que ocorre em toda bateria. Por meio da ação química, uma pesada concentração de carga positiva (íons positivos) é estabelecida no terminal positivo com uma concentração igualmente pesada de carga negativa (elétrons) no terminal negativo.

Em geral,

toda fonte de tensão é estabelecida com a simples criação de uma separação de cargas positivas e negativas.

É simples assim: se você quer criar um nível de tensão de qualquer magnitude, simplesmente estabeleça regiões de cargas positiva e negativa. Quanto maior for a tensão exigida, maior será a quantidade de cargas positiva e negativa.

Na Figura 2.5(a), por exemplo, uma região de carga positiva foi estabelecida por um volume de íons positivos, e uma região de carga negativa, por um número similar de elétrons, separadas por uma distância *r*. Tendo em vista que seria irrelevante falar a respeito da tensão estabelecida pela separação de um único elétron, um pacote de elétrons, chamado **coulomb (C)**, de carga foi definido como a seguir:

Um coulomb de carga é a carga total associada a $6{,}242 \times 10^{18}$ elétrons.

Um coulomb de carga positiva teria a mesma magnitude, mas polaridade oposta.

Na Figura 2.5(b), se levarmos um coulomb de carga negativa para perto da superfície de carga positiva e o movermos na direção da carga negativa, teremos de gastar energia para superar as forças repulsivas da carga negativa maior e as forças de atração da carga positiva. No processo de deslocar a carga do ponto *a* para o ponto *b* na Figura 2.5(b):

se um total de 1 joule (J) de energia é usado para mover a carga negativa de 1 coulomb (C), há uma diferença de 1 volt (V) entre os dois pontos.

A equação que define esta questão é:

$$V = \frac{W}{Q} \qquad \begin{aligned} V &= \text{volts (V)} \\ W &= \text{joules (J)} \\ Q &= \text{coulombs (C)} \end{aligned} \tag{2.2}$$

Observe em particular que a carga é medida em coulombs, a energia em joules e a tensão em volts. A unidade de medida **volt** foi escolhida para honrar os esforços de Alessandro Volta, que demonstrou pela primeira vez que uma tensão poderia ser estabelecida por meio de uma ação química (Figura 2.6).

Se a carga é agora deslocada até a superfície da carga negativa maior, como mostra a Figura 2.5(c), usando 2 J de energia para toda a viagem, há 2 V entre os dois corpos carregados. Se o pacote de cargas positiva e negativa é maior, como mostra a Figura 2.5(d), mais energia terá de ser gasta para superar as forças repulsivas maiores da grande carga negativa e forças atrativas da grande carga positiva. Como mostra a Figura 2.5(d), 4,8 J de energia foram gastos, resultando em uma tensão de 4,8 V entre os dois pontos. Podemos concluir, portanto, que seriam necessários 12 J de energia para mover 1 C de carga negativa do terminal positivo para o terminal negativo de uma bateria de carro de 12 V.

Através de manipulações algébricas, podemos definir uma equação para determinar a energia necessária para mover a carga através de uma diferença de tensão:

$$W = QV \qquad \text{(joules, J)} \tag{2.3}$$

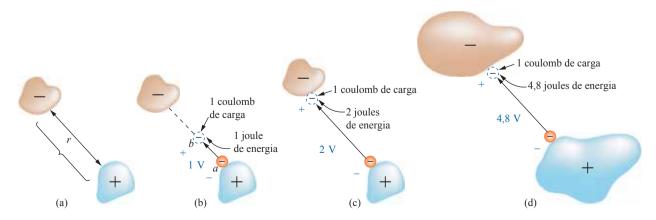



Figura 2.5 Definição da tensão entre dois pontos.

Figura 2.6 Conde Alessandro Volta.
Cortesia da Coll. Académie nationale de médecine

Italiano (Como, Pávia)
(1745-1827)
Físico, professor de Física,
Pávia, Itália.

Iniciou suas pesquisas em eletricidade aos 18 anos, trabalhando com outros pesquisadores europeus. Sua maior contribuição foi a invenção de uma fonte de energia elétrica que utilizava reações químicas, no ano de 1800. Essa foi a primeira vez que a energia elétrica tornou-se disponível de uma maneira relativamente contínua, podendo ser usada para fins práticos. Desenvolveu o primeiro *condensador*, conhecido hoje como *capacitor*. Foi convidado a ir a Paris para demonstrar a *célula voltaica* para Napoleão. No Congresso Internacional de Eletricidade realizado em Paris em 1881, foi escolhido, em sua homenagem, o nome *volt* para a unidade de força eletromotriz.

Por fim, se queremos saber quanta carga esteve envolvida, usamos:

$$Q = \frac{W}{V} \quad \text{(coulombs, C)} \tag{2.4}$$

EXEMPLO 2.1

Descubra a tensão entre dois pontos se 60 J de energia são necessários para mover uma carga de 20 C entre esses dois pontos.

Solução:

Equação 2.2: $V = \frac{W}{Q} = \frac{60\text{ J}}{20\text{ C}} = \mathbf{3\text{ V}}$

EXEMPLO 2.2

Determine a energia que é gasta ao se mover uma carga de 50 μC entre dois pontos quando a tensão entre os pontos é 6 V.

Solução:

Equação 2.3

$W = QV = (50 \times 10^{-6}\text{ C})(6\text{ V}) = 300 \times 10^{-6}\text{ J} = \mathbf{300\ \mu J}$

Existe uma série de maneiras de separar a carga para estabelecer a tensão desejada. A mais comum é a ação química usada em baterias de carros, lanternas e, na realidade, em todas as baterias portáteis. Outras fontes usam métodos mecânicos como geradores de carros e instalações de energia a vapor ou fontes alternativas como células solares e moinhos de vento. No total, entretanto, a única finalidade do sistema é criar uma separação da carga. No futuro, portanto, quando você vir um terminal positivo e um negativo em qualquer tipo de bateria, pode pensar neles como pontos em que uma grande concentração de carga foi reunida para criar uma tensão entre os dois pontos. O mais importante é reconhecer que existe uma tensão entre os dois pontos — para uma bateria entre os terminais positivo e negativo. Ligar apenas o terminal positivo ou o negativo de uma bateria não faria sentido algum.

Ambos os terminais têm de estar conectados para definir a tensão aplicada.

Na medida em que movemos 1 C de carga, como mostra a Figura 2.5(b), a energia gasta depende de onde estamos no deslocamento da carga. A *posição* da carga é, portanto, um fator na determinação do nível de tensão em cada ponto do deslocamento. Tendo em vista que a **energia potencial** associada a um corpo é definida por sua posição, o termo *potencial* é frequentemente aplicado na definição de níveis de tensão. Por exemplo, a diferença em potencial é de 4 V entre os dois pontos, ou a **diferença potencial** entre um ponto e o chão é de 12 V, e assim por diante.

2.4 CORRENTE

A questão ‘O que veio primeiro, a galinha ou o ovo?’ também pode ser aplicada aqui porque o leigo tem a tendência de trocar o termo *corrente* pelo termo *tensão*, como se ambos fossem fontes de energia. Já é hora de acabar com essa confusão:

A tensão aplicada é o mecanismo de partida; a corrente é uma reação à tensão aplicada.

Na Figura 2.7(a), um fio de cobre está isolado em um banco de laboratório. Se cortássemos o cabo com um plano perpendicular imaginário, produzindo o corte transversal circular mostrado na Figura 2.7(b), ficaríamos surpresos ao descobrir que há elétrons livres cruzando a superfície em ambas as direções. Esses elétrons livres gerados em temperatura ambiente estão em movimento constante em direções aleatórias. Entretanto, em qualquer instante no tempo, o número de elétrons cruzando o plano imaginário em uma direção é exatamente igual ao número de elétrons cruzando na direção oposta, de maneira que o *fluxo líquido em qualquer direção específica é zero.* Mesmo que o cabo

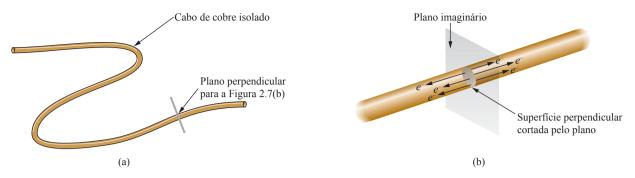



Figura 2.7 Há um movimento de condutores livres em uma parte isolada do cabo de cobre, mas o fluxo de carga não consegue ter uma direção em particular.

pareça morto para o mundo, sozinho sobre um banco, internamente ele é bastante ativo. Isso seria verdadeiro para qualquer outro bom condutor.

Bem, para fazer com que esse fluxo de elétrons trabalhe para nós, precisamos lhe dar uma direção, e ser capazes de controlar sua magnitude. Isso é conseguido por meio da simples aplicação de uma tensão por meio do cabo para fazer com que os elétrons se desloquem na direção do terminal positivo da bateria, como mostra a Figura 2.8. No instante em que o fio é colocado transversalmente entre os terminais, os elétrons livres no fio se deslocam na direção do terminal positivo. Os íons positivos no fio de cobre simplesmente oscilam em uma posição fixa média. Na medida em que os elétrons passam através do fio, o terminal negativo da bateria atua como um suprimento adicional de elétrons para manter o processo ativo. Os elétrons que chegam ao terminal positivo são absorvidos e, por meio da ação química da bateria, elétrons adicionais são depositados no terminal negativo para compensar aqueles que partiram.

Para avançar mais um passo no processo, considere a configuração da Figura 2.9, em que um fio de cobre foi usado para conectar uma lâmpada a uma bateria para criar o circuito elétrico mais simples possível. A partir do instante em que a última conexão é realizada, os elétrons livres (de carga negativa) são atraídos pelo terminal positivo, enquanto os íons positivos resultantes no fio de cobre simplesmente oscilam em uma posição fixa média. O fluxo de carga (elétrons) através da lâmpada provocará o aquecimento do filamento através da fricção até que ele fique incandescente, emitindo assim a luz desejada.

No total, portanto, a tensão aplicada estabeleceu um fluxo de elétrons em uma direção em particular. Na realidade, por definição

se $6{,}242 \times 10^{18}$ elétrons (1 coulomb) passam através do plano imaginário na Figura 2.9 em 1 segundo, diz-se que o fluxo de carga, ou corrente, é de 1 ampère (A).

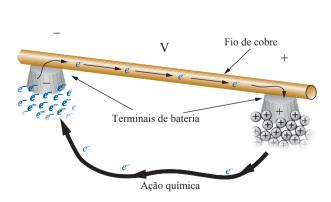



Figura 2.8 Movimento de elétrons carregados negativamente em um fio de cobre quando colocados transversalmente entre os terminais de uma bateria com uma diferença no potencial de volts (V).

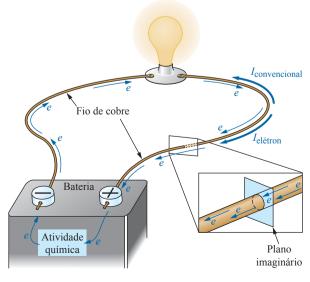



Figura 2.9 Circuito elétrico básico.

A unidade de medida de corrente, **ampère**, foi escolhida para honrar os esforços de André Ampère no estudo da eletricidade em movimento (Figura 2.10).

Usando o coulomb como unidade de carga, podemos determinar a corrente em ampères a partir da equação a seguir:

$$I = \frac{Q}{t} \qquad \begin{aligned} I &= \text{ampères (A)} \\ Q &= \text{coulombs (C)} \\ t &= \text{tempo (s)} \end{aligned} \tag{2.5}$$

A letra maiúscula I foi escolhida a partir da palavra francesa para corrente: *intensité*. A abreviação no sistema SI para cada quantidade, na Equação 2.5, é mostrada à direita da equação. Essa equação revela claramente que, para intervalos de tempos iguais, quanto maior a carga que atravessar o fio, maior será a corrente resultante.

Por meio de manipulações algébricas, as outras duas grandezas podem ser determinadas da seguinte forma:

$$Q = It \qquad \text{(coulombs, C)} \tag{2.6}$$

e

$$t = \frac{Q}{I} \qquad \text{(segundos, s)} \tag{2.7}$$

Figura 2.10 André Marie Ampère.
Cortesia da Smithsonian Institute Library

Francês (Lyon, Paris)
(1775-1836)
Matemático e físico, professor de Matemática, École Polytechnique de Paris.

Em 18 de setembro de 1820, ele introduziu um novo campo de estudos, denominado eletrodinâmica, voltado ao estudo dos efeitos causados por cargas elétricas em movimento, incluindo a interação entre condutores percorridos por correntes e os campos magnéticos adjacentes. Construiu o primeiro *solenoide* e demonstrou que ele se comportava como um ímã (o primeiro *eletroímã*). Sugeriu o nome *galvanômetro* para um instrumento destinado a medir a intensidade de uma corrente.

EXEMPLO 2.3

A carga que atravessa, a cada 64 ms, a superfície imaginária, vista na Figura 2.9, é 0,16 C. Determine a corrente em ampères.

Solução:

Equação 2.5:

$$I = \frac{Q}{t} = \frac{0{,}16\,\text{C}}{64 \times 10^{-3}\,\text{s}} = \frac{160 \times 10^{-3}\,\text{C}}{64 \times 10^{-3}\,\text{s}} = \mathbf{2{,}50\ A}$$

EXEMPLO 2.4

Determine o tempo necessário para que 4×10^{16} elétrons atravessem a superfície imaginária, vista na Figura 2.9, caso a corrente seja 5 mA.

Solução:

Determine a carga em coulombs:

$$4 \times 10^{16}\ \cancel{\text{elétrons}} \left(\frac{1\,\text{C}}{6{,}242 \times 10^{18}\ \cancel{\text{elétrons}}} \right) = $$
$$= 0{,}641 \times 10^{-2}\,\text{C} = 6{,}41\,\text{mC}$$

Equação 2.7: $t = \dfrac{Q}{I} = \dfrac{6{,}41 \times 10^{-3}\,\text{C}}{5 \times 10^{-3}\,\text{A}} = \mathbf{1{,}28 s}$

Em resumo, portanto,

a tensão aplicada (ou diferença potencial) em um sistema elétrico/eletrônico é a 'pressão' para colocar o sistema em movimento, e a corrente é a reação a essa pressão.

Uma analogia mecânica seguidamente usada para explicar isso é a simples mangueira de jardim. Na ausência de qualquer pressão, a água fica parada na mangueira sem uma direção geral, da mesma maneira que os elétrons não têm uma direção comum na ausência de uma tensão aplicada. Entretanto, abra a torneira e a pressão aplicada forçará a água a fluir pela mangueira. Similarmente, aplique uma tensão a um circuito, e isso resultará em um fluxo de carga ou corrente.

Observando novamente a Figura 2.9, vemos que foram indicados dois sentidos para o escoamento de carga. Um deles é denominado *sentido convencional*; o outro, *sentido eletrônico*. Neste livro, utilizaremos somente o sentido convencional por várias razões, incluindo o fato de que é o mais usado em instituições de ensino e na indústria, além de ser empregado na representação simbólica de todos os componentes eletrônicos e ser escolhido pela grande maioria dos pacotes de software educacionais. A controvérsia sobre o sentido da corrente é resultado de se ter considerado, na época em que a eletricidade foi descoberta, que as partículas móveis nos condutores metálicos tivessem carga positiva. Saiba que a escolha do sentido convencional não criará grandes dificuldades ou confusões

nos capítulos seguintes, pois uma vez que a direção de I esteja estabelecida, a questão estará encerrada, e a análise poderá continuar sem confusões.

Considerações de segurança

É importante compreender que mesmo a passagem de correntes relativamente pequenas através do corpo humano pode ser muito perigosa e causar sérios danos ao organismo. Resultados experimentais revelam que o corpo humano começa a reagir a correntes de apenas uns poucos miliampères. Embora algumas pessoas suportem correntes em torno de 10 mA durante pequenos intervalos de tempo sem efeitos graves, qualquer corrente acima de 10 mA deve ser considerada perigosa. Na verdade, correntes de 50 mA podem provocar um grave choque elétrico, e correntes acima de 100 mA podem ser fatais. Na maioria dos casos, a resistência da pele do corpo, quando está seca, é alta o bastante para limitar a corrente através do corpo em níveis relativamente seguros para os graus de tensão normalmente encontrados nas residências. Entretanto, quando a pele está úmida por causa de transpiração ou água do banho, ou quando há um ferimento, sua resistência diminui drasticamente, e os níveis de corrente podem subir e ser perigosos para a mesma tensão. Portanto, em geral, lembre-se simplesmente de que *água e eletricidade não se misturam*. Existem, atualmente, dispositivos de segurança para uso doméstico (por exemplo, o interruptor de corrente por falha no aterramento, que será estudado no Capítulo 4) que são projetados para serem usados especificamente em áreas úmidas como o banheiro e a cozinha; no entanto, acidentes acontecem. Trate a eletricidade com respeito, e não com medo.

2.5 FONTES DE TENSÃO

O termo **CC**, usado neste livro, é uma abreviação para **corrente contínua** (em inglês *direct current*, *dc*), que engloba os diversos sistemas elétricos nos quais há um sentido de cargas unidirecional (uma direção). Esta seção aborda fontes de tensão CC que aplicam uma tensão fixa a sistemas eletroeletrônicos.

O símbolo gráfico para todas as fontes de tensão CC é mostrado na Figura 2.11. Observe que o comprimento relativo das barras em cada extremidade define a polaridade da fonte de tensão. A barra longa representa o lado positivo; a barra curta, o negativo. Observe também o uso da letra E para denotar *fonte de tensão*. Isso ocorre porque

uma força eletromotriz é uma força que estabelece o sentido de carga (ou corrente) em um sistema devido à aplicação de uma diferença em potencial.

Figura 2.11 Símbolo-padrão de uma fonte de tensão CC.

Em geral, fontes de tensão CC podem ser divididas em três tipos básicos: (1) baterias (reação química ou energia solar), (2) geradores (eletromecânica) e (3) fontes de alimentação (retificação, um processo de conversão a ser descrito em seus cursos de eletrônica).

Baterias

Informações gerais. Para um leigo, a bateria é a fonte CC mais comum. Por definição, uma bateria (nome derivado da expressão 'bateria de células') consiste de uma combinação de duas ou mais **células** similares, sendo que uma célula é a unidade fundamental de geração de energia elétrica pela conversão de energia química ou solar. Todas as células podem ser classificadas como **primárias** ou **secundárias**. A célula secundária é recarregável, enquanto a primária não pode ser recarregada. Ou seja, a reação química que ocorre no interior da célula secundária é reversível, o que torna possível restaurar sua carga. Os dois tipos mais comuns de baterias recarregáveis são as baterias de chumbo-ácido (usadas principalmente em automóveis) e as baterias de níquel-hidreto metálico (Ni-HM), usadas em calculadoras, ferramentas portáteis, flashes de máquinas fotográficas, barbeadores elétricos portáteis etc. A vantagem óbvia da célula recarregável é a economia de tempo e dinheiro ao não ter que substituir frequentemente as células primárias.

Todas as células mencionadas neste capítulo, exceto a **célula solar**, que absorve energia dos fótons da luz incidente, estabelecem uma diferença de potencial entre seus terminais à custa de energia química. Além disso, todas têm *eletrodos* positivo e negativo, bem como um **eletrólito**, que é uma substância que completa o circuito entre os eletrodos no interior da bateria. O eletrólito é o elemento de contato e a fonte de íons para a condução entre os terminais.

Células primárias (não recarregáveis). A popular bateria alcalina primária possui um ânodo (+) de zinco pulverizado, um eletrólito de hidróxido de potássio (metal alcalino) e um cátodo (–) de carbono e dióxido de manganês, conforme ilustra a Figura 2.12(a). Na Figura 2.12(b), observe que, para os tipos cilíndricos (AAA, AA,

Figura 2.12 Célula alcalina primária: (a) vista em corte de uma célula alcalina cilíndrica; (b) vários tipos de células primárias. (© Cortesia de (a) Hamera/Getty Images; (b) iStockphotos/Getty Images)

C e D), a tensão é a mesma, mas a especificação ampère-hora (Ah) aumenta significativamente com o tamanho. A especificação ampère-hora é uma especificação do nível de corrente que uma bateria pode fornecer por um período específico de tempo (a ser discutido em detalhes na Seção 2.6). Em particular, observe que em uma bateria grande, do tipo usado em lanternas, a tensão é apenas quatro vezes aquela da bateria AAA, mas a especificação ampère-hora de 52 Ah é quase 42 vezes àquela da bateria AAA.

Outro tipo de célula primária popular é a bateria de lítio, mostrada na Figura 2.13. Novamente, observe que a tensão é a mesma para todas elas, mas o tamanho aumenta substancialmente com a especificação ampère-hora e a corrente drenada padrão. Ela é particularmente útil em baixas temperaturas.

Em geral, portanto,

para baterias do mesmo tipo, o tamanho é ditado fundamentalmente pela corrente drenada padrão ou pela especificação ampère-hora, não pela especificação de tensão terminal.

Células secundárias (recarregáveis)

***Bateria de chumbo-ácido*:** a bateria de 12 V que aparece na Figura 2.14, tipicamente usada em automóveis, possui um eletrólito de ácido sulfúrico, e eletrodos de chumbo esponjoso (Pb) e de peróxido de chumbo (PbO_2). Quando uma carga é conectada aos terminais da bateria, existe uma transferência de elétrons do eletrodo de chumbo esponjoso para o de peróxido de chumbo através da carga. Essa transferência de elétrons continua até que a bateria esteja completamente descarregada. O tempo de descarga é determinado pelo grau de diluição do ácido sulfúrico e

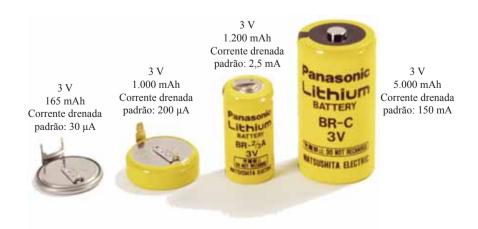



Figura 2.13 Baterias primárias de lítio.

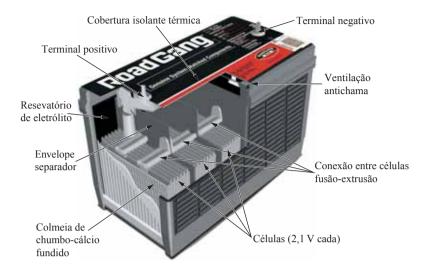



Figura 2.14 Bateria de chumbo-ácido de 12 V (na realidade 12,6 V) que não necessita de manutenção. (Cortesia da Remy, International, Inc.)

também pela quantidade de sulfato de chumbo depositada em cada placa. O estado de uma célula de chumbo pode ser determinado por meio da medição da densidade relativa do eletrólito usando-se um densímetro. O peso específico de uma substância é definido como seu peso por unidade de volume comparado com o peso por unidade de volume da água a 4°C. Para baterias completamente carregadas, o peso específico deve estar entre 1,28 e 1,30. Quando esse valor cai para cerca de 1,1, a bateria deve ser recarregada.

Como uma célula de chumbo é secundária, ela pode ser recarregada, qualquer que seja seu estado de descarga, pela simples conexão de uma **fonte de corrente CC** externa que force a passagem de corrente através da bateria em sentido oposto ao da corrente que percorre a carga. Isso removerá o sulfato de chumbo das placas da bateria restaurando a concentração de ácido sulfúrico.

A tensão de saída de uma célula de chumbo durante a maior parte do processo de descarga gira em torno de 2,1 V. As baterias comerciais usadas em automóveis têm em geral seis células em série, como ilustra a Figura 2.14, podendo assim fornecer uma tensão de 12,6 V. Em geral, as baterias de chumbo-ácido são usadas em situações em que são necessárias altas correntes durante períodos relativamente curtos de tempo. Houve uma época em que todas as baterias de chumbo-ácido possuíam respiradouro. Os gases criados durante o ciclo de descarga podiam escapar, e as aberturas dos respiradouros permitiam a substituição da água e do eletrólito, além do teste da concentração de ácido usando-se um densímetro. O uso de uma colmeia construída com uma liga forjada de chumbo e cálcio em vez da colmeia fundida de chumbo e antimônio usada anteriormente possibilitou o aparecimento de baterias que não precisavam de manutenção, como a que é mostrada na Figura 2.14. A estrutura de chumbo-antimônio estava sujeita a corrosão, sobrecarga, desgaste ocasionado pelos gases e pela água e descarga espontânea. Um projeto aperfeiçoado que utilizava a colmeia de chumbo-cálcio eliminou ou reduziu substancialmente a maior parte desses problemas.

Parecia que com tantos avanços em tecnologia, o tamanho e o peso da bateria de chumbo-ácido seriam reduzidos significativamente em anos recentes, mas mesmo hoje ela é usada mais do que qualquer outra bateria em automóveis e em todos os tipos de máquinas. Entretanto, as coisas estão começando a mudar com o interesse em baterias de níquel-hidreto metálico e de íon de lítio, ambas contendo mais energia por tamanho de unidade do que a de chumbo-ácido. Ambas serão descritas nas seções a seguir.

Bateria de níquel-hidreto metálico (Ni-HM)**:** a bateria recarregável de níquel-hidreto metálico (Ni-HM) tem atraído enorme atenção e passado por um grande desenvolvimento nos últimos anos. Em 2008, a Toyota anunciou que o Toyota Prius e dois outros híbridos usariam baterias NiMH, em vez das variações de chumbo-ácido. Para aplicações como flashes, barbeadores a pilha, televisores portáteis, ferramentas e outros, baterias recarregáveis como as de níquel-hidreto metálico (Ni-HM), mostradas na Figura 2.15, são frequentemente equipamentos escolhidos. Essas baterias são tão bem produzidas que podem sobreviver mais de 1.000 ciclos de carga/descarga em uma vida útil que pode durar anos.

É importante saber que, quando a bateria Ni-HM for a mais apropriada para um aparelho, não devemos utilizar células primárias (não recarregáveis). Muitos desses aparelhos possuem um circuito interno de recarga cujo funcionamento fica prejudicado se os alimentarmos com células primárias. Além disso, todas as baterias de Ni-HM

Figura 2.15 Baterias recarregáveis de níquel-hidreto metálico (Ni-HM). (Cortesia da Gaby Kooijman/ Shutterstock)

são de 1,2 V por célula, enquanto a grande maioria das células primárias é de 1,5 V.

Há divergências em relação à frequência com que uma célula secundária deve ser recarregada. Na maioria dos casos, a bateria pode ser usada até que haja alguma especificação de que o nível de energia está baixo (bateria 'fraca'), por exemplo, a luz de uma lanterna pouco intensa, o mau desempenho de uma ferramenta ou o piscar de advertência de uma pequena lâmpada que costuma ser instalada em alguns equipamentos. Tenha sempre em mente que as células secundárias têm certa 'memória'. Se elas forem recarregadas continuamente após serem usadas por curtos períodos de tempo, podem começar a acreditar que são unidades de curta duração, e passar a não manter mais sua carga em níveis aceitáveis durante o período de tempo especificado pelo fabricante. Em todo caso, tente sempre evitar que a bateria fique quase 'completamente' descarregada, que acontece quando toda a energia é drenada da célula. Após vários ciclos de carga e descarga com a bateria nesse estado, sua vida útil fica reduzida. Finalmente, o mecanismo de carga para as células de níquel-cádmio é bastante diferente daquele utilizado em baterias de chumbo-ácido. As baterias de níquel-cádmio são carregadas utilizando-se uma fonte de corrente constante, com a tensão nos terminais permanecendo praticamente constante durante todo o ciclo de carga. A bateria de chumbo-ácido é carregada por uma fonte de tensão constante, enquanto a corrente varia de acordo com o estado da bateria. A capacidade de uma bateria Ni-HM aumenta de modo quase linear durante praticamente todo o ciclo de carga. Baterias de níquel-cádmio ficam relativamente quentes durante o processo de carga. Quanto mais baixa estiver a quantidade de carga da bateria durante o processo, maior sua temperatura. À medida que sua carga se aproxima do valor especificado, a temperatura da célula se aproxima da temperatura ambiente.

***Bateria de íon de lítio*:** a bateria que tem recebido mais pesquisa e desenvolvimento nos últimos anos é a bateria de íon de lítio. Ela carrega mais energia em um espaço menor do que ambas as baterias recarregáveis de chumbo-ácido e Ni-HM. Suas características positivas são tão interessantes que, uma vez que tenham sido canalizadas de maneira apropriada, com segurança e eficiência e a um preço razoável, poderão varrer do mercado as outras baterias. Entretanto, por ora, ela é usada extensivamente em aplicações menores como computadores, uma série de produtos de consumo e, recentemente, em ferramentas. Ainda há um longo caminho a percorrer até que ela seja utilizada amplamente pela indústria automobilística. O Chevrolet Volt, um carro conceitual híbrido *plug-in* da General Motors, utiliza uma bateria de íon de lítio, mas é limitado a uma autonomia de 64 km, e então é preciso usar um pequeno motor a gasolina. O moderno estradeiro Tesla, com sua bateria de mais de 6.800 células de íon de lítio, pode rodar em torno de 400 km, mas usa um conjunto de baterias que custa entre US$ 10.000 e US$ 15.000. Outro problema é a 'vida de prateleira'. Uma vez produzidas, essas baterias começam a morrer lentamente apesar de poderem passar por ciclos normais de carga/descarga, o que as torna parecidas com uma célula primária normal, então, o ciclo de vida útil é uma grande preocupação. Você talvez se lembre dos laptops em chamas em 2006 e da necessidade da Sony fazer um *recall* de algo em torno de 6 milhões de computadores. A fonte do problema era a bateria de íon de lítio, que simplesmente superaquecia; a pressão se intensificava e ocorria uma explosão. Isso ocorria devido a impurezas no eletrólito que impediam os íons de lítio de se mover de um lado da câmara da bateria para o outro. Desde então, esse problema foi corrigido, e baterias de íon de lítio, como a que aparece na Figura 2.16, são usadas quase exclusivamente em laptops.

Figura 2.16 Bateria de íon de lítio de um laptop da Dell: 11,1 V, 4.400 mAh.

Células solares

O uso de células solares como parte do esforço para gerar energia 'limpa' cresceu exponencialmente nos últimos anos. Em uma determinada época, o custo e as baixas eficiências de conversão eram os principais empecilhos para o uso amplo da célula solar. Entretanto, a empresa Nanosolar reduziu significativamente o custo de painéis solares utilizando um processo de impressão que necessita muito menos do caro material de silicone no processo de manufatura. Levando em conta que o custo de geração de eletricidade solar gira em torno de 20 a 30 centavos de dólar/kW, comparado a uma média de 11 centavos de dólar/kW de uma companhia de energia elétrica local, esse novo processo de impressão terá um impacto significativo sobre a redução de custos. Outro fator que reduzirá custos é a melhoria no nível de eficiência obtido pelos fabricantes. Em uma determinada época, o nível de conversão aceito era de 10 a 14 por cento. Recentemente, entretanto, um nível de eficiência de conversão de quase 20 por cento foi obtido em laboratório, e alguns acreditam que uma eficiência de 30 a 60 por cento será uma possibilidade no futuro. Levando em consideração que a potência gerada em um dia claro e ensolarado médio é 100 mW/cm², a eficiência é um elemento importante em quaisquer planos futuros de expansão da energia solar. A uma eficiência de 10 a 14 por cento, a energia disponível máxima por cm² seria de apenas 10 a 14 mW. Para 1 m², o retorno seria de 100 a 140 W. Entretanto, se a eficiência pudesse ser aumentada para 20 por cento, a produção seria significativamente mais alta, 200 W para o painel de 1 m².

A unidade de três painéis solares relativamente pequena que aparece no teto da garagem da casa da Figura 2.17(a) pode proporcionar uma fonte de energia de 550 watt/hora (a unidade de medida watt/hora para energia será discutida em detalhes no Capítulo 4). Uma unidade como essa pode fornecer energia elétrica suficiente para fazer funcionar uma geladeira com consumo eficiente de energia por 24 horas por dia, enquanto simultaneamente fornece energia suficiente para uma TV colorida por 7 horas, um forno micro-ondas por 15 minutos, uma lâmpada de 60 W por 10 horas e um relógio elétrico por 10 horas. O sistema básico opera como mostra a Figura 2.17(b). Os painéis solares (1) convertem luz do sol em energia elétrica CC. Um inversor (2) converte a energia CC em

(a)

(b)

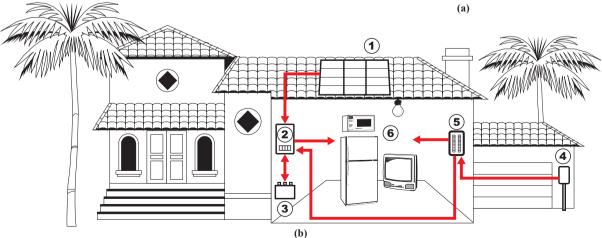
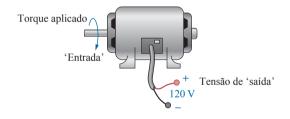



Figura 2.17 Sistema solar: (a) painéis no teto da garagem; (b) operação do sistema. (Cortesia da SolarDirect.com.)

energia CA padrão para uso na casa (6). As baterias (3) podem armazenar energia do sol para uso se houver luz solar insuficiente ou uma queda de energia. À noite ou em dias escuros, quando a demanda excede o painel solar e a energia armazenada na bateria, a companhia de energia elétrica local (4) pode fornecer energia para os aparelhos domésticos (6) através de uma instalação especial no painel elétrico (5). Apesar de haver um gasto inicial para instalar o sistema, é vitalmente importante dar-se conta de que a fonte de energia é gratuita — não há uma conta mensal de luz do sol para pagar — e vai fornecer uma quantidade de energia significativa por um período muito longo de tempo.

Geradores

O **gerador CC** é bastante diferente da bateria, tanto na construção quanto no modo de operação (Figura 2.18). Quando o eixo do gerador gira na velocidade nominal em função de um torque aplicado por alguma fonte externa de energia mecânica, o valor nominal de tensão aparece em seus terminais. A tensão e a capacidade de potência de um gerador CC são normalmente bem maiores do que a da maioria das baterias, e sua vida útil é determinada apenas por sua construção. Os geradores CC comerciais mais usados são os de 120 e 240 V. Conforme mencionado anteriormente nesta seção, para os propósitos deste livro não faremos nenhuma distinção entre os símbolos de uma bateria e de um gerador.

Fontes de alimentação

A fonte de corrente contínua mais comum nos laboratórios usa os processos de **retificação** e *filtragem*, procurando obter uma tensão CC estável. Esses dois processos serão estudados em detalhes no curso básico de eletrônica. Em resumo, uma tensão que varia no tempo (como uma tensão CA de uma tomada elétrica residencial) é convertida em uma tensão de magnitude fixa. Uma fonte CC de laboratório desse tipo é mostrada na Figura 2.19.

Muitas das fontes CC de laboratório possuem três terminais de saída, fornecendo uma tensão ajustável e regulada, como indicado horizontalmente na parte de baixo da Figura 2.19 e verticalmente na Figura 2.20(a). O símbolo para GND ou potencial zero (a referência) também é mostrado na Figura 2.20(a). Se desejarmos uma tensão de saída de 10 V acima da referência (GND), as ligações devem ser feitas conforme mostra a Figura 2.20(b). Se desejarmos uma tensão de 15 V abaixo do potencial GND, então as ligações devem ser feitas conforme a Fi-

Figura 2.18 Gerador CC.

Figura 2.19 Fonte CC de alimentação digital de 0 a 60 V, 0 a 1,5 A. (Cortesia de Fotosenmeer/Shutterstock.)

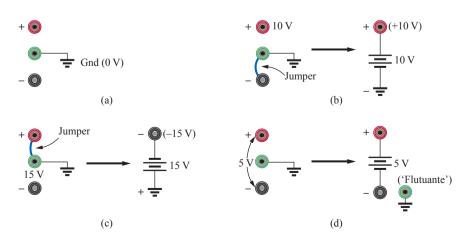



Figura 2.20 Fontes de alimentação CC utilizadas em laboratórios: (a) terminais disponíveis; (b) tensão positiva em relação a GND; (c) tensão negativa com relação a GND; (d) fonte flutuante.

gura 2.20(c). Se ligarmos as conexões conforme a Figura 2.20(d), dizemos que temos uma tensão de 5 V 'flutuante', pois as ligações não incluem o nível de referência. Raramente se usa a configuração mostrada na Figura 2.20(d), já que o operador fica desprotegido porque ela não apresenta uma ligação direta e de baixa resistência para GND. Além disso, não há um nível de referência comum para todo o sistema. De qualquer modo, *os terminais positivos e os negativos devem aparecer em qualquer configuração dos circuitos*.

Células combustíveis

Um dos desenvolvimentos mais interessantes em anos recentes tem sido o crescente interesse em **células combustíveis** como fonte de energia alternativa. Células combustíveis estão sendo usadas em pequenas usinas geradoras de energia, transporte (ônibus) e em uma ampla gama de aplicações em que a portabilidade é um fator importante, como em um ônibus espacial. Milhões estão sendo gastos por grandes fabricantes de automóveis para produzir veículos de células combustíveis a preços acessíveis.

Células combustíveis têm uma vantagem distinta de operar a eficiências de 70 a 80 por cento em vez da eficiência típica de 20 a 25 por cento dos motores de combustão interna dos automóveis atuais. Elas também não têm peças móveis, produzem pouca ou nenhuma poluição, geram muito pouco ruído e usam combustíveis como o hidrogênio e o oxigênio, que estão prontamente disponíveis. Células combustíveis são consideradas células primárias (da variedade de alimentação contínua) porque elas não podem ser recarregadas. Elas manterão suas características contanto que o combustível (hidrogênio) e o oxigênio sejam fornecidos à célula. Os únicos subprodutos do processo de conversão são pequenos montantes de calor (que são frequentemente utilizados em outro lugar no projeto do sistema), água (que também pode ser reutilizada) e níveis desprezíveis de alguns óxidos, dependendo dos componentes do processo. Como um todo, células combustíveis são ambientalmente corretas.

A operação da célula combustível é essencialmente oposta àquela do processo químico da eletrólise. A eletrólise é o processo por meio do qual a corrente elétrica é passada através de um eletrólito para decompô-lo em seus componentes fundamentais. Um eletrólito é qualquer solução que permite a condução através do movimento de íons entre eletrodos adjacentes. Por exemplo, a corrente que passa pela água resulta em um gás hidrogênio junto ao cátodo (terminal negativo) e gás oxigênio no ânodo (terminal positivo). Em 1839, Sir William Grove acreditou que esse processo poderia ser revertido, e demonstrou que a aplicação apropriada do gás hidrogênio e do oxigênio resultava em uma corrente através de uma carga aplicada conectada aos eletrodos do sistema. A primeira unidade comercial foi usada em um trator em 1959, seguida por um *energy pack* no programa Gemini de 1965. Em 1966, a primeira pequena usina de energia foi projetada, e hoje ela é um componente importante do programa de ônibus espaciais.

Os componentes básicos de uma célula combustível são descritos na Figura 2.21(a), e os detalhes da construção estão na Figura 2.21(b). O gás hidrogênio (o combustível) é fornecido ao sistema a uma taxa proporcional à corrente exigida pela carga. Na extremidade oposta da célula, o oxigênio é fornecido na medida do necessário. O resultado líquido é um fluxo de elétrons através da carga e uma des-

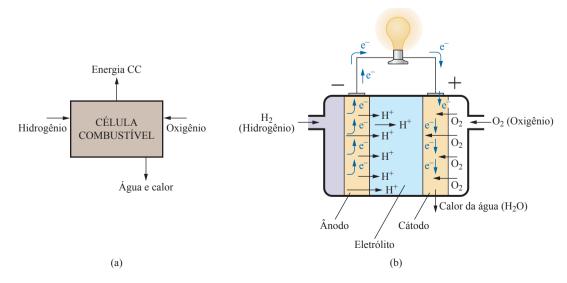



Figura 2.21 Célula combustível: (a) componentes; (b) construção básica.

carga de água com uma dispersão de algum calor desenvolvido no processo. O montante de calor é mínimo, apesar de ele também poder ser usado como um componente no projeto para incrementar a eficiência da célula. A água (muito limpa) pode simplesmente ser descartada ou usada em outras aplicações como a refrigeração do sistema. Se a fonte de hidrogênio ou de oxigênio é removida, o sistema falha. O diagrama de fluxo do sistema é relativamente simples, como mostra a Figura 2.21(a). Em uma célula real, mostrada na Figura 2.21(b), o gás hidrogênio é aplicado a um eletrodo poroso chamado *ânodo* que é revestido com um catalisador de platina. O catalisador serve para acelerar o processo de decomposição do átomo de hidrogênio em íons hidrogênio positivos e elétrons livres. O eletrólito entre os eletrodos é uma solução ou membrana que permite a passagem de íons hidrogênio positivos, mas não de elétrons. Diante dessa barreira, os elétrons escolhem passar a carga adiante e acender a lâmpada, enquanto os íons hidrogênio positivos migram na direção do cátodo. No cátodo poroso (também revestido com um catalisador), os átomos de oxigênio que chegam se combinam com os íons hidrogênio e os elétrons do circuito para criar água (H_2O) e calor. O circuito está, portanto, completo. Os elétrons são gerados e então absorvidos. Se o fornecimento de hidrogênio é cortado, a fonte de elétrons é cortada, e o sistema deixa de ser uma célula combustível operacional.

Em algumas células combustíveis, uma membrana de eletrólito líquida ou fundida é usada. Dependendo do sistema usado, as reações químicas sofrerão pequenas mudanças, e não serão muito diferentes do que foi descrito anteriormente. A célula combustível de ácido fosfórico é uma célula popular que usa um eletrólito líquido, enquanto a PEM usa uma membrana de eletrólito polímera. O tipo líquido ou fundido é tipicamente usado em usinas de energia estacionárias, enquanto o tipo membrana é preferido no uso veicular.

O output de uma célula combustível única é uma baixa tensão e de alta corrente CC. Empilhar as células em série ou paralelamente aumenta a produção de tensão e o nível de corrente.

Células combustíveis têm sido alvo de muita atenção e empenho em termos de seu desenvolvimento. É certamente possível que células combustíveis possam algum dia substituir baterias na vasta maioria das aplicações que exijam uma fonte de energia portátil. A Figura 2.22 mostra os componentes de um automóvel com uma célula combustível de hidrogênio.

2.6 ESPECIFICAÇÃO AMPÈRE-HORA

O dado de informação mais importante de qualquer bateria (além de sua especificação de tensão) é sua **especificação ampère-hora (Ah)**. Você provavelmente observou nas fotografias de baterias mostradas neste capítulo que tanto a especificação de tensão quanto a de ampère-hora foram fornecidas para cada bateria.

A especificação ampère-hora (Ah) indica quanto tempo uma bateria de tensão fixa será capaz de fornecer uma corrente em particular.

Uma bateria com uma especificação ampère-hora de 100 fornecerá teoricamente uma corrente de 1 A por 100 horas, 10 A por 10 horas ou 100 A por 1 hora. Como se pode ver, obviamente, quanto maior for a corrente, menor será o tempo. A equação para determinar a duração de uma bateria a uma determinada corrente é a seguinte:

$$\text{Vida (horas)} = \frac{\text{especificaÁ,o ampËre-hora (Ah)}}{\text{ampËres drenados (A)}} \qquad (2.8)$$

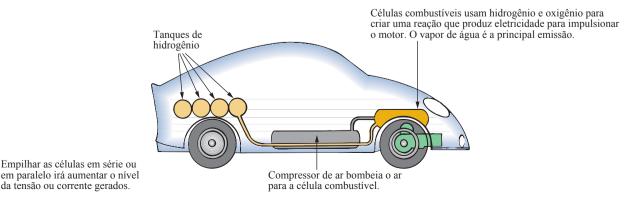



Figura 2.22 Automóvel com célula combustível de hidrogênio.

EXEMPLO 2.5

Por quanto tempo uma bateria de transistor 9 V com uma especificação ampère-hora de 520 mAh vai fornecer uma corrente de 20 mA?

Solução:

$$\text{Equação 2.8: Vida} = \frac{520\,\text{mAh}}{20\,\text{mA}} = \frac{520}{20}\text{h} = \mathbf{26\ h}$$

EXEMPLO 2.6

Por quanto tempo uma bateria de uma lanterna de 1,5 V fornece uma corrente de 250 mA para iluminar a lâmpada se a especificação ampère-hora é 16 Ah?

Solução:

$$\text{Equação 2.8: Vida} = \frac{16\,\text{Ah}}{250\,\text{mA}} = \frac{16}{250\times10^{-3}}\text{h} = \mathbf{64\ h}$$

2.7 FATORES DA VIDA DA BATERIA

A seção anterior deixou claro que a vida de uma bateria está diretamente relacionada à magnitude da corrente de descarga. Entretanto, há fatores que afetam a especificação ampère-hora de uma bateria, de maneira que podemos descobrir que uma bateria com uma especificação de ampère-hora de 100 pode fornecer uma corrente de 10 A por 10 horas, mas pode fornecer uma corrente de 100 A por apenas 20 minutos em vez da 1 hora inteira calculada usando a Equação 2.8. Em outras palavras,

a capacidade de uma bateria (em ampère-horas) muda com a alteração na demanda de corrente.

Isso não significa dizer que a Equação 2.8 é totalmente inválida. Ela sempre pode ser usada para ganhar algum conhecimento sobre quanto tempo uma bateria pode fornecer uma corrente em particular. Entretanto, tenha em mente que existem fatores que afetam a especificação ampère-hora. Assim como a maioria dos sistemas, incluindo o corpo humano, quanto maior for a demanda, mais curto será o tempo que o nível de descarga pode ser mantido. Isso fica claro se olharmos as curvas na Figura 2.23 para a célula Eveready Energizer D. Na medida em que a descarga constante aumenta, a especificação de ampère-hora diminui de aproximadamente 18 Ah a 25 mA para algo em torno de 12 Ah a 300 mA.

Outros fatores que afetam a especificação ampère--hora são a temperatura da unidade e o meio circundante. Na Figura 2.24, a capacidade da mesma bateria apresentada na Figura 2.23 mostra um valor de pico próximo da temperatura ambiente comum de 68°F. A capacidade de uma bateria diminui a temperaturas muito frias ou muito quentes. Claramente, a especificação ampère-hora será fornecida à temperatura ambiente ou a uma temperatura próxima dela para lhe dar um valor máximo, mas ela vai cair com um aumento ou uma redução na temperatura. Muitos de nós já observamos que as baterias de carros, rádios, rádios de duas vias, lanternas e outras parecem ter menos energia em um clima realmente frio. Poderíamos imaginar, então, que a capacidade da bateria aumentaria a temperaturas mais altas — mas nem sempre é o caso. Em geral, portanto,

a especificação ampère-hora de uma bateria diminui do nível estabelecido para temperatura ambiente a temperaturas muito frias ou muito quentes.

Outro fator interessante que afeta o desempenho de uma bateria é o tempo que se exige que ela forneça uma tensão em particular a uma corrente de descarga contínua. Observe as curvas na Figura 2.25, onde a tensão terminal caiu em cada nível de descarga de corrente na medida em

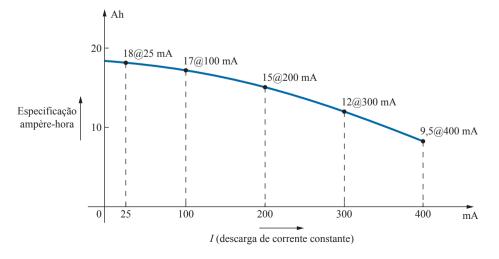



Figura 2.23 Especificação ampère-hora (capacidade) *versus* corrente de descarga para uma célula Energizer® D.

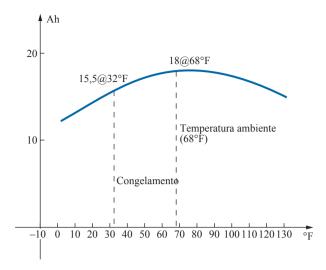



Figura 2.24 Especificação ampère-hora (capacidade) *versus* temperatura para uma célula Energizer® D.

que o período de tempo aumentou. Quanto mais baixa a descarga de corrente, por mais tempo a bateria pode fornecer a corrente desejada. A 100 mA, ela ficou limitada a algo em torno de 100 horas próxima da tensão indicada, mas a 25 mA ela não caiu abaixo de 1,2 V, até que aproximadamente 500 horas tivessem passado. Isso é um aumento no tempo de 5:1, o que é significativo. O resultado é que

a tensão terminal de uma bateria vai eventualmente cair (a qualquer nível de descarga de corrente) se o período de tempo de descarga contínua for longo demais.

2.8 CONDUTORES E ISOLANTES

Se ligarmos fios construídos com materiais diferentes aos terminais da mesma bateria e medirmos a corrente em cada um deles, verificaremos que elas são diferentes. Muitos fatores, como densidade, mobilidade e características de estabilidade do material que constitui o fio explicam essas diferenças nos fluxos de carga. Entretanto, em geral,

denominamos condutores os materiais que permitem a passagem de um fluxo intenso de elétrons com a aplicação de uma força (tensão) relativamente pequena.

Além disso,

os átomos dos materiais que são bons condutores possuem apenas um elétron na camada de valência (camada mais distante do núcleo).

Como o **cobre** é o condutor mais frequentemente usado, ele foi escolhido como padrão para o cálculo das condutividades relativas que aparece na Tabela 2.1. Observe que o alumínio, que algumas vezes substituiu o cobre, tem apenas 61 por cento da condutividade do cobre. Mas outros fatores, como o custo e o peso da linha de transmissão, devem ser levados em conta.

Os isolantes são materiais que possuem pouquíssimos elétrons livres, sendo necessária a aplicação de um potencial (uma tensão) muito elevado para estabelecer uma corrente mensurável.

Um dos usos mais comuns do material isolante é o encapamento de fios condutores, que, quando desencapados, podem causar acidentes graves. As pessoas que trabalham com manutenção de rede elétrica usam luvas de borracha e ficam sobre plataformas recobertas com borracha como medidas de proteção, quando atuam em linhas de transmissão de alta tensão. Alguns tipos de isolantes e suas aplicações aparecem na Figura 2.26.

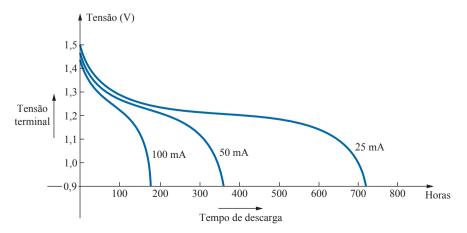



Figura 2.25 Tensão terminal *versus* tempo de descarga em correntes específicas em uma célula Energizer® D.

Tabela 2.1 Condutividade relativa de vários materiais.

Metal	Condutividade relativa (%)
Prata	105
Cobre	**100**
Ouro	70,5
Alumínio	61
Tungstênio	31,2
Níquel	22,1
Ferro	14
Constantan	3,52
Nicromo	1,73
Calorita	1,44

Tabela 2.2 Rigidez dielétrica de alguns dos isolantes mais comuns.

Material	Rigidez dielétrica média (kV/cm)
Ar	30
Porcelana	70
Óleos	140
Baquelite®	150
Borracha	270
Papel (parafinado)	500
Teflon®	600
Vidro	900
Mica	2.000

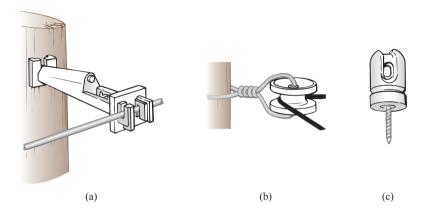



Figura 2.26 Vários tipos de isolantes e suas aplicações. (a) Isolante extensor Fi-Shock. (b) Isolante de canto Fi-Shock. (c) Isolante aparafusado Fi-Shock.

É importante lembrar, no entanto, que mesmo o melhor dos isolantes pode sofrer certa ruptura (permitindo um fluxo de cargas através dele), caso seja submetido a uma diferença de potencial suficientemente elevada. Alguns dos valores para isolantes bem conhecidos são dados na Tabela 2.2. De acordo com essa tabela, para isolantes com a mesma forma geométrica, seria necessária uma diferença de potencial por unidade de comprimento (campo elétrico) 270/30 = 9 vezes mais intensa para provocar a ruptura da borracha do que aquela necessária para o ar; no caso da mica, seria necessária uma tensão 67 vezes maior que a necessária para o ar.

2.9 SEMICONDUTORES

Os semicondutores constituem um determinado grupo de elementos químicos cujas características elétricas são intermediárias entre as dos condutores e as dos isolantes.

O prefixo *semi*, que faz parte da terminologia, é definido, conforme o dicionário, como sendo *metade*, *parcial* ou *entre*, dependendo de seu uso. Toda a indústria eletrônica depende dessa classe de materiais, visto que os dispositivos eletrônicos e os circuitos integrados (CIs) são construídos usando-se materiais semicondutores. Embora o *silício* (Si) seja o material mais usado, o *germânio* (Ge) e o *arseneto de gálio* (GaAs) são também utilizados em muitos dispositivos importantes.

Os materiais semicondutores possuem quatro elétrons em sua camada mais externa (camada de valência).

Os semicondutores também se caracterizam por serem fotocondutores e por terem um coeficiente negativo de variação da resistividade com a temperatura. A fotocondutividade é um fenômeno no qual os fótons (pequenos pacotes de energia) de um feixe de luz incidente causam o aumento de densidade de portadores de corrente desse material e, como consequência, ocorre um aumento do

fluxo de cargas. Um coeficiente de temperatura negativo significa que a resistência (uma característica que será descrita no próximo capítulo) diminui quando a temperatura aumenta (um comportamento contrário ao da maioria dos condutores). Nos próximos capítulos, voltaremos a falar dos semicondutores, e se falará muito deles, é claro, em seu curso básico de eletrônica.

2.10 AMPERÍMETROS E VOLTÍMETROS

É importante saber medir os níveis de corrente e de tensão de um sistema elétrico para verificar seu funcionamento, identificar defeitos e investigar efeitos que possam ocorrer e que seriam impossíveis de serem previstos em uma análise teórica. Como o próprio nome indica, os **amperímetros** são utilizados para medir a intensidade da corrente, e os **voltímetros**, a diferença de potencial entre dois pontos. Se os níveis de corrente forem em geral da ordem de miliampères, o instrumento usado será denominado *miliamperímetro*, e se os níveis de corrente estiverem na faixa de microampères, o instrumento usado será um *microamperímetro*. Denominações similares podem ser feitas para a tensão. Em toda a indústria, as medidas de tensões são mais comuns do que as de corrente, pois não é necessário alterar as conexões do sistema para medir uma tensão.

A diferença de potencial entre dois pontos de um circuito é medida ligando as pontas de prova do voltímetro *aos dois pontos em paralelo*, conforme indica a Figura 2.27. Para obter uma leitura positiva, devemos ligar a ponta de prova positiva do voltímetro no ponto de maior potencial do circuito e a ponta de prova negativa no ponto de menor potencial. Se a ligação estiver invertida, o resultado será negativo ou uma especificação abaixo de zero.

Os amperímetros devem ser ligados conforme ilustra a Figura 2.28. Visto que eles medem a taxa do fluxo de cargas, ou seja, a corrente, o medidor tem de ser colocado no circuito de modo que a corrente passe pelo medidor. A única maneira de isso acontecer é abrindo o caminho (a ligação) no qual a corrente tem de ser medida, colocando o medidor entre os dois terminais resultantes da abertura do circuito. Para o circuito mostrado na Figura 2.28, o terminal positivo (+) da fonte de tensão tem de ser desconectado do sistema, e o amperímetro, inserido conforme mostrado. Para uma leitura positiva, a polaridade dos terminais do amperímetro deve ser tal que a corrente (no sentido convencional) entre pelo terminal positivo do amperímetro.

A introdução de qualquer medidor em um sistema eletroeletrônico levanta uma dúvida em relação à influência do medidor no comportamento do sistema. Essa e outras questões são analisadas nos capítulos 5 e 6, após a introdução de outros termos e conceitos. Por enquanto, é suficiente dizer que, como os voltímetros e os amperímetros não possuem fontes internas, eles afetarão o circuito quando forem introduzidos para fins de medição. Mas o projeto de cada um é feito para que esses efeitos sejam minimizados.

Existem instrumentos projetados para medir apenas corrente elétrica, e outros que medem apenas tensão. Porém, os medidores mais comuns em laboratório são o *volt-ohm-miliamperímetro* (VOM) e o *multímetro digital* (DMM), que aparecem nas figuras 2.29 e 2.30, respectivamente. Ambos os instrumentos medem tensão, corrente e uma terceira grandeza, a resistência, que será introduzida no próximo capítulo. O VOM é um instrumento analógico, pois requer a leitura e a interpretação da posição de um ponteiro sobre uma escala contínua, enquanto o DMM possui um visor numérico com precisão determinada pela

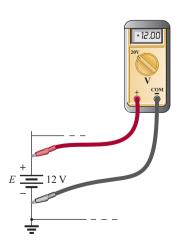



Figura 2.27 Conexão de um voltímetro para uma leitura positiva (+).

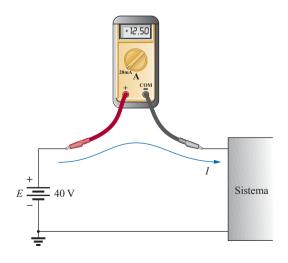



Figura 2.28 Conexão de um amperímetro para uma leitura positiva (+).

Figura 2.29 Volt-ohm-miliamperímetro (VOM) analógico. (Cortesia da Simpson Electric Co.)

Figura 2.30 Multímetro digital (DMM). (Cortesia da Fluke Corporation. Reproduzido com permissão.)

escolha da escala. Ao longo do livro, serão feitos vários comentários sobre as características e a utilização desses medidores. Mas um estudo mais profundo deve ser feito em aulas de laboratório.

2.11 APLICAÇÕES

Ao longo deste livro, seções de aplicações, como esta, foram incluídas para possibilitar pesquisas posteriores de termos, quantidades e sistemas introduzidos neste capítulo. O propósito principal desta seção é estabelecer uma relação entre os conceitos teóricos abordados no texto e o mundo real e prático. Embora a maioria dos componentes que aparecem nos sistemas mostrados ainda não tenha sido apresentada (e, na realidade, alguns dos componentes não serão examinados até que estudos mais avançados sejam realizados), os tópicos foram cuidadosamente escolhidos e devem ser bem interessantes para um principiante nesse tema. Foram incluídos comentários suficientes para possibilitar um entendimento geral da função de cada parte do sistema, que será compreendido em detalhes em um outro momento. Como os exercícios relativos ao assunto 'Aplicações' não aparecem no final do capítulo, o conteúdo foi elaborado de maneira que não apresente um alto grau de dificuldade para o estudante, esperando-se que seja um estímulo para que ele se interesse em solucionar questões básicas como: Qual a constituição interna do sistema? Qual a função que determinados elementos desempenham no sistema? E, é claro: como o sistema funciona? O importante, portanto, é que cada seção Aplicações seja uma oportunidade de iniciar a construção de uma fundamentação prática que vá além do simples conteúdo do capítulo. Não se preocupe se não entender todos os detalhes de cada aplicação. O entendimento virá com o tempo e com a experiência. Por enquanto, concentre-se no que pode ser obtido dos exemplos para, em seguida, continuar com o estudo do material.

Lanterna

Embora as lanternas usem um dos circuitos elétricos mais simples, alguns fundamentos relativos a sua operação nos levam a sistemas mais sofisticados. Primeiro, e obviamente, trata-se de um sistema CC com vida útil totalmente dependente do estado das baterias e da lâmpada. A menos que a bateria seja do tipo recarregável, cada vez que for usá-la você terá reduzido sua vida útil. Durante várias horas o brilho não diminuirá de modo perceptível. Entretanto, à medida que ela alcança sua capacidade ampère-hora final, a intensidade luminosa diminuirá a uma taxa que varia rapidamente (de forma quase exponencial). Em uma lanterna-padrão que usa duas baterias, conforme mostra a Figura 2.31(a), e seu esquema elétrico, na Figura 2.31(b), cada bateria de 1,5 V tem uma especificação de cerca de 18 ampères-hora, como é mostrado na Figura 2.12. A lâmpada miniatura, que possui uma base de rosca, tem especificação de 2,5 V e 300 mA com boa luminosidade e uma vida útil de aproximadamente 30 horas. Trinta horas pode não parecer uma longa vida útil, mas tem de ser considerado o período de tempo que a lanterna é usada em cada ocasião. Se levarmos em conta que uma corrente de 300 mA seja drenada da bateria pela lâmpada quando estiver ligada, a vida útil da bateria, conforme a Equação 2.8, será em torno de 60 horas. Comparando a vida útil de 60 horas da bateria com a expectativa de vida útil de 30 horas para a lâmpada, fica sugerido que normalmente teremos de substituir a lâmpada com mais frequência do que as baterias.

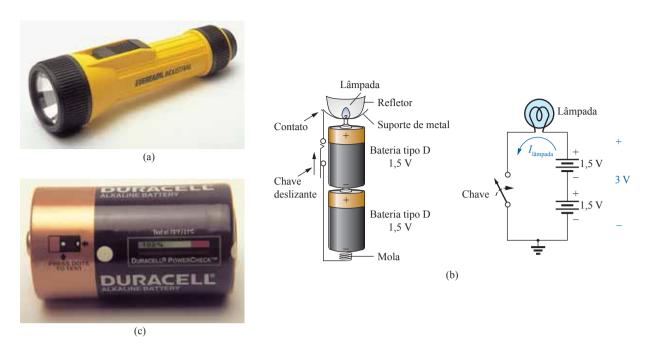



Figura 2.31 (a) Lanterna Eveready® que usa bateria (ou pilha) do tipo D; (b) esquema elétrico da lanterna mostrada no item (a); (c) pilha Powercheck™ do tipo D da marca Duracell®.

No entanto, muitos de nós temos verificado experimentalmente o contrário: substituímos as baterias duas ou três vezes antes que seja necessária a substituição da lâmpada. Esse é um simples exemplo do fato de não podermos tirar conclusões direcionadas somente pelas especificações de cada componente de um projeto elétrico. As condições de operação, as características finais e os detalhes relativos à resposta real do sistema ao uso durante períodos curtos e longos de tempo têm de ser levados em consideração. Como mencionado antes, a bateria perde parte de sua potência cada vez que é usada. Embora a tensão final possa não ter variado muito inicialmente, a capacidade da bateria de fornecer o mesmo nível de corrente diminui a cada utilização. Além disso, as baterias se descarregam lentamente graças a 'correntes de fuga' existentes, mesmo com a chave desligada. O ar em torno da bateria não é 'puro', visto que a umidade e outros elementos podem proporcionar um caminho para as correntes de fuga pelo ar, pela superfície da própria bateria ou por outras superfícies em contato com a bateria que a façam eventualmente descarregar. Quantas vezes deixamos no carro lanternas com baterias novas por um longo tempo só para encontrá-las com uma luz fraca ou com as baterias descarregadas quando mais precisamos delas? Outro problema é o vazamento de ácidos que aparecem como manchas marrons ou como corrosão no invólucro das baterias. Esses vazamentos também afetam a vida útil da bateria. Além disso, quando a lanterna é ligada, há um surto inicial de corrente que drena da bateria uma corrente maior do que a que teria em uso contínuo por um período de tempo. Em outras palavras, ao ligar e desligar a lanterna continuamente, teremos um grande efeito prejudicial para a vida da bateria. Temos de saber também que uma especificação de vida útil de 30 horas para a lâmpada é um valor considerado para uso contínuo, ou seja, 300 mA circulando pela lâmpada de maneira contínua durante 30 horas. Certamente, o filamento da lâmpada e o bulbo se aquecem com o tempo, e esse aquecimento é um efeito prejudicial para o fio do filamento. Quando a lanterna é ligada e desligada, permite-se que a lâmpada esfrie e recupere suas características normais, evitando, portanto, qualquer dano real. Então, com um uso normal podemos esperar que a lâmpada dure mais do que as 30 horas especificadas para uso contínuo.

Ainda que a lâmpada esteja especificada para operar em 2,5 V, podemos ver que as duas baterias resultam em tensão aplicada de 3 V, que sugere más condições de operação. Entretanto, uma lâmpada especificada para 2,5 V pode operar facilmente entre 2,5 e 3 V. Além disso, como foi mostrado neste capítulo, a tensão final diminui com o aumento da demanda de corrente. Sob condições normais de operação, considera-se que uma bateria de 1,5 V esteja em boas condições se a tensão final na carga for de 1,3 a 1,5 V. Quando a tensão cai para um valor entre 1 e 1,1 V, a bateria estará fraca, e quando a tensão cai para um valor entre 0,8 e 0,9 V, ela terá perdido sua efetividade. Os níveis de tensão podem ser relacionados diretamente a uma banda de teste que encontramos nas baterias Duracell®, como a mostrada na Figura 2.31(c). Na banda de teste dessa bateria,

a área de tensão superior (verde nas baterias atuais) está próxima de 1,5 V (classificada como 100 por cento); a área mais clara à direita representa uma faixa de tensão de 1,3 a 1 V; e a área que indica a substituição da bateria, situada na extrema direita, representa tensões abaixo de 1 V.

A tensão total de alimentação de 3 V será obtida apenas se as baterias estiverem conectadas, conforme mostra a Figura 2.31(b). Colocar acidentalmente os dois terminais positivos juntos resultará em tensão total de 0 V, e a lâmpada não acenderá de forma alguma. *Para a maioria dos sistemas que usam mais do que uma bateria, o terminal positivo de uma sempre será conectado ao terminal negativo da outra. Para todas as baterias de baixa tensão, a extremidade com o 'bico' é o terminal positivo, e a extremidade plana é o terminal negativo. Além disso, o terminal negativo, ou a extremidade plana da bateria, sempre é conectado na mola helicoidal do compartimento das baterias para mantê-las na posição. A extremidade positiva da bateria sempre é conectada ao conector plano ou ao elemento a ser ligado.* Se você observar a lâmpada cuidadosamente, verá que a ponta que está conectada ao terminal positivo da bateria está isolada do soquete em torno da base da lâmpada. O soquete está ligado ao segundo terminal da bateria que é usado para completar o circuito pela chave liga/desliga.

Se uma lanterna apresentar defeito de operação, a primeira coisa a se verificar é o estado das baterias. É melhor substituir as duas de uma vez. Um sistema com uma bateria boa e outra próxima do fim da vida útil ocasiona dificuldade à bateria boa para suprir a corrente demandada, e, na verdade, a bateria ruim consumirá corrente da bateria boa. Em seguida, verifique as condições da lâmpada observando o filamento para ver se ele está rompido em algum ponto. Isso pode acontecer por causa da passagem de um nível de corrente contínua por um longo tempo ou por causa de uma queda da lanterna. Se a bateria e a lâmpada parecerem estar em bom estado, a próxima área de interesse será os contatos entre o terminal positivo e a lâmpada, e entre esta e a chave. Limpando ambos os contatos com um pano embebido com uma substância de polimento, esse problema será eliminado.

Carregador de bateria automotiva de 12 V

Carregadores de bateria são aparelhos domésticos comuns usados para carregar diversas baterias, desde as pequenas para lanternas até as de chumbo-ácido de alta capacidade. Visto que todos os carregadores são alimentados por 120 V CA obtidos de uma tomada elétrica como a de uma casa, a construção básica de cada um é bastante similar. Em todos os sistemas do tipo carregador de bateria, um *transformador* (Capítulo 22) tem de ser incluído para reduzir o nível da tensão CA a um valor apropriado para que o nível CC seja estabelecido. Uma configuração com *diodos* (também denominados *retificadores*) tem de ser incluída para converter a tensão CA, cuja amplitude varia com o tempo para um nível CC fixo, como o descrito neste capítulo. Diodos e/ou retificadores serão estudados em detalhe no curso inicial de eletrônica.

Figura 2.32 Carregador de bateria: (a) aparência externa; (b) construção interna.

Alguns carregadores CC também incluem um *regulador* para fornecer um nível CC melhorado (que varia menos ao longo do tempo ou com as variações na carga). Como o carregador de bateria automotiva é um dos mais comuns, ele será descrito nos próximos parágrafos.

A aparência externa e a construção interna do equipamento Sears 6/2 AMP Manual Battery Charger são mostradas na Figura 2.32. Observe na Figura 2.32(b) que o transformador (como acontece na maioria dos carregadores) ocupa a maior parte do espaço interno. O espaço vazio restante e os furos no gabinete garantem uma saída para o calor gerado em função dos altos níveis de corrente de operação.

O esquema mostrado na Figura 2.33 inclui todos os componentes básicos de um carregador de bateria. Observe primeiro que a tensão de 120 V da tomada é aplicada diretamente no primário do transformador. A corrente de carga, que pode ser de 6 ou 2 A, é ajustada pela chave (que simplesmente controla a quantidade de espiras do primário do transformador) que será conectada ao circuito em função da corrente de carga escolhida. Se a bateria for carregada com um nível de corrente de 2 A, todas as espiras do primário serão conectadas ao circuito, e a razão entre o número de espiras do primário e o número de espiras do secundário terá um valor máximo. Se a bateria for carregada com um nível de corrente de 6 A, menos espiras do primário estarão conectadas ao circuito, e assim a razão terá um valor menor. Quando estudarmos os transformadores, entenderemos que as tensões no primário e no secundário estão diretamente relacionadas com a *relação de espiras* entre o primário e o secundário. Se essa relação diminui, a tensão também diminui. O efeito contrário (tensão no secundário maior do que no primário) também ocorre se o número de espiras do secundário for maior do que o do primário.

O aspecto da forma de onda para uma corrente de carga de 6 A é mostrado na Figura 2.33. Observe que até agora a tensão CA apresentou o mesmo formato, tanto no primário quanto no secundário. A única diferença está nos valores de pico das formas de onda. Agora os diodos assumem o comando e convertem a forma de onda CA, que possui um valor médio igual a zero (a forma de onda acima e abaixo do eixo são iguais), em uma forma de onda que tem um valor médio (todo o sinal está acima do eixo), conforme mostra a mesma figura. Por enquanto, apenas reconheça que os diodos são dispositivos eletrônicos semicondutores que permitem somente a passagem de um fluxo de corrente apenas no sentido indicado pela seta no símbolo (adotando-se o sentido convencional). Ainda que a forma de onda resultante a partir da ação dos diodos tenha um aspecto pulsante com um valor de pico em torno de 18 V, ela carregará uma bateria de 12 V, ainda que a tensão da forma de onda seja maior que a da bateria, como mostra a área sombreada. Abaixo da tensão de 12 V, a bateria não se descarrega de volta pelo circuito do carregador porque os diodos só permitem o fluxo de corrente em uma direção.

Em particular, observe na Figura 2.32(b) a existência de uma placa larga através da qual flui a corrente do módulo de retificadores (diodos) para o terminal positivo da bateria. O principal objetivo dessa placa é proporcionar um *dissipador de calor* (uma placa faz com que o calor seja transferido para o ar ao redor dela) para o módulo de diodos. Caso não existisse essa placa, os diodos eventualmente se fundiriam, provocando a autodestruição em função dos níveis de corrente. Cada componente mostrado

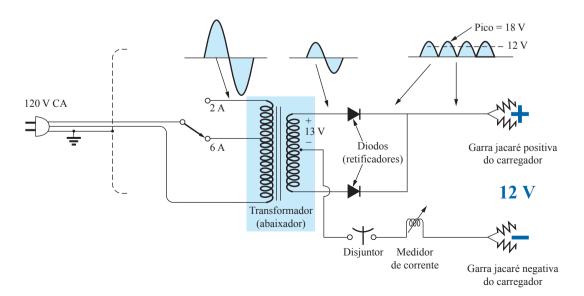



Figura 2.33 Esquema elétrico do carregador de bateria mostrado na Figura 2.32.

na Figura 2.33 foi cuidadosamente identificado na Figura 2.32(b) para estabelecer uma referência.

Quando uma corrente de carga de 6 A for aplicada pela primeira vez na bateria, a demanda, conforme indicado pelo medidor no painel frontal do instrumento, poderá chegar a 7 A ou a quase 8 A. Entretanto, o nível de corrente diminui à medida que a bateria é carregada até atingir um nível de 2 ou 3 A. Para unidades como essa, que não possuem interruptor automático, é importante desconectar o carregador, quando a corrente cair completamente para o nível de carga plena da bateria; caso contrário, a bateria entrará em sobrecarga, podendo ser danificada. Uma bateria que estiver com 50 por cento de carga pode levar cerca de 10 horas para carregar, portanto, não espere que uma operação de carga dure apenas 10 minutos. Além disso, se uma bateria estiver em um estado muito ruim, com uma tensão abaixo do normal, a corrente inicial de carga pode ser muito alta para o carregador. Para proteger o carregador em tais situações, o disjuntor abrirá o circuito, interrompendo o processo de carga. Por causa dos altos níveis de corrente, é importante que as instruções de uso, que vêm junto com o carregador, sejam cuidadosamente lidas e executadas.

Fonte CC para secretárias eletrônicas/telefones

Uma grande variedade de sistemas de uso doméstico, ou em escritórios, recebem a tensão de operação a partir de um sistema de conversão CA/CC, que é conectado diretamente em uma tomada de 120 V. Computadores do tipo laptop, secretárias eletrônicas/telefones, rádios, relógios, telefones celulares, aparelhos de CD, entre outros, recebem alimentação CC a partir de um sistema montado em um módulo, como o que aparece na Figura 2.34. A conversão de CA para CC ocorre dentro desse módulo, que é conectado diretamente na tomada. A tensão CC é disponibilizada na extremidade do fio, relativamente longo, que foi projetado para ser conectado na unidade de operação. Por menor que esse módulo possa ser, ele contém basicamente os mesmos componentes que aparecem no carregador de bateria mostrado na Figura 2.32.

Na Figura 2.35, pode-se ver o transformador usado para reduzir a tensão a níveis apropriados (também, nesse caso, é o maior dos componentes do sistema). Observe que dois diodos estabelecem um nível CC, e um filtro capacitivo (Capítulo 10) é acrescentado para suavizar a tensão CC. O sistema pode ser relativamente pequeno pelo fato de os níveis de corrente de operação serem baixos, permitindo o uso de fios de pequeno diâmetro na construção do transformador e limitando seu tamanho. As baixas correntes também reduzem a preocupação relativa aos efeitos de aquecimento, permitindo o uso de um módulo pequeno. O módulo mostrado na Figura 2.35, especificado para 9 V a 200 mA, é normalmente usado para fornecer alimentação a secretárias eletrônicas/telefones. Uma posterior redução nas variações da tensão CC é realizada por um regulador construído dentro da unidade que recebe essa tensão de alimentação. O regulador é normalmente um pequeno *chip* (circuito integrado) colocado na unidade que recebe a tensão para separar o calor gerado por ele do calor gerado pelo transformador, reduzindo assim o aquecimento da tomada localizada na parede. Além disso, a colocação do regulador na unidade que recebe a tensão de alimentação reduz a possibilidade de captação de ruído e oscilações ao longo do fio que liga a unidade de conversão à unidade de operação, e assegura que a tensão especificada esteja disponível na própria unidade, e não em um valor menor por causa de quedas de tensão na linha.

Figura 2.34 Fonte CC de 9 V para secretária eletrônica/telefone.

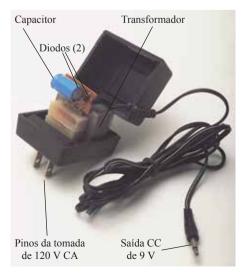



Figura 2.35 Constituição interna da fonte CC de 9 V mostrada na Figura 2.34.

2.12 ANÁLISE COMPUTACIONAL

Em alguns textos, o procedimento para escolher uma fonte de tensão CC e colocá-la em um esquema usando métodos computacionais é introduzido nesse ponto. Essa abordagem, entretanto, exige que os estudantes voltem a este capítulo quando o primeiro circuito completo for instalado e examinado. Portanto, o procedimento é introduzido no Capítulo 4, quando o primeiro circuito completo for examinado, dessa maneira concentrando o material e nos livrando da necessidade de reler este e o Capítulo 3.

PROBLEMAS

Seção 2.2 Os átomos e sua estrutura

1. **a)** Os átomos de alumínio e prata têm como número de elétrons, respectivamente, 13 e 47. Esboce a configuração eletrônica de cada um e apresente uma breve justificativa que explique por que eles são bons condutores.
b) Usando a Internet, descubra a estrutura atômica do ouro e explique por que ele é um excelente condutor de eletricidade.

2. Calcule a força de atração, em newtons, entre as cargas Q_1 e Q_2 mostradas na Figura 2.36, quando:
a) $r = 1$ m
b) $r = 3$ m
c) $r = 10$ m
d) A força diminuiu rapidamente com o aumento na distância?

***3.** Calcule a força de repulsão, em newtons, entre Q_1 e Q_2, de acordo com a Figura 2.37, quando:
a) $r = 1$ mi (1,6 km)
b) $r = 10$ pés
c) $r = 1/16$ pol.

***4.** **a)** Trace o gráfico da força de atração (em newtons) *versus* a separação (em polegadas) para duas cargas de 2 μC. Use uma distância de 1 pol. para 10 pol. em incrementos de 1 pol. Comente a forma da curva. Ela é linear ou não linear? O que essa curva sugere sobre traçar o gráfico de uma função cuja magnitude é afetada por um termo quadrático no denominador da equação?
b) Usando o gráfico da parte (a), calcule a força de atração a uma separação de 2,5 pol.
c) Calcule a força de atração com uma separação de 2,5 pol. e a compare com o resultado da parte (b).

***5.** Para duas cargas similares, a força F_1 existe para uma separação de r_1 metros. Se a distância é aumentada para r_2, calcule o novo nível de força F_2 em termos da força original e da distância envolvida.

***6.** Determine a distância entre duas cargas de 20 μC se a força entre elas for de $3,6 \times 10^4$ N.

***7.** Dois corpos carregados, com cargas Q_1 e Q_2, quando separados por uma distância de 2 m, apresentam uma força de repulsão igual a 1,8 N.
a) Qual será a força de repulsão quando eles estiverem separados por 10 m?
b) Se a razão $Q_1/Q_2 = 1/2$, calcule Q_1 e Q_2 ($r = 10$ m).

Seção 2.3 Tensão

8. Qual a tensão entre dois pontos se 1,2 J de energia é necessária para mover 20 μC entre esses dois pontos?

9. Se a diferença de potencial entre dois pontos é 60 V, qual o trabalho necessário para levar 8 mC de um ponto a outro?

10. Calcule a carga em elétrons que exige 120 μJ de energia para ser deslocada através de uma diferença de potencial de 20 mV.

11. Quanto de carga passa por uma bateria de 9 V se a energia usada for de 72 J?

***12.** **a)** Quanta energia em elétron-volts é necessária para mover 1 trilhão (1 milhão de milhões) de elétrons através de uma diferença de potencial de 40 V?
b) Quantos joules de energia o resultado da parte (a) representa?
c) Compare os resultados de (a) e (b). O que você pode dizer a respeito do uso de joules e elétron-volts como uma unidade de medida? Sob quais condições eles devem ser aplicados?

Seção 2.4 Corrente

13. Calcule a corrente em ampères se uma carga de 12 mC passar através de um fio em 2,8 s.

14. Se 312 C de carga passam através de um fio em 2 min, qual será a corrente em ampères?

15. Se uma corrente de 40 A é mantida por 0,8 min, quantos coulombs de carga passam através do fio?

16. Quantos coulombs de carga passam através de uma lâmpada em 1,2 min se a corrente for constante e igual a 250 mA?

17. Se a corrente em um condutor for constante e igual a 2 mA, quanto tempo será necessário para 6 mC passarem através do condutor?

18. Se $21,847 \times 10^{+18}$ elétrons passam em um fio em 12 s, qual será a corrente correspondente?

19. Quantos elétrons passarão através de um condutor em 1 min e 30 s se a corrente for de 14 mA?

20. Um fusível especificado para 1 A irá se 'queimar' se 86 C passar por ele em 1,2 min?

***21.** Se $0,84 \times 10^{+16}$ elétrons passam por um fio em 60 ms, qual é a corrente?

***22.** Das opções a seguir, qual você escolheria?

Figura 2.36 Problema 2.

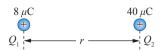



Figura 2.37 Problema 3.

a) Um centavo para cada elétron que passa por um fio em 0,01 μs a uma corrente de 2 mA, ou
b) Um dólar para cada elétron que passa por um fio em 1,5 ns se a corrente for de 100 uA.

***23.** Se um condutor com uma corrente de 200 mA passando por ele converte 40 J de energia elétrica em calor em 30 s, qual é a queda potencial através do condutor?

***24.** Uma carga está fluindo por um condutor a uma taxa de 420 C/min. Se 742 J de energia elétrica são convertidos em calor em 30 s, qual é a queda potencial através do condutor?

***25.** A diferença de potencial entre dois pontos em um circuito elétrico é de 24 V. Se 0,4 J de energia fossem dissipados em um período de 5 ms, qual seria a corrente entre os dois pontos?

Seção 2.6 Especificação ampère-hora

26. Qual é a corrente que, teoricamente, poderia ser fornecida por uma bateria com uma especificação de 200 Ah durante 40 h?

27. Qual a especificação em Ah de uma bateria capaz de fornecer 0,8 A durante 75 horas?

28. Durante quantas horas uma bateria com uma especificação de 32 Ah poderia teoricamente fornecer uma corrente de 1,28 A?

29. Uma bateria-padrão automotiva de 12 V tem capacidade de 40 Ah, enquanto outra, de maior capacidade, tem especificação de 60 Ah. Qual a relação entre os níveis de energia de cada uma, e a relação entre as correntes que cada uma é capaz de fornecer para dar partida em motores?

30. A qual taxa de descarga a especificação ampère-hora da Célula Energizer D da Figura 2.23 cai para 75 por cento do seu valor a 25 mA?

31. Qual é a perda percentual em especificação ampère-hora da temperatura ambiente comparada com a de congelamento em uma Célula Energizer D da Figura 2.24?

32. Usando o gráfico da Figura 2.25, por quanto tempo mais você pode manter 1,2 V a uma taxa de descarga de 25 mA comparado com uma descarga de 100 mA?

***33.** Um televisor portátil que usa uma bateria recarregável de 12 V e 3 Ah pode operar por um período de aproximadamente 6 h. Qual a corrente média consumida durante esse período? Qual a energia, em joules, gasta pela bateria?

Seção 2.8 Condutores e isolantes

34. Discuta as duas propriedades da estrutura atômica do cobre que o tornam um bom condutor.

35. Explique o significado dos termos *isolante* e *rigidez dielétrica*.

36. Liste três aplicações dos isolantes além daquelas apresentadas na Seção 2.8.

37. **a)** Usando a Tabela 2.2, determine o nível de tensão aplicada necessária para estabelecer a condução através de 1/2 polegada de ar.
b) Repita a parte (a) para 1/2 polegada de borracha.
c) Compare os resultados das partes (a) e (b).

Seção 2.9 Semicondutores

38. O que é um semicondutor? Como suas propriedades se comparam às propriedades de um condutor e de um isolante?

39. Consulte um livro sobre dispositivos eletrônicos semicondutores e atente para o uso extensivo dos materiais semicondutores germânio e silício. Faça uma revisão das características de cada um desses materiais.

Seção 2.10 Amperímetros e voltímetros

40. Quais as diferenças significativas na forma de conectar um amperímetro e um voltímetro em um circuito?

41. Compare escalas analógicas e digitais:
a) Com qual delas você se sente mais à vontade? Por quê?
b) Qual delas normalmente proporciona um grau maior de precisão?
c) Você consegue pensar em alguma vantagem da escala analógica sobre a escala digital? Tenha em mente que a maioria das escalas no *cockpit* de um avião ou na sala de controle de grandes usinas de energia é analógica.
d) Você acredita que é necessário saber ler bem as escalas analógicas? Por quê?

GLOSSÁRIO

Ampère (A): Unidade de medida do sistema SI associada ao fluxo de carga através de um condutor.

Amperímetro: Instrumento projetado para medir a corrente através de elementos de um circuito que estejam em série com esse medidor.

Célula: Unidade fundamental de fonte de energia elétrica resultante da conversão de energia química ou solar.

Célula combustível: Fonte não poluente de energia que pode gerar corrente através de uma carga aplicando, simplesmente, os níveis corretos de hidrogênio e oxigênio.

Célula primária: Fonte de tensão que não pode ser recarregada.

Célula secundária: Fonte de tensão que pode ser recarregada.

Célula solar: Fonte de tensão obtida a partir da conversão da energia luminosa (fótons) em energia elétrica.

Cobre: Material possuidor de propriedades físicas que o tornam particularmente útil como condutor de eletricidade.

Condutores: Materiais que permitem uma grande circulação de elétrons com uma pequena tensão aplicada.

Corrente: Fluxo de carga resultante da aplicação de uma diferença em potencial entre dois pontos em um sistema elétrico.

Corrente contínua (CC): Corrente que possui uma única direção (unidirecional) e uma magnitude fixa através do tempo.

Coulomb (C): Unidade fundamental do sistema SI para medição de carga elétrica. Equivale à carga de $6{,}242 \times 10^{18}$ elétrons.

Diferença de potencial: Diferença algébrica entre os potenciais (ou tensões) de dois pontos em um sistema elétrico.

Eletrólise: Processo de passar uma corrente através de um eletrólito para decompô-lo em seus componentes fundamentais.

Eletrólito: Elemento de contato e fonte de íons entre os eletrodos da bateria.

Elétron: Partícula com polaridade negativa que descreve uma órbita em torno do núcleo do átomo.

Elétron livre: Elétron que não está associado a nenhum átomo em particular de uma rede cristalina, estando assim relativamente livre para se mover sob a influência de forças externas.

Energia potencial: Energia que um corpo possui em função de sua posição.

Especificação ampère-hora (Ah): Capacidade de uma fonte que informa por quanto tempo determinado nível de corrente pode ser drenado dela.

Fonte de corrente CC: Fonte que gera uma corrente fixa, ainda que a carga à qual esteja conectada possa provocar uma variação de tensão nos terminais dessa fonte.

Gerador CC: Fonte de tensão CC produzida por intermédio de uma máquina rotativa cujo eixo gira em função de alguma força externa.

Íon positivo: Átomo com carga elétrica positiva por causa da perda de um ou mais de seus elétrons.

Isolantes: Materiais que necessitam da aplicação de uma tensão muito alta para produzirem um fluxo de corrente mensurável.

Lei de Coulomb: Equação que define a intensidade da força de atração ou repulsão entre duas cargas.

Nêutron: Partícula encontrada no núcleo do átomo e que não apresenta carga elétrica.

Núcleo: Estrutura central de um átomo que é constituída de prótons e nêutrons.

Peso específico: Razão entre o peso de um dado volume de uma substância e o peso de um volume igual ao da água a 4°C.

Próton: Partícula de polaridade positiva encontrada nos núcleos dos átomos.

Retificação: Processo pelo qual um sinal CA é convertido em um sinal que tem um valor médio CC.

Semicondutor: Material que possui uma condutância situada entre a de um isolante e a de um condutor. É de grande importância na fabricação de dispositivos eletrônicos.

Tensão: Termo aplicado à diferença em potencial entre dois pontos como estabelecida por uma separação de cargas opostas.

Volt (V): Unidade de medida que expressa a diferença de potencial entre dois pontos. Se um joule de energia for necessário para mover uma carga de um coulomb entre dois pontos, diz-se que a diferença de potencial entre os pontos é de um volt.

Voltímetro: Instrumento projetado para medir tensões sobre elementos de um circuito ou entre dois pontos distintos desse circuito.

Resistência

Objetivos

- Familiarizar-se com os parâmetros que determinam a resistência de um elemento e ser capaz de calcular a resistência dos materiais a partir de suas características e dimensões.
- Compreender os efeitos da temperatura sobre a resistência de um material e como calcular a mudança da resistência de acordo com a temperatura.
- Desenvolver a compreensão sobre os supercondutores e como eles afetam o desenvolvimento futuro da indústria.
- Familiarizar-se com a ampla gama de resistores comercialmente disponíveis e saber como ler o valor de cada um a partir do código de cores ou de rótulos.
- Tomar conhecimento da variedade de elementos como termistores, células fotocondutoras e varistores, e de como sua resistência terminal é controlada.

3.1 INTRODUÇÃO

No capítulo anterior, vimos que aplicar uma tensão através de um fio ou de circuito simples resulta em um fluxo de carga ou de corrente através do fio ou do circuito. Entretanto, permanece a questão: o que determina o nível da corrente que resulta da aplicação de uma tensão em particular? Por que a corrente é mais intensa em alguns circuitos do que em outros? A resposta está no fato de que há uma oposição ao fluxo de carga no sistema que depende dos componentes do circuito. Essa oposição ao fluxo de carga através de um circuito elétrico, chamada **resistência**, tem as unidades de **ohms**, e usa a letra grega *omega* (Ω) como símbolo. O símbolo gráfico da resistência, que lembra uma serra, é fornecido na Figura 3.1.

Essa oposição, devido fundamentalmente a colisões e fricção entre os elétrons livres e outros elétrons, íons e átomos no curso do movimento, converte a energia elétrica fornecida em **calor**, que aumenta a temperatura do componente elétrico e do meio circundante. O calor que você sente vindo de um aquecedor elétrico é simplesmente o resultado da corrente que passa por um material de alta resistência.

Figura 3.1 Símbolo da resistência e sua abreviação.

Cada material e sua estrutura atômica única reagem diferentemente a pressões para estabelecer uma corrente através de seu núcleo. Condutores que permitem um fluxo generoso de carga com pouca pressão externa têm baixos níveis de resistência, enquanto isolantes têm como característica altos níveis de resistência.

3.2 RESISTÊNCIA: FIOS CIRCULARES

A resistência de qualquer material é devida fundamentalmente a quatro fatores:

1. *Material.*
2. *Comprimento.*
3. *Área do corte transversal.*
4. *Temperatura do material.*

Como observado na Seção 3.1, a estrutura atômica determina quão facilmente um elétron livre passará por um material. Quanto maior o comprimento do caminho que o elétron livre tem de percorrer, maior o fator de resistência. Elétrons livres passam mais facilmente através de condutores com áreas de corte transversal maiores. Além disso, quanto mais alta a temperatura dos materiais condutivos, maiores a vibração interna e o movimento dos componentes que formam a estrutura atômica do fio, e mais difícil os elétrons livres encontrarem um caminho pelo material.

Os três primeiros elementos estão relacionados pela seguinte equação básica para resistência:

$$R = \rho \frac{l}{A} \qquad \begin{array}{l} \rho = \text{CM-}\Omega/\text{pés a } T = 20°\text{C} \\ l = \text{pés} \\ A = \text{área em mils circulares (CM)} \end{array} \tag{3.1}$$

com cada componente da equação definido pela Figura 3.2.

O material é identificado por um fator chamado **resistividade**, que usa a letra grega *rho* (ρ) como símbolo e é medido em CM-Ω/pés. Seu valor a uma temperatura de 20°C (temperatura ambiente = 68°F) é fornecido na Tabela 3.1 para uma série de materiais comuns. Tendo em vista que quanto maior a resistividade, maior a resistência para se estabelecer um fluxo de carga, ela aparece como um fator multiplicador na Equação 3.1; isto é, ela aparece no numerador da equação. É importante perceber nesse ponto que, tendo em vista que a resistividade é fornecida a uma temperatura em particular, *a Equação 3.1 é aplicável somente à temperatura ambiente*. Os efeitos de temperaturas mais altas e mais baixas são considerados na Seção 3.4.

Tendo em vista que a resistividade está no numerador da Equação 3.1,

quanto maior a resistividade, maior a resistência de um condutor

como mostrado para dois condutores do mesmo comprimento na Figura 3.3(a).

Além disso,

quanto maior o comprimento de um condutor, maior a resistência,

tendo em vista que o comprimento também aparece no numerador da Equação 3.1. Observe a Figura 3.3(b).

Por fim,

quanto maior a área de um condutor, menor sua resistência,

porque a área aparece no denominador da Equação 3.1. Observe a Figura 3.3(c).

Figura 3.2 Fatores que afetam a resistência de um condutor.

Tabela 3.1 Resistividade (ρ) de vários metais.

Material	ρ (CM - Ω/pés)@20°C
Prata	9,9
Cobre	**10,37**
Ouro	14,7
Alumínio	17,0
Tungstênio	33,0
Níquel	47,0
Ferro	74,0
Constantan	295,0
Nicromo	600,0
Calorita	720,0
Carbono	21.000,0

Mils circulares

Na Equação 3.1, a área é medida em uma quantidade chamada **mils circulares** (CM). É a quantidade usada na maioria das tabelas de fios comerciais, e desse modo ela precisa ser cuidadosamente definida. O *mil* é uma unidade de medida de comprimento, e se relaciona à polegada por:

$$\mathbf{1\ mil} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{1.000}}\ \mathbf{pol.}$$

ou

$$\mathbf{1.000\ mils = 1\ pol.}$$

Em geral, portanto, o mil é uma unidade de medida de comprimento muito pequena. Há 1.000 mils em uma polegada, ou 1 mil é apenas 1/1.000 de uma polegada. Trata-se de um comprimento que não é visível a olho nu, apesar de ser medido usando-se instrumentos especiais. O termo *milling* (fresagem) usado em usinas de aço é derivado do fato de que alguns mils de material são muitas vezes removidos por máquinas pesadas como tornos mecânicos, e a espessura do aço é normalmente medida em mils.

Por definição,

um fio com um diâmetro de 1 mil possui uma área de 1 mil circular (CM),

como mostra a Figura 3.4.

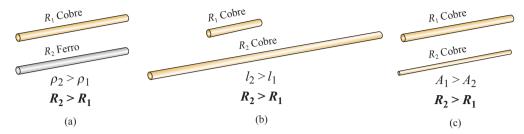



Figura 3.3 Casos em que $R_2 > R_1$. Em todos os casos, todos os outros parâmetros que influenciam a resistência são os mesmos.

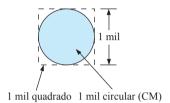



Figura 3.4 Definição de mil circular (CM).

O resultado interessante de uma definição como essa é o de que a área de um fio circular em mils circulares pode ser definida pela equação a seguir:

$$A_{CM} = (d_{mils})^2 \tag{3.2}$$

A verificação dessa equação aparece na Figura 3.5, que mostra que um fio com um diâmetro de 2 mils tem uma área total de 4 CM, e um fio com um diâmetro de 3 mils tem uma área total de 9 CM.

Lembre-se de que, para calcular a área de um fio em mils circulares quando o diâmetro for dado em polegadas, primeiro converta o diâmetro em mils escrevendo, simplesmente, o diâmetro em forma decimal e movendo o ponto decimal três casas para a direita. Por exemplo,

$$\frac{1}{8}\text{ pol.} = 0{,}125\text{ pol.} = 125\text{ mils}$$

3 posições

Então, a área é determinada por

$$A_{CM} = (d_{mils})^2 = (125\text{ mils})^2 = \mathbf{15.625\ CM}$$

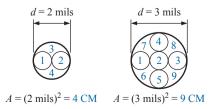



Figura 3.5 Verificação da Equação 3.2: $A_{CM} = (d_{mils})^2$.

Às vezes, quando você estiver trabalhando com condutores que não sejam circulares, precisará converter mils ao quadrado em mils circulares, e vice-versa. Aplicar a equação básica na área de um círculo e substituir um diâmetro de 1 mil resulta em

$$A = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi}{4}(1\,\text{mil})^2 = \frac{\pi}{4}\text{mil quadrado} \equiv 1\,\text{CM}$$

(por definição)

a partir da qual poderemos concluir o seguinte:

$$1\,\text{CM} = \frac{\pi}{4}\text{mil quadrado} \tag{3.3}$$

$$1\text{ mil quadrado} = \frac{4}{\pi}\text{CM} \tag{3.4}$$

EXEMPLO 3.1

Qual a resistência de um fio de cobre de 100 pés de comprimento que possui um diâmetro de 0,020 polegada a 20°C?

Solução:

$$\rho = 10{,}37\frac{\text{CM-}\Omega}{\text{pÈ}} \quad 0{,}020\text{ pol.} = 20\text{ mils}$$

$$A_{CM} = (d_{mils})^2 = (20\text{ mils})^2 = 400\text{ CM}$$

$$R = \rho\frac{l}{A} = \frac{(10{,}37\,\text{CM-}\Omega/\text{pÈ})(100\text{ pÈs})}{400\text{ CM}}$$

$$R = \mathbf{2{,}59\ \Omega}$$

EXEMPLO 3.2

Um número indeterminado de pés de um fio foi removido da caixa mostrada na Figura 3.6. Determine o comprimento restante do fio de cobre, sendo que ele possui diâmetro de 1/16 polegada e resistência de 0,5 Ω.

Solução:

$$\rho = 10{,}37\text{ CM-}\Omega/\text{pé} \qquad \frac{1}{16}\text{ pol.} = 0{,}0625\text{ pol.}$$

$$= 62{,}5\text{ mils}$$

Figura 3.6 Exemplo 3.2.

$A_{CM} = (d_{mils})^2 = (62{,}5 \text{ mils})^2 = 3.906{,}25 \text{ CM}$

$$R = \rho \frac{l}{A} \Rightarrow l = \frac{RA}{\rho} = \frac{(0{,}5\Omega)(3.906{,}25\,\text{CM})}{10{,}37\,\dfrac{\text{CM-}\Omega}{\text{pés}}}$$

$$= \frac{1.953{,}125}{10{,}37}$$

l = **188,34 pés**

EXEMPLO 3.3

Qual a resistência de uma barra de cobre como aquela usada no painel de distribuição de energia de um prédio comercial, que possui as dimensões indicadas na Figura 3.7?

Solução:

$$A_{CM} \begin{cases} 5{,}0\,\text{pol.} = 5.000\,\text{mils} \\ \dfrac{1}{2}\,\text{pol.} = 500\,\text{mils} \\ A = (5.000\,\text{mils})(500\,\text{mils}) \\ \quad = 2{,}5 \times 10^6\,\text{mils quadrados} \\ \quad = 2{,}5 \times 10^6\,\text{mils quadrados}\left(\dfrac{4/\pi\,\text{CM}}{1\,\text{mil quadrado}}\right) \\ A = 3{,}183 \times 10^6\,\text{CM} \end{cases}$$

$$R = \rho \frac{l}{A} = \frac{(10{,}37\,\text{CM-}\Omega/\text{pé})(3\,\text{pés})}{3{,}183 \times 10^6\,\text{CM}} = \frac{31{,}11}{3{,}183 \times 10^6}$$

R = **9,774 × 10⁻⁶ Ω**

(muito pequena, 0,000009774 Ω ≅ 0 Ω)

Veremos nos capítulos que se seguem que, quanto menor a resistência de um condutor, menores as perdas na transmissão de energia elétrica da fonte para a carga. De modo similar, como a resistividade é um fator determinante na resistência de um condutor, quanto menor a resistividade, menor a resistência em condutores com as mesmas dimensões. Portanto, a Tabela 3.1 poderia sugerir que a prata, o cobre, o ouro e o alumínio seriam os melhores condutores, e os mais comuns. Entretanto, geralmente existem outros fatores como a **maleabilidade** (facilidade com que se pode moldar o material), a **ductilidade** (facilidade com que o material pode ser transformado em fios longos e finos), a sensibilidade à temperatura, a resistência à fadiga e, é claro, o custo que precisa ser levado em consideração quando escolhemos um condutor para uma determinada aplicação.

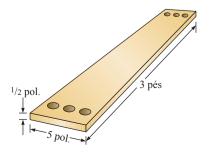



Figura 3.7 Exemplo 3.3.

Em geral, o cobre é o material mais largamente usado, pois é bastante maleável, dúctil e pode ser facilmente encontrado, além de ter boas características térmicas e ser mais barato do que a prata e o ouro. Contudo, ele certamente não é barato. Os empreiteiros sempre garatem que a fiação de cobre seja removida de prédios a serem demolidos devido o seu baixo custo de recuperação. Durante algum tempo, o alumínio foi usado para fabricar fios comuns porque é mais barato do que o cobre, mas suas características térmicas criaram algumas dificuldades. Descobriu-se que o aquecimento gerado pela corrente e o resfriamento que ocorria quando o circuito era desligado provocavam expansões e contrações dos fios de alumínio a tal ponto que as conexões ficavam frouxas, o que podia resultar em acidentes perigosos. No entanto, o alumínio é usado ainda hoje em áreas como a de produção de circuitos integrados e em situações em que as conexões podem ser feitas de maneira segura. A prata e o ouro são, é claro, muito mais caros do que o cobre e o alumínio, mas há situações em que o custo se justifica. A prata possui excelentes características que a qualificam para cobrir superfícies, e o ouro é bastante usado em circuitos integrados. O tungstênio tem uma resistividade três vezes maior que a do cobre, mas há ocasiões em que suas características físicas (durabilidade e resistência mecânica) são os fatores mais importantes.

3.3 TABELAS DE FIOS

A tabela de fios foi idealizada originariamente para padronizar as dimensões dos fios produzidos pelos fabricantes nos Estados Unidos. O resultado disso foi que os fabricantes passaram a trabalhar com um mercado maior, e o consumidor passou a ter facilidade para encontrar fios com dimensões-padrão. A tabela foi projetada para ajudar o usuário de todas as maneiras possíveis; ela normalmente contém dados como a área da seção reta em mils circulares, o diâmetro em mils, a resistividade em ohms por 1.000 pés a 20°C e o peso por 1.000 pés.

As dimensões do American Wire Gage (AWG), ou Calibre Norte-americano para Fios, aparecem na Tabela 3.2 para fios cilíndricos maciços de cobre. Uma coluna indicando a corrente máxima permitida em ampères, como determinado pela National Fire Protection Association (Associação Nacional de Proteção contra Incêndios), também foi incluída.

As dimensões escolhidas possuem uma relação interessante entre si:

A área é duplicada para cada redução em 3 números no calibre, e é aumentada por um fator de 10 para cada redução em 10.

Analisando a Equação 3.1, notamos também que *ao dobrar a área diminuímos a resistência pela metade, e ao aumentar a área por um fator de 10 diminuímos a resistência para 1/10 da original*, mantendo constantes todos os outros parâmetros.

As dimensões reais de alguns dos fios listados na Tabela 3.2 são mostradas na Figura 3.8 com algumas de suas áreas de aplicação. Veja a seguir alguns exemplos usando a Tabela 3.2.

EXEMPLO 3.4

Determine a resistência de um fio de cobre #8 de 650 pés ($T = 20°C$).

Solução:

Para o fio de cobre #8 (maciço), Ω/1.000 pés a 20°C = 0,6282 Ω, e

$$650\ \cancel{\text{pés}}\left(\frac{0{,}6282\ \Omega}{1000\ \cancel{\text{pés}}}\right) = \mathbf{0{,}408\ \Omega}$$

EXEMPLO 3.5

Qual o diâmetro, em polegadas, de um fio de cobre #12?

Solução:

Para um fio de cobre #12 (maciço), $A = 6.529{,}9$ CM e

$$d_{\text{mils}} = \sqrt{A_{\text{CM}}} = \sqrt{6529{,}9\text{CM}} \cong 80{,}81 \text{ mils}$$

$$d = \mathbf{0{,}081\ pol.} \text{ (ou aproximadamente 1/12 pol.)}$$

EXEMPLO 3.6

Para o sistema mostrado na Figura 3.9, a resistência total de *cada* linha de transmissão não pode exceder 0,025 Ω, e a corrente máxima drenada pela carga é 95 A. Qual calibre de fio deve ser usado?

Solução:

$$R = \rho\frac{l}{A} \Rightarrow A = \rho\frac{l}{R} = \frac{(10{,}37\text{ CM-}\Omega/\cancel{\text{pés}})(100\ \cancel{\text{pés}})}{0{,}025\ \Omega}$$

$$= \mathbf{41.480\ CM}$$

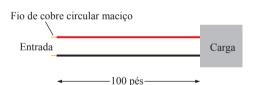



Figura 3.9 Exemplo 3.6.

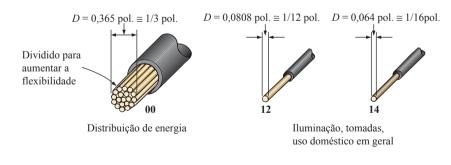
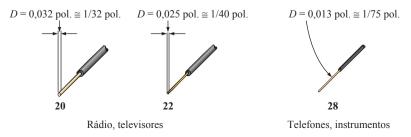



Figura 3.8 Tamanhos mais comuns de fios e algumas de suas áreas de aplicação.

Tabela 3.2 Dimensões AWG (American Wire Gage).

	AWG #	Área (CM)	Ω/1.000 pés a 20°C	Corrente máxima permitida para isolamento RHW (A)*
(4/0)	**0000**	211.600	0,0490	**230**
(3/0)	**000**	167.810	0,0618	**200**
(2/0)	**00**	133.080	0,0780	**175**
(1/0)	**0**	105.530	0,0983	**150**
	1	83.694	0,1240	**130**
	2	66.373	0,1563	**115**
	3	52.634	0,1970	**100**
	4	41.742	0,2485	**85**
	5	33.102	0,3133	—
	6	26.250	0,3951	**65**
	7	20.816	0,4982	—
	8	16.509	0,6282	**50**
	9	13.094	0,7921	—
	10	10.381	0,9989	**30**
	11	8.234,0	1,260	—
	12	6.529,9	1,588	**20**
	13	5.178,4	2,003	—
	14	4.106,8	2,525	**15**
	15	3.256,7	3,184	
	16	2.582,9	4,016	
	17	2.048,2	5,064	
	18	1.624,3	6,385	
	19	1.288,1	8,051	
	20	1.021,5	10,15	
	21	810,10	12,80	
	22	642,40	16,14	
	23	509,45	20,36	
	24	404,01	25,67	
	25	320,40	32,37	
	26	254,10	40,81	
	27	201,50	51,47	
	28	159,79	64,90	
	29	126,72	81,83	
	30	100,50	103,2	
	31	79,70	130,1	
	32	63,21	164,1	
	33	50,13	206,9	
	34	39,75	260,9	
	35	31,52	329,0	
	36	25,00	414,8	
	37	19,83	523,1	
	38	15,72	659,6	
	39	12,47	831,8	
	40	9,89	1.049,0	

*Não mais de três condutores por conduíte, cabo ou vala.

Fonte: Reproduzido com permissão da NFPA nº SPP-6C, National Electrical Code®, Copyright© 1996, National Fire Protection Association, Quincy, MA 02269. Este material reproduzido não constitui a posição oficial e completa da NFPA sobre o referido assunto, a qual é representada somente pela versão completa. *National Electrical Code* é marca registrada da National Fire Protection Association, Inc., Quincy, MA, para uma publicação sobre eletricidade trianual. O termo *National Electrical Code*, como usado aqui, refere-se à publicação trianual denominada National Electrical Code e é usado com permissão da National Fire Protection Association.

Usando a tabela de fios, escolhemos o fio com a menor área que exceda o valor anterior, que é o #4, para que a resistência se mantenha dentro dos limites especificados. Entretanto, notamos que 95 A precisa fluir na linha. Essa especificação requer o uso do **fio #3**, já que o fio #4 pode suportar uma corrente de no máximo 85 A.

3.4 EFEITOS DA TEMPERATURA

A temperatura tem um efeito significativo sobre as resistências de condutores, semicondutores e isolantes.

Condutores

Os condutores possuem um grande número de elétrons livres, e qualquer acréscimo de energia térmica tem um impacto muito pequeno sobre o número total de portadores de carga livres. Na verdade, a energia térmica apenas provoca um aumento da vibração dos átomos do material, aumentando a dificuldade do fluxo de elétrons em qualquer direção estabelecida. O resultado é que

nos bons condutores, o aumento da temperatura resulta em um aumento no valor de resistência. Consequentemente, os condutores têm um coeficiente de temperatura positivo.

O gráfico da Figura 3.10(a) apresenta um coeficiente de temperatura positivo:

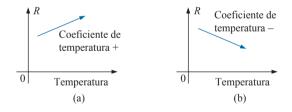



Figura 3.10 Demonstração dos efeitos de coeficientes de temperatura negativo e positivo sobre a resistência de um condutor.

Semicondutores

Nos semicondutores, o aumento de temperatura indica a medida da energia térmica do sistema que resulta em um aumento no número de portadores livres para a condução do material. O resultado é que

nos materiais semicondutores, o aumento da temperatura resulta na diminuição do valor da resistência. Consequentemente, os semicondutores têm coeficientes de temperatura negativos.

O termistor e a célula fotocondutiva, apresentados nas seções 3.12 e 3.13 deste capítulo, são excelentes exemplos de dispositivos semicondutores com coeficientes de temperatura negativos. O gráfico mostrado na Figura 3.10(b) apresenta um coeficiente de temperatura negativo.

Isolantes

Assim como acontece com os semicondutores, o aumento da temperatura resulta na diminuição da resistência dos isolantes. O resultado é um coeficiente de temperatura negativo.

Temperatura absoluta inferida

A Figura 3.11 revela que para o cobre (como para a maioria dos condutores metálicos) a resistência aumenta quase linearmente (representada graficamente por uma linha reta) com o aumento da temperatura. Como a temperatura pode ter uma influência significativa na resistência de um condutor, é importante conhecer alguns métodos para determinar a resistência a qualquer temperatura dentro dos limites de operação. Uma equação para esse fim pode ser obtida aproximando-se a curva mostrada na Figura 3.11 à linha reta tracejada que intercepta a escala de temperaturas em –234,5°C. Embora a curva real se estenda até o **zero absoluto** (–273,15°C ou 0 K), a aproximação pela linha reta é bastante precisa para a faixa normal de temperaturas de operação. A duas temperaturas diferentes, T_1 e T_2, as

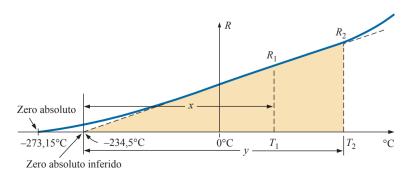



Figura 3.11 Efeito da temperatura sobre a resistência do cobre.

resistências do cobre são R_1 e R_2, segundo indica a curva. Utilizando as propriedades de semelhanças de triângulos, podemos determinar uma relação matemática entre esses valores de resistência a diferentes temperaturas. Seja x igual à distância de –234,5°C para T_1 e y igual à distância de –234,5°C para T_2, como mostra a Figura 3.11. Por semelhança de triângulos,

$$\frac{x}{R_1} = \frac{y}{R_2}$$

ou

$$\frac{234,5 + T_1}{R_1} = \frac{234,5 + T_2}{R_2} \tag{3.5}$$

A temperatura de –234,5°C é chamada **temperatura absoluta inferida** do cobre. Para diferentes materiais condutores, a interseção da linha reta com o eixo das abscissas ocorre a diferentes temperaturas. Alguns valores típicos são listados na Tabela 3.3.

O sinal negativo não aparece associado às temperaturas absolutas inferidas em ambos os lados da Equação 3.5 porque x e y são *distâncias* de –234,5°C a T_1 e T_2, respectivamente, portanto são simplesmente valores absolutos. Para T_1 e T_2 menores do que zero, x e y são menores que –234,5°C, e as distâncias são as diferenças entre a temperatura absoluta inferida e a temperatura de interesse.

A Equação 3.5 pode facilmente ser adaptada a qualquer material inserindo a temperatura absoluta inferida apropriada. Portanto, ela pode ser escrita da seguinte maneira:

$$\frac{|T_1| + T_1}{R_1} = \frac{|T_1| + T_2}{R_2} \tag{3.6}$$

onde $|T_1|$ indica que a temperatura absoluta inferida do material envolvido é inserida como um valor positivo na equação. Portanto, em geral, o sinal é associado apenas a T_1 e T_2.

Tabela 3.3 Temperaturas absolutas inferidas.

Material	°C
Prata	–243
Cobre	**–234,5**
Ouro	–274
Alumínio	–236
Tungstênio	–204
Níquel	–147
Ferro	–162
Nicromo	–2.250
Constantan	–125.000

EXEMPLO 3.7

Se a resistência de um fio de cobre é 50 Ω a 20°C, qual será sua resistência a 100°C (ponto de ebulição da água)?

Solução:

A partir da Equação 3.5:

$$\frac{234,5°\text{C} + 20°\text{C}}{50\ \Omega} = \frac{234,5°\text{C} + 100°\text{C}}{R_2}$$

$$R_2 = \frac{(50\ \Omega)(334,5°\text{C})}{254,5°\text{C}} = \mathbf{65,72\ \Omega}$$

EXEMPLO 3.8

Se a resistência de um fio de cobre à temperatura de congelamento da água (0°C) é 30 Ω, qual será sua resistência a –40°C?

Solução:

A partir da Equação 3.5:

$$\frac{234,5°\text{C} + 0}{30\ \Omega} = \frac{234,5°\text{C} - 40°\text{C}}{R_2}$$

$$R_2 = \frac{(30\ \Omega)(194,5°\text{C})}{234,5°\text{C}} = \mathbf{24,88\ \Omega}$$

EXEMPLO 3.9

Se a resistência de um fio de alumínio à temperatura ambiente (20°C) é 100 mΩ (medida com um miliohmímetro), a que temperatura sua resistência passará a ser 120 mΩ?

Solução:

A partir da Equação 3.5:

$$\frac{236°\text{C} + 20°\text{C}}{100\ \text{m}\Omega} = \frac{236°\text{C} + T_2}{120\ \text{m}\Omega}$$

e

$$T_2 = 120\ \text{m}\Omega\left(\frac{256°\text{C}}{100\ \text{m}\Omega}\right) - 236°\text{C}$$

$$T_2 = \mathbf{71,2°C}$$

Coeficiente de temperatura da resistência

Há uma segunda equação popular para o cálculo da resistência de um condutor em diferentes temperaturas. Definindo:

$$\alpha_{20} = \frac{1}{|T_1| + 20°\text{C}} \quad (\Omega/°\text{C}/\Omega) \tag{3.7}$$

como o **coeficiente de temperatura da resistência** à temperatura de 20°C e R_{20} como a resistência da amostra a 20°C, a resistência R_1 à temperatura T_1 é determinada por:

$$R_1 = R_{20}\,[1 + \alpha_{20}(T_1 - 20°\text{C})] \tag{3.8}$$

Tabela 3.4 Coeficiente de temperatura da resistência para vários condutores a 20°C.

Material	Coeficiente de temperatura (α_{20})
Prata	0,0038
Cobre	**0,00393**
Ouro	0,0034
Alumínio	0,00391
Tungstênio	0,005
Níquel	0,006
Ferro	0,0055
Constantan	0,000008
Nicromo	0,00044

Dos valores de α_{20} determinados para diferentes materiais, alguns deles estão listados na Tabela 3.4.

A Equação 3.8 pode ser escrita da seguinte maneira:

$$\alpha_{20} = \frac{\left(\dfrac{R_1 - R_{20}}{T_1 - 20°C}\right)}{R_{20}} = \frac{\dfrac{\Delta R}{\Delta T}}{R_{20}}$$

a partir da qual é definida a unidade Ω/°C/ Ω para α_{20}.

Visto que $\Delta R/\Delta T$ é a inclinação da curva mostrada na Figura 3.11, podemos concluir que

quanto maior o coeficiente de temperatura da resistência de um material, mais sensível será o nível de resistência a mudanças de temperatura.

Observando a Tabela 3.3, notamos que o cobre é mais sensível a variações de temperatura do que a prata, o ouro e o alumínio, embora as diferenças sejam muito pequenas. A inclinação definida para o parâmetro α_{20}, no caso do constantan, é tão pequena que a curva é praticamente horizontal.

Visto que R_{20}, na Equação 3.8, é a resistência do condutor a 20°C e $T_1 - 20°C$ é a mudança na temperatura a partir de 20°C, a Equação 3.8 pode ser escrita da seguinte maneira:

$$R = \rho \frac{l}{A}\left[1 + \alpha_{20}\Delta T\right] \tag{3.9}$$

que permite calcular a resistência a partir de todos os parâmetros relevantes.

PPM/°C

Para os resistores, assim como para os condutores, a resistência varia com as oscilações de temperatura. Essa especificação é normalmente fornecida em partes por milhão por graus Celsius (**PPM/°C**), dando uma indicação imediata da sensibilidade do resistor à variação de temperatura. Para os resistores, um valor de 5.000 PPM é considerado alto, enquanto um valor de 20 PPM é considerado muito baixo. Um valor de 1.000 PPM/°C significa que uma variação de 1° na temperatura resulta em uma variação no valor da resistência igual a 1.000 PPM ou 1.000/1.000.000 = 1/1.000 de seu valor nominal, o que não é uma variação significativa para a maioria das aplicações. Entretanto, uma variação de 10°C resultaria em uma alteração igual a 1/100 (1 por cento) do valor nominal, o que já começa a se tornar significativo. Portanto, a preocupação não reside apenas no valor em PPM, mas também na variação de temperatura esperada.

Na forma de equação, a variação de resistência é dada por:

$$\Delta R = \frac{R_{nominal}}{10^6}(\text{PPM})(\Delta T) \tag{3.10}$$

onde $R_{nominal}$ é o valor nominal do resistor à temperatura ambiente e ΔT é a variação de temperatura a partir do valor de referência de 20°C.

EXEMPLO 3.10

Para um resistor de carbono de 1 kΩ cujo PPM é 2.500, determine a resistência a 60°C.

Solução:

$$\Delta R = \frac{1.000\ \Omega}{10^6}(2.500)(60°C - 20°C)$$
$$= 100\ \Omega$$

e

$$R = R_{nominal} + \Delta R = 1.000\ \Omega + 100\ \Omega$$
$$= \mathbf{1.100\ \Omega}$$

3.5 TIPOS DE RESISTORES

Resistores fixos

Os resistores podem ser construídos em diversos formatos, mas todos eles podem ser divididos em dois grupos: fixos e variáveis. O mais comum dos resistores fixos de baixa potência é o resistor de filme mostrado na Figura 3.12. Ele foi construído com o depósito de uma camada fina de material resistivo (tipicamente carbono, metal ou óxido de metal) sobre uma haste cerâmica. A resistência desejada é, então, obtida cortando fora parte do material resistivo de maneira helicoidal para estabelecer uma faixa longa e contínua de material de alta resistência de uma extremidade do resistor até a outra. Em geral, resistores de carbono têm um corpo bege e são de baixa potência. O resistor de filme de metal é tipicamente de uma cor mais forte, como vermelho-tijolo

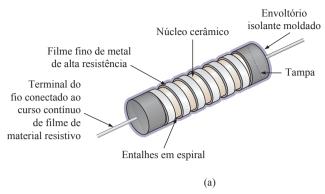



Figura 3.12 Resistores de película: (a) construção; (b) tipos.

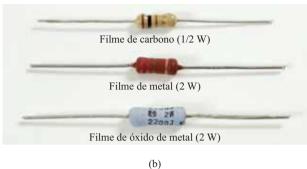
ou verde-escuro, com especificações de potência mais altas. O resistor de óxido de metal normalmente tem uma cor pastel mais suave, e tem a especificação de potência mais alta dos três.

Quando você procurar na maioria dos catálogos eletrônicos ou for a um representante de produtos eletrônicos local para comprar resistores, verá que o resistor mais comum é o resistor de filme. Alguns anos atrás, o resistor de carbono na Figura 3.13 era o mais comum, mas cada vez menos empresas fabricam essa variedade, e sua gama de aplicações foi reduzida a usos nos quais temperaturas muito altas e efeitos indutivos (Capítulo 11) podem ser um problema. Sua resistência é determinada pelo material de composição de carbono moldado diretamente em cada extremidade do resistor. As características de alta resistividade do carbono (ρ = 21.000 CM-Ω/pés) proporcionam um curso de alta resistência para a corrente através do elemento.

Para estilos e fabricantes específicos, o tamanho de um resistor aumenta de acordo com a potência ou com a especificação de potência.

O conceito de potência é abordado em detalhes no Capítulo 4, mas por ora perceba que especificações de potência maiores são normalmente associadas à capacidade de suportar níveis de corrente e temperatura mais altos. A Figura 3.14 descreve o tamanho real de resistores de filme finos de óxido de metal no caso da especificação de potência de 1/4 W a 5 W. Todos os resistores na Figura 3.14 são de 1 MΩ, mostrando que

o tamanho de um resistor não define seu nível de resistência.

Uma série de outros resistores fixos é descrita na Figura 3.15. Os resistores da Figura 3.15(a) são formados ao se enrolar um fio de alta resistência em torno de um núcleo de cerâmica. A estrutura inteira é então cozida em

(b)

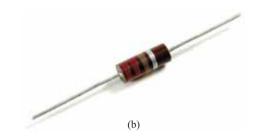



Figura 3.13 Resistores de composição fixa: (a) construção; (b) aparência.

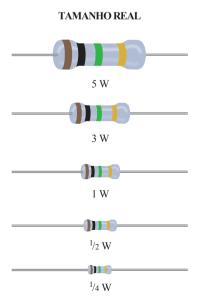



Figura 3.14 Resistores fixos de carbono com diferentes especificações de potência.

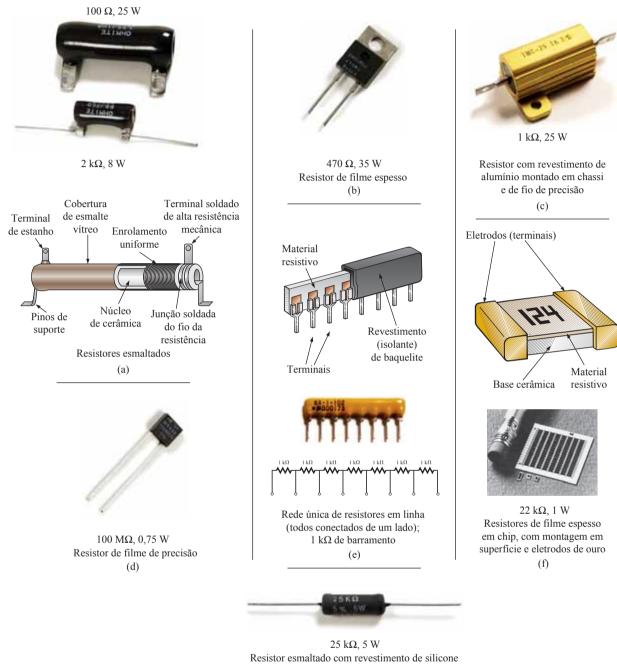



Figura 3.15 Vários tipos de resistores fixos.

um cimento cerâmico para fornecer uma camada protetora. Esses resistores são tipicamente usados para aplicações de potência maiores, apesar de também estarem disponíveis em especificações de potência muito pequenas e de precisão muito alta.

As figuras 3.15(c) e (g) são tipos especiais de resistores com baixa tolerância percentual. Observe, em particular, as altas especificações de potência para os resistores esmaltados para seus tamanhos relativamente pequenos. As figuras 3.15(b), (d) e (f) são resistores de filme de potência que usam uma camada mais espessa de material de filme do que a usada no tipo mostrado na Figura 3.12. Os resistores de chip na Figura 3.15(f) são usados onde o espaço é uma prioridade, como sobre a superfície do painel de um circuito. Unidades desse tipo podem ter menos de 1/16 polegada de comprimento ou de largura, com uma espessura tão pequena quanto 1/30 polegada; entretanto, eles ainda podem suportar 0,5 W de potência com níveis de

resistência tão altos quanto 1.000 MΩ — uma prova clara de que o tamanho não determina o nível de resistência. O resistor fixo na Figura 3.15(c) tem terminais aplicados a uma camada de material resistor, com a resistência entre os terminais sendo determinada pelas dimensões do material resistivo e da colocação de *pads* terminais.

Resistores variáveis

Os resistores variáveis, como o próprio nome sugere, têm uma resistência que pode ser variada ao se girar um botão, um parafuso ou o que for apropriado para a aplicação específica. Eles podem ter dois ou três terminais, mas a maioria possui três. Quando um dispositivo de dois ou três terminais é usado como um resistor variável, geralmente ele é denominado **reostato**. Se um dispositivo de três terminais é usado para controlar níveis de potência, então ele é normalmente denominado **potenciômetro**. Mesmo que um dispositivo de três terminais possa ser usado como reostato ou potenciômetro (dependendo de como ele é conectado), ele costuma ser denominado *potenciômetro* quando aparece em revistas especializadas ou em listas de componentes para aplicações específicas.

O símbolo de um potenciômetro de três terminais é mostrado na Figura 3.16 (a). Quando usado como um resistor variável (ou reostato), ele pode ser conectado de dois modos, como mostram as figuras 3.16(b) e (c). Na Figura 3.16(b), os pontos *a* e *b* estão conectados ao circuito, e o terminal restante é deixado desligado. A resistência introduzida é determinada pela porção do elemento resistivo entre os pontos *a* e *b*. Na Figura 3.16(c), a resistência é novamente aquela entre os pontos *a* e *b*, mas agora a resistência restante é 'extraída' (seu efeito é removido) pela conexão de *b* a *c*. O símbolo aceito universalmente para o reostato é mostrado na Figura 3.16(d).

A maioria dos potenciômetros tem três terminais nas posições relativas mostradas na Figura 3.17. O botão, a chave ou o parafuso situado no centro do encapsulamento controla o movimento de um contato que pode se mover ao longo de um elemento resistivo conectado entre os dois terminais externos. O contato está ligado ao terminal central, o que estabelece uma resistência entre o contato móvel e os terminais externos.

A resistência entre os terminais externos a e c da Figura 3.18(a) (e da Figura 3.17) é sempre fixa no valor máximo do potenciômetro, independentemente da posição do cursor ligado a b.

Em outras palavras, a resistência entre os terminais *a* e *c* vistos na Figura 3.18(a) para um potenciômetro de 1 MΩ é sempre 1 MΩ, não importa o quanto giremos o controle, deslocando o contato. Na Figura 3.18(a), o contato central não está ligado ao circuito.

A resistência entre o terminal do cursor e um dos terminais externos pode variar entre um mínimo de 0 Ω e um valor máximo igual ao valor nominal do potenciômetro.

Na Figura 3.18(b), o cursor foi colocado a 1/4 da distância entre os pontos *a* e *c*. A resistência resultante entre os pontos *a* e *b* é, portanto, 1/4 do total, ou seja, 250 kΩ

(a) (b) (c) (d)

Figura 3.16 Potenciômetro: (a) símbolo; (b) e (c) conexões tipo reostato; (d) símbolo de reostato.

(a) Vista externa

(b) Vista interna

(c) Elemento de carbono

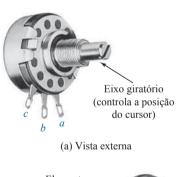
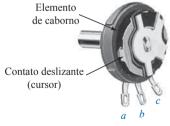



Figura 3.17 Potenciômetro com resistor de carbono. (Cortesia da Allen-Bradley Co.)

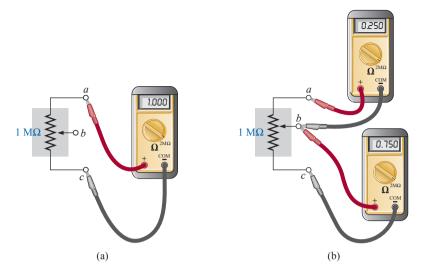



Figura 3.18 Componentes resistivos de um potenciômetro: (a) entre os terminais externos; (b) entre o contato móvel e cada terminal externo.

(para um potenciômetro de 1 MΩ), e a resistência entre *b* e *c* é 3/4 do total, isto é, 750 kΩ.

> *A soma das resistências entre o cursor e os dois terminais externos é igual à resistência total do potenciômetro.*

Isso é demonstrado pela ilustração na Figura 3.18 (b), em que 250 kΩ + 750 kΩ = 1 MΩ. Especificamente,

$$R_{ac} = R_{ab} + R_{bc} \quad (3.11)$$

Portanto, conforme a resistência entre o cursor e um dos contatos externos aumenta, a resistência entre esse contato móvel e o outro terminal externo diminui na mesma proporção. Por exemplo: se R_{ab} de um potenciômetro de 1 kΩ for 200 Ω, a resistência R_{bc} deve ser 800 Ω. Se R_{ab} diminui para 50 Ω, R_{bc} deve aumentar para 950 Ω, e assim por diante.

Os potenciômetros de carbono são geralmente usados em circuitos com menor consumo de energia, e são encontrados em valores de 20 Ω até 22 MΩ (valores máximos). Um *trimmer* miniatura (menos de 1/4 polegada em diâmetro) aparece na Figura 3.19(a), e uma série de potenciômetros que usam um material resistivo de cermet aparecem na Figura 3.19(b). O ponto de contato do resistor de três pontos Figura 3.19(c) pode ser movido para estabelecer a resistência entre os três terminais.

Quando o dispositivo é usado como potenciômetro, as conexões são feitas conforme indica a Figura 3.20. Nesse caso, ele pode ser usado para controlar os valores das tensões V_{ab}, V_{bc} ou ambas, dependendo da aplicação. Outras discussões sobre o uso dos potenciômetros conectados a cargas podem ser encontradas nos próximos capítulos.

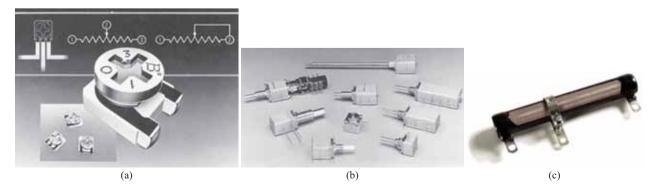



Figura 3.19 Resistores variáveis: (a) *Trimmer* de 4 mm (≈ 5/32 polegadas) (cortesia da Bourns, Inc.); (b) elementos condutores de plástico e cermet (cortesia da Honeywell Clarostat); (c) resistor esmaltado de três pontos.

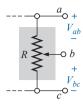



Figura 3.20 Controle de valores de tensão usando-se um potenciômetro.

3.6 CÓDIGO DE CORES E VALORES PADRONIZADOS DE RESISTORES

Há uma grande variedade de resistores, fixos e variáveis, suficiente para ter o valor da resistência escrita em ohms em seu encapsulamento. Entretanto, alguns são muito pequenos para terem números impressos, então um sistema de **código de cores** é usado. Para os resistores de filme fino, quatro, cinco ou seis faixas coloridas podem ser usadas. O esquema de quatro faixas é descrito aqui. Mais tarde, nesta seção, as finalidades da quinta e da sexta faixas serão descritas.

Para o esquema de quatro faixas, as faixas são *sempre lidas da extremidade que tem uma faixa mais próxima dela*, como mostra a Figura 3.21. As faixas são numeradas como mostrado, para que possam ser usadas como referência na discussão a seguir.

A primeira e a segunda faixas representam o primeiro e o segundo dígitos, respectivamente.

Elas são os primeiros dois números efetivos que definem o valor numérico do resistor.

A terceira faixa determina o multiplicador, em potências de 10, dos primeiros dois dígitos (ou seja, o número de zeros que se seguem ao segundo dígito para os resistores maiores que 10 Ω).

A quarta faixa é a tolerância do resistor fornecida pelo fabricante, que é uma indicação da precisão no valor da resistência.

Se a quarta faixa for omitida, convencionou-se que a tolerância seria de ±20 por cento.

Figura 3.21 Código de cores para resistores fixos.

O número correspondente de cada cor é definido na Figura 3.22. A quarta faixa será ±5 ou ±10 por cento, como definido pelo ouro e pela prata, respectivamente. Para lembrar da cor que acompanha cada porcentagem, simplesmente lembre-se de que os resistores de ±5 por cento custam mais, e que o ouro é mais valioso do que a prata.

Lembrar-se da cor que acompanha cada dígito exige um pouco de prática. Em geral, as cores começam nos tons mais escuros e evoluem na direção de tons mais claros. A melhor maneira de memorizá-las é simplesmente repetir várias vezes que vermelho é 2, amarelo é 4, e assim por diante. Simplesmente pratique com um amigo ou colega, e você aprenderá a maioria das cores rapidamente.

EXEMPLO 3.11

Calcule o valor do resistor da Figura 3.23.

Solução:

Fazendo a leitura da faixa mais próxima da extremidade esquerda, o marrom e o vermelho representam os números 1 e 2, respectivamente. A terceira faixa é laranja, representando o número 3 para a potência do multiplicador, como a seguir:

$$12 \times 10^3\ \Omega$$

resultando em um valor de 12 kΩ. Como indicado anteriormente, se 12 kΩ for escrito como 12.000 Ω, a

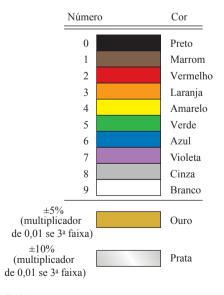



Figura 3.22 Código de cores.

Figura 3.23 Exemplo 3.11.

terceira faixa revelará o número de zeros que seguem os primeiros dois dígitos.
Quanto à quarta faixa de ouro, representando uma tolerância de ±5 por cento: para calcular o intervalo de resistência no qual o fabricante garantiu que o resistor cairá, primeiro converta os 5 por cento em um número decimal movendo a vírgula duas casas para a esquerda:

$$5\% \Rightarrow 0{,}05$$

Então, multiplique o valor do resistor pelo número decimal a seguir:

$$0{,}05(12\text{ k}\Omega) = 600\ \Omega$$

Por fim, adicione o número resultante ao valor do resistor para determinar o valor máximo, e subtraia o número para calcular o valor mínimo. Isto é,

$$\text{Máximo} = 12.000\ \Omega + 600\ \Omega = 12{,}6\text{ k}\Omega$$
$$\text{Mínimo} = 12.000\ \Omega - 600\ \Omega = 11{,}4\text{ k}\Omega$$
$$\text{Intervalo} = \mathbf{11{,}4\ k\Omega\ a\ 12{,}6\ k\Omega}$$

O resultado é que o fabricante garantiu que com a faixa de ouro de 5 por cento, o resistor cairá dentro do intervalo determinado. Em outras palavras, o fabricante não garante que o resistor será exatamente 12 kΩ, mas que ele cairá em um intervalo como definido anteriormente.

Usando o procedimento anterior, o menor resistor que pode ser rotulado com o código de cor é 10 Ω. Entretanto,

o intervalo pode ser ampliado para incluir resistores de 0,1 a 10 Ω simplesmente usando o ouro como uma cor multiplicadora (terceira faixa) para representar 0,1 e usando a prata para representar 0,01.

Isso é demonstrado no exemplo a seguir.

EXEMPLO 3.12

Calcule o valor do resistor da Figura 3.24.

Solução:

As primeiras duas cores são representam os números 8 e 2, respectivamente. A terceira cor, representa um multiplicador de 0,1. Usando o multiplicador, obtemos uma resistência de

$$(0{,}1)(82\ \Omega) = 8{,}2\ \Omega$$

A quarta faixa representa uma tolerância de ±10 por cento. Converter em um número decimal e realizar a multiplicação resulta em

$$10\% = 0{,}10 \quad \text{e} \quad (0{,}1)(8{,}2\ \Omega) = 0{,}82\ \Omega$$

$$\text{Máximo} = 8{,}2\ \Omega + 0{,}82\ \Omega = 9{,}02\ \Omega$$
$$\text{Mínimo} = 8{,}2\ \Omega - 0{,}82\ \Omega = 7{,}38\ \Omega$$

de maneira que Intervalo = **7,38 Ω a 9,02 Ω**

Figura 3.24 Exemplo 3.12.

Apesar de ser necessário algum tempo para aprender os números associados a cada cor, é certamente encorajador tornar-se ciente de que

o mesmo esquema de cores para representar números é usado para todos os elementos importantes de circuitos elétricos.

Posteriormente, você verá que o valor numérico associado a cada cor é o mesmo para capacitores e indutores. Portanto, uma vez aprendido, o esquema tem áreas repetidas de aplicação.

Alguns fabricantes preferem usar um **código de cores de cinco faixas.** Em tais casos, como mostrado na parte de cima da Figura 3.25, três dígitos são fornecidos antes do multiplicador. A quinta faixa segue o indicador de tolerância. Se o fabricante decidir incluir o coeficiente de temperatura, uma sexta faixa aparecerá como mostrado na parte de baixo da Figura 3.25, com a cor indicando o nível PPM.

Para quatro, cinco ou seis faixas, se a tolerância for menor do que 5 por cento, as cores a seguir serão usadas para refletir a porcentagem de tolerância.

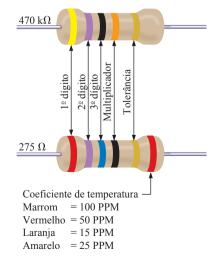



Figura 3.25 Código de cores de cinco faixas para resistores fixos.

marrom = ±1%, vermelho = ±2%, verde = ±0,5%, azul = ±0,25%, e violeta = ±0,1%.

Seria de esperar que os resistores fossem fabricados com valores como 10 Ω, 20 Ω, 30 Ω, 40 Ω, 50 Ω, e assim por diante. Entretanto, esse não é o caso de alguns valores comerciais típicos, como 27 Ω, 56 Ω e 68 Ω. Há uma razão para os valores escolhidos, que é mais bem demonstrada quando se faz uma análise da lista, na Tabela 3.5, de valores padronizados de resistores disponíveis comercialmente. Os valores em negrito são os mais comuns e estão tipicamente disponíveis com tolerâncias de 5, 10 e 20 por cento.

Uma análise do efeito do valor de tolerância nos ajudará a explicar a escolha dos valores comerciais. Considere a sequência 47 Ω–68 Ω–100 Ω, que estão disponíveis com a tolerância de 20 por cento. Na Figura 3.26(a), as faixas de tolerância para cada um foram determinadas e representadas graficamente. Observe que, com essa tolerância (que é tudo o que o fabricante garante), o intervalo de valores para as resistências dos resistores vai de 37,6 Ω a 120 Ω. Em outras palavras, o fabricante está garantindo todo o intervalo ao usar as tolerâncias para preencher os espaços vazios. Baixando o valor para 10 por cento, aparecem os resistores de 56 Ω e 82 Ω para preencher os espaços, conforme mostra a Figura 3.26(b). Ao diminuir a tolerância para 5 por cento, são necessários mais valores dos resistores para preencher os espaços. Portanto, os valores das resistências foram escolhidos de modo que garantam que todo o intervalo seja coberto. É claro que, se desejarmos um valor específico que não seja um valor-padrão, podemos usar combinações de valores-padrão e chegar a uma resistência equivalente muito próxima da desejada. Se esse método ainda não for satisfatório, pode-se usar um potenciômetro, ajustando-o em um valor mais exato de resistência e, então, inserindo-o no circuito.

Ao longo deste livro serão encontrados muitos valores de resistores que não serão valores-padrão. Isso foi feito para reduzir a complexidade matemática, que poderia interferir no processo de aprendizagem. Entretanto, nas

Tabela 3.5 Valores-padrão dos resistores comercialmente disponíveis.

Ohms (Ω)					Kilohms (kΩ)		Megohms (MΩ)	
0,10	**1,0**	**10**	**100**	**1000**	**10**	**100**	**1,0**	**10,0**
0,11	1,1	11	110	1100	11	110	1,1	11,0
0,12	**1,2**	**12**	**120**	**1200**	**12**	**120**	**1,2**	**12,0**
0,13	1,3	13	130	1300	13	130	1,3	13,0
0,15	**1,5**	**15**	**150**	**1500**	**15**	**150**	**1,5**	**15,0**
0,16	1,6	16	160	1600	16	160	1,6	16,0
0,18	**1,8**	**18**	**180**	**1800**	**18**	**180**	**1,8**	**18,0**
0,20	2,0	20	200	2000	20	200	2,0	20,0
0,22	**2,2**	**22**	**220**	**2200**	**22**	**220**	**2,2**	**22,0**
0,24	2,4	24	240	2400	24	240	2,4	
0,27	**2,7**	**27**	**270**	**2700**	**27**	**270**	**2,7**	
0,30	3,0	30	300	3000	30	300	3,0	
0,33	**3,3**	**33**	**330**	**3300**	**33**	**330**	**3,3**	
0,36	3,6	36	360	3600	36	360	3,6	
0,39	**3,9**	**39**	**390**	**3900**	**39**	**390**	**3,9**	
0,43	4,3	43	430	4300	43	430	4,3	
0,47	**4,7**	**47**	**470**	**4700**	**47**	**470**	**4,7**	
0,51	5,1	51	510	5100	51	510	5,1	
0,56	**5,6**	**56**	**560**	**5600**	**56**	**560**	**5,6**	
0,62	6,2	62	620	6200	62	620	6,2	
0,68	**6,8**	**68**	**680**	**6800**	**68**	**680**	**6,8**	
0,75	7,5	75	750	7500	75	750	7,5	
0,82	**8,2**	**82**	**820**	**8200**	**82**	**820**	**8,2**	
0,91	9,1	91	910	9100	91	910	9,1	

Figura 3.26 Garantia de todo o intervalo de valores de resistência para uma tolerância dada: (a) 20 por cento; (b) 10 por cento.

seções de problemas serão empregados frequentemente os valores padronizados para assegurar a familiarização com os valores comerciais disponíveis.

Resistores de montagem de superfície

Em geral, resistores de montagem de superfície são marcados de três maneiras: código de cores, três símbolos e dois símbolos.

O **código de cores** é o mesmo que foi há pouco descrito nesta seção para os resistores com furos.

A abordagem dos **três símbolos** usa três dígitos. Os dois primeiros definem os dois primeiros dígitos do valor; o último dígito define a potência do multiplicador de potência de dez.

Por exemplo:

820 é $82 \times 10^0\ \Omega$ = **82 Ω**
222 é $22 \times 10^2\ \Omega = 2.200\ \Omega$ = **2,2 kΩ**
010 é $1 \times 10^0\ \Omega$ = **1 Ω**

A marcação de **dois símbolos** usa uma letra seguida por um número. A letra define o valor como na lista a seguir. Observe que todos os números da lista comercialmente disponível da Tabela 3.5 foram incluídos.

A = 1,0	**B** = 1,1	**C** = 1,2	**D** = 1,3
E = 1,5	**F** = 1,6	**G** = 1,8	**H** = 2
J = 2,2	**K** = 2,4	**L** = 2,7	**M** = 3
N = 3,3	**P** = 3,6	**Q** = 3,9	**R** = 4,3
S = 4,7	**T** = 5,1	**U** = 5,6	**V** = 6,2
W = 6,8	**X** = 7,5	**Y** = 8,2	**Z** = 9,1

O segundo símbolo é a potência do multiplicador de potência de dez. Por exemplo,

C3 = $1,2 \times 10^3\ \Omega$ = **1,2 kΩ**
T0 = $5,1 \times 10^0\ \Omega$ = **5,1 Ω**
Z1 = $9,1 \times 10^1\ \Omega$ = **91 Ω**

Símbolos adicionais podem preceder ou aparecer depois dos códigos, e podem diferir dependendo do fabricante. Estes podem fornecer informações sobre a estrutura de resistência interna, especificação de potência, material de superfície, derivação e tolerância.

3.7 CONDUTÂNCIA

Quando calculamos o inverso da resistência de um material, obtemos uma medida da facilidade com que o material conduz eletricidade. Essa grandeza é denominada **condutância**, cujo símbolo é G e cuja medida é dada em *siemens* (S) (veja a Figura 3.27). Na forma de equação, a condutância é definida por:

$$G = \frac{1}{R} \quad \text{(siemens, S)} \qquad \textbf{(3.12)}$$

Uma resistência de 1 MΩ é equivalente a uma condutância de 10^{-6} S, e uma resistência de 10 Ω é equivalente a uma condutância de 10^{-1} S. Portanto, quanto maior a condutância, menor a resistência e maior a condutividade.

Na forma de equação, a condutância é expressa por:

$$G = \frac{A}{\rho l} \quad \text{(S)} \qquad \textbf{(3.13)}$$

o que mostra que ao aumentar a seção reta ou diminuir o comprimento ou a resistividade, aumentamos a condutância.

Figura 3.27 Werner von Siemens.

Alemão (Lenthe, Berlim)
(1816-1892)
Engenheiro Elétrico, fabricante de Telégrafos
Siemens & Halske AG.

Desenvolveu um *processo de galvanoplastia* durante sua breve passagem pela prisão, por ter sido padrinho em um duelo entre oficiais do exército da Prússia. Inspirado pelo telégrafo eletrônico inventado por sir Charles Wheatstone em 1817, aperfeiçoou o projeto e começou a instalar, com a ajuda de seu irmão Carl, cabos através do Mediterrâneo e da Europa para a Índia. Suas invenções incluem o primeiro *gerador autoexcitado*, que utiliza o magnetismo *residual* de seu eletroímã em vez de um ímã permanente, de baixa eficiência. Em 1888, ascendeu à nobreza e pode acrescentar o *von* ao nome. A atual empresa Siemens AG possui unidades de fabricação em mais de 35 países, e escritórios de vendas em cerca de 125 países.

EXEMPLO 3.13

a) Determine a condutância de resistores de 1 Ω, de 50 kΩ e de 10 MΩ.
b) Como o nível de condutância muda com o aumento da resistência?

Solução:

Equação 3.12:

a)

$$1\ \Omega\text{: } G = \frac{1}{R} = \frac{1}{1\ \Omega} = \mathbf{1\ S}$$

$$50\ \text{k}\Omega\text{: } G = \frac{1}{R} = \frac{1}{50\ \text{k}\Omega} = \frac{1}{50\times10^{3}\,\Omega}$$
$$= 0{,}02 \times 10^{-3}\ \text{S} = \mathbf{0{,}02\ mS}$$

$$10\ \text{M}\Omega\text{: } G = \frac{1}{R} = \frac{1}{10\ \text{M}\Omega} = \frac{1}{10\times10^{6}\,\Omega}$$
$$= 0{,}1 \times 10^{-6}\ \text{S} = \mathbf{0{,}1\ \mu S}$$

b) O nível de condutância cai rapidamente com o aumento significativo nos níveis de resistência.

EXEMPLO 3.14

Qual a variação relativa da condutividade de um condutor se sua área é reduzida em 30 por cento e seu comprimento aumentado em 40 por cento? A resistividade é mantida constante.

Solução:

Equação 3.13:

$$G_i = \frac{1}{R_i} = \frac{1}{\dfrac{\rho_i l_i}{A_i}} = \frac{A_i}{\rho_i l_i}$$

com o subscrito i indicando o valor inicial. Usando o subscrito n para indicar o novo valor, obtemos:

$$G_n = \frac{A_n}{\rho_n l_n} = \frac{0{,}70A_i}{\rho_i(1{,}4l_i)} = \frac{0{,}70}{1{,}4}\frac{A_i}{\rho_i l_i} = \frac{0{,}70G_i}{1{,}4}$$

e $G_n = \mathbf{0{,}5G_i}$

3.8 OHMÍMETROS

O **ohmímetro** é um instrumento usado para realizar, dentre outras, as seguintes tarefas:

1. *Medir a resistência de um elemento individual ou de elementos combinados.*
2. *Detectar situações de 'circuito aberto' (resistência alta) e de 'curto-circuito' (resistência baixa).*
3. *Verificar a continuidade das conexões de um circuito e identificar fios em um cabo com múltiplas vias.*
4. *Testar alguns dispositivos semicondutores (eletrônicos).*

Na maioria das aplicações, os ohmímetros usados mais frequentemente fazem parte de um VOM (multímetro analógico) ou de um DMM (multímetro digital). Os detalhes dos circuitos internos e os métodos de utilização do aparelho serão deixados para as aulas de laboratório. Entretanto, em geral, a resistência do resistor pode ser medida conectando, simplesmente, as pontas de prova do medidor aos terminais do resistor, conforme mostra a Figura 3.28. Não é necessário se preocupar com qual fio se conecta a qual extremidade; o resultado será o mesmo em ambos os casos, pois os resistores oferecem a mesma resistência ao fluxo de cargas (corrente) em qualquer sentido. Se for

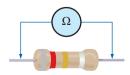



Figura 3.28 Medição da resistência de um único elemento.

usado um multímetro analógico, a chave seletora deverá ser colocada na faixa de resistência adequada, e a leitura será feita em uma escala não linear (normalmente a escala superior do medidor), que deve ser lida apropriadamente para se obter o valor da resistência. O multímetro digital também necessita que seja escolhida a escala adequada para a resistência a ser medida, mas o resultado aparece como um número no visor do aparelho, e o ponto decimal é determinado pela escala escolhida. Quando se mede a resistência de um único resistor, em geral, é aconselhável remover a resistência do circuito antes de fazer a medição. Se isso for difícil ou impossível, pelo menos uma extremidade do resistor deve ser desconectada do circuito para que a leitura não seja influenciada pelos outros componentes.

Se as duas pontas de prova do instrumento estiverem se tocando com a chave seletora do medidor colocada nas posições para medir resistências, a leitura resultante será zero. Uma conexão pode ser testada, como mostra a Figura 3.29, ao se ligar o ohmímetro aos dois lados da conexão. Se a resistência for zero, a conexão é segura. Se for diferente de zero, pode ser que a conexão não esteja firme; caso a resistência medida seja infinita, não há conexão (circuito aberto).

Se um fio de um cabo é conhecido, a extremidade de um segundo fio podem ser identificadas segundo mostra a Figura 3.30. Simplesmente conecte uma das extremidades do fio conhecido a uma extremidade de qualquer outro fio. Quando o ohmímetro indicar zero ohm (ou uma resistência muito baixa), a segunda extremidade do outro fio terá sido identificada. Esse procedimento pode ser usado também para identificar as extremidades do primeiro fio somente encostando uma das pontas do medidor em uma extremidade de um fio qualquer e tocando todos os fios do outro extremo do cabo com a outra ponta de prova até que uma leitura de zero ohm seja obtida.

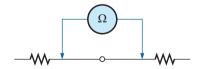



Figura 3.29 Verificação da continuidade de uma conexão.

Figura 3.30 Identificação dos fios de um cabo com múltiplas vias.

Medidas preliminares das condições de alguns dispositivos eletrônicos, como diodos e transistores, podem ser tomadas usando-se o ohmímetro. Esse medidor também pode ser usado para identificar os terminais desses mesmos dispositivos.

Uma nota importante sobre o uso de qualquer ohmímetro:

Jamais conecte um ohmímetro a um circuito energizado!

A leitura não fará sentido e o instrumento poderá ser danificado. A seção do ohmímetro de qualquer instrumento é projetada para fazer passar uma pequena corrente pela resistência a ser medida. Uma grande corrente externa pode danificar o mecanismo responsável pelo movimento do ponteiro e certamente prejudicará a calibragem do aparelho. Além disso:

Jamais guarde um multímetro com a chave posicionada para medidas de resistência.

As duas pontas de prova do medidor podem se tocar, fazendo com que a pequena corrente gerada descarregue a bateria. Multímetros analógicos devem ser guardados com o seletor na maior escala de tensão, e a chave seletora dos multímetros digitais deve estar na posição OFF (desligado).

3.9 RESISTÊNCIA: UNIDADES MÉTRICAS

Os projetos de elementos resistivos para várias áreas de aplicação, incluindo os resistores de filmes finos e circuitos integrados, utilizam unidades métricas para as grandezas da Equação 3.1 introduzidas na Seção 3.2. Em unidades do sistema SI, a resistividade seria medida em ohms-metros, a área em metros quadrados e o comprimento em metros. Entretanto, o metro é uma unidade de medida muito grande para a maioria das aplicações e, portanto, geralmente é empregado o centímetro. As dimensões resultantes para a Equação 3.1 são:

⊠: ohms-centímetros
l: centímetros
A: centímetros quadrados

As unidades de ⊠ podem ser derivadas de:

$$\rho = \frac{RA}{l} = \frac{\Omega\text{-cm}^2}{\text{cm}} = \Omega\text{-cm}$$

A resistividade de um material é, na verdade, a resistência de uma amostra tal como a que aparece na

Figura 3.31. A Tabela 3.6 fornece uma lista de valores de ρ em ohms-centímetros. Observe que a área é expressa agora em centímetros quadrados, podendo ser determinada usando-se a equação básica $A = \pi d^2/4$, eliminando assim a necessidade de trabalhar com mils circulares, a unidade de medida especial associada a tais fios.

EXEMPLO 3.15

Determine a resistência de 100 pés do fio de telefone de cobre #28 se o seu diâmetro for de 0,0126 polegada.

Solução:

Conversões de unidades:

$$l = 100\ \text{pés}\left(\frac{12\ \text{pol.}}{1\ \text{pé}}\right)\left(\frac{2{,}54\ \text{cm}}{1\ \text{pol.}}\right) = 3.048\ \text{cm}$$

$$d = 0{,}0126\ \text{pol.}\left(\frac{2{,}54\ \text{cm}}{1\ \text{pol.}}\right) = 0{,}032\ \text{cm}$$

Portanto,

$$A = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{(3{,}1416)(0{,}032\ \text{cm})^2}{4} = 8{,}04 \times 10^{-4}\ \text{cm}^2$$

$$R = \rho\frac{l}{A} = \frac{(1{,}723 \times 10^{-6}\ \Omega\text{-cm})(3.048\ \text{cm})}{8{,}04 \times 10^{-4}\ \text{cm}^2} \cong \mathbf{6{,}5\ \Omega}$$

Usando as unidades para fios circulares e a Tabela 3.2 para a área de um fio #28, encontramos:

$$R = \rho\frac{l}{A} = \frac{(10{,}37\ \text{CM-}\Omega/\text{pés})(100\ \text{pés})}{159{,}79\ \text{CM}} \cong \mathbf{6{,}5\ \Omega}$$

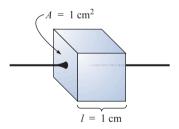



Figura 3.31 Definição de ρ em ohm-centímetros.

Tabela 3.6 Resistividade (r) de vários materiais.

Material	Ω-cm
Prata	$1{,}645 \times 10^{-6}$
Cobre	$\mathbf{1{,}723 \times 10^{-6}}$
Ouro	$2{,}443 \times 10^{-6}$
Alumínio	$2{,}825 \times 10^{-6}$
Tungstênio	$5{,}485 \times 10^{-6}$
Níquel	$7{,}811 \times 10^{-6}$
Ferro	$12{,}299 \times 10^{-6}$
Tântalo	$15{,}54 \times 10^{-6}$
Nicromo	$99{,}72 \times 10^{-6}$
Óxido de estanho	250×10^{-6}
Carbono	3.500×10^{-6}

EXEMPLO 3.16

Determine a resistência do resistor de filme fino mostrado na Figura 3.32 se a **resistência laminar** R_s (definida por $R_s = \rho/d$) for 100 Ω.

Solução:

Para materiais depositados de mesma espessura, o fator de resistência laminar é geralmente empregado no projeto de resistores de filme fino. A Equação 3.1 pode ser escrita como:

$$R = \rho\frac{l}{A} = \rho\frac{l}{dw} = \left(\frac{\rho}{d}\right)\left(\frac{l}{w}\right) = R_s\frac{l}{w}$$

onde l é o comprimento da amostra e w, sua largura. Substituindo na equação anterior, temos:

$$R = R_s\frac{l}{w} = \frac{(100\ \Omega)(0{,}6\ \text{cm})}{0{,}3\ \text{cm}} = \mathbf{200\ \Omega}$$

como era de se esperar, já que $l = 2w$.

O fator de conversão entre resistividade em mils circulares-ohms e pés e ohms-centímetros é o seguinte:

$$\rho(\Omega\text{-cm}) = (1{,}662 \times 10^{-7}) \times (\text{valor em CM-}\Omega/\text{pés})$$

Por exemplo, para o cobre, ρ = 10,37 CM-Ω/pés:

$$\rho(\Omega\text{-cm}) = 1{,}662 \times 10^{-7}\ (10{,}37\ \text{CM-}\Omega/\text{pés}) = 1{,}723 \times 10^{-6}\ \Omega\text{-cm}$$

conforme indicado na Tabela 3.6.

A unidade de resistividade no projeto de CIs é geralmente expressa em ohms-centímetros, embora as ta-

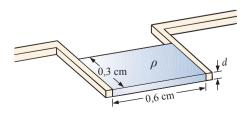



Figura 3.32 Resistor de filme fino (veja o Exemplo 3.16).

belas frequentemente forneçam ρ em ohms-metros ou microhms-centímetros. Usando a técnica de conversão apresentada no Capítulo 1, vemos que o fator de conversão entre ohms-centímetros e ohms-metros é o seguinte:

$$1{,}723\times 10^{-6}\,\Omega\text{-}\cancel{\text{cm}}\left[\frac{1\,\text{m}}{100\,\cancel{\text{cm}}}\right]=\frac{1}{100}\left[1{,}723\times 10^{-6}\right]\Omega\text{-m}$$

ou seja, o valor em ohms-metros é 1/100 do valor em ohms-centímetros, e

$$\rho(\Omega\text{-m})=\left(\frac{1}{100}\right)\times(\text{valor em }\Omega\text{-cm}) \tag{3.14}$$

De forma similar,

⊠$(\mu\Omega\text{-cm}) = (10^{6}) \times (\text{valor em } \Omega\text{-cm})$ (3.15)

Para fins de comparação, valores típicos de ρ em ohms-centímetros para condutores, semicondutores e isolantes são fornecidos na Tabela 3.7.

Observe, em particular, a diferença de ordens de grandeza entre condutores e isolantes (10^{21}) — uma diferença de proporção enorme. Há uma diferença significativa nos valores de ρ para os semicondutores listados, mas a diferença em ordem de grandeza entre os valores da resistividade nos semicondutores e os valores da resistividade nos condutores e isolantes é de pelo menos 10^{6} para todos os semicondutores listados.

Tabela 3.7 Comparação entre os valores de ⊠ em Ω-cm.

Condutor (Ω-cm)	Semicondutor (Ω-cm)		Isolante (Ω-cm)
Cobre $1{,}723 \times 10^{-6}$	Ge	50	Em geral: 10^{15}
	Si	200×10^{3}	
	GaAs	70×10^{6}	

3.10 O QUARTO ELEMENTO — O MEMRISTOR

Em maio de 2008, pesquisadores dos Laboratórios Hewlett-packard, liderados pelo Dr. Stanley Williams, tinham um anúncio incrível a fazer — a descoberta do elo ‘perdido’ da teoria básica de circuitos eletrônicos chamado **memristor**, mostrado na Figura 3.33. Até aquele momento, os elementos passivos básicos da teoria de circuitos eram o resistor, o capacitor e o indutor, sendo que os últimos dois serão introduzidos mais tarde neste livro. A presença desse quarto elemento foi postulada em uma tese seminal de 1971, *IEEE Transactions on Circuit Theory* (Transações IEEE na Teoria de Circuitos), de Leon Chua, da Universidade da Califórnia, em Berkeley. Entretanto, foi somente a partir desse anúncio que o dispositivo foi realmente construído e colocado em funcionamento. Muitas tentativas foram feitas para construir um memristor ao longo dos anos, mas foi somente depois da realização de um teste em uma escala nanométrica que o sucesso foi obtido. Descobriu-se que quanto menor a estrutura, mais proeminente é a resposta de *memresistência*. O nível de memresistência na escala do nanômetro é um milhão de vezes mais forte do que na escala do micrômetro, e é quase impossível de ser detectado na escala de milímetros. Entretanto, essa propriedade pode funcionar em prol de projetos de CI atuais que já estão no raio de ação do nanômetro.

(a)

(b)

Figura 3.33 (a) Imagem de um circuito com 17 memristores capturada por um microscópio de força atômica. Cada memristor é composto de duas camadas de dióxido de titânio prensadas entre um fio comum inferior e seu próprio fio superior. Na medida em que uma tensão é aplicada em um memristor, o pequeno sinal de resistência de uma das camadas de dióxido de titânio é modificado, o que por sua vez é usado como um método para registrar dados. (b) Símbolo. [(a) Cortesia de J. Joshua Yang e R. Stanley Williams, HP Labs.]

As quatro quantidades de circuitos básicas de carga, corrente, tensão e fluxo magnético podem ser relacionadas de seis maneiras. Três relações são derivadas dos elementos básicos do resistor, do capacitor e do indutor. O resistor fornece uma relação direta entre a corrente e a tensão, o capacitor fornece uma relação entre a carga e a tensão, e o indutor fornece uma relação entre a corrente e o fluxo magnético. Isso deixa a relação entre o campo magnético e a carga em movimento através de um elemento. Chua buscou um dispositivo que definisse a relação entre o fluxo magnético e a carga que fosse similar à relação entre a tensão e a corrente de um resistor.

Em geral, Chua estava procurando por um dispositivo cuja resistência fosse uma função de toda carga passasse por ele. No Capítulo 11, a relação entre o movimento da carga e o campo magnético circundante será

descrita de acordo com a necessidade de encontrar um dispositivo relacionando o fluxo de carga ao campo magnético circundante.

O memristor é um dispositivo cuja resistência aumenta com o aumento no fluxo de carga em uma direção e diminui na medida em que o fluxo de carga diminui na direção inversa. Além disso, e de suma importância, ele mantém seu nível novo de resistência quando a excitação é removida.

Esse comportamento na escala nanométrica foi descoberto usando-se o semicondutor dióxido de titânio (TiO_2), que é um material altamente resistivo, mas que pode ser dopado com outros materiais para torná-lo condutivo. Nesse material, os dopantes se deslocam em resposta a um campo elétrico aplicado e derivam na direção da corrente resultante. Começando com um memristor com dopantes apenas em um lado e TiO_2 puro do outro, você pode aplicar uma tensão polarizadora para estabelecer uma corrente no memristor. A corrente resultante vai fazer com que os dopantes se desloquem para o lado puro e reduzam a resistência do elemento. Quanto maior for o fluxo de carga, mais baixa será a resistência resultante. Em outras palavras, como mencionado, TiO_2 tem uma alta resistência, e deslocando os dopantes para o TiO_2 puro, a resistência cai. O processo inteiro de deslocamento dos dopantes é devido à tensão aplicada e ao movimento de carga resultante. Inverter a tensão polarizadora inverte também a direção do fluxo de corrente e traz os dopantes de volta para o outro lado, deixando que o TiO_2 retorne a seu estado de alta resistência; superficialmente, isso parece bastante simples e direto.

Uma analogia frequentemente aplicada para descrever a ação de um memristor é o fluxo de água (análogo à carga) através de um cano. Em geral, a resistência de um cano ao fluxo de água está diretamente relacionada ao diâmetro do cano: quanto menor o cano, maior sua resistência, e quanto maior o diâmetro, menor é a resistência. Para a analogia ser apropriada na descrição da ação de um memristor, o diâmetro do cano tem de ser também uma função da velocidade da água e sua direção. A água fluindo em uma direção vai fazer com que o cano se expanda e a resistência seja reduzida. Quanto mais rápido for o fluxo, maior será o diâmetro. Para a água fluindo na direção oposta, quanto mais rápido for o fluxo, menor será o diâmetro e maior será a resistência. No instante em que o fluxo de água for interrompido em qualquer uma das direções, o cano manterá diâmetro e resistência novos.

Há 17 memristores na Figura 3.33 alinhados em uma fileira, cada um com uma largura em torno de 50 nm. Cada um tem um fio inferior conectado de um lado do dispositivo e um fio superior conectado do lado oposto através de um circuito de fios. Cada memristor, então, vai exibir uma resistência dependendo da direção e da magnitude da carga através de cada um. A escolha atual para o símbolo eletrônico também é fornecida pela Figura 3.33. Ela é similar em design ao símbolo do resistor, mas também é distintamente diferente.

Desse modo, temos um dispositivo de memória que terá uma resistência dependente da direção e do nível de carga fluindo através dele. Remova o fluxo de carga e ele manterá seu novo nível de resistência. O impacto de um dispositivo como esse é enorme — computadores se lembrariam das últimas operação e exibição quando fossem desligados. Você voltaria em algumas horas ou dias e a exibição estaria exatamente como você a havia deixado. O mesmo seria verdadeiro para qualquer sistema funcionando em uma série de atividades e aplicações — como reinício instantâneo exatamente onde você o havia deixado. Será bastante interessante ver como esse quarto elemento afetará o campo da eletrônica em geral.

Assim como o transistor, que foi inicialmente questionado e agora tem uma importância tão significativa, o memristor pode estimular a mesma mudança extraordinária em todas as aplicações eletrônicas.

3.11 SUPERCONDUTORES

O campo da eletroeletrônica é um dos mais empolgantes de nosso tempo. Novos desenvolvimentos aparecem quase semanalmente em função das intensas atividades de pesquisa e desenvolvimento. O ímpeto de pesquisa para desenvolver um supercondutor capaz de operar a temperaturas próximas da temperatura ambiente tem recebido uma atenção cada vez maior em anos recentes devido à necessidade de cortar as perdas de energia.

O que são supercondutores? Por que seu desenvolvimento é tão importante? Em poucas palavras,

supercondutores são condutores de eletricidade que, para todos os fins práticos, têm resistência zero.

Em um condutor convencional, os elétrons se movimentam a velocidades médias próximas de 1.600 km/s (eles podem atravessar os Estados Unidos em cerca de 3 segundos), ainda que a teoria da relatividade de Einstein sugira que a velocidade máxima para a transmissão de informação seja a velocidade da luz no vácuo, cerca de 300.000 km/s. A velocidade relativamente baixa da condução convencional deve-se, entre outras coisas, a colisões com outros átomos no material, a forças repulsivas entre os elétrons (como repulsão de cargas), aos efeitos de agitação térmica que resultam em trajetórias irregulares em função do aumento do movimento de átomos próximos e à presença de impurezas no condutor. No estado supercondutor, há um emparelhamento de elétrons, denominado

efeito Cooper, no qual os elétrons se movimentam em pares 'ajudando-se' mutuamente a manter uma velocidade mais alta através do meio. De certa maneira, isso é como 'aproveitar o vácuo' de outros ciclistas ou corredores. Há uma troca de energia entre parceiros, ou mesmo entre 'novos' parceiros (conforme a necessidade), para garantir a passagem dos portadores de carga com a maior velocidade possível e com o menor gasto total de energia.

Embora o conceito de supercondutividade tenha surgido inicialmente em 1911, foi apenas a partir de 1986 que a possibilidade da supercondutividade à temperatura ambiente se tornou um objetivo da comunidade científica. Por cerca de 70 anos, a supercondutividade somente podia ser conseguida em temperaturas abaixo de 23 K. (A unidade de temperatura universalmente aceita para estudos de supercondutividade é o Kelvin. Lembre-se de que K = 273,15° + °C, de modo que uma temperatura de 23 K corresponde a –250°C, ou –418°F.) Entretanto, em 1986, os físicos Alex Muller e George Bednorz, do Centro de Pesquisa da IBM, em Zurique, encontraram um material cerâmico, óxido de cobre, bário e lantânio, que apresentava propriedades de supercondutividade a 30 K. Essa descoberta introduziu uma nova direção para as pesquisas e incentivou outros pesquisadores a baterem o novo recorde. (Em 1987, os dois cientistas receberam o Prêmio Nobel por sua contribuição a uma importante área de desenvolvimento.)

Em apenas alguns meses, os professores Paul Chu, da Universidade de Houston, e Man Kven Wu, da Universidade do Alabama, aumentaram a temperatura para 95 K usando um supercondutor de óxido de cobre, bário e ítrio. O resultado foi um aumento de interesse da comunidade científica que levou as pesquisas na área a um novo patamar de empenho e investimentos. O maior impacto de tal descoberta foi o fato de que o nitrogênio líquido (ponto de ebulição em 77 K) agora poderia ser usado para baixar a temperatura do material até o valor necessário, em vez de hélio líquido (que evapora a 4 K). O resultado é uma grande economia nos custos de resfriamento, visto que o hélio líquido é pelo menos dez vezes mais caro do que o nitrogênio líquido. Prosseguindo na mesma linha de pesquisa, alguns sucessos foram obtidos a 125 K e a 162 K, utilizando um composto de tálio (mas o tálio é, infelizmente, uma substância extremamente venenosa).

A Figura 3.34 ilustra como a descoberta do uso de um material cerâmico em supercondutores em 1986 levou a rápidos desenvolvimentos no campo. Em 2008, um supercondutor de óxido de estanho-cobre com uma pequena quantidade de índio alcançou um novo pico de 212 K — um aumento enorme de temperatura.

A temperatura na qual um supercondutor volta a ter as características de um condutor convencional é denominada *temperatura crítica*, e é simbolizada por T_c. Observe na Figura 3.35 que o valor de resistividade muda abruptamente em T_c. A largura da região da transição depende da pureza da amostra. Extensas tabelas de temperaturas críticas, para uma grande variedade de compostos testados, podem ser encontradas nos manuais de referências que auxiliam pesquisas em Física, Química, Geologia e campos correlatos. Duas dessas publicações são o *CRC* (Chemical Rubber Co.) *Handbook of Tables for Applied Engineering Science* e o *CRC Handbook of Chemistry and Physics*.

Embora ainda não se tenha conseguido fabricar supercondutores à temperatura ambiente, há diversas aplicações para alguns dos supercondutores já desenvolvidos. É tudo uma questão de comparar o custo adicional com os resultados obtidos ou averiguar se quaisquer desses resultados poderiam ter sido obtidos sem o uso desse estado de resistência zero. Algumas áreas de pesquisa necessitam de aceleradores de alta energia ou de campos magnéticos

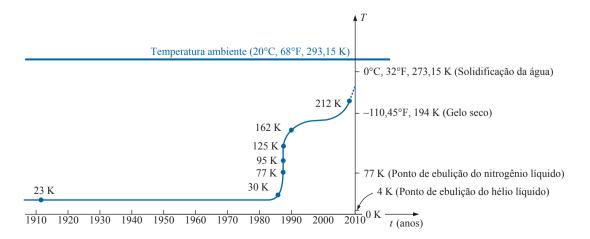



Figura 3.34 Aumento da temperatura dos supercondutores.

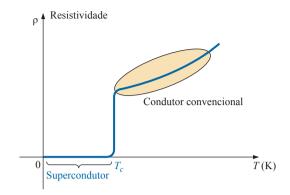



Figura 3.35 Definição da temperatura crítica T_c.

extremamente intensos que só podem ser obtidos com o uso de materiais supercondutores. A supercondutividade é atualmente aplicada no projeto dos trens Maglev (trens que deslizam em um 'colchão de ar' formado por polos magnéticos opostos), que atingem velocidades de até 480 km/h, usando poderosos motores e geradores, em sistemas de ressonância magnética nuclear, para se obter imagens detalhadas do cérebro (e de outras partes do corpo), no projeto de computadores com velocidade de operação quatro vezes maior do que os computadores convencionais e em sistemas avançados de distribuição de energia.

3.12 TERMISTORES

Um **termistor** é um dispositivo semicondutor de dois terminais cuja resistência, como o próprio nome sugere, é sensível à variação de temperatura. A curva característica típica de um termistor aparece na Figura 3.36, juntamente com seu símbolo gráfico. Observe a não linearidade da curva e a diminuição da resistência de cerca de 5.000 Ω para 100 Ω, quando a temperatura aumenta de 20°C para 100°C. A diminuição da resistência com o aumento da temperatura indica um coeficiente de temperatura negativo.

A temperatura do dispositivo pode ser alterada interna ou externamente. Um aumento da corrente que passa através do dispositivo eleva sua temperatura, provocando a diminuição de sua resistência. Qualquer fonte externa de calor aumenta sua temperatura e faz cair a resistência. Os dois tipos de ação (interna e externa) possibilitam o uso do termistor em um sistema de controle. Vários tipos de termistores são mostrados na Figura 3.37. Os materiais empregados na fabricação de termistores incluem óxidos de cobalto, níquel, estrôncio e manganês.

Observe o uso de uma escala logarítmica (a ser discutida no Capítulo 21) para o eixo vertical da Figura 3.36. Essa escala permite representar um intervalo maior de

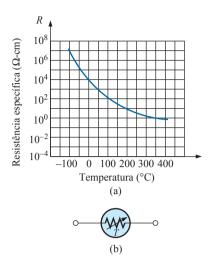



Figura 3.36 Termistor: (a) características; (b) símbolo.

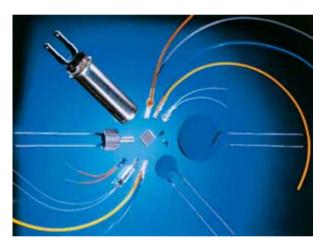



Figura 3.37 Termistores NTC (Coeficiente de Temperatura Negativo, do inglês *Negative Temperature Coefficient*) e PTC (Coeficiente de Temperatura Positivo, do inglês *Positive Temperature Coefficient*). (Cortesia da Siemens Components, Inc.)

valores de resistência específica do que uma escala linear, como a do eixo horizontal. Veja que os valores passam de 0,0001 Ω-cm para 100.000.000 Ω-cm em um intervalo de tempo muito curto. A escala logarítmica é usada para os eixos vertical e horizontal na Figura 3.38.

3.13 CÉLULA FOTOCONDUTORA

A **célula fotocondutora** (também denominada LDR, do inglês *Light Dependent Resistor*) é um dispositivo semicondutor de dois terminais cuja resistência é determinada pela intensidade da luz incidente em sua superfície. À medida que a iluminação aumenta de intensidade, aumenta o estado de energia dos elétrons e átomos

R
100 kΩ
10 kΩ
1 kΩ
0,1 kΩ
Resistência da célula
0,1 1,0 10 100 1.000
Iluminação (pés-velas)
(a)

(b)

Figura 3.38 Célula fotocondutora: (a) características; (b) símbolo.

da superfície, provocando também o aumento do número de 'portadores livres' e a correspondente diminuição na resistência. A curva característica típica de uma célula fotocondutora e seu símbolo gráfico aparecem na Figura 3.38. Observe que o coeficiente de iluminação é negativo. Várias células fotocondutoras de sulfito de cádmio são mostradas na Figura 3.39.

3.14 VARISTORES

Varistores são resistores não lineares, cuja resistência depende da tensão aplicada, usados para suprimir transientes de alta tensão; ou seja, suas características fazem com que limitem a tensão que pode aparecer entre os terminais de um dispositivo ou de um sistema sensível. A curva característica de um varistor típico é mostrada na Figura 3.40(a), juntamente com a curva característica de um resistor linear, para fins de comparação. Observe que para uma determinada 'tensão de disparo', a corrente cresce rapidamente, mas a tensão é limitada a um valor um pouco abaixo dessa tensão de disparo. Em outras palavras, o módulo da tensão entre os terminais desse dispositivo não pode exceder o valor definido por suas características. Através de técnicas adequadas de projeto, esse dispositivo pode, portanto, limitar a tensão aplicada a partes sensíveis de um circuito. A corrente é simplesmente limitada pelo circuito ao qual está conectada. Uma foto mostrando algumas unidades comerciais aparece na Figura 3.40(b).

Figura 3.39 Células fotocondutoras. (Cortesia da PerkinElmer Optoelectronics.)

3.15 APLICAÇÕES

A seguir, serão apresentados exemplos de como as resistências podem ser usadas para realizar uma variedade de tarefas, desde o aquecimento à medição de tração e tensão mecânicas em uma unidade de suporte de uma estrutura. Em geral, a resistência é um componente de muitas aplicações em eletroeletrônica.

Aquecedor elétrico

Uma das aplicações mais comuns da resistência é feita em aparelhos domésticos para preparação de alimentos

(a)

(b)

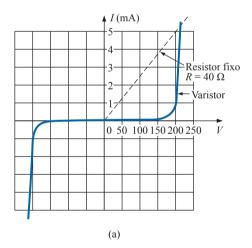
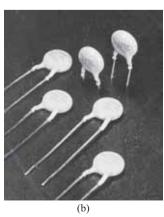



Figura 3.40 Varistores com tensão máxima entre 18 V e 615 V. (Cortesia da Philips Electronics.)

como torradeiras e aquecedores elétricos, nos quais o calor é gerado por uma corrente que passa por um elemento resistivo usado para realizar uma função útil.

Recentemente, quando reformamos nossa casa, o eletricista nos informou de que havia uma limitação de 16 pés (4,88 m) no comprimento de um aquecedor elétrico de perfil baixo a ser ligado em um único circuito. É claro que isso me fez querer saber sobre a potência em watts por pés, o nível de corrente resultante e se a limitação de 16 pés era um padrão nos Estados Unidos. Lendo a etiqueta em um dos módulos do aquecedor que tem 2 pés (61 cm) de comprimento, e que é mostrado na Figura 3.41(a), encontrei a especificação: VOLTS AC 240/208, WATTS 750/575 (uma abordagem sobre potência elétrica é feita no Capítulo 4), AMPS 3,2/2,8. Visto que o quadro de distribuição da casa tem um valor nominal de tensão de 240 V (como na maioria das residências),[1] a especificação de potência por pés é 575 W/2 ou 287,5 W a uma corrente de 2,8 A. A potência total para 8 módulos de aquecedor (16 pés) é, portanto, de 16 × 287,5 W, que é igual a 4.600 W.

No Capítulo 4, será explicado que a potência para uma carga resistiva está relacionada à tensão e à corrente na carga pela equação $P = VI$. A corrente total resultante pode então ser determinada usando-se essa equação da seguinte maneira: $I = P/V = 4.600\ W/240\ V = 19{,}17\ A$. Portanto, precisamos de um disjuntor para um valor de corrente maior do que 19,17 A; caso contrário, o disjuntor desarmará todas as vezes que ligarmos o aquecedor. Nesse caso, o eletricista usou um disjuntor de 30 A para atender aos requisitos do National Fire Code, que não permite que este exceda 80 por cento da corrente especificada para um condutor ou disjuntor. Na maioria dos quadros de distribuição, um disjuntor de 30 A ocupa duas seções, enquanto a maioria dos disjuntores comuns de 20 A ocupa apenas uma seção. Caso você tenha tempo, observe o quadro de distribuição de sua casa e note a especificação dos disjuntores usados para os diversos circuitos da casa.

Voltando à Tabela 3.2, vemos que o fio #12, normalmente usado na maioria dos circuitos da casa, tem especificação máxima de 20 A, sendo, portanto, inadequado para aquecedores desse tipo. Visto que o fio #11 normalmente não está disponível no comércio, um fio #10 com uma especificação máxima de 30 A foi usado. Você pode sentir curiosidade em saber por que a corrente drenada da fonte é de 19,17 A, enquanto uma unidade necessita de apenas 2,8 A. Essa diferença é causada por uma combinação em paralelo de elementos de aquecimento, que é uma configuração a ser estudada no Capítulo 6. Agora está claro por que especificaram como 16 pés a limitação no comprimento máximo do aquecedor ligado a um único circuito. Módulos de aquecimento adicionais em paralelo provocariam a elevação da corrente a níveis

(a)

(c)

(b)

(d)

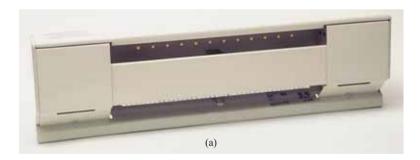
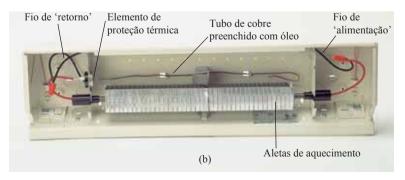
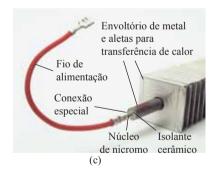
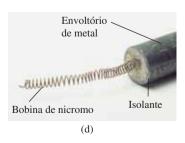



Figura 3.41 Aquecedor elétrico: (a) módulo com comprimento de 2 pés; (b) interior; (c) elemento de aquecimento; (d) bobina de nicromo.

1. O texto refere-se a residências nos Estados Unidos.

que seriam superiores ao do fio #10 e se aproximariam da especificação máxima do disjuntor.

A Figura 3.41(b) exibe uma foto que mostra a parte interna de um elemento de aquecimento. O fio de alimentação, no lado direito, está conectado ao núcleo do elemento de aquecimento, e o fio na outra extremidade passa por um elemento de proteção do aquecedor e retorna para o conector da unidade (local em que os fios externos de alimentação são conectados). Se for observado atentamente, na extremidade do elemento de aquecimento, conforme mostra a Figura 3.41(c), poderemos ver que o fio da resistência, que se aquece e se estende através do núcleo do aquecedor, não está conectado diretamente ao envoltório metálico, de forma cilíndrica, à qual estão fixadas as aletas. Um material cerâmico (isolante) separa o fio aquecedor das aletas para evitar qualquer possibilidade de condução elétrica entre a corrente que passa pelo elemento de aquecimento e a estrutura das aletas externas. Materiais cerâmicos são usados porque são excelentes condutores de calor, e também possuem um alto grau de retenção de calor, de modo que a área ao redor se mantém aquecida por certo período de tempo após a corrente ter sido desligada. Como se vê na Figura 3.41(d), o fio aquecedor no interior do envoltório de metal é normalmente um composto à base de nicromo (porque o nicromo puro é bastante frágil) enrolado no formato de uma bobina para compensar a expansão e a contração provocadas pelo aquecimento e também para se ter um elemento de aquecimento mais longo em um módulo aquecedor de comprimento-padrão. Ao abrir o núcleo, constatamos que o fio de nicromo de um desses módulos aquecedores de 2 pés tem, na realidade, um comprimento de 7 pés, o que significa uma razão, entre o comprimento do fio de nicromo e o comprimento do módulo, de 3,5:1. A espessura do fio é particularmente notável, medindo cerca de 8 mils de diâmetro, não muito mais espesso do que um fio de cabelo. Lembre-se de que foi mencionado neste capítulo que quanto maior e mais fino um condutor, maior sua resistência. Pegamos um pedaço de fio de nicromo e fizemos uma experiência para aquecê-lo com um valor de corrente considerável e também com o uso de um secador de cabelo. A alteração no valor da resistência foi quase imperceptível. Em outras palavras, todos nossos esforços para aumentar a resistência com os elementos básicos disponíveis no laboratório foram inócuos. Essa é uma excelente demonstração do significado do coeficiente de temperatura da resistência mostrado na Tabela 3.4. Visto que o coeficiente é muito pequeno para o nicromo, a resistência não varia de forma mensurável, a menos que a variação na temperatura seja bastante significativa. A curva mostrada na Figura 3.11 seria bem próxima da horizontal para o caso do nicromo. No caso de aquecedores, essa é uma característica excelente porque o aquecimento gerado e a potência dissipada não variam com o tempo à medida que o aquecedor esquenta. O fluxo de calor da unidade se mantém praticamente constante.

Os fios de alimentação e retorno não podem ser soldados ao fio de nicromo do aquecedor por duas razões. Primeiro, não é possível soldar fios de nicromo entre si ou com outros tipos de fios. Segundo, mesmo que fosse, haveria um problema porque o aquecimento da unidade poderia passar de 880°F (471°C) no ponto em que os fios estiverem conectados; assim, a solda derreteria e a conexão se abriria. O nicromo tem de ser soldado por solda de ponto ou prensado com fios de cobre. Usando a Equação 3.1 e um diâmetro medido de 8 mils, e ainda considerando um fio de nicromo puro, a resistência de um fio de 7 pés de comprimento é:

$$
\begin{aligned}
R &= \frac{\rho l}{A} \\
&= \frac{(600)(7\ \text{pÈs})}{(8\,\text{mils})^2} = \frac{4.200}{64} \\
R &= \mathbf{65{,}6\ \Omega}
\end{aligned}
$$

No próximo capítulo, uma equação de potência será apresentada em detalhes relacionando potência, corrente e resistência da seguinte forma: $P = I^2R$. Usando os dados anteriores e isolando a resistência, temos:

$$
\begin{aligned}
R &= \frac{P}{I^2} \\
&= \frac{575\,\text{W}}{(2{,}8\,\text{A})^2} \\
R &= \mathbf{73{,}34\ \Omega}
\end{aligned}
$$

que está muito próximo do valor calculado anteriormente a partir da forma geométrica, já que não podemos estar absolutamente seguros em relação ao valor da resistividade do composto a base de nicromo.

Durante a operação normal, o fio se aquece e o calor passa para as aletas, que por sua vez aquecem o ambiente pelo ar que passa através delas. O fluxo de ar pela unidade é melhorado pelo fato de que o ar quente sobe; assim, quando o ar aquecido sai pela parte superior da unidade, ele puxa o ar frio de baixo, contribuindo para o efeito de convecção. Se a parte superior ou a inferior da unidade fosse obstruída, o efeito de convecção seria eliminado efetivamente, e com isso a temperatura do ambiente não se elevaria. Isso poderia fazer com que o interior do aquecedor se tornasse tão quente que transferisse tal temperatura para o gabinete de metal. Essa preocupação é a principal razão da introdução do dispositivo de proteção térmica que é mostrado na Figura 3.41(b). O longo e fino tubo

de cobre mostrado na Figura 3.41 é, na realidade, preenchido com um tipo de óleo líquido que expande quando aquecido. Caso fique muito aquecido, ele comprime uma chave interna ao gabinete, desligando o aquecedor pela interrupção de corrente no fio.

Controle de luminosidade em automóveis

Um reostato de dois pontos é o elemento principal no controle da intensidade da luz no painel de instrumentos de um carro. O circuito básico é mostrado na Figura 3.42 com os valores típicos de tensões e correntes. Quando a chave da iluminação é acionada (normalmente por um botão de controle fora do painel), uma corrente é estabelecida passando através do reostato de 50 Ω e pelas diversas lâmpadas do painel (incluindo as luzes do painel, do cinzeiro, do porta-luvas e visor do rádio). À medida que o botão da chave de controle é girado, a quantidade de resistência entre os pontos *a* e *b* do reostato varia. Quanto maior a resistência entre os pontos *a* e *b*, menor a corrente, e, consequentemente, menor o brilho das diversas lâmpadas. Observe a chave adicional no porta-luvas que é acionada ao abrir a porta desse compartimento. Exceto a lâmpada do porta-luvas, todas as outras, vistas na Figura 3.42, serão acionadas ao mesmo tempo em que a chave das lâmpadas for ativada. O primeiro ramo após o reostato contém duas lâmpadas com especificação de 6 V em vez de 12 V, como acontece em outros ramos. As lâmpadas de tensões menores desse ramo produzem uma iluminação mais fraca para áreas específicas do painel. Observe que a soma de duas lâmpadas (em série) é 12 V para ser compatível com os outros ramos. A divisão de tensão em um circuito é abordada em detalhes nos capítulos 5 e 6.

Os níveis típicos de corrente para os diversos ramos também aparecem na Figura 3.42. Será estudado no Capítulo 6 que a corrente que é drenada da bateria e que passa pelo fusível e o reostato é aproximadamente igual à soma das correntes nos ramos do circuito. A consequência é que o fusível tem de ser capaz de suportar uma corrente da ordem de ampères. Dessa forma, um fusível de 15 A foi empregado (mesmo que as lâmpadas apareçam na Figura 3.42 como sendo de 12 V para serem compatíveis com a bateria).

Quando são conhecidos os níveis de corrente e tensão de operação de um componente, a resistência 'a quente' pode ser determinada usando a lei de Ohm, que será tratada detalhadamente no próximo capítulo. Basicamente, essa lei relaciona tensão, corrente e resistência pela equação $I = V/R$. Para uma lâmpada de 12 V e uma corrente especificada de 300 mA, a resistência é $R = V/I =$ 12 V/300 mA = 40 Ω. Para lâmpadas de 6 V, sua resistência vale 6 V/300 mA = 20 Ω. Comentários posteriores relativos aos níveis de potência e resistência serão reservados para o próximo capítulo.

A descrição anterior considera um nível de tensão ideal de 12 V para a bateria. Na realidade, lâmpadas de 6,3 V e de 14 V são usadas para serem compatíveis com os níveis de tensão que as baterias carregadas têm na maioria dos automóveis.

Strain gauges

Qualquer alteração na forma de uma estrutura pode ser detectada usando *strain gauges*, cuja resistência varia com a tensão ou com a tração mecânicas. Um exemplo de um *strain gauge* é mostrado na Figura 3.43. Os dispositivos *strain gauge* são feitos usando-se um semicondutor cuja resistência varia de forma não linear (a variação da resistência não é representada por uma linha reta) por uma faixa bem ampla de valores quando eles são deformados por compressão ou tração. Visto que o *strain gauge* não emite sinal, um processador de sinal também tem de fazer parte do sistema para traduzir as variações de resistência em alguma informação significante de saída. Um exemplo simples do uso de *strain gauges* resistivos é o monitoramento de atividades sísmicas. Quando o *strain gauge* é

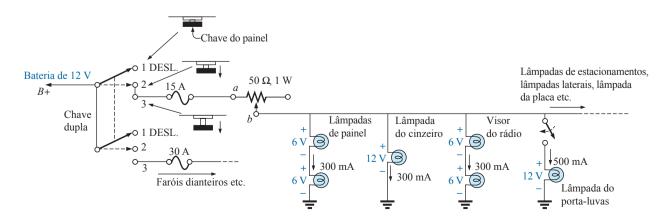



Figura 3.42 Controle de luminosidade do painel de um automóvel.

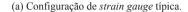
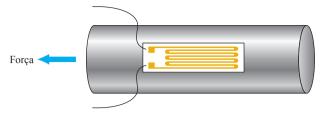
(a) Configuração de *strain gauge* típica.

(b) O *strain gauge* é ligado à superfície a ser medida ao longo da linha da força. Quando a superfície aumenta seu comprimento, o *strain gauge* se alonga.

Figura 3.43 *Strain gauge* resistivo.

colocado em uma área com suspeita de atividade sísmica, um pequeno movimento do terreno provoca uma variação de resistência nos terminais do *strain gauge*, e o processador mostrará um resultado que indica a intensidade do movimento. Outro exemplo é um sistema de alarme no qual uma pequena variação na forma de um travessão de sustentação, em que pessoas passam embaixo dele, resulta em uma variação na resistência entre os terminais do *strain gauge* que gera o acionamento do alarme. Outro exemplo é a colocação de *strain gauges* em pontes para monitorar sua rigidez e também em grandes geradores para verificar se as diversas partes móveis estão começando a se desprender em função do desgaste dos enrolamentos ou dos espaçadores. O pequeno *mouse* em um teclado de um computador portátil pode ser uma série de dispositivos *strain gauges* que revelam em que direção a pressão é aplicada no elemento de controle no meio do teclado. O movimento em uma direção pode comprimir ou tracionar o *strain gauge*, o qual permite acompanhar e controlar o movimento da seta do *mouse* na tela.

PROBLEMAS

Seção 3.2 Resistência: fios circulares

1. Converta em mils:
- **a)** 0,5 polegada
- **b)** 0,02 polegada
- **c)** 1/4 polegada
- **d)** 10 mm
- **e)** 0,01 pé
- **f)** 0,1 cm

2. Calcule em mils circulares a área (CM) de fios com os seguintes diâmetros:
- **a)** 30 mils
- **b)** 0,016 polegada
- **c)** 1/8 polegada
- **d)** 1 cm
- **e)** 0,02 pé
- **f)** 4 mm

3. A área em mils circulares é:
- **a)** 1.600 CM
- **b)** 820 CM
- **c)** 40.000 CM
- **d)** 625 CM
- **e)** 6,25 CM
- **f)** $0{,}3 \times 10^6$ CM

Qual o diâmetro de cada fio em polegadas?

4. Qual a resistência de um fio de cobre de 200 pés de comprimento e 1/50 polegada de diâmetro (T = 20°C)?

5. **a)** Qual a área em mils circulares de um condutor de alumínio com 80 pés de comprimento e uma resistência de 2,5 Ω?
b) Qual seu diâmetro em polegadas?

6. Um resistor de 2,2 Ω deve ser construído usando-se fio de nicromo. Se o fio disponível tem um diâmetro de 1/32 polegada, qual o comprimento de fio necessário?

7. **a)** Qual é o diâmetro em polegadas de um fio de cobre que possui resistência 3,3 Ω e tem o comprimento de um campo de futebol (100 jardas) (T = 20°C)?
b) Sem realizar nenhum cálculo, determine se a área de um fio de alumínio será maior ou menor do que a do fio de cobre. Explique.
c) Repita (b) para um fio de prata.

8. Um fio de 1.000 pés de comprimento tem uma resistência de 0,5 kΩ e uma área de 94 CM. De que material o fio é feito (T = 20°C)?

9. **a)** Um empreiteiro está preocupado com o comprimento de um cabo de cobre ainda no rolo da Figura 3.44. Ele mediu a resistência e descobriu que ela é de 3,14 Ω. Uma fita métrica indicou que a espessura do cabo enrolado gira em torno de 1/32 polegada. Qual é seu comprimento aproximado em pés?
b) Qual o peso do cabo no rolo?
c) É comum ver intervalos de temperaturas para materiais listados em graus centígrados em vez de Fahrenheit. Qual é o intervalo em graus Fahrenheit? Qual é a questão excepcional a respeito da relação entre graus Fahrenheit e graus centígrados a –40°C?

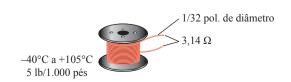



Figura 3.44 Problema 9.

10. a) Qual a área de corte transversal em mils circulares de uma barra coletora de cobre retangular se as dimensões são 3/8 polegadas por 4,8 polegadas?

b) Se a área do fio comumente usado na fiação doméstica tem um diâmetro próximo de 1/12 polegada, quantos fios teriam de ser combinados para que se tivesse a mesma área?

11. a) Qual é a resistência de uma barra coletora de cobre para um prédio alto com as dimensões mostradas (T = 20°C) na Figura 3.45?

b) Repita (a) para o alumínio e compare os resultados.

12. Determine o aumento na resistência de um condutor de cobre se sua área for reduzida por um fator 4 e seu comprimento for duplicado. A resistência original era 0,2 Ω. A temperatura permanece constante.

***13.** Qual o novo valor de resistência de um fio de cobre se seu comprimento aumentar de 200 pés para 100 jardas, a área mudar de 40.000 CM para 0,04 polegada² e a resistência original for 800 mΩ?

Seção 3.3 Tabelas de fios

14. a) Na construção civil, os dois fios mais comuns empregados na fiação doméstica são o #12 e o #14, apesar de o #12 ser mais comum por ter uma especificação de 20 A. Quão maior em área (percentualmente) é o cabo #12 em relação ao cabo #14?

b) A corrente especificada máxima para um cabo #14 é 15 A. Como a razão de níveis de corrente máxima se compara à razão das áreas dos dois fios?

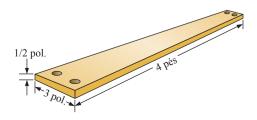
15. a) Compare a área de um fio #12 com aquela de um fio #9. A mudança na área condiz com a regra geral de que uma redução de três números de medida resulta na duplicação da área?

b) Compare a área de um fio #12 com aquela de um fio #0. Quantas vezes maior em área é o fio #0 comparado ao fio #12? O resultado é significativo? Compare-o com a mudança em especificação de corrente máxima para cada um.

16. a) Compare a área de um cabo #20 a um fio doméstico *romax* #10. A mudança em área condiz com a regra geral de que uma diminuição de 10 números de medida resulta em um aumento de dez vezes na área do fio?

b) Compare a área de um fio #20 com aquela de um fio #40. Quantas vezes o fio #20 é maior em área do que o fio #40? O resultado corrobora a regra da parte (a)?

17. a) Para o sistema na Figura 3.46, a resistência de cada linha não pode exceder 6 mΩ, e a corrente máxima drenada pela carga é 110 A. Que tamanho de medida mínima de fio deve ser usado?

b) Repita (a) para uma resistência máxima de 3 mΩ, d = 30 pés, e uma corrente máxima de 110 A.

***18. a)** Baseando-se na Tabela 3.2, determine a densidade de corrente permissível máxima (A/CM) para um fio AWG #0000.

b) Converta o resultado de (a) para A/polegadas².

c) Usando o resultado de (b), determine a área de corte transversal exigida para suportar uma corrente de 5.000 A.

Seção 3.4 Efeitos da temperatura

19. A resistência de um fio de cobre é 2 Ω a 10°C. Qual sua resistência a 80°C?

20. A resistência de uma barra de alumínio é 0,02 Ω a 0°C. Qual sua resistência a 100°C?

21. A resistência de um fio de cobre é 4 Ω à temperatura ambiente (68°F). Qual sua resistência a uma temperatura de congelamento de 32°F?

22. A resistência de um fio de cobre é 0,025 Ω a uma temperatura de 70°F.

a) Qual é a resistência se a temperatura cair 10° para 60°F?

b) Qual é a resistência se ela cair mais 10° para 50°F?

c) Observando os resultados das partes (a) e (b), qual será a queda para cada parte em miliohms? A queda em resistência é linear ou não linear? Você pode prever a nova resistência se ela cair para 40°F, sem usar a equação de temperatura básica?

d) Se a temperatura cair para –30°F no norte do Maine, encontre a mudança em resistência do nível de temperatura ambiente da parte (a). A mudança é significativa?

e) Se a temperatura aumentar para 120°F em Cairns, Austrália, encontre a mudança em resistência da temperatura ambiente da parte (a). A mudança é significativa?

23. a) A resistência de um fio de cobre é 1 Ω a 4°C. A que temperatura (°C) ela será 1,1 Ω?

b) A que temperatura ela será 0,1 Ω?

24. a) Se a resistência de 1.000 pés de um fio gira em torno de 1 Ω na temperatura ambiente (68°F), em qual temperatura ela vai dobrar de tamanho?

b) Qual medida de fio será usada?

c) Qual é o diâmetro aproximado em polegadas, usando-se a forma fracional mais próxima?

25. a) Verifique o valor de α_{20} para o cobre na Tabela 3.6 substituindo o valor da temperatura absoluta inferida na Equação 3.9.

b) Usando a Equação 3.10, determine a temperatura na qual a resistência de um condutor de cobre aumentará para 1 Ω, supondo que ela era de 0,8 Ω a 20°C.

26. Usando a Equação 3.10, encontre a resistência de um fio de cobre a 16°C, sabendo que sua resistência a 20°C é 0,4 Ω.

***27.** Usando a Equação 3.10, determine a resistência de um rolo de 1.000 pés de fio de cobre #12 parado em um deserto a uma temperatura de 115°F.

Figura 3.45 Problema 11.

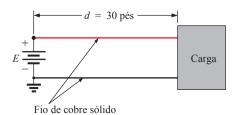



Figura 3.46 Problema 17.

28. Um resistor de fio de 22 Ω possui uma especificação em PPM de +200 para a faixa de temperatura de –10°C a +75°C. Determine sua resistência a 65°C.

29. Um resistor de fio de 100 Ω possui uma especificação em PPM de +100 para a faixa de temperatura de 0°C a +100°C. Determine sua resistência a 50°C.

Seção 3.5 Tipos de resistores

30. **a)** Qual a diferença aproximada entre as dimensões de um resistor de carbono de 1 W e outro de 2 W?
b) Qual é, aproximadamente, a diferença entre as dimensões de um resistor de carbono de 1/2 W e outro de 2 W?
c) Em geral, podemos concluir que, para o mesmo tipo de resistor, um aumento na especificação da potência implica um aumento nas dimensões (volume)? Isso é uma relação linear? Ou seja, se a potência for duplicada, implicará um aumento nas dimensões na proporção de 2:1?

31. Se a resistência entre os terminais externos de um potenciômetro linear é 10 kΩ, qual a resistência entre o contato deslizante (móvel) e um dos terminais externos, se a resistência entre o contato deslizante e outro terminal externo é 3,5 kΩ?

32. Se o cursor de um potenciômetro linear se deslocou um quarto de seu deslocamento máximo, qual a resistência entre o cursor e cada um dos terminais se a resistência total for 2,5 kΩ?

***33.** Desenhe as conexões necessárias para estabelecer uma resistência de 4 kΩ entre o contato deslizante e um dos terminais externos de um potenciômetro de 10 kΩ, mantendo ao mesmo tempo zero ohm entre o outro terminal externo e o contato móvel.

Seção 3.6 Código de cores e valores padronizados de resistores

34. Determine os valores máximos e mínimos de resistências que o resistores com as faixas coloridas a seguir podem apresentar sem exceder a tolerância especificada pelo fabricante:

	1ª faixa	2ª faixa	3ª faixa	4ª faixa
a)	cinza	vermelho	marrom	ouro
b)	vermelho	vermelho	marrom	prata
c)	branco	marrom	laranja	—
d)	branco	marrom	vermelho	ouro
e)	laranja	branco	verde	—

35. Determine o código de cores para os seguintes resistores com tolerância de 10 por cento:
a) 68 Ω
b) 0,33 Ω
c) 22 kΩ
d) 5,6 MΩ

36. **a)** Há uma superposição entre resistores com 20 por cento de tolerância? Para responder a essa pergunta, determine o intervalo de tolerância para um resistor de 10 Ω de 20 por cento e um resistor de 15 Ω de 20 por cento e verifique se os dois intervalos de tolerância se superpõem.
b) Repita a parte (a) para resistores de 10 por cento de tolerância com os mesmos valores de resistência.

37. Um resistor com os códigos de cores amarelo, violeta, marrom e prata que mede 492 Ω está dentro da tolerância? Qual é o intervalo de variação de tolerância?

38. **a)** Como a Figura 3.26(a) mudaria se os resistores de 47 Ω, 68 Ω e 100 Ω fossem mudados para 4,7 kΩ, 6,8 kΩ e 10 kΩ, respectivamente, se a tolerância permanecesse a mesma?
b) Como a Figura 3.26(a) mudaria se os resistores de 47 Ω, 68 Ω e 100 Ω fossem mudados para 4,7 MΩ, 6,8 MΩ e 10 MΩ, respectivamente, se a tolerância permanecesse a mesma?

39. Descubra o valor dos seguintes resistores de montagem em superfície:
a) 621
b) 333
c) Q2
d) C6

Seção 3.7 Condutância

40. Determine a condutância de cada um dos resistores a seguir:
a) 120 Ω
b) 4 kΩ
c) 2,2 MΩ
d) Compare os três resultados.

41. Determine a condutância de um fio #12 AWG cujo comprimento é 1.000 pés, supondo que ele seja feito de:
a) cobre
b) alumínio

42. **a)** Descubra a condutância de um resistor de 10 Ω, 20 Ω e 100 Ω em milisiemens.
b) Como comparar a taxa de mudança na resistência com essa taxa na condutância?
c) A relação entre a mudança na resistência e na condutância é associada a uma relação inversa linear ou não linear?

***43.** A condutância de um fio é 100 S. Sabendo que a seção reta do fio foi aumentada em 2/3 e seu comprimento reduzido pelo mesmo fator, determine a nova condutância do fio, considerando que a temperatura permaneceu constante.

Seção 3.8 Ohmímetros

44. Por que **nunca** se deve aplicar um ohmímetro a um circuito ligado?

45. Como é possível verificar o estado de um fusível utilizando um medidor de resistência?

46. Como se pode determinar o estado ligado e desligado de uma chave usando um medidor de resistência?

47. Como se pode usar um medidor de resistência para verificar o estado de uma lâmpada incandescente?

Seção 3.9 Resistência: unidades métricas

48. Usando unidades métricas, determine o comprimento de um fio de cobre que possui resistência 0,2 Ω e diâmetro 1/12 polegada.

49. Repita o Problema 11 usando unidades métricas, ou seja, converta as dimensões fornecidas em unidades métricas antes de determinar a resistência.

50. Se a resistência de uma película de óxido de estanho é 100 Ω, qual a espessura da película de óxido?

51. Determine a largura de um resistor de carbono usando uma resistência laminar igual a 150 Ω, sendo seu comprimento 1/2 polegada e sua resistência, 500 Ω.

***52.** Deduza o fator de conversão entre ρ(CM-Ω/pés) e ρ(Ω-cm) para:

a) Obter o valor de ρ para o fio da Figura 3.47 em CM-Ω/pés.

b) Obter o valor de ρ para o mesmo fio da Figura 3.47 em Ω-cm, depois de fazer as conversões necessárias.

c) Usando a equação $\rho_2 = k\rho_1$, determine o fator de conversão k se ρ_1 for a solução da parte (a) e ρ_2, a solução da parte (b).

Seção 3.11 Supercondutores

53. Em suas próprias palavras, analise o que você aprendeu a respeito dos supercondutores. Você acredita que eles podem representar uma opção que terá um impacto significativo no futuro da indústria eletrônica, ou seu uso será muito limitado? Explique sua opinião. O que poderia acontecer para que você mudasse de opinião?

54. Visite uma biblioteca e procure uma tabela com as temperaturas críticas de vários materiais. Liste pelo menos cinco materiais cujas temperaturas críticas não foram mencionadas neste livro. Escolha alguns materiais com temperaturas críticas relativamente altas.

55. Encontre pelo menos um artigo sobre aplicações da supercondutividade no setor comercial e escreva um pequeno resumo, incluindo todos os fatos e cálculos interessantes.

***56.** Usando um valor de densidade de corrente 1 MA/cm², necessário para a fabricação de circuitos integrados, qual seria a corrente de um fio doméstico #12? Compare o resultado com o limite permitido na Tabela 3.2.

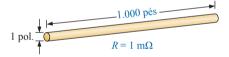



Figura 3.47 Problema 52.

***57.** Faça uma pesquisa sobre o detector de campo magnético SQUID e descreva seu modo básico de operação, além de uma ou duas de suas aplicações.

Seção 3.12 Termistores

***58. a)** Determine a resistência de um termistor com as características mostradas na Figura 3.36 a –50°C, 50°C e 200°C. Note que a escala é logarítmica. Se necessário, consulte uma referência na qual exista uma escala logarítmica expandida.

b) O termistor tem um coeficiente de temperatura positivo ou negativo?

c) O coeficiente é um valor fixo para o intervalo de –100°C a 400°C? Por quê?

d) Qual é a taxa de variação aproximada de ρ com a temperatura a 100°C?

Seção 3.13 Célula fotocondutora

59. a) Usando as características da Figura 3.38, determine a resistência de uma célula fotocondutora a 10 e a 100 pés-velas de iluminação. Como no Problema 58, observe que a escala é logarítmica.

b) A célula tem um coeficiente de iluminação positivo ou negativo?

c) O coeficiente tem um valor fixo para o intervalo de 0,1 a 1.000 pés-velas? Por quê?

d) Qual a taxa de variação aproximada de R com a iluminação a 10 pés-velas?

Seção 3.14 Varistores

60. a) Observando a Figura 3.40(a), determine a tensão entre os terminais do dispositivo para correntes de 0,5 mA, 1 mA, 3 mA e 5 mA.

b) Qual a variação total da tensão para o intervalo indicado de correntes?

c) Compare a razão entre os valores de corrente máxima e mínima anteriores com a razão correspondente dos valores de tensão.

GLOSSÁRIO

Célula fotocondutora: Dispositivo semicondutor de dois terminais cuja resistência depende da intensidade da luz incidente em sua superfície exposta.

Código de cores: Sistema que utiliza faixas coloridas para indicar valores de resistência e tolerância dos resistores.

Coeficiente de temperatura negativo da resistência: Valor que revela que a resistência do material diminui em decorrência de um aumento na temperatura.

Coeficiente de temperatura positivo da resistência: Valor que revela que a resistência do material aumenta em decorrência de um aumento na temperatura.

Condutância (*G*): Indicação da facilidade com que uma corrente elétrica pode ser estabelecida em um material. É medida em siemens (S).

Ductilidade: Propriedade de um material que o permite ser transformado em fio longo e fino.

Efeito Cooper: 'Emparelhamento' de elétrons enquanto se deslocam em um meio.

Maleabilidade: Propriedade de um material que permite que ele seja moldado em diferentes formatos.

Memristor: Resistor cuja resistência é determinada através da corrente através dele; capaz de se 'lembrar' e de 'reter' seu último valor de resistência.

Mil circular (CM): Área da seção reta de um fio com um diâmetro de um mil.

Ohm (Ω): Unidade de medida de resistência.

Ohmímetro: Instrumento usado para medir valores de resistência.

Potenciômetro: Dispositivo de três terminais por meio do qual podem ser variados os níveis de potencial de modo linear ou não linear.

PPM/°C: Sensibilidade à temperatura de um resistor em partes por milhão por graus Celsius.

Reostato: Elemento cuja resistência entre os terminais pode ser variada de maneira linear ou não linear.

Resistência: Medida de oposição à passagem de cargas elétricas através de um material.

Resistência laminar: Definida por ρ/*d* para filmes finos e projetos de circuitos integrados.

Resistividade (ρ): Constante de proporcionalidade entre a resistência de um material e suas dimensões físicas.

Supercondutor: Condutor de carga elétrica que possui, para efeitos práticos, resistência zero.

Temperatura absoluta inferida: Temperatura correspondente ao ponto em que uma aproximação linear para a curva de variação da resistência com a temperatura intercepta o eixo da temperatura.

Termistor: Dispositivo semicondutor de dois terminais cuja resistência é sensível à temperatura.

Varistor: Resistor não linear, com resistência dependente da tensão a ele aplicada, usado para suprimir transientes de alta tensão.

Zero absoluto: Temperatura na qual não há vibração de moléculas: –273,15°C.

Lei de Ohm, potência e energia

Objetivos

- Compreender a importância da lei de Ohm e aprender como aplicá-la.
- Ser capaz de representar graficamente a lei de Ohm e compreender como 'ler' uma representação gráfica da tensão em relação à corrente.
- Tomar conhecimento das diferenças entre os níveis de potência e de energia e aprender a lidar com cada um.
- Compreender o fluxo de potência e energia de um sistema, incluindo como o fluxo afeta a eficiência da operação.
- Tomar conhecimento da operação de uma série de fusíveis e disjuntores e onde cada um é empregado.

4.1 INTRODUÇÃO

Agora que as três quantidades importantes de um circuito elétrico foram introduzidas, este capítulo revela como elas se inter-relacionam. A equação mais importante no estudo de circuitos elétricos é introduzida e várias outras equações que nos permitem descobrir níveis de potência e energia são discutidas em detalhes. Trata-se do primeiro capítulo em que juntamos o que foi visto e temos uma ideia de como um circuito elétrico se comporta e o que afeta o seu comportamento. Pela primeira vez, os dados fornecidos nos rótulos dos aparelhos domésticos e a maneira como sua conta de luz é calculada farão algum sentido. Trata-se realmente de um capítulo que deve abrir seus olhos para uma ampla gama de experiências relacionadas com sistemas elétricos.

4.2 LEI DE OHM

Como mencionado, a primeira equação a ser descrita é, sem dúvida, uma das mais importantes a ser aprendida nesse campo. Ela não é particularmente difícil matematicamente, mas é muito poderosa, pois pode ser aplicada a qualquer circuito em qualquer escala de tempo. Isto é, ela é aplicável a circuitos CC, circuitos CA, circuitos digitais e de micro-ondas, e, na realidade, a qualquer tipo de sinal aplicado. Além disso, ela pode ser usada em um período de tempo ou em respostas instantâneas. A equação pode ser obtida diretamente da equação básica a seguir e usada em todos os sistemas físicos:

$$\text{Efeito} = \frac{\text{causa}}{\text{oposiÁ‚o}} \tag{4.1}$$

Qualquer processo de conversão de energia pode ser relacionado a essa equação. Em circuitos elétricos, o *efeito* que desejamos estabelecer é o fluxo de cargas ou a *corrente.* A *diferença de potencial*, ou tensão, entre dois pontos é a *causa* ('pressão'), e a oposição ao fluxo de cargas representa a *resistência* encontrada.

Uma excelente analogia para o mais simples dos circuitos elétricos é um sistema constituído de uma mangueira com água conectada a uma válvula de pressão, como discutido no Capítulo 2. Imagine os elétrons no fio de cobre como sendo a água na mangueira, a válvula de pressão como a tensão aplicada e a seção reta da mangueira como o fator que determina a resistência. Se a válvula de pressão for fechada, a água simplesmente para de se mover na mangueira, o que se assemelha aos elétrons em um condutor sem tensão aplicada. Quando abrimos a válvula de pressão, a água flui através da mangueira de maneira semelhante aos elétrons em um fio de cobre quando apli-

camos tensão. Em outras palavras, a ausência de 'pressão' em um sistema e de tensão em outro resulta em um sistema sem movimento ou reação. A taxa com que a água flui na mangueira é uma função de seu diâmetro. Uma mangueira com diâmetro muito pequeno limitará a taxa com que a água poderá fluir por ela, da mesma maneira que um fio de cobre de pequeno diâmetro terá uma alta resistência e limitará a corrente.

Portanto, em resumo, a ausência de uma 'pressão' como uma tensão em um circuito elétrico não resultará em reação, pois nenhuma corrente percorrerá o circuito. A corrente é uma reação à tensão aplicada, e não o fator que coloca o sistema em movimento. Mantendo essa analogia, quanto maior a pressão na torneira, maior a quantidade de água que flui através da mangueira, do mesmo modo que a aplicação de uma tensão maior, no mesmo circuito, resulta em uma corrente maior.

Substituindo os termos apresentados na Equação 4.1, obtemos:

$$\text{Corrente} = \frac{\text{diferenÁa de potencial}}{\text{resistÍncia}}$$

e

$$I = \frac{E}{R} \quad \text{(ampères, A)} \tag{4.2}$$

A Equação 4.2 é conhecida como **lei de Ohm**, em homenagem a Georg Simon Ohm (veja a Figura 4.1). Essa expressão mostra claramente que, para uma resistência fixa, quanto maior a tensão (ou pressão) aplicada aos terminais de um resistor, maior a corrente, e que, para uma tensão fixa, quanto maior for a resistência, menor será a corrente. Em outras palavras, a corrente é proporcional à tensão aplicada e inversamente proporcional à resistência.

Por meio de manipulações matemáticas simples, a tensão e a resistência podem ser determinadas em função das outras grandezas:

$$E = IR \quad \text{(volts, V)} \tag{4.3}$$

e

$$R = \frac{E}{I} \quad \text{(ohms, } \Omega\text{)} \tag{4.4}$$

Todas as quantidades da Equação 4.2 aparecem no circuito elétrico simples da Figura 4.2. Um resistor foi conectado diretamente por meio de uma bateria para estabelecer uma corrente através do resistor e da fonte. Observe que

o símbolo E é aplicado a todas as fontes de tensão

e

o símbolo V é aplicado a todas as quedas de tensão através de componentes do circuito.

Figura 4.1 Georg Simon Ohm.
Cortesia da Biblioteca de Nuremberg.

Alemão (Erlangen, Colônia)
(1789-1854)
Físico e matemático, professor de Física, Universidade de Colônia.

Em 1827, descobriu uma das mais importantes leis relativas a circuitos elétricos: a *lei de Ohm*. Quando publicou seus resultados pela primeira vez, Ohm apresentou uma documentação que foi considerada incompleta e incoerente, o que fez com que perdesse seu emprego de professor, passando a ganhar a vida realizando as mais diferentes tarefas, além de dar algumas aulas particulares. Foram necessários aproximadamente 22 anos para que seu trabalho fosse reconhecido como uma importante contribuição para esse campo do conhecimento. Ganhou, então, uma cátedra na Universidade de Munique e recebeu a Medalha Copley da Royal Society, de Londres, em 1841. Suas pesquisas também se estenderam nas áreas de Física molecular, acústica e comunicação telegráfica.

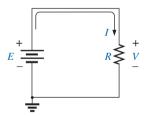



Figura 4.2 Circuito básico.

Ambos são medidos em volts e podem ser aplicados de maneira alternada nas equações 4.2 a 4.4.

Tendo em vista que a bateria na Figura 4.2 está conectada diretamente no resistor, a tensão V_R nos terminais do resistor tem de ser igual àquela da fonte de tensão. Aplicando a lei de Ohm, obtemos:

$$I = \frac{V_R}{R} = \frac{E}{R}$$

Observe, na Figura 4.2, que a fonte de tensão pressiona a corrente (corrente convencional) em um sentido que deixa o terminal positivo da fonte e retorna para o terminal negativo da bateria. *Esse será sempre o caso*

para circuitos de fonte única. (O efeito provocado por mais de uma fonte no circuito será analisado em um capítulo posterior.) Observe também que a corrente entra no terminal positivo e deixa o terminal negativo para o resistor de carga *R*.

> *Para qualquer resistor, em qualquer rede, a direção da corrente através de um resistor definirá a polaridade da queda de tensão sobre o resistor*

como mostrado na Figura 4.3 para dois sentidos de corrente. Polaridades conforme estabelecido pela direção atual se tornam cada vez mais importantes nas análises a seguir.

EXEMPLO 4.1

Determine a corrente resultante da conexão de uma bateria de 9 V aos terminais de um circuito cuja resistência é 2,2 Ω.

Solução:

A partir da Equação 4.2:

$$I = \frac{V_R}{R} = \frac{E}{R} = \frac{9\,\text{V}}{2{,}2\,\Omega} = \mathbf{4{,}09\ A}$$

EXEMPLO 4.2

Calcule a resistência do filamento de uma lâmpada de 60 W se uma corrente de 500 mA for estabelecida em função de uma tensão aplicada de 120 V.

Solução:

A partir da Equação 4.4:

$$R = \frac{V_R}{I} = \frac{E}{I} = \frac{120\,\text{V}}{500 \times 10^{-3}\,\text{A}} = \mathbf{240\ \Omega}$$

EXEMPLO 4.3

Calcule a corrente através do resistor de 2 kΩ mostrado na Figura 4.4 caso a queda de tensão entre seus terminais seja de 16 V.

Figura 4.3 Definição de polaridades.

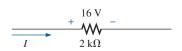



Figura 4.4 Exemplo 4.3.

Solução:

$$I = \frac{V}{R} = \frac{16\,\text{V}}{2 \times 10^3\,\Omega} = \mathbf{8\ mA}$$

EXEMPLO 4.4

Calcule a tensão que tem de ser aplicada ao ferro de solda mostrado na Figura 4.5 para estabelecer uma corrente de 1,5 A, sendo sua resistência interna 80 Ω.

Solução:

$$E = V_R = IR = (1{,}5\ \text{A})(80\ \Omega) = \mathbf{120\ V}$$

Em diversos exemplos deste capítulo, como o Exemplo 4.4, a tensão aplicada é, na realidade, obtida de uma tomada CA de uma residência, escritório ou laboratório. Esse recurso foi usado no exemplo para dar ao estudante a oportunidade de se defrontar com situações do mundo real sempre que for possível e demonstrar que diversas equações derivadas desse estudo são aplicáveis também em circuitos CA. O Capítulo 13 apresentará a relação direta entre tensões CA e CC que permitem substituições matemáticas usadas neste capítulo. Em outras palavras, não se preocupe com o fato de que algumas das tensões e das correntes que aparecem nos exemplos deste capítulo sejam, na realidade, tensões e correntes CA, porque as equações para os circuitos CC têm exatamente o mesmo formato, e todas as soluções estarão corretas.

4.3 GRÁFICO DA LEI DE OHM

A representação gráfica desempenha uma função importante em todos os campos da ciência e da tecnologia como uma forma pela qual uma visão ampla do comportamento ou a resposta de um sistema pode ser convenientemente apresentada. Portanto, é importante desenvolver as habilidades necessárias para a leitura de dados e sua representação gráfica, de modo que eles possam ser interpretados facilmente.

Para a maioria dos conjuntos de características de dispositivos semicondutores, a corrente é representada no eixo vertical (ordenada), e a tensão, no eixo horizontal

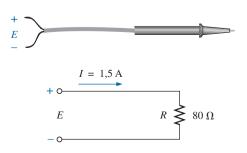



Figura 4.5 Exemplo 4.4.

(abscissa), como mostra a Figura 4.6. Primeiro observe que o eixo vertical é expresso em ampères, e o eixo horizontal, em volts. Para alguns gráficos, I pode estar expresso em miliampères (mA), microampères (μA) ou qualquer unidade que seja mais apropriada para o sistema em questão. O mesmo vale para os níveis de tensão no eixo horizontal. Observe também que para os parâmetros escolhidos é necessário que o espaçamento entre os valores numéricos do eixo vertical seja diferente do espaçamento entre os valores numéricos do eixo horizontal. O gráfico linear (linha reta) revela que a resistência não varia com os níveis de tensão e de corrente; ao contrário, ela é uma grandeza que se mantém fixa. O sentido da corrente e a polaridade da tensão que aparecem no topo da Figura 4.6 estão definidos de acordo com o gráfico fornecido. Se o sentido da corrente fosse invertido, a região abaixo do eixo horizontal seria a região de interesse para a corrente I. Se a polaridade da tensão fosse invertida, a região à esquerda do eixo da corrente seria a região de interesse. Para resistores fixos comerciais, o primeiro quadrante, ou região, da Figura 4.6 é a única região de interesse. Entretanto, poderão ser encontrados muitos dispositivos no curso de eletrônica que usarão os outros quadrantes do gráfico.

Uma vez que um gráfico, como o da Figura 4.6, esteja disponível, qualquer valor de corrente ou de tensão pode ser determinado quando se conhece uma das grandezas envolvidas. Por exemplo, para $V = 25$ V, se uma linha vertical for traçada na Figura 4.6 do ponto 25 do eixo horizontal até a curva característica, a corrente resultante pode ser encontrada traçando-se uma reta horizontal até o eixo vertical, obtendo-se assim um resultado de 5 A. Da mesma maneira, para $V = 10$ V, se traçarmos uma reta vertical até a curva característica e uma reta horizontal até o eixo vertical, descobriremos que a corrente no resistor será de 2 A, conforme determina a lei de Ohm.

Se a resistência de um componente representado por um gráfico V-I for desconhecida, ela pode ser determinada em cada ponto do gráfico, visto que uma linha reta indica uma resistência fixa. Encontre a tensão e a corrente resultantes em qualquer ponto do gráfico, substituindo esses valores na equação a seguir:

$$R_{CC} = \frac{V}{I} \tag{4.5}$$

Para testar a Equação 4.5, considere um ponto no gráfico onde $V = 20$ V e $I = 4$ A. A resistência resultante é $R_{CC} = 20\ V/I = 20\ \text{V}/4\ \text{A} = 5\ \Omega$. Para fins de comparação, as curvas características de resistores de 1 Ω e 10 Ω foram traçadas no gráfico mostrado na Figura 4.7. Observe que quanto menor a resistência, maior a inclinação (próxima do eixo vertical) da curva.

Se escrevermos a lei de Ohm da forma mostrada a seguir, relacionando-a com a equação fundamental de uma reta, teremos:

$$\begin{array}{cccc} I = & \dfrac{1}{R} & \cdot\ E & +\ 0 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ y = & m & \cdot\ x & +\ b \end{array}$$

e descobriremos que a inclinação da reta é igual a 1 dividido pelo valor da resistência do componente, como indica a equação a seguir:

$$m = \text{inclinação da reta} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\Delta I}{\Delta V} = \frac{1}{R} \tag{4.6}$$

onde Δ significa uma pequena variação da grandeza correspondente.

Figura 4.6 Gráfico da lei de Ohm.

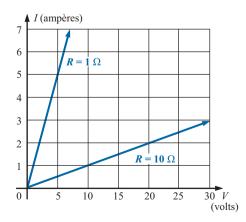



Figura 4.7 Gráfico V-I mostrando que, quanto menor for a resistência, maior será a inclinação da reta.

A Equação 4.6 revela claramente que quanto maior a resistência, menor a inclinação. Caso seja escrita da forma mostrada a seguir, a Equação 4.6 pode ser usada para determinar a resistência a partir de um gráfico V-I linear:

$$R = \frac{\Delta V}{\Delta I} \quad \text{(ohms)} \qquad (4.7)$$

Essa equação nos diz que, se escolhemos um certo ΔV (ou ΔI), o ΔI (ou ΔV) correspondente pode ser obtido do gráfico, como ilustra a Figura 4.8, e a resistência pode então ser determinada. Se o gráfico V-I for uma reta, a Equação 4.7 fornecerá o mesmo resultado, não importando em que parte do gráfico a equação é aplicada. Entretanto, se o gráfico não for uma reta, a resistência mudará.

EXEMPLO 4.5

Determine a resistência associada ao gráfico da Figura 4.9 usando as equações 4.5 e 4.7, e compare os resultados.

Solução:

Para $V = 6$ V, $I = 3$ mA e:

$$R_{cc} = \frac{V}{I} = \frac{6\,\text{V}}{3\,\text{mA}} = \mathbf{2\ k\Omega}$$

Para o intervalo entre 6 e 8 V:

$$R = \frac{\Delta V}{\Delta I} = \frac{2\,\text{V}}{1\,\text{mA}} = \mathbf{2\ k\Omega}$$

Os resultados são idênticos.

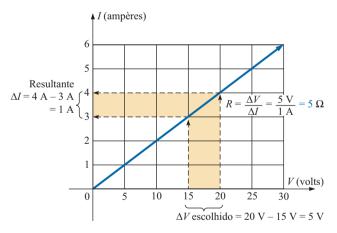



Figura 4.8 Aplicação da Equação 4.7.

Figura 4.9 Exemplo 4.5.

Antes de encerrar esse assunto, primeiro analisaremos a curva característica de um dispositivo semicondutor muito importante, o **diodo**, que será estudado com mais detalhes em cursos de eletrônica básica. Esse dispositivo se comporta como uma resistência baixa para a corrente elétrica passando em um sentido, e como uma resistência alta para a corrente que tenta passar no sentido oposto, muito parecido com o comportamento elétrico de uma chave. Uma curva característica de um diodo típico é mostrada na Figura 4.10. Sem qualquer operação matemática, pode-se notar a proximidade que a curva característica tem do eixo da tensão para valores negativos de tensão aplicada, indicando que existe uma região de baixa condutância (alta resistência, como acontece com uma chave aberta). Observe que essa região se estende até aproximadamente 0,7 V positivo. Entretanto, para valores de tensão aplicada maiores que 0,7 V, uma subida quase vertical na curva característica indica região de alta condutividade (baixa resistência, como acontece com uma chave fechada). Aplicaremos agora a lei de Ohm para verificar as conclusões citadas:

Para $V_D = +1$ V,

$$R_{\text{diodo}} = \frac{V_D}{I_D} = \frac{1\,\text{V}}{50\,\text{mA}} = \frac{1\,\text{V}}{50\times10^{-3}\,\text{A}} = 20\ \Omega$$

(um valor relativamente baixo para a maioria das aplicações)

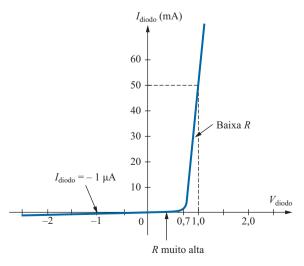



Figura 4.10 Curva característica de um diodo semicondutor.

Para $V_D = -1$ V,

$$R_{\text{diodo}} = \frac{V_D}{I_D} = \frac{1\,\text{V}}{1\,\mu\text{A}} = 1\,\text{M}\Omega$$

(que é frequentemente representado por um equivalente de circuito aberto)

4.4 POTÊNCIA

Em geral,

o termo potência é aplicado para fornecer uma indicação da quantidade de trabalho (conversão de energia) que pode ser realizado em um determinado período de tempo; isto é, a potência é a velocidade com que um trabalho é executado.

Por exemplo, um grande motor elétrico tem mais potência do que um pequeno porque é capaz de converter uma quantidade maior de energia elétrica em energia mecânica no mesmo intervalo de tempo. Como a energia convertida é medida em joules (J) e o tempo em segundos (s), a potência é medida em joules/segundo (J/s). A unidade elétrica de medida de potência é o watt (W), definida por:

$$1 \text{ watt (W)} = 1 \text{ joule/segundo (J/s)} \qquad (4.8)$$

Na forma de equação, a potência é determinada por:

$$P = \frac{W}{t} \quad \text{(watts, W, ou joules/segundo, J/s)} \qquad (4.9)$$

com a **energia** (W) medida em joules e o tempo t em segundos.

A unidade de medida, o watt, é derivada do sobrenome de James Watt (Figura 4.11), que realizou trabalhos fundamentais para o estabelecimento de padrões de medida de potência. Ele introduziu a unidade chamada **horsepower** (hp) para representar a potência média desenvolvida por um cavalo robusto ao puxar uma carroça durante um dia inteiro de trabalho. Essa potência corresponde aproximadamente a 50 por cento mais do que se pode esperar de um cavalo mediano. As unidades hp e watt se relacionam da seguinte forma:

$$1 \text{ horsepower} \cong 746 \text{ watts}$$

A potência consumida por um sistema ou por um dispositivo elétrico pode ser determinada em função dos valores de corrente e de tensão ao se substituir, primeiramente, a Equação 2.5 na Equação 4.9:

Figura 4.11 James Watt.
Cortesia da Henry Howard, 1882, National Portrait Gallery, Londres.

Escocês (Greenock, Birmingham)
(1736-1819)
Construtor de instrumentos e inventor
Eleito membro da Royal Society de Londres em 1785.

Em 1757, com 21 anos de idade, usou seu talento inovador para projetar instrumentos matemáticos como o *transferidor*, o *compasso* e vários tipos de *escalas*. Em 1765, introduziu o uso de um *condensador* para aumentar a eficiência de máquinas a vapor. Registrou nos anos seguintes um grande número de patentes importantes referentes a inovações no projeto de máquinas, incluindo o movimento giratório para a máquina a vapor (em oposição ao movimento alternativo) e uma máquina de dupla ação, na qual o pistão empurrava e também puxava ao realizar seu movimento cíclico. Introduziu o termo **horsepower** para designar a potência média desenvolvida por um cavalo robusto ao puxar uma pequena carroça durante um dia de trabalho.

$$P = \frac{W}{t} = \frac{QV}{t} = V\frac{Q}{t}$$

Mas

$$I = \frac{Q}{t}$$

de forma que

$$P = VI \quad \text{(watts, W)} \qquad (4.10)$$

Pela substituição direta da lei de Ohm, a equação para o cálculo da potência pode ser expressa de outras duas maneiras:

$$P = VI = V\left(\frac{V}{R}\right)$$

e

$$P = \frac{V^2}{R} \quad \text{(watts, W)} \qquad (4.11)$$

ou

$$P = VI = (IR)I$$

e

$$P = I^2R \quad \text{(watts, W)} \qquad (4.12)$$

Portanto, a potência absorvida pelo resistor mostrado na Figura 4.12 pode ser calculada diretamente, dependendo das informações disponíveis. Em outras palavras, se

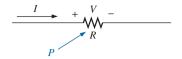



Figura 4.12 Potência dissipada por um elemento resistivo.

os valores de corrente e de resistência forem conhecidos, será conveniente usar diretamente a Equação 4.12; se os valores de V e I forem conhecidos, é mais apropriado o uso da Equação 4.10. Isso evita que tenhamos de aplicar a lei de Ohm antes de determinar a potência.

A potência fornecida por uma bateria pode ser determinada ao inserir a tensão de suprimento na Equação 4.10 para produzir:

$$P = EI \quad \text{(watts, W)} \tag{4.13}$$

A importância da Equação 4.13 não pode ser superestimada. Ela claramente declara o seguinte:

A potência associada a qualquer suprimento não é simplesmente uma função da tensão de suprimento. Ela é determinada pelo produto da tensão de suprimento e sua especificação de corrente máxima.

O exemplo mais simples é a bateria do carro — grande, difícil de manusear e relativamente pesada. Ela tem apenas 12 V, um nível de tensão que poderia ser fornecido por uma bateria ligeiramente maior do que a bateria de rádio portátil pequena de 9 V. Entretanto, para fornecer a **potência** necessária para dar a partida em um carro, a bateria tem de ser capaz de suprir a alta corrente repentina na partida — um componente que exige tamanho e massa. No total, portanto, não é a tensão ou a especificação de corrente de um suprimento que determina suas capacidades de potência; é o produto dos dois.

Em todo o texto, a abreviação para energia (W) pode ser distinta daquela do watt (W) porque a utilizada para representar energia é escrita em itálico, enquanto a notação para o watt é em romano. Na realidade, todas as variáveis na seção CC aparecem em itálico, enquanto as unidades aparecem em tipo romano.

EXEMPLO 4.6

Determine a potência entregue ao motor de corrente contínua ilustrado na Figura 4.13.

Solução:

$$P = EI = (120 \text{ V})(5 \text{ A}) = 600 \text{ W} = \mathbf{0{,}6\ kW}$$

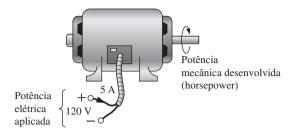



Figura 4.13 Exemplo 4.6.

EXEMPLO 4.7

Qual a potência dissipada por um resistor de 5 Ω se a corrente nele for de 4 A?

Solução:

$$P = I^2R = (4 \text{ A})^2(5\ \Omega) = \mathbf{80\ W}$$

EXEMPLO 4.8

A curva característica I-V de uma lâmpada de filamento é mostrada na Figura 4.14. Observe a não linearidade da curva, indicando grande variação no valor da resistência do filamento com a tensão aplicada. Se a tensão nominal de operação da lâmpada é 120 V, determine a potência dissipada. Calcule também a resistência da lâmpada sob essas condições de funcionamento.

Solução:

Para uma tensão de 120 V:

$$I = 0{,}625 \text{ A}$$

e $$P = VI = (120 \text{ V})(0{,}625 \text{ A}) = \mathbf{75\ W}$$

Para a mesma tensão de 120 V:

$$R = \frac{V}{I} = \frac{120 \text{ V}}{0{,}625 \text{ A}} = \mathbf{192\ \Omega}$$

Algumas vezes conhecemos a potência e desejamos determinar a corrente ou a tensão. Por meio de manipula-

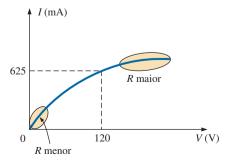



Figura 4.14 Gráfico I-V não linear de uma lâmpada de filamento de 75 W (Exemplo 4.8).

ções algébricas, podemos obter expressões para cada uma dessas grandezas, como segue:

$$P = I^2R \Rightarrow I^2 = \frac{P}{R}$$

e $$I = \sqrt{\frac{P}{R}} \quad \text{(ampères, A)} \qquad (4.14)$$

$$P = \frac{V^2}{R} \Rightarrow V^2 = PR$$

e $$V = \sqrt{PR} \quad \text{(volts, V)} \qquad (4.15)$$

EXEMPLO 4.9

Determine a corrente através de um resistor de 5 kΩ quando ele dissipa uma potência de 20 mW.

Solução:

A partir da Equação 4.14:

$$I = \sqrt{\frac{P}{R}} = \sqrt{\frac{20 \times 10^{-3}\,\text{W}}{5 \times 10^{3}\,\Omega}} = \sqrt{4 \times 10^{-6}} = 2 \times 10^{-3}\,\text{A}$$
$$= \mathbf{2\,mA}$$

4.5 ENERGIA

Para que uma potência, que determina a velocidade com que um trabalho é realizado, produza uma conversão de uma forma de energia em outra, *é preciso que ela seja usada por um certo período*. Por exemplo, um motor pode ter de acionar uma grande carga, porém, a menos que ele seja usado ao longo de um intervalo de tempo, não haverá conversão de energia. Além disso, quanto mais o motor for usado para acionar uma carga, maior será a energia utilizada.

A **energia** (W) consumida ou fornecida por um sistema é, portanto, determinada por:

$$W = Pt \quad \text{(watt-segundos, Ws, ou joules)} \qquad (4.16)$$

Como a potência é medida em watts (ou joules por segundo) e o tempo em segundos, a unidade de energia é o *watt-segundo* ou o *joule* (leia a nota na Figura 4.15), conforme indicado anteriormente. Entretanto, a unidade watt-segundo é uma quantidade muito pequena para a maioria dos propósitos práticos, de modo que as unidades *watt-hora* (Wh) e *kilowatt-hora* (kWh) foram definidas da seguinte maneira:

$$\text{Energia (Wh)} = \text{potência (W)} \times \text{tempo (h)} \qquad (4.17)$$

Figura 4.15 James Prescott Joule.

© Biodiversity Heritage Library. Arquivo Nacional, USA.

Inglês (Salford, Manchester)
(1818-1889)
Físico, doutor *honoris causa* pelas Universidades de Dublin e de Oxford.

Contribuiu para uma lei importante e fundamental: *a lei da conservação da energia*, estabelecendo que diversas formas de energia, seja elétrica, mecânica ou térmica, são da mesma natureza, e podem ser convertidas de uma forma em outra. Em 1841, publicou a *lei de Joule*, segundo a qual a potência dissipada termicamente em um fio é igual ao produto do quadrado da intensidade da corrente pela resistência do fio (I^2R). Além disso, comprovou experimentalmente que a quantidade de calor produzida é equivalente à potência absorvida e, portanto, o calor é uma forma de energia.

$$\text{Energia}(\text{kWh}) = \frac{\text{potÍncia}(\text{W}) \times \text{tempo}(\text{h})}{1.000} \qquad (4.18)$$

Observe que certa quantidade de energia em kilowatts-horas é expressa pelo número que exprime essa mesma quantidade de energia em watts-horas dividido por 1.000. Para que você tenha uma ideia da quantidade de energia que essa unidade representa, saiba que *1 kWh é a quantidade de energia dissipada por uma lâmpada de 100 W ligada durante 10 horas*.

O **medidor de kilowatts-horas** é um instrumento destinado a medir a energia elétrica fornecida a consumidores residenciais e comerciais. Normalmente, esse medidor é instalado no painel de distribuição do edifício. A Figura 4.16 mostra a fotografia de um desses medidores, do tipo analógico, juntamente com o desenho de um conjunto de mostradores. Conforme indicado, as potências de dez abaixo de cada mostrador estão todas em kilowatts-horas. Quanto mais rápido o disco de alumínio gira, maior é o consumo indicado pelo medidor. Os ponteiros estão ligados ao eixo de rotação desse disco por engrenagens. A Figura 4.16 também mostra uma fotografia de um medidor digital construído com dispositivos semicondutores, que pode ser utilizado em diversas situações.

(a)

(b)

Figura 4.16 Medidores de kilowatts-horas: (a) analógico; (b) digital. [Cortesia de (a) Bill Fehr/Shutterstock e (b) Jeff Wilber/Shutterstock.)

EXEMPLO 4.10

Considerando as posições dos ponteiros vistos na Figura 4.16(a), calcule o valor a ser pago se a leitura anterior foi 4.650 kWh, sendo o custo médio em sua área de 11 centavos por kilowatt-hora.

Solução:

$$5.360 \text{ kWh} - 4.650 \text{ kWh} = 710 \text{ kWh usados}$$

$$710 \cancel{\text{kWh}}\left(\frac{11¢}{\cancel{\text{kWh}}}\right) = \mathbf{\$\,78{,}10}$$

EXEMPLO 4.11

Calcule a quantidade de energia (em kilowatts-horas) necessária para manter uma lâmpada de filamento 60 W acesa continuamente durante um ano (365 dias).

Solução:

$$W = \frac{Pt}{1.000} = \frac{(60\,\text{W})(24\,\text{h/dia})(365\,\text{dias})}{1.000} = \frac{525.600\,\text{Wh}}{1.000}$$

$$= \mathbf{525{,}60\,kWh}$$

EXEMPLO 4.12

Durante quanto tempo uma TV de plasma de 340 W teria de ficar ligada para consumir 4 kWh?

Solução:

$$W = \frac{Pt}{1.000} \Rightarrow t(\text{horas}) = \frac{(W)(1.000)}{P} = \frac{(4\,\text{kWh})(1.000)}{340\,\text{W}}$$

$$= \mathbf{11{,}76\,h}$$

EXEMPLO 4.13

Qual é o custo da utilização de um motor de 5 hp durante 2 horas se a tarifa é de 11 centavos por kWh?

Solução:

$$\text{W (kilowatt-hora)} = \frac{Pt}{1.000} = \frac{(5\text{ hp} \times 746\text{ W/hp})(2\text{ h})}{1.000}$$

$$= 7{,}46 \text{ kWh}$$

$$\text{Custo} = (7{,}46 \text{ kWh})\,(11¢/\text{kWh})$$

$$= \mathbf{82{,}06\ centavos}$$

EXEMPLO 4.14

Qual é o custo total da utilização dos itens a seguir, considerando uma tarifa de 11 centavos por kWh?

- Uma torradeira de 1.200 W durante 30 minutos.
- Seis lâmpadas de 50 W durante 4 horas.
- Uma máquina de lavar de 500 W durante 45 minutos.
- Uma secadora de roupas elétrica de 4.800 W durante 20 minutos.
- Um PC de 80 W por 6 horas.

Solução:

$$W = \frac{(1200\,\text{W})(\tfrac{1}{2}\,\text{h}) + (6)(50\,\text{W})(4\,\text{h}) + (500\,\text{W})(\tfrac{3}{4}\,\text{h}) + (4300\,\text{W})(\tfrac{1}{3}\,\text{h}) + (80\,\text{W})(6\,\text{h})}{1000}$$

$$= \frac{600\,\text{Wh} + 1.200\,\text{Wh} + 375\,\text{Wh} + 1.433\,\text{Wh} + 480\,\text{Wh}}{1.000}$$

$$= \frac{4.088\,\text{Wh}}{1.000}$$

$$\text{W} = 4{,}09 \text{ kWh}$$

$$\text{Custo} = (4{,}09 \text{ kWh})(11¢/\text{kWh}) \cong \mathbf{45\ centavos}$$

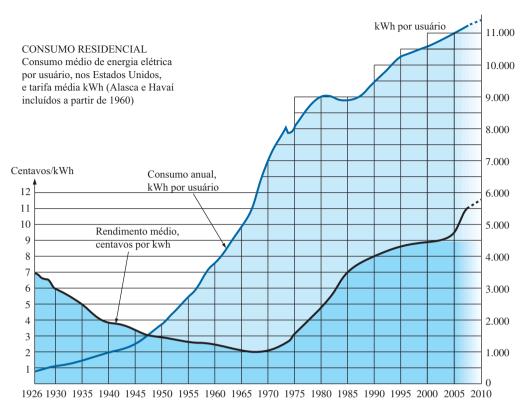



Figura 4.17 Custo por kWh e consumo médio em kWh por usuário em função do tempo. (Baseado em dados de Edison Electric Institute.)

O gráfico visto na Figura 4.17 mostra o custo médio nacional por kilowatt-hora comparado ao consumo médio em kilowatts-horas por consumidor nos Estados Unidos. Observe que o custo hoje em dia está acima do valor cobrado em 1926, e que o consumo médio anual é hoje superior a 20 vezes ao que se consumia em 1926. Tenha em mente que o gráfico da Figura 4.17 representa o custo médio para todo o país. Em alguns estados dos Estados Unidos, a tarifa é de cerca de 7 centavos por quilowatt-hora, enquanto em outros é quase 20 centavos por kilowatt-hora.

Na Tabela 4.1 temos uma relação de alguns dos eletrodomésticos de uso mais comum, juntamente com as respectivas especificações de potência. Pode ser interessante para o leitor calcular o custo de operação de alguns desses aparelhos ao longo de um intervalo de tempo usando o gráfico ilustrado na Figura 4.17 para calcular o custo por kilowatt-hora.

4.6 EFICIÊNCIA

A Figura 4.18 ilustra o fluxo de energia em um sistema no qual a energia muda de forma. Observe em particular que a quantidade de energia na saída é sempre menor do que a que entrou no sistema devido às perdas e, às vezes, ao armazenamento de energia no interior do sistema. A melhor situação que se pode esperar é que os valores absolutos de W_o e W_i sejam relativamente próximos um do outro.

De acordo com a conservação da energia:

$$\textbf{Entrada de energia} = \textbf{saída de energia} + \textbf{energia perdida e/ou armazenada no sistema}$$

Dividindo ambos os lados dessa igualdade por t, obtemos:

$$\frac{W_{\text{entrada}}}{t} = \frac{W_{\text{saÌda}}}{t} + \frac{W_{\text{perdida ou armazenada no sistema}}}{t}$$

Como $P = W/t$, temos a seguinte expressão:

$$P_i = P_o + P_{\text{perdida ou armazenada}} \quad \text{(W)} \qquad (4.19)$$

A **eficiência** (η) de um sistema é então determinada pela seguinte equação:

$$\text{EficiÍncia} = \frac{\text{potÍncia de saÌda}}{\text{potÍncia de entrada}}$$

e

$$\eta = \frac{P_o}{P_i} \quad \text{(número decimal)} \qquad (4.20)$$

onde η (letra grega *eta* minúscula) é um número decimal.

Tabela 4.1 Potências típicas de alguns eletrodomésticos comuns.

Aparelho	Potência em watts	Aparelho	Potência em watts
Ar-condicionado (sala)	1.400	Laptop:	
Secadora (jato de ar)	1.300	Consumo baixo	<1 W (tipicamente 0,3 a 0,5)
Telefone celular:		Consumo médio	80
Modo *standby*	≅ 35 mW	Forno de micro-ondas	1.200
Modo conversação	≅ 4,3 W	Nintendo Wii	19
Relógio	2	Rádio	70
Secadora de roupa (elétrica)	4.300	Fogão (autolimpante)	12.200
Cafeteira	900	Refrigerador (com degelo automático)	1.800
Máquina de lavar louça	1.200	Barbeador	15
Ventilador:		Lâmpada solar	280
Portátil	90	Torradeira	1.200
De teto	200	Compactador de lixo	400
Aquecedor central	1.500	TV:	
Aparelhos para aquecimento:		Plasma	340
Aquecedor portátil	320	LCD	220
Aquecedor a óleo	230	VCR/DVD	25
Ferro elétrico (seco ou a vapor)	1.000	Máquina de lavar roupas	500
		Aquecedor de água (boiler)	4.500
		Xbox 360	187

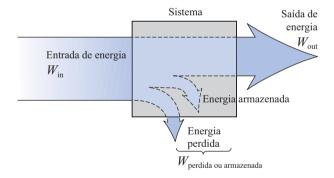



Figura 4.18 Fluxo de energia em um sistema.

Em termos percentuais:

$$\eta\% = \frac{P_o}{P_i} \times 100\% \quad \text{(porcentagem)} \quad (4.21)$$

Em termos de energia de entrada e saída, a eficiência porcentual é dada por:

$$\eta\% = \frac{W_o}{W_i} \times 100\% \quad \text{(porcentagem)} \quad (4.22)$$

A máxima eficiência possível é 100 por cento, o que equivale a $P_o = P_i$, ou seja, nenhuma energia é armazenada ou perdida pelo sistema. Obviamente, quanto maior for a perda interna do sistema, menor será a eficiência.

EXEMPLO 4.15

Um motor de 2 hp opera com uma eficiência de 75 por cento. Qual é a potência de entrada em watts? Se a tensão aplicada ao motor é de 220 V, qual é a corrente na entrada?

Solução:

$$\eta\% = \frac{P_o}{P_i} \times 100\%$$

$$0{,}75 = \frac{(2\text{ hp})(746\text{ W/hp})}{P_i}$$

e

$$P_i = \frac{1.492\text{ W}}{0{,}75} = \mathbf{1.989{,}33\ W}$$

$$P_i = EI \text{ ou } I = \frac{P_i}{E} = \frac{1.989{,}33\text{ W}}{220\text{ V}} = \mathbf{9{,}04\ A}$$

EXEMPLO 4.16

Qual a potência de saída, em hp, de um motor com uma eficiência de 80 por cento e uma corrente de entrada de 8 A a uma tensão de 120 V?

Solução:

$$\eta\% = \frac{P_o}{P_i} \times 100\%$$

$$0{,}80 = \frac{P_o}{(120\,\text{V})(8\,\text{A})}$$

e $$P_o = (0{,}80)(120\ \text{V})(8\ \text{A}) = 768\ \text{W}$$

com $$768\,\not{W}\left(\frac{1\ \text{hp}}{746\,\not{W}}\right) = \mathbf{1{,}03\ hp}$$

EXEMPLO 4.17

Se $\eta = 0{,}85$, determine o nível de energia de saída se a energia fornecida ao sistema for de 50 J.

Solução:

$$\eta = \frac{W_o}{W_i} \Rightarrow W_o = \eta W_i = (0{,}85)\ (50\ \text{J}) = \mathbf{42{,}5\ J}$$

A Figura 4.19 ilustra esquematicamente os componentes básicos de um sistema de geração de energia elétrica. A fonte de energia mecânica é uma roda de pás que gira impulsionada por uma queda-d'água potencializada por uma barragem. Um conjunto de engrenagens faz com que o eixo do gerador gire sempre na velocidade angular adequada. Uma linha de transmissão transporta a energia elétrica até o consumidor final (carga). Para cada componente do sistema há indicações das potências de entrada e de saída. A eficiência de cada um desses subsistemas é dada por:

$$\eta_1 = \frac{P_{o_1}}{P_{i_1}} \qquad \eta_2 = \frac{P_{o_2}}{P_{i_2}} \qquad \eta_3 = \frac{P_{o_3}}{P_{i_3}}$$

Se efetuarmos o produto dessas três eficiências:

$$\eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 = \frac{\not{P_{o_1}}}{P_{i_1}} \cdot \frac{\not{P_{o_2}}}{\not{P_{i_2}}} \cdot \frac{P_{o_3}}{\not{P_{i_3}}} = \frac{P_{o_3}}{P_{i_1}}$$

e levarmos em conta que $P_{i_2} = P_{o_1}$ e $P_{i_3} = P_{o_2}$, as simplificações resultantes levarão ao resultado final P_{o_3}/P_{i_1}, que expressa a eficiência do sistema como um todo.

Em geral, para sistemas em cascata, como ilustra a Figura 4.20, temos:

$$\eta_{\text{total}} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \ldots \eta_n \qquad (4.23)$$

EXEMPLO 4.18

Calcule a eficiência total do sistema mostrado na Figura 4.19, sabendo que $\eta_1 = 90\%$, $\eta_2 = 85\%$ e $\eta_3 = 95\%$.

Solução:

$$\eta_T = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 = (0{,}90)(0{,}85)(0{,}95) = 0{,}727, \text{ ou } \mathbf{72{,}7\%}$$

EXEMPLO 4.19

Se a eficiência η_1 cair para 40 por cento, calcule a nova eficiência total e compare esse resultado com o obtido no exemplo anterior.

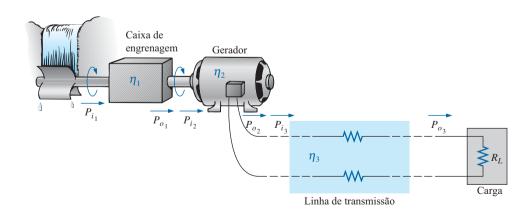



Figura 4.19 Componentes básicos de um sistema de geração de energia elétrica.

Figura 4.20 Sistema em cascata.

Solução:

$$\eta_T = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 = (0,40)(0,85)(0,95) = 0,323, \text{ ou } \mathbf{32,3\%}$$

Certamente, 32,3 por cento é muito menor do que 72,7 por cento. Portanto, a eficiência total de um sistema em cascata é determinada principalmente pela menor eficiência (*weakest link*), sendo menor que (ou igual, caso as outras eficiências sejam de 100 por cento) a menor das eficiências do sistema.

4.7 DISJUNTORES, ICFAs E FUSÍVEIS

A potência de entrada dos grandes complexos industriais, que usam equipamentos de alto consumo, dos circuitos residenciais e dos medidores utilizados em laboratório deve ser limitada de modo a assegurar que a corrente não ultrapasse os valores especificados. Caso não exista essa limitação, os condutores elétricos e/ou equipamentos eletrônicos podem ser seriamente danificados, havendo, além disso, o risco de incêndio e de intoxicação causada por fumaça.

Para limitar os níveis de corrente, são instalados **fusíveis** ou **disjuntores** no local onde a rede de alimentação é conectada ao circuito interno do usuário, como no quadro de distribuição da maioria das residências. Os fusíveis mostrados na Figura 4.21 possuem um condutor metálico interno através do qual passa a corrente que entra no sistema; o condutor interno do fusível começará a se fundir (abrir) caso a corrente do sistema ultrapasse o valor especificado que aparece impresso no corpo do fusível. É claro que se a fusão desse condutor for completa o caminho da corrente será interrompido e toda a carga ligada ao circuito estará protegida.

Nas construções mais recentes, os fusíveis foram substituídos por disjuntores como os que aparecem na Figura 4.22. Quando a corrente excede o valor especificado, o campo magnético gerado por um eletroímã atinge intensidade suficiente para causar a abertura de uma chave, interrompendo assim o circuito. Quando a corrente volta ao normal o disjuntor pode ser rearmado, estando pronto para ser reutilizado.

Atualmente, o Código Nacional de Eletricidade dos Estados Unidos impõe que os dispositivos de proteção utilizados nos banheiros e em outras áreas críticas sejam do tipo interruptor de corrente por falha no aterramento (ICFA); esses dispositivos são projetados para que respondam mais rapidamente do que os disjuntores. O ICFA da Figura 4.23 interrompe o circuito em 5 ms. Sabe-se que 6 mA é a maior corrente a que a maioria dos indivíduos pode ser exposta por um intervalo reduzido de tempo sem sofrer consequências graves. Uma corrente maior que 11 mA pode causar contração involuntária dos músculos não permitindo que a pessoa se solte do condutor, podendo levá-la ao estado de choque. Correntes ainda mais altas percorrendo o corpo por mais de um segundo podem fazer o músculo cardíaco entrar em fibrilação, levando à morte em poucos minutos. A rapidez da resposta do ICFA deve-se à sensibilidade desse dispositivo quanto à diferença entre as correntes de entrada e de saída; essas correntes devem ser iguais em condições normais de operação. Quando um caminho adicional para a corrente é introduzido no circui-

(a)

(b)

(c)

Figura 4.21 Fusíveis: (a) CC-TRON® (0-10 A); (b) Semitron (0-600 A); (c) fusíveis de chips de montagem em superfície subminiaturizados. [Cortesia de (a) Paul Reid/ Shutterstock; (b) e (c) iStockphoto/Getty Images.]

Figura 4.22 Disjuntores. (Reimpresso com permissão da Tyco Electronics Corporation, uma divisão da Potter and Brumfield.)

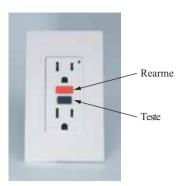



Figura 4.23 Interruptor de corrente por falha no aterramento (ICFA). Tomada de 125 V CA, 60 Hz, 15 A. (Reimpresso com permissão da Leviton Manufacturing Company, Leviton SmartLock™ GFC.)

to, por exemplo, através de um corpo humano, surge uma diferença entre essas correntes, o que leva o interruptor a abrir o circuito, desconectando a fonte.

4.8 APLICAÇÕES

Fluorescente *versus* incandescente

Um tópico controverso na discussão da conservação de energia é a crescente pressão para que as lâmpadas incandescentes sejam substituídas pelas lâmpadas fluorescentes, como a mostrada na Figura 4.24. Países mundo afora estabeleceram metas para o futuro próximo determinando o banimento do uso de lâmpadas incandescentes até 2012. Atualmente, o Japão já conta com uma taxa de adoção de 80 por cento, e os vilarejos de Shirakawa-go e Gokayama, Patrimônios da Humanidade, tiveram toda sua iluminação incandescente retirada em 2007 em um esforço corajoso de reduzir as emissões de dióxido de carbono próximas dessas aldeias. A Alemanha tem uma taxa de adoção de 50 por cento, o Reino Unido, de 20 por cento, e os Estados Unidos, em torno de 6 por cento. A Austrália anunciou o banimento completo da iluminação incandescente até 2009, e o Canadá, até 2012.

Figura 4.24 Lâmpada fluorescente compacta (LFC) de 23 W, 380 mA.

Essa mudança enorme nos costumes se deve fundamentalmente à maior eficiência das lâmpadas fluorescentes em termos de energia, assim como sua vida útil mais longa. Pelo mesmo número de lúmens (unidade de medida de luz), a energia dissipada por uma luz incandescente pode ser aproximadamente de quatro a seis vezes maior do que a de uma lâmpada fluorescente. O intervalo de variação é uma função do nível de lúmens. Quanto maior o número de lúmens disponíveis por lâmpada, menor a razão. **Em outras palavras, a energia poupada aumenta com a diminuição na especificação de potência da lâmpada fluorescente.** A Tabela 4.2 compara as especificações de potência de lâmpadas fluorescentes e de lâmpadas incandescentes para o mesmo número de lúmens gerados. Para o mesmo período de tempo, a razão da energia usada exige que simplesmente dividamos as especificações de tensão no mesmo nível de lúmens.

Como mencionado, o outro benefício das lâmpadas fluorescentes é a longevidade. Uma lâmpada incandescente de 60 W terá uma vida nominal de 1.500 h, enquanto é esperado que uma lâmpada fluorescente de 13 W, com um

Tabela 4.2 Comparação entre os lúmens gerados por lâmpadas incandescentes e por lâmpadas fluorescentes.

Incandescentes	Lúmens		Fluorescentes
100 W (950 h)	1.675		
		1.600	23 W (12.000 h)
		1.100	15 W (8.000 h)
75 W (1.500 h)	1.040		
		870	13 W (10.000 h)
60 W (1.500 h)	830		
		660	11 W (8.000 h)
		580	9 W (8.000 h)
40 W (1.250 h)	495		
		400	7 W (10.000 h)
25 W (2.500 h)	250	250	4 W (8.000 h)
15 W (3.000 h)	115		

nível de lúmens equivalente, dure 10.000 h — uma proporção de vida de 6,67 vezes. Uma lâmpada incandescente de 25 W pode ter uma vida útil de 2.500 h, mas uma lâmpada fluorescente de 4 W de emissão de lúmens similar tem uma vida útil de 8.000 horas — uma proporção de vida de apenas 3,2. É interessante observar na Tabela 4.2 que a vida útil de lâmpadas fluorescentes permanece bastante alta em todas as especificações de potência, enquanto a vida útil de lâmpadas incandescentes aumenta de maneira substancial com a queda no nível de potência. Por fim, temos de considerar o custo da compra e seu uso. Atualmente, uma lâmpada incandescente de 60 W pode ser comprada por um valor em torno de 80 centavos de dólar, enquanto uma lâmpada fluorescente de 13 W com uma emissão de lúmens similar pode custar $ 2,50 — um aumento a uma proporção de 3:1. Para a maioria das pessoas, esse é um fator importante e teve sem dúvida algum efeito sobre os números da adoção de lâmpadas fluorescentes. Entretanto, é preciso considerar também o custo do uso das lâmpadas que acabamos de descrever por um período de 1 ano. Considere que cada uma seja usada 5 h/dia por 365 dias a um custo de 11 centavos de dólar/kWh.

Para a lâmpada incandescente, o custo é determinado como mostrado a seguir:

$$\text{kWh} = \frac{(5\,\text{h})(365\,\text{dias})(60\,\text{W})}{1.000} = 109{,}5\ \text{kWh}$$

$$\text{Custo} = (109{,}5\ \text{kWh})(11\ \text{¢/kWh}) = \mathbf{\$\ 12{,}05/ano}$$

Para a lâmpada fluorescente o custo é determinado como mostrado a seguir:

$$\text{kWh} = \frac{(5\,\text{h})(365\,\text{dias})(13\,\text{W})}{1.000} = 23{,}73\ \text{kWh}$$

$$\text{Custo} = (23{,}73\ \text{kWh})(11\ \text{¢/kWh}) = \mathbf{\$\ 2{,}61/ano}$$

A razão de custo entre as lâmpadas fluorescentes e as incandescentes gira em torno de 4,6, o que é certamente significativo, indicando que o custo de iluminação fluorescente equivale a 22 por cento daquele da iluminação incandescente. Retornando ao custo inicial, está claro que a lâmpada pagaria a si mesma quase quatro vezes no período de 1 ano.

O outro fator positivo em relação ao uso de lâmpadas de potência mais baixa é a economia em emissões de dióxido de carbono no processo de produzir a energia elétrica necessária. Para os dois vilarejos no Japão mencionados anteriormente, onde em torno de 700 lâmpadas foram substituídas, a economia será de aproximadamente 24 toneladas em 1 ano. Imagine a economia que seria feita caso essa política fosse adotada no mundo todo.

Assim como com todas as abordagens inovadoras para poupar energia, há algumas preocupações a respeito de sua adoção no mundo todo. Elas incluem o mercúrio que é inerente design de uma lâmpada fluorescente. Cada lâmpada contém em torno de 5 mg de mercúrio, um elemento que pode provocar danos ao sistema nervoso e ao desenvolvimento do cérebro. Os efeitos de se quebrar uma lâmpada estão sob investigação, e a preocupação é tamanha que as agências de proteção ambiental na maioria dos países estão estabelecendo padrões para o processo de limpeza. Todas as abordagens descritas concordam que um aposento em que ocorreu a quebra de uma lâmpada deve ser limpo e as janelas, **abertas para ventilação**. Então, os materiais **não devem ser aspirados**, mas, sim, cuidadosamente varridos e colocados dentro de um recipiente pequeno fechado. Algumas agências vão bem além dessas duas medidas simples de limpeza, mas realmente trata-se de um processo que tem de ser analisado com cuidado. A outra preocupação é como jogar fora as lâmpadas gastas. No momento, esse talvez não seja um grande problema porque a adoção de lâmpadas fluorescentes começou recentemente, e as lâmpadas vão durar por alguns anos. Entretanto, chegará o dia em que a disposição apropriada desse lixo terá de ser definida. Felizmente, a maioria dos países desenvolvidos está tratando cuidadosamente desse problema e construindo instalações projetadas especificamente para dispor desse tipo de equipamento. Quando o lixo dessas lâmpadas alcançar um nível mais alto, como as 350 milhões de lâmpadas por ano projetadas em um país como o Japão, ele vai representar níveis que terão de ser tratados de maneira eficiente e correta para remover os níveis de mercúrio que resultarão de seu descarte.

Outras questões relacionam-se à luz emitida pelas lâmpadas fluorescentes em relação às lâmpadas incandescentes. Em geral, a luz emitida pelas luzes incandescentes (mais componentes vermelhos que azuis) assemelha-se mais à luz natural do que àquela de lâmpadas fluorescentes, que emitem uma tonalidade azulada. Entretanto, ao se aplicar o fósforo correto na parte interna da lâmpada, é possível se obter uma **luz branca** mais confortável aos olhos. Outra questão é que os dimmers (variadores de luminosidade) atuais — uma fonte de conservação de energia em muitos casos — só podem ser usados em lâmpadas fluorescentes especialmente projetadas. Entretanto, há pesquisas em andamento que provavelmente resolverão esse problema em um futuro próximo. Outra questão importante é o fato de as lâmpadas fluorescentes emitirem raios ultravioleta (UV) (como a luz usada em clínicas de bronzeamento), que não são um componente de luz visível, mas são uma preocupação para pessoas com problemas de pele, como indivíduos com lúpus; entretanto, novamente, estudos ainda estão sendo feitos. Por muitos anos, as lâm-

padas fluorescentes foram relegadas a aparelhos de teto, pois a distância acabava com a maioria das preocupações a respeito dos raios UV, mas agora elas foram trazidas mais para perto do consumidor. Lembre-se também que o desenvolvimento de plantas em um espaço interior escuro só pode ser conseguido a partir de lâmpadas fluorescentes devido à radiação UV. Por fim, assim como ocorre com todos os produtos, você recebe pelo que pagou: lâmpadas mais baratas parecem não cumprir sua garantia de vida útil e emitem um espectro de luz mais pobre.

O debate poderia seguir por muitas páginas, comparando benefícios e desvantagens. Por exemplo, considere que o calor gerado pelas lâmpadas incandescentes proporcione parte do aquecimento em grandes instituições e, portanto, mais aquecimento teria de ser fornecido se a troca para lâmpadas fluorescentes fosse feita. Entretanto, nos meses de calor, as lâmpadas fluorescentes, mais frias, exigiriam menos resfriamento, proporcionando economia. Em última análise, pelo visto, a decisão cairá sobre cada indivíduo (a não ser que seja algo compulsório) e o que ele achar melhor para si. Mas não se preocupe; qualquer forte reação a uma troca proposta será bem estudada, e não deve ser motivo de temor.

O crescimento exponencial do interesse nas lâmpadas fluorescentes nos últimos anos deve-se fundamentalmente à introdução de circuitos eletrônicos que podem ‘disparar’ ou provocar a ‘ignição’ da lâmpada de maneira que proporcionem uma ligação mais rápida e unidades menores. Uma descrição completa da variedade mais antiga de lâmpadas fluorescentes aparece na seção Aplicações do Capítulo 22, que descreve o tamanho grande do reator magnético e a necessidade de um mecanismo de partida. Uma ideia do mecanismo de partida eletrônico relativamente pequeno de uma lâmpada fluorescente compacta (CFL) é fornecida na Figura 4.25. A seção do bulbo permanece completamente isolada, com apenas quatro *leads* disponíveis para conectar aos circuitos, o que reduz a possibilidade de exposição quando a lâmpada está sendo construída. O conjunto de circuitos foi virado de sua posição na base do bulbo. O *lead* preto e branco nas bordas está conectado à base do bulbo, onde ele está conectado a uma fonte de 120 V. Observe que os dois componentes maiores são o transformador e o capacitor eletrolítico próximos do centro da placa de circuito impresso. Uma série de outros elementos a serem descritos no texto foi identificada.

Forno de micro-ondas

É provável que possamos dizer que a maioria das casas hoje em dia tem um forno de micro-ondas (veja a Figura 4.26). A maioria dos usuários não está preocupada com sua eficiência operacional. Entretanto, é interessante aprender como as unidades operam e como aplicar parte da teoria estudada neste capítulo.

Vejamos primeiro alguns comentários gerais. A maioria dos fornos de micro-ondas tem especificações de potência desde 500 W até 1.200 W a uma frequência de 2,45 GHz (praticamente 2,5 bilhões de ciclos por segundo que podem ser comparados aos 60 ciclos por segundo de uma tensão CA alternada típica das residências, abordada em detalhes no Capítulo 13). O aquecimento ocorre porque as moléculas de água contidas nos alimentos passam a vibrar em uma alta frequência em que a fricção entre as moléculas vizinhas provoca o efeito de aquecimento. Visto que é a alta frequência de vibração das moléculas que aquece os alimentos, não há a necessidade de um material que seja condutor de eletricidade. Entretanto, qualquer metal colocado no interior do forno de micro-ondas pode se comportar como uma antena (especialmente se ele possuir pontas ou bordas delgadas) que atrai a energia das micro-

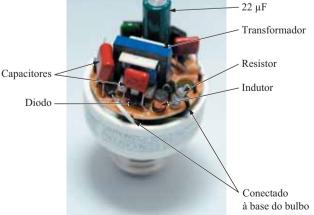



Figura 4.25 Construção interna da CFL da Figura 4.24.

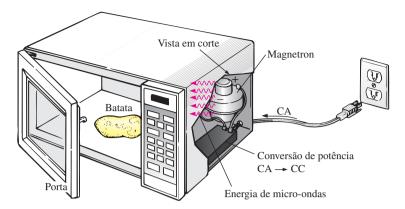



Figura 4.26 Forno de micro-ondas.

-ondas, fazendo com que o metal atinja temperaturas muito altas. Na realidade, o que uma frigideira faz para dourar agora pode ser feito pelos fornos de micro-ondas, que possuem partes metálicas embutidas nas laterais e na parte de baixo para atrair a energia das micro-ondas, elevando a temperatura da superfície do alimento em contato com o prato dourador, para dar a ele uma cor dourada e uma textura crocante. Mesmo que o metal não fizesse o papel de uma antena, ele seria um bom condutor de calor e poderia esquentar à medida que drenasse calor do alimento.

Qualquer recipiente com baixo teor de umidade pode ser usado para aquecer alimentos em um forno de micro-ondas. Devido a essa necessidade, os fabricantes desenvolveram uma linha completa de vasilhas para uso em fornos de micro-ondas que possuem baixíssimo teor de umidade. Mas mesmo assim, quando levadas ao forno por um minuto ou mais, elas se aquecem. Talvez isso ocorra por causa da umidade do ar em contato com a superfície dos recipientes ou devido ao óxido de chumbo usado em bons cristais. De qualquer forma, os fornos de micro-ondas devem ser usados apenas para preparar alimentos. Eles não foram projetados para serem usados como secadores ou vaporizadores.

As instruções que acompanham cada forno de micro-ondas especificam que o forno não deve ser ligado quando estiver vazio. Ainda que o forno possa estar vazio, uma energia em forma de micro-ondas será gerada, e ela buscará um meio que a absorva. Se o forno estiver vazio, tal energia poderá ser atraída pelo próprio forno, podendo danificá-lo. Para demonstrar que um recipiente de vidro vazio e seco ou um de plástico não absorverão uma quantidade significativa da energia de micro-ondas, coloque dois recipientes de vidro em um forno, um deles contendo água e o outro, vazio. Após um minuto terá notado que o vidro contendo água estará bastante quente por causa do aquecimento da água, enquanto o outro estará próximo de sua temperatura inicial. Em outras palavras, a água absorveu a maior parte da energia das micro-ondas, deixando o vidro vazio como um caminho pouco atrativo para a condução térmica. Toalhas de papel secas e embalagens plásticas podem ser usadas no forno para cobrir as vasilhas, já que elas têm baixo teor de moléculas de água e não apresentam boa condução de calor. Entretanto, seria muito inseguro colocar apenas um papel toalha dentro do forno, pois, de acordo com o que foi dito antes, a energia das micro-ondas procurará um meio que as absorva, e o papel poderia até pegar fogo.

O preparo de alimentos em fornos convencionais é feito de maneira que o aquecimento ocorra de fora para dentro dos alimentos. O mesmo é verdade para os fornos de micro-ondas, mas estes oferecem uma vantagem adicional: são capazes de penetrar alguns centímetros no interior dos alimentos, reduzindo substancialmente o tempo de cozimento. Esse tempo, em um forno de micro-ondas, está relacionado à quantidade de alimento dentro do forno. Dois copos de água levariam mais tempo para serem aquecidos do que um copo d'água, ainda que isso não seja uma relação linear, de modo que não levaria o dobro do tempo — talvez de 75 a 90 por cento a mais. Assim, se colocarmos uma quantidade suficiente de alimento no forno de micro-ondas e compararmos com o tempo mais longo de cozimento de um forno convencional, poderemos identificar o ponto em que seria melhor usar um forno convencional e obter a textura do alimento que talvez seja a que você deseja.

A construção básica de um forno de micro-ondas é ilustrada na Figura 4.26. Ele usa uma alimentação CA de 120 V, que é convertida em alta tensão por um transformador, tendo valores de pico de aproximadamente 5.000 V (com níveis substanciais de corrente) — advertência suficiente para deixar o conserto do forno de micro-ondas para a assistência técnica. Por meio de um processo de retificação, descrito resumidamente no Capítulo 2, uma alta tensão contínua de algumas centenas de volts é gerada

e aplicada em uma válvula magnetron. Essa válvula, em função de seu design muito especial (atualmente usa-se o mesmo design desenvolvido na época da Segunda Guerra Mundial, quando foi inventado na Inglaterra para seus equipamentos de radar de alta potência), gera um sinal de 2,45 GHz necessário para ser usado no forno. Deve-se ressaltar também que a válvula magnetron tem um nível específico de potência de operação que não pode ser controlado — uma vez ligada, ela atinge o valor de potência especificado. Pode-se perguntar então como o tempo e a temperatura de cozimento podem ser controlados. Isso é feito através de um circuito de controle que determina os intervalos de tempo ligado (*on*) e desligado (*off*) durante o ciclo da tensão de alimentação de 120 V. Altas temperaturas são atingidas ajustando-se uma relação alta entre os intervalos de tempo ligado e desligado, enquanto baixas temperaturas são ajustadas de forma contrária.

Uma desvantagem do magnetron é que no processo de conversão ela gera grande quantidade de calor que não contribui para o aquecimento do alimento e tem de ser absorvido pelo dissipador ou dispersado por um pequeno ventilador. Eficiências típicas de conversão se situam entre 55 e 75 por cento. Considerando outras perdas inerentes a qualquer sistema, é razoável considerar que a maioria dos fornos de micro-ondas tem uma eficiência entre 50 e 60 por cento. Entretanto, um forno convencional que opera continuamente com seu exaustor e o aquecimento, entre outras coisas, do forno, da vasilha e do ar ao redor, também tem perdas significativas, ainda que elas sejam menos sensíveis à quantidade de alimento a ser preparado. De modo geral, o fator de conveniência é provavelmente outro fator bastante significativo nessa discussão. Ele também levanta a questão de como o nosso tempo é inserido na equação da eficiência.

Para termos numéricos, consideremos a energia associada com o preparo de uma porção de cerca de 142 gramas de batata em um forno de micro-ondas de 1.200 W por 5 minutos, tendo como eficiência de conversão um valor médio de 55 por cento. Primeiro, é importante perceber que quando um equipamento tem uma especificação de 1.200 W, é essa a potência drenada da rede elétrica durante o processo de cozimento. Se o forno de micro-ondas for ligado a uma tomada de 120 V, a corrente drenada será de:

$$I = P/V = 1.200\ \text{W}/120\ \text{V} = 10{,}0\ \text{A}$$

que é um valor significativo de corrente. Em seguida, podemos determinar a quantidade de potência destinada somente ao processo de cozimento usando o valor da eficiência. Ou seja:

$$P_o = \eta P_i = (0{,}55)(1.200\ \text{W}) = 600\ \text{W}$$

A energia transferida para a porção de batata durante um período de 5 minutos pode então ser determinada a partir de:

$$W = Pt = (660\ \text{W})(5\ \text{min})(60\ \text{s}/1\ \text{min}) = 198\ \text{kJ}$$

que é cerca da metade da energia (valor nutricional) que se adquire ao comer os 142 g de batata. O número de kilowatts-horas drenado da rede elétrica pelo equipamento é determinado a partir de:

$$W = Pt/1.000 = (1.200\ \text{W})(5\ /60\ \text{h})/1.000 = 0{,}1\ \text{kWh}$$

A um custo de 10 centavos/kWh, calculamos que podemos cozinhar essa porção de batatas por 1 centavo; em termos relativos, isso é muito barato. Um forno elétrico típico de 1.550 W levaria cerca de uma hora para aquecer a mesma porção de batatas, resultando em um consumo de 1,55 kWh a um custo de 15,5 centavos, ou seja, haveria um aumento significativo de custo.

Instalação elétrica residencial

Diversas observações sobre instalações elétricas residenciais podem ser discutidas sem que se analise a forma utilizada para implementá-las fisicamente. Nos capítulos que se seguem, será feita uma abordagem adicional para garantir que seja desenvolvida uma compreensão fundamental sólida do sistema de instalação elétrica residencial como um todo. No mínimo, estabeleceremos um conhecimento fundamental que permitirá a você solucionar questões que um estudante dessa área seria capaz de resolver.

Uma das especificações que definem o sistema como um todo é a corrente máxima que pode ser drenada da rede elétrica, já que a tensão é fixa em 120 ou 240 V (às vezes, 208 V[1]). Para residências mais antigas, com um sistema de calefação que não seja elétrico, a norma especifica uma corrente de serviço de 100 A. Hoje em dia, com todos os sistemas eletrônicos se tornando comuns em casa, muitas pessoas optam por uma corrente de serviço de 200 A, mesmo que elas não possuam um aquecedor elétrico. Uma especificação de corrente de serviço de 100 A significa que a corrente máxima que pode ser drenada da rede elétrica por sua casa é 100 A. Usando o valor nominal de tensão entre fases e a corrente de serviço máxima (e conside-

1. Todas as informações relativas a sistemas elétricos neste livro se referem aos Estados Unidos. O sistema elétrico brasileiro apresenta valores de tensão diferentes e também segue normas diferentes. Entretanto, o leitor pode estudar esse tema aqui e pesquisar, em outras fontes, características e normas relativas ao sistema elétrico no Brasil para poder estabelecer um comparativo e, com isso, enriquecer seus conhecimentos.

rando todas as cargas resistivas), podemos determinar a potência máxima a ser entregue usando a equação básica de potência:

$$P = EI = (240\ \text{V})(100\ \text{A}) = 24.000\ \text{W} = 24\ \text{kW}$$

Esse número revela que o valor total de tudo o que consome energia elétrica em casa, quando ligados, não deve exceder a 24 kW em nenhum momento. Caso esse valor seja ultrapassado, podemos esperar que o disjuntor principal, na parte superior do quadro de distribuição, desarme (abra o circuito). À primeira vista, 24 kW pode parecer um valor muito grande, mas quando se considera o fato de que um forno elétrico autolimpante drena 12,2 kW, uma máquina secadora de roupas, 4,8 kW, um aquecedor de água, 4,5 kW e uma máquina de lavar louças, 1,2 kW, isso já soma 22,7 kW (se todos estiverem operando na demanda máxima), sem ainda ter ligado as lâmpadas e o aparelho de TV. Obviamente, apenas o uso de um forno elétrico já sugere a consideração de uma corrente de serviço de 200 A. Entretanto, temos de saber que raramente todas as bocas de um fogão são usadas de uma só vez, e que o forno possui um termostato para controlar a temperatura de forma que ele não permaneça ligado todo o tempo. O mesmo acontece com o aquecedor de água e a máquina de lavar louças, portanto a chance de que todas as unidades que consomem energia elétrica em uma residência tenham uma demanda máxima ao mesmo tempo é muito pequena. Certamente que, para uma residência típica com um aquecedor elétrico que pode drenar 16 kW apenas para aquecimento na estação de frio, é preciso considerar uma corrente de serviço de 200 A. Outra coisa que deve ser entendida é que existe alguma margem de manobra nas especificações máximas para fins de segurança. Em outras palavras, um sistema projetado para uma carga máxima de 100 A pode aceitar uma corrente um pouco maior durante intervalos curtos de tempo sem que haja danos significativos. Entretanto, para um tempo prolongado, o valor máximo não deve ser excedido.

Uma alteração na corrente de serviço para 200 A não se resume simplesmente em substituir o quadro de distribuição; uma nova linha, de maior capacidade, tem de ser colocada desde a linha externa até a residência. Em algumas áreas, os cabos de alimentação são de alumínio porque são mais baratos e pesam menos. Em outras áreas, não é permitido o uso do alumínio devido a sua sensibilidade à temperatura (dilatação e contração), e o cobre tem de ser usado. Em todo caso, quando o alumínio é usado, o empreiteiro deve ter certeza de que as conexões em ambas as extremidades estão bem firmes. O National Electric Code especifica que para uma corrente de serviço de 100 A, deve-se usar um condutor de cobre #4 AWG ou um condutor de alumínio #2 AWG. Para uma corrente de serviço de 200 A, um fio de cobre 2/0 ou um condutor de alumínio 4/0 (mostrados na Figura 4.27(a)) deve ser usado. Para uma corrente de serviço de 100 A ou de 200 A, deve haver duas fases e um neutro, conforme mostra a Figura 4.27(b). Observe nessa figura que os condutores das fases são revestidos e isolados um do outro, e o neutro, que é um trançado, envolve os condutores revestidos. Na extremidade do cabo, a trança, que constitui o neutro, é reunida e presa de forma segura no quadro de distribuição. Está bastante claro que os cabos mostrados na Figura 4.27(a) são trançados para permitir flexibilidade.

Dentro do sistema, a potência de entrada é dividida em diversos circuitos com especificações de corrente menores usando disjuntores de 15, 20, 30 e 40 A. Visto que a carga em cada disjuntor não deve exceder 80 por cento da especificação, para um disjuntor de 15 A, a corrente máxima deve ser limitada a 80 por cento de 15 A, ou seja, 12 A; para um disjuntor de 20 A, 16 A; para um disjuntor de 30 A, 24 A; e para um disjuntor de 40 A, 32 A. O resultado é que uma residência com uma corrente de serviço de 200 A pode ter, teoricamente, um máximo de 12 circuitos (200 A/16 A = 12,5) usando uma especificação máxima de corrente de 16 A associada a disjuntores de 20 A. Mas se a carga de cada circuito for conhecida, o eletricista pode instalar quantos circuitos ele achar adequado. A

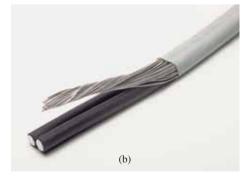



Figura 4.27 Condutores para correntes de serviço de 200 A: (a) alumínio 4/0 e cobre 2/0; (b) três fios 4/0 de alumínio.

norma especifica que um fio #14 não deve comportar uma corrente superior a 15 A, um fio #12 não deve exceder 20 A e um fio #10 não deve exceder 30 A. Assim, o fio #12 é, hoje, a bitola mais comum para instalações elétricas residenciais em geral, que assegura sua operação com qualquer excursão além de 15 A com um disjuntor de 20 A (o mais comum). O fio #14 é frequentemente usado em conjunto com o fio #12 em áreas em que se sabe que os níveis de corrente são menores. O fio #10 é normalmente usado em aparelhos de alta demanda como fornos elétricos e máquinas de secar.

Os circuitos são geralmente separados em iluminação, tomadas, entre outros. Alguns circuitos (como os de máquinas de secar e fornos) necessitam de uma tensão mais alta (240 V), obtida usando-se duas fases e o neutro. A tensão maior reduz a corrente necessária para a mesma especificação de potência, tendo como consequência o uso de aparelhos menores. Por exemplo, o tamanho de um condicionador de ar com a mesma capacidade de ventilação é comparativamente menor quando projetado para uma rede elétrica de 240 V do que quando projetado para uma rede de 120 V. Entretanto, a maioria das linhas de 240 V demanda um nível de corrente que requer disjuntores de 30 A ou de 40 A, além de tomadas especiais para garantir que os aparelhos de 120 V não sejam conectados na mesma tomada. Se você tiver tempo, verifique o quadro de distribuição de sua casa e anote o número de circuitos; em particular, anote a especificação de cada disjuntor e o número de fases indicado pelos disjuntores que necessitam de duas seções no quadro de distribuição. Determine a corrente total especificada de todos os disjuntores do quadro de distribuição de sua casa e explique, usando as informações anteriores, por que o valor total excede o valor de serviço especificado.

Como a finalidade é a segurança, o aterramento é uma das partes mais importantes do sistema elétrico de sua casa. O National Electric Code recomenda que o fio neutro do sistema discutido anteriormente seja aterrado por meio de uma barra de metal enterrada no solo, um sistema metálico de encanamento de água de 3 m ou mais, ou uma placa de metal enterrada. Esse fio terra acompanha o circuito elétrico pela residência como proteção adicional. Em um capítulo posterior, os detalhes das conexões e dos métodos de aterramento serão apresentados.

4.9 ANÁLISE COMPUTACIONAL

Agora que um circuito completo foi apresentado e analisado em detalhes, podemos começar a aplicação de métodos computacionais. Conforme mencionado no Capítulo 1, dois pacotes de software serão apresentados para demonstrar as opções disponíveis e as diferenças existentes em cada um. Os dois têm amplo suporte dos ambientes educacional e industrial. A versão estudantil do PSpice (OrCAD Versão 16.2 da Cadence Design Systems) receberá uma atenção principal, seguida do software Multisim. Cada método tem sua característica própria, e procedimentos que devem ser rigorosamente seguidos; caso contrário, aparecerá na tela uma mensagem de erro. Não pense que é possível 'forçar' o sistema a responder da maneira que você desejar; todos os passos são bem-definidos, sendo que um erro na entrada pode resultar em respostas sem sentido. De vez em quando, você poderá pensar que o sistema está apresentando problemas, por estar certo de que está seguindo todos os passos corretamente. Nesses casos, considere o fato de que algo foi inserido incorretamente e faça uma revisão cuidadosa de todo o trabalho. Basta trocar uma vírgula por um ponto final ou por um ponto decimal para gerar resultados incorretos.

Seja paciente durante o processo de aprendizagem, guarde as anotações das táticas específicas que aprender e não tenha medo de solicitar ajuda quando precisar. Todos os métodos provocam uma preocupação inicial em relação a como iniciar e proceder nas primeiras etapas da análise. No entanto, esteja certo de que com tempo e experiência você fará uso das táticas necessárias a uma velocidade que jamais esperou. No momento apropriado, você ficará satisfeito com os resultados que podem ser obtidos usando métodos computacionais.

Nesta seção, estudaremos a lei de Ohm utilizando os pacotes de software PSpice e Multisim para analisar o circuito mostrado na Figura 4.28. Ambos necessitam que primeiro o circuito seja 'desenhado' na tela do computador para então ser analisado (simulado), para que se obtenham os resultados desejados. Conforme mencionado anteriormente, o programa usado na análise não pode ser alterado pelo usuário. Um usuário habilidoso é aquele capaz de aproveitar ao máximo a maioria dos pacotes de software de computador.

Embora o autor ache que um estudante iniciante no assunto encontrará informações suficientes ao longo dos programas abordados neste livro, esteja ciente de que não se trata de um livro específico de computação.

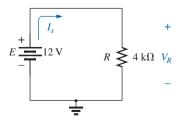



Figura 4.28 Circuito a ser analisado usando os softwares PSpice e Multisim.

Particularmente, é um livro cujo propósito principal é apresentar métodos diferentes e mostrar como eles podem ser aplicados de maneira efetiva. Hoje, alguns livros e manuais excelentes disponíveis abordam o assunto de maneira muito mais detalhada e, talvez, até a um ritmo mais lento. De fato, a qualidade da literatura disponível evoluiu muito nos últimos anos.

PSpice

Os leitores que estiverem familiarizados com outras versões do PSpice verão que as mais importantes mudanças nessa recente versão 16.2 foram feitas principalmente na interface com o usuário e no processo de simulação. Após a execução de alguns programas, veremos que a maioria dos procedimentos que foram aprendidos em versões anteriores aplica-se a essa também; pelo menos, o processo sequencial é muito similar.

O processo de instalação do software OrCAD exige um sistema de computador com capacidade para DVD e as exigências de sistema mínimas indicadas pelo Apêndice B. Após o disco ser instalado, a pergunta que aparece durante o processo de licença pode ser respondida simplesmente com **port1@host1**. Uma resposta **Yes** (Sim) para as perguntas seguintes, seguida pela escolha de **Finish** (Concluir) vai instalar o software; trata-se de um processo muito simples e direto.

Uma vez que o OrCAD Versão16.2 tenha sido instalado, o primeiro procedimento que se faz necessário é o de abrir um **Folder** (Pasta) na unidade **C:** para armazenar os arquivos do circuito resultantes da análise. Entretanto, saiba que

uma vez definida a pasta, não é necessário que se defina uma para cada projeto, a menos que se queira. Se estiver satisfeito com uma pasta para todos seus projetos, essa operação será realizada uma só vez, e não deverá se repetir para cada circuito.

Para criar uma pasta, simplesmente clique com o botão esquerdo do mouse em **Start** (Iniciar) para obter uma lista na qual se inclui o **Explore**. Selecione **Explore** para obter a caixa de diálogo **Start Menu** e então use a sequência **File-New Folder** (Arquivo-Nova Pasta) para criar uma nova pasta na tela. Digite **PSpice** (nome escolhido pelo autor) seguido de um clique com o botão esquerdo do mouse para confirmar. Em seguida, finalize (usando o **X** no canto superior direito da tela). A pasta PSpice foi criada para guardar todos os projetos que forem feitos ao longo do estudo deste livro.

Agora, nosso primeiro projeto pode ser iniciado ao clicar duas vezes o ícone **OrCAD 16.2 Demo** situado na tela, ou então usando a sequência **Start All Programs--CAPTURE CIS DEMO**. A tela resultante tem apenas alguns botões ativos na barra de ferramentas na parte superior. O primeiro botão à esquerda nessa barra de ferramentas é o **Create document** (ou você pode usar a sequência **File-New Project**). Ao selecionar esse botão, abre-se a caixa de diálogo **New Project**, na qual o nome (**Name**) do projeto tem de ser digitado. Para nossos propósitos, escolheremos **PSpice 4-1**, conforme mostrado no título na Figura 4.29, e selecionaremos **Analog or Mixed A/D** (a ser usado em todas as análises deste livro). Note

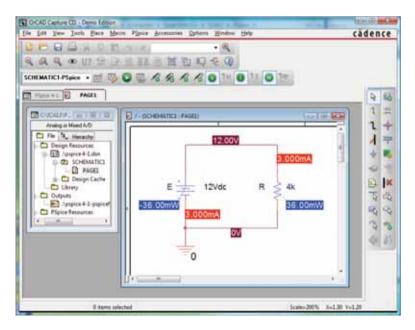



Figura 4.29 Uso do PSpice para determinar os valores de tensão, corrente e potência para o circuito da Figura 4.28.

que, na parte inferior dessa caixa de diálogo, **Location** aparece como a pasta destino **PSpice**, segundo determinado anteriormente. Clique em **OK** e uma outra caixa de diálogo, intitulada **Create PSpice Project**, aparecerá. Selecione **Create a blank project** (a ser usada também em todas as análises realizadas neste livro). Clique em **OK** e aparecerá uma terceira barra de ferramentas na parte superior da tela com alguns dos botões habilitados. Uma janela, **Project Manager Window**, aparecerá com o título **PSpice 4-1** próxima de um ícone e o sinal '+' associado em um pequeno quadrado. Clicando no sinal '+' teremos uma listagem do próximo nível, chegando em **SCHEMATIC1**. Clique novamente no sinal '+' e **PAGE1** aparecerá; ao clicar no sinal '–' o processo é revertido. Um duplo clique em **PAGE1** criará uma janela de trabalho intitulada **SCHEMATIC1: PAGE1**, revelando que um projeto pode ter mais do que um arquivo esquemático e mais do que uma página associada. A largura e a altura da janela podem ser ajustadas passando o cursor na borda da janela de modo a obter uma seta de duas pontas e arrastando a borda até a posição desejada. Qualquer janela pode ser movida na tela clicando na barra de título da janela escolhida, para que se torne azul-escuro, e em seguida arrastando-a para a posição desejada.

Agora, estamos prontos para construir o circuito simples ilustrado na Figura 4.28. Selecione o botão **Place a part** (o botão na barra de ferramentas a direita, com um pequeno sinal de + e uma estrutura IC) para obter a janela de diálogo **Place Part.** Como esse é o primeiro circuito a ser construído, temos de garantir que as partes apareçam na lista de bibliotecas ativas. Selecione **Add Library- Browse File** e em seguida selecione **analog.olb**, e quando ela aparecer sob o título **File name**, selecione **Open**. Ela agora aparecerá na lista **Libraries** na parte de baixo à esquerda da caixa de diálogo. Repita o mesmo procedimento para as bibliotecas **source.olb** e **special.olb**. Todos esses três arquivos serão necessários para construir os circuitos que aparecem neste livro. Entretanto, é importante perceber que

*uma vez que os arquivos da biblioteca forem selecionados, eles aparecerão na listagem ativa de cada projeto novo sem que seja necessário acrescentá-los todas as vezes; esse é um passo semelhante à criação de um **Folder**, realizada anteriormente, que não tem de ser repetido a cada projeto similar.*

Agora podemos colocar componentes na tela. No caso da fonte de tensão contínua, selecione primeiro o botão **Place a part** e então selecione **SOURCE** na listagem da biblioteca. Embaixo de **Part List** aparece uma lista de fontes disponíveis; selecione **VDC** para esse projeto. Uma vez selecionada, aparecerão o símbolo, o rótulo e o valor na parte inferior direita dessa caixa de diálogo. Clique no ícone com o sinal '+' e na estrutura IC à esquerda da tecla **Help** na caixa de diálogo **Place Part**, e a fonte **VDC** seguirá o cursor pela tela. Mova o cursor para o local conveniente, clique com o botão esquerdo do mouse e a fonte será posicionada conforme mostra a Figura 4.29. Como apenas uma fonte é necessária, um clique no botão direito do mouse resultará em uma lista de opções, entre as quais aparecerá **End Mode** na parte superior. Ao escolher essa opção, o procedimento será finalizado, deixando a fonte em um retângulo tracejado vermelho. O fato é que a cor vermelha indica que ela está no modo ativo, e que é possível manipulá-la. Mais um clique no botão esquerdo do mouse fixará a fonte na área de trabalho, sendo que o estado ativo, indicado pela cor vermelha, será removido.

Um dos passos mais importantes nesse procedimento é garantir que um potencial de 0 V seja definido para o circuito, de modo que as tensões em qualquer ponto do circuito tenham um ponto de referência. *A conclusão é a necessidade de que todos os circuitos têm uma referência (GND) definida*. Para nossos propósitos, a opção **0/SOURCE** será nossa escolha quando o botão **GND** for selecionado. Ele garante que um dos lados da fonte seja definido como 0 V. Ele é obtido selecionando o símbolo de referência da barra de ferramentas no canto direito da tela. Uma caixa de diálogo **Place ground** aparece sob a qual **0/SOURCE** pode ser selecionado, seguido por um **OK** para inseri-lo na tela. Finalmente, você precisa acrescentar um resistor ao circuito selecionando a tecla **Place a part** novamente, e então selecionar a biblioteca **ANALOG**. Acionando a barra de rolagem das opções, note que **R** aparece e deve ser selecionado. Ao clicar em **OK**, o resistor aparecerá próximo ao cursor na tela. Mova-o para o local desejado e clique, com o botão esquerdo do mouse, nesse local. A seguir, clique com o botão direito do mouse e escolha **End Mode**, assim o resistor entrará na memória do diagrama. Infelizmente, o resistor acaba ficando na posição horizontal, sendo que no circuito mostrado na Figura 4.28 o resistor está na posição vertical. Isso não é problema: simplesmente selecione de novo o resistor, de maneira que ele se torne vermelho, e clique com o botão direito do mouse. Aparecerá uma lista em que existe uma opção denominada **Rotate**. A seleção dessa opção fará com que o resistor gire 90° no sentido horário.

Todos os elementos necessários estão na tela, mas eles precisam ser conectados. Isso é realizado selecionando o botão **Place a wire**, que parece com o desenho de um degrau e fica do lado direito da barra de ferramentas. O resultado é o surgimento de uma cruz que deve ser colocada no ponto a ser conectado. Coloque a cruz na parte superior da fonte de tensão e clique uma vez com o botão

esquerdo do mouse para conectá-lo nesse ponto. Em seguida, desenhe uma linha até a extremidade do próximo elemento e clique novamente com o botão esquerdo do mouse quando a cruz estiver no ponto correto. Isso resultará no aparecimento de uma linha vermelha com ângulos retos junto às extremidades conectadas, confirmando que a conexão foi realizada. Em seguida, mova a cruz para outros elementos e construa o circuito. Uma vez que todos os elementos estejam conectados, um clique com o botão direito do mouse fará aparecer a opção **End Mode**. Não se esqueça de conectar a fonte ao GND da maneira ilustrada na Figura 4.29.

Agora temos todos os elementos posicionados, mas seus rótulos e valores não estão corretos. Para alterar qualquer parâmetro, clique duas vezes no parâmetro desejado (rótulo ou valor) para obter a caixa de diálogo **Display Properties**. Digite o rótulo (*label*) e o valor (*value)* corretos e clique em **OK** para que os parâmetros sejam alterados na tela. Digite o rótulo ou valor correto, clique em **OK**, e a quantidade será modificada na tela. Antes de selecionar **OK**, não deixe de conferir o **Display Format** para especificar o que aparecerá na tela. Os rótulos e os valores podem ser movidos clicando no centro do parâmetro até que ele seja envolvido por quatro pequenos quadrados, para então arrastá-lo para uma nova posição. Outro clique com o botão esquerdo do mouse o fixará nesse novo local.

Finalmente, podemos iniciar o processo de análise, denominado **Simulation**, acionando o botão **New simulaton profile** próximo à parte superior esquerda da tela, que se parece com uma página que possui uma forma de onda variável e uma estrela no canto superior direito. A caixa de diálogo **New Simulation** aparecerá e perguntará, em primeiro lugar, qual o nome **(Name)** da simulação. A caixa de diálogo **New Simulation** também pode ser obtida inserindo a sequência **PSpice-New Simulation Profile--Bias Point** para uma análise CC, e **none** é deixado como opção em **Inherit From.** A seguir, selecione **Create** e a caixa de diálogo **Simulation Setting** aparecerá, na qual se deverá selecionar sequencialmente **Analysis-Analysis Type-Bias Point**. Clique em **OK** e selecione o botão **Run PSpice** (que se parece com a extremidade de uma seta na cor verde) ou escolha **PSpice-Run** a partir da barra de menu. Uma janela de saída vai aparecer com as tensões CC do circuito: **12 V** e **0 V**. As correntes CC e os níveis de potência podem ser exibidos como mostra a Figura 4.29, simplesmente selecionando-se as teclas circulares verdes com **I** e **W** na barra de ferramentas inferior no alto da tela. Os valores individuais podem ser removidos selecionando-se apenas o valor e pressionando-se a tecla **Delete** ou ativando o botão, que tem o desenho de uma tesoura, na barra superior do menu. Os valores resultantes podem ser movidos clicando-se com o botão esquerdo do mouse sobre o valor e o arrastando para a posição desejada.

Observe na Figura 4.29 que a corrente é 3 mA (conforme esperado) em cada ponto do circuito, e que a potência entregue pela fonte é igual à dissipada pelo resistor, 36 mW. Existe também uma tensão de 12 V sobre o resistor, conforme determinado pela configuração.

Não há dúvidas de que a descrição anterior foi longa para um circuito simples. Entretanto, tenha em mente que precisamos introduzir muitos detalhes do uso do PSpice que não serão mencionados novamente. No momento em que a análise do terceiro ou do quarto circuito for concluída, o procedimento citado será feito rotineiramente e com facilidade.

Multisim

Para fins de comparação, o software Multisim também é usado para analisar o circuito mostrado na Figura 4.28. Embora existam diferenças entre o PSpice e o Multisim, como o processo de inicialização, construção do circuito, realização das medidas e o procedimento de simulação, existem similaridades suficientes entre os dois métodos que tornam fácil o aprendizado de um se já houver uma familiaridade com o outro. As similaridades serão óbvias apenas se houver um esforço em aprender ambos. Uma das principais diferenças entre os dois é a opção de usar instrumentos reais no Multisim para fazer as medidas, um aspecto positivo na preparação para experiências em laboratório. No entanto, você talvez não encontre no Multisim uma lista extensiva de opções disponíveis como no PSpice. Mas, em geral, os dois pacotes de software estão bem preparados para nos guiar nos tipos de análises que serão encontrados neste livro. O processo de instalação para o **Multisim** não é tão direto quanto o da versão demo **OrCAD**, pois o pacote de software tem de ser comprado para que se obtenha um número serial. Na maioria dos casos, o pacote **Multisim** será disponibilizado pela instituição educacional local.

Quando o ícone **Multisim** é selecionado a partir da janela inicial, uma tela aparece com o título **Multisim--Circuit 1**. Uma barra de menu aparece na parte superior da tela, com sete barras de ferramentas adicionais: **Standard, View, Main, Components, Simulation Switch, Simulation** e **Instruments**. Ao selecionar **View** da barra de menu superior seguido por **Toolbars**, você pode acrescentar ou apagar barras de ferramentas. O título pode ser mudado para **Multisim 4-1** selecionando **File-Save As** para abrir a caixa de diálogo **Save As**. Insira **Multisim 4-1** como o **File Name** para obter a lista da Figura 4.30.

Para a colocação de componentes, foi selecionado **View-Show Grid,** de maneira que uma grade apareça na tela. À medida que os elementos são colocados, eles são

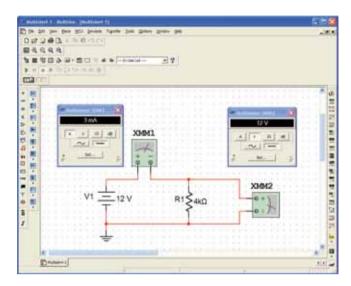



Figura 4.30 Uso do Multisim para determinar a tensão e o nível de corrente do circuito da Figura 4.28.

automaticamente posicionados em relação à estrutura específica da grade.

Para construir o circuito mostrado na Figura 4.28, primeiro posicione o cursor sobre o símbolo da bateria em **Component toolbar**. Clique uma vez com o botão esquerdo do mouse e uma caixa de diálogo **Component** vai aparecer, fornecendo uma lista de fontes. Sob **Component**, selecione **DC-POWER**. O símbolo aparece na área adjacente. Clique em **OK**. O símbolo da bateria aparecerá na tela próximo à posição do cursor. Mova o cursor para o local desejado e, com um único clique no botão esquerdo do mouse, a bateria será inserida. A operação está completa. Caso queira apagar a fonte, clique novamente com o botão esquerdo do mouse para criar um retângulo tracejado em torno da fonte. Esses retângulos indicam que a fonte está no modo ativo, e que é possível realizar operações com ela. Se desejar apagá-la, acione a tecla **Delete** ou selecione o botão cujo desenho é uma tesoura estampada, na barra de ferramenta superior. Caso queira modificar a fonte, clique com o botão direito do mouse *fora* do retângulo e você obterá uma lista. Clique com o botão direito do mouse *dentro* do retângulo e você terá um conjunto diferente de opções. De qualquer maneira, se desejar remover o estado ativo, clique com o botão esquerdo do mouse em qualquer lugar da tela. Se quiser mover a fonte, clique no símbolo da fonte para obter o retângulo (estado ativo), porém não libere o botão do mouse. Segure-o acionado e arraste a fonte para o local desejado. Quando a fonte estiver no local desejado, libere o botão do mouse, sendo que um clique a mais remove o estado ativo. *De agora em diante, sempre que possível, a palavra* clique *implicará um clique com o botão esquerdo do mouse*. A necessidade de um clique com o botão direito do mouse continuará a ser descrita.

Para construir o circuito simples mostrado na Figura 4.30, precisamos de um resistor. Selecione o teclado em **Components toolbar** que parece com o símbolo de um resistor. Uma caixa de diálogo **Select a Component** vai abrir com uma lista **Family**. A seleção de **RESISTOR** resultará em uma lista de valores-padrão que podem ser rapidamente selecionados para o resistor depositado. Entretanto, nesse caso, você quer usar um resistor de 4 kΩ, que não é um valor-padrão, mas pode ser modificado para 4 kΩ simplesmente ao se modificar o valor uma vez que ele tenha sido colocado na tela. Outro método é adicionar **Virtual toolbar** (também chamada de **Basic toolbar**), que fornece uma lista de componentes para os quais o valor pode ser estabelecido. A seleção do símbolo do resistor de **Virtual toolbar** resultará na colocação de um resistor com um valor inicial de 1 kΩ. Uma vez colocado na tela, o valor do resistor pode ser modificado clicando-se duas vezes sobre o valor do resistor para se obter uma caixa de diálogo que permita a mudança. A colocação de um resistor é feita exatamente da mesma forma que para a fonte anterior.

Na Figura 4.28, o resistor está na posição vertical, de modo que uma rotação tem de ser realizada. Clique sobre o resistor para obter o estado ativo, e então clique com o botão direito dentro do retângulo. Uma série de opções vai aparecer, incluindo **Flip Horizontal, Flip Vertical, 90° Clockwise** e **90° Counter CW.** Para rotacioná-lo 90° no sentido anti-horário, selecione a última opção, e o resistor será automaticamente rotacionado em 90°.

Finalmente, precisamos de uma referência (GND) para todo o circuito. Ative novamente o botão **Sources**, encontre **GROUND,** que é a quarta opção sob **Component**. Selecione o **GROUND**, situado do lado esquerdo,

e coloque-o na tela abaixo da fonte de tensão, conforme ilustra a Figura 4.30. Agora, antes de interconectar os componentes, mova os rótulos e os valores de todos os componentes para as posições mostradas na Figura 4.30. Isso é feito clicando-se no rótulo ou no valor para criar um conjunto de pequenos quadrados em torno do elemento e, em seguida, arrastando-o para o local desejado. Libere o botão do mouse e clique novamente para fixar o elemento no local. Para alterar o rótulo ou o valor, clique duas vezes no rótulo (por exemplo, **V1**) e a caixa de diálogo **DC_POWER** aparecerá. Selecione **Label** e digite **E** no campo relativo a **Reference Designation (Ref Des)**. Em seguida, antes de fechar essa caixa de diálogo, vá para **Value** e altere o valor, se necessário. É muito importante saber que não se pode digitar uma unidade em que agora aparece **V**. O prefixo é controlado pelos botões de rolagem à esquerda da unidade de medida. Para praticar, experimente acionar os botões de rolagem, observando que é possível ajustar desde **pV** até **TV**. Por enquanto, deixe a unidade em **V**. Clique em **OK** e veja que ambos mudarão na tela. O mesmo processo pode ser aplicado ao elemento resistivo para o rótulo e o valor que aparecem na Figura 4.30.

Em seguida, informaremos ao sistema que tipos de resultados devem ser gerados, e como eles serão apresentados. Para esse exemplo, usaremos um multímetro para medir a corrente e a tensão no circuito. O multímetro (**Multimeter**) é a primeira opção de instrumentos que aparece na barra de ferramentas no lado direito da tela. Quando este é selecionado, ele aparece na tela e pode ser colocado em qualquer lugar na área de trabalho usando-se o mesmo procedimento definido anteriormente para os componentes. Um duplo clique em qualquer um dos símbolos dos medidores faz com que a janela de diálogo **Multimeter** apareça, na qual as funções do medidor têm de ser definidas. Como o medidor **XMM1** será usado como um amperímetro, o botão com a letra **A** será ativado, assim como o botão com uma linha horizontal para indicar valores CC. Não há necessidade de ativar **Set** para alterar os valores default (valores preestabelecidos), visto que eles foram escolhidos para uma ampla gama de aplicações. A caixa de diálogo de qualquer dos medidores pode ser movida para qualquer local clicando em sua barra de título, o que a tornará azul-escuro, e arrastando-a para a posição desejada. Para o voltímetro, os botões **V** e a linha horizontal são selecionados conforme mostra a Figura 4.30. O voltímetro foi rotacionado na direção horária 90° usando-se o mesmo procedimento descrito para o resistor descrito anteriormente.

Finalmente, os elementos precisam ser conectados. Isso é feito colocando o cursor em uma das extremidades de um elemento, digamos, a extremidade superior da fonte de tensão, resultando no surgimento de um pequeno ponto sobre uma cruz. Clique uma vez com o mouse, percorra o caminho desejado e coloque a cruz sobre o terminal positivo do amperímetro. Em seguida, clique novamente e o fio aparecerá no local.

Nesse ponto, já devemos saber que o pacote de software tem uma preferência própria de como ele 'quer' que os elementos sejam conectados. Ou seja, pode-se tentar desenhar um fio de uma forma, mas o computador pode 'escolher' outro caminho. Logo você aprenderá sobre essas preferências, bem como será capaz de posicionar adequadamente o circuito para as conexões. Agora, continue a fazer as conexões mostradas na Figura 4.30 movendo os elementos de modo a ajustar as linhas quando necessário. Certifique-se de que os pequenos pontos apareçam em quaisquer dos pontos em que se deseja fazer uma conexão. A ausência desse pequeno ponto sugere que a conexão não foi feita, e que o programa do software não aceitou a inserção.

Agora, estamos prontos para executar o programa e ver os resultados. A análise pode ser iniciada de diversas maneiras. Uma opção é selecionar **Simulate** na barra de ferramentas superior, seguida de **RUN**. Outra é selecionar o botão **Simulate** (a seta verde) na **Simulation toolbar**. A última opção, e a que mais usamos, é utilizar a chave **OFF/ON, 0/1 Simulation** no canto superior direito da tela. Usando essa última opção, a análise (denominada **Simulation**) é inicializada colocando o cursor sobre o local em que está estampado o número 1 na chave e clicando com o botão esquerdo do mouse. A análise é iniciada e os valores de corrente e de tensão aparecem nos medidores conforme mostra a Figura 4.30. Note que ambos fornecem os valores esperados.

Nesse momento, uma das coisas mais importantes a ser aprendida sobre o uso do Multisim é:

Sempre pare ou finalize a simulação (clicando em 0 ou em OFF) antes de fazer uma alteração no circuito. Quando a simulação é iniciada, o software se mantém nesse modo até que a simulação seja desligada.

Obviamente, é preciso aprender uma grande quantidade de informações nesse primeiro exercício usando o Multisim. Entretanto, esteja certo de que à medida que apresentarmos mais exemplos, você descobrirá o procedimento mais direto e interessante de ser aplicado.

PROBLEMAS

Seção 4.2 Lei de Ohm

1. Qual é a tensão através de um resistor de 220 Ω se a corrente que passa por ele é de 5,6 mA?

2. Qual a corrente que passa por um resistor de 6,8 Ω se a queda de tensão entre seus terminais é de 24 V?

3. Qual deverá ser o valor da resistência necessária para limitar a corrente em 1,5 mA se a diferença de potencial entre os terminais do resistor for de 24 V?

4. Qual a corrente solicitada pelo motor de arranque de um carro ao dar a partida, sendo a bateria de 12 V e a resistência do motor de arranque de 40 MΩ?

5. Se a corrente através de um resistor de 0,02 MΩ é 3,6 μA, qual é a queda de tensão através desse resistor?

6. Sabendo que um voltímetro tem uma resistência interna de 50 kΩ, calcule a corrente através do medidor quando a leitura de tensão for 120 V.

7. Um refrigerador operando a 120 V solicita 2,2 A. Qual o valor de sua resistência?

8. Se um relógio elétrico tem uma resistência interna de 8 kΩ, determine a corrente através do relógio se ele estiver ligado em uma tomada de 120 V.

9. Uma máquina de lavar tem uma especificação de 4,2 A a 120 V. Qual sua resistência interna?

10. Um CD player drena 125 mA quando 4,5 V são aplicados. Qual sua resistência interna?

11. A corrente de entrada em um transistor é 20 μA. Se a tensão aplicada na entrada for 24 mV, determine a resistência de entrada do transistor.

12. A resistência interna de um gerador de CC é 0,5 Ω. Determine a queda de tensão sobre a resistência interna se a corrente for de 12 A.

***13.** **a)** Se um aquecedor elétrico drena 9,5 A quando ligado a uma fonte de 120 V, qual a resistência interna do aquecedor?
b) Usando as relações básicas mostradas no Capítulo 2, calcule a quantidade de energia em joules (J) que é convertida se o aquecedor for usado por 2 h durante o dia.

14. Em uma câmera de TV, uma corrente de 2,4 μA passa por um resistor de 3,3 MΩ. Qual é a queda de tensão através do resistor?

Seção 4.3 Gráfico da lei de Ohm

15. **a)** Trace a curva de *I* (eixo vertical) em função de *V* (eixo horizontal) para um resistor de 120 Ω. Use uma escala de 0 a 100 V e uma escala vertical de 0 a 1 A.
b) Usando o gráfico da parte (a), descubra a corrente a uma tensão de 20 V e a uma tensão de 50 V.

16. **a)** Trace a curva *I-V* para um resistor de 5 Ω e um de 20 Ω no mesmo gráfico. Use uma escala horizontal de 0 a 40 V e uma escala vertical de 0 a 2 A.
b) Qual é a curva mais acentuada? Você pode oferecer alguma conclusão geral baseada nos resultados?
c) Se as escalas horizontal e vertical fossem trocadas, qual delas teria a curva mais acentuada?

17. **a)** Trace as características *I-V* de um resistor de 1 Ω, 100 Ω e 1.000 Ω no mesmo gráfico. Use um eixo horizontal de 0 a 100 V e um eixo vertical de 0 a 100 A.
b) Comente a inclinação de uma curva com níveis cada vez maiores de resistência.

***18.** Desenhe as características de resistência internas de um dispositivo que tenha uma resistência interna de 20 Ω de 0 a 10 V, uma resistência interna de 4 Ω de 10 a 15 V, e uma resistência interna de 1 Ω para qualquer tensão maior do que 15 V. Utilize uma escala horizontal que vá de 0 a 20 V e uma escala vertical que permita traçar o gráfico da corrente para todos valores de tensão de 0 a 20 V.

***19.** **a)** Trace as características *I-V* de um resistor de 2 kΩ, 1 MΩ e 100 Ω no mesmo gráfico. Use um eixo horizontal de 0 a 20 V e um eixo vertical de 0 a 10 mA.
b) Comente a inclinação da curva com níveis cada vez menores de resistência.
c) As curvas são lineares ou não lineares? Por quê?

Seção 4.4 Potência

20. Se 540 J de energia são absorvidos por um resistor em 4 minutos, qual é a potência dissipada para o resistor em watts?

21. A potência dissipada por um componente é 40 joules por segundo (J/s). Quanto tempo será necessário para que sejam dissipados 640 J?

22. **a)** Quantos joules uma pequena lâmpada de 2 W dissipa em 8 h?
b) Qual o valor da energia dissipada no item (**a**) em kilowatts-horas?

23. Durante quanto tempo um resistor deve ser percorrido por uma corrente estacionária de 1,4 A, a qual gera uma tensão de 3 V sobre o resistor, para que ele dissipe uma quantidade de energia igual a 12 J?

24. Qual a potência entregue por uma bateria de 6 V se a corrente escoada é de 750 mA?

25. A corrente através de um resistor de 4 kΩ é 7,2 mA. Qual a potência dissipada pelo resistor?

26. Se a potência consumida por um resistor de 2,2 kΩ é 240 mW, qual a corrente através do resistor?

27. Qual a corrente permissível máxima em um resistor de 120 Ω e 2 W? Qual é a tensão máxima que pode ser aplicada através do resistor?

28. A queda de tensão através de um circuito transistor é de 22 V. Se a resistência total é 16,8 kΩ, qual é o nível de corrente? Qual é a potência fornecida? Quanta energia é dissipada em 1 h?

29. Se a potência aplicada a um sistema é 324 W, qual é a tensão através da linha se a corrente é de 2,7 A?

30. Um resistor de 1 W tem uma resistência de 4,7 MΩ. Qual o nível máximo de corrente para o resistor? Se a especificação de potência for aumentada para 2 W, a especificação de corrente dobrará?

31. Um resistor de 2,2 kΩ em um aparelho de som estéreo dissipa 42 mW de potência. Qual é a tensão através do resistor?

32. Qual o valor da resistência 'a quente' de uma lâmpada de filamento de 100 W ligada a uma rede de 120 V?

33. Quais os valores da resistência interna e da tensão especificada de uma lavadora automática de 450 W que drena uma corrente de 3,75 A?

34. Uma calculadora que usa uma bateria interna de 3 V consome 0,4 mW quando está em pleno funcionamento.
a) Qual a corrente drenada pela calculadora?

b) Se a calculadora é projetada para operar 500 horas com a mesma bateria, qual é a capacidade dessa bateria em ampères-horas?

35. Um resistor de 20 kΩ tem uma potência especificada de 100 W. Qual a maior corrente que ele suporta e qual a maior tensão que pode ser aplicada a seus terminais?

36. Qual a especificação em hp (horsepower) total de uma série de ventiladores de teto comerciais que drenam 30 A a 22 V?

Seção 4.5 Energia

37. Um resistor de 10 Ω está ligado a uma bateria de 12 V.
- **a)** Quanta energia, em joules, ele dissipa em 1 minuto?
- **b)** Se o resistor é deixado conectado por 2 minutos em vez de 1 minuto, a energia dissipada aumentará? O nível de dissipação de potência aumentará?

38. Calcule a energia necessária em kWh para manter um motor a óleo de 230 W funcionando 12 horas por semana durante 5 meses. (Use 4 semanas = 1 mês.)

39. Durante quanto tempo um aquecedor de 1.500 W deve ficar ligado para consumir 12 kWh de energia?

40. Uma lâmpada de 60 W está ligada há 10 horas.
- **a)** Qual a energia usada em watt-segundos?
- **b)** Qual a energia dissipada em joules?
- **c)** Qual a energia transferida em watt-horas?
- **d)** Quantos kilowatts-horas de energia foram dissipados?
- **e)** A 11 centavos por kWh, qual foi o custo total?

41. **a)** Em 10 horas, um sistema elétrico converte 1.200 kWh de energia elétrica em calor. Qual a potência do sistema?
- **b)** Se a tensão aplicada for 208 V, qual a corrente fornecida pela fonte?
- **c)** Se a eficiência do sistema é 82 por cento, quanto de energia é perdido ou armazenado em 10 horas?

42. Se a tarifa de energia elétrica fosse 11 centavos por kWh, durante quanto tempo poderíamos manter ligada uma televisão em cores de 250 W para gastar o equivalente a $ 1,00?

43. A conta mensal de luz de uma família é $ 74.
- **a)** Presumindo 31 dias no mês, qual é o custo por dia?
- **b)** Baseado em dias de 15 horas, qual é o custo por hora?
- **c)** Quantos kilowatts-horas são usados por hora se o custo é de 11 centavos por kWh?
- **d)** Quantas lâmpadas de 60 W (número aproximado) você poderia ter ligadas para gastar tanta energia por hora?
- **e)** Em sua opinião, o custo da eletricidade é excessivo?

44. Por quanto tempo você pode usar um Xbox 360 por $ 1 se ele consome 187 W e o custo é de 11 centavos por kWh?

45. A TV de plasma média utiliza 339 W de potência, enquanto a TV LCD média utiliza 213 W. Se cada aparelho foi usado 5 h/dia por 365 dias, qual seria a economia de custo para a unidade LCD durante o ano se o custo é de 11 centavos por kWh?

46. O PC médio utiliza 78 W. Qual é o custo de se utilizar o PC por 4 h/dia por um mês de 31 dias se o custo é de 11 centavos kWh?

***47.** **a)** Se uma casa é servida com 120 V e 100 A, descubra a capacidade máxima de potência.
- **b)** O proprietário da casa pode operar de maneira segura as cargas a seguir ao mesmo tempo?

Motor de 5 hp
Secadora de roupas de 3.000 W
Fogão elétrico de 2.400 W
Ferro de passar de 1.000 W

- **c)** Se todos os aparelhos forem usados por 2 horas, quanta energia será convertida em kWh?

***48.** Qual é o custo total do uso dos aparelhos a seguir a 11 centavos por kWh?
- **a)** Ar condicionado de 1.600 W por 6 horas.
- **b)** Secador de cabelo de 1.200 W por 15 minutos.
- **c)** Secadora de roupas de 4.800 W por 30 minutos.
- **d)** Cafeteira de 900 W por 10 minutos.
- **e)** PlayStation 3 de 200 W por 2 horas.
- **f)** Aparelho de som estéreo de 50 W por 3,5 horas.

***49.** Qual o custo total do uso dos aparelhos a seguir a 11 centavos por kWh?
- **a)** Ventilador de 200 W por 4 horas.
- **b)** Seis lâmpadas de 60 W por 6 horas.
- **c)** Secador de 1.200 W por 20 minutos.
- **d)** Computador de mesa de 175 W por 3,5 horas.
- **e)** Aparelho de televisão colorida de 250 W por 2 horas e 10 min.
- **f)** Antena de 30 W por 8 horas.

Seção 4.6 Eficiência

50. Qual a eficiência de um motor com uma saída de 0,5 hp se a potência de entrada é de 410 W?

51. O motor de uma serra elétrica tem uma eficiência especificada de 68,5 por cento. Se a potência necessária para cortar uma tábua é 1,8 hp, qual a corrente solicitada pela serra a uma fonte de 120 V?

52. Qual a eficiência do motor de uma secadora que fornece 0,8 hp quando a corrente e a tensão na entrada são 4 A e 220 V, respectivamente?

53. Um aparelho estéreo drena 1,8 A a uma tensão de 120 V. A potência de áudio de saída é de 50 W.
- **a)** Quanto de potência é perdido em forma de calor no interior do sistema?
- **b)** Qual é a eficiência do sistema?

54. Se um motor elétrico tem uma eficiência de 76 por cento e opera em uma linha de 220 V fornecendo 3,6 hp, qual a corrente drenada pelo motor?

55. Um motor é especificado para fornecer 2 hp.
- **a)** Se ele opera em 110 V e sua eficiência é 90 por cento, quantos watts o motor consome da fonte de alimentação?
- **b)** Qual é a corrente de entrada?
- **c)** Qual seria a corrente de entrada se a eficiência do motor fosse apenas 70 por cento?

56. Um motor elétrico usado em um sistema de elevador tem uma eficiência de 90 por cento. Se a tensão na entrada é 220 V, qual é a corrente solicitada pelo motor quando a potência fornecida é 15 hp?

57. O motor usado em uma esteira transportadora tem uma eficiência de 85 por cento. Se a eficiência do sistema como um todo é de 75 por cento, qual é a eficiência do conjunto da esteira transportadora?

58. Um motor de 2 hp aciona uma correia transportadora. Se a eficiência do motor é 87 por cento, enquanto a da correia, devido ao deslizamento, é 75 por cento, qual é a eficiência do sistema como um todo?

59. A eficiência como um todo de dois sistemas em cascata é 78 por cento. Se a eficiência de um é 0,9, qual é a eficiência, em percentagem, do outro?

60. **a)** Qual é a eficiência total de três sistemas em cascata com eficiências de 93, 87 e 21 por cento, respectivamente?

b) Se o sistema com a menor eficiência (21 por cento) fosse removido e substituído por um com uma eficiência de 80 por cento, qual seria o aumento percentual em eficiência total?

***61.** Se as potências totais de entrada e de saída de dois sistemas em cascata são 400 e 128 W, respectivamente, qual é a eficiência de cada sistema se um deles tem o dobro da eficiência do outro?

Seção 4.9 Análise computacional

62. Usando o PSpice ou o Multisim, repita a análise do circuito mostrado na Figura 4.28 com $E = 400$ mV e $R = 0{,}04$ MΩ.

63. Usando o PSpice ou o Multisim, repita a análise do circuito mostrado na Figura 4.28, mas inverta a polaridade da bateria e use $E = 8$ V e $R = 220$ Ω.

GLOSSÁRIO

Disjuntor: Um dispositivo de dois terminais projetado para garantir que os níveis de corrente não excedam os níveis seguros. Caso seja ‘desarmado’, ele pode ser ‘rearmado’ por meio de uma chave ou de um botão.

Diodo: Dispositivo semicondutor cujo comportamento é muito parecido com o de uma chave, ou seja, em termos ideais ele permite a passagem de corrente em apenas um sentido, operando dentro de determinados limites.

Eficiência (η): A razão entre as potências de saída e de entrada que informa sobre a característica de conversão de energia de um sistema.

Energia (W): Grandeza cuja variação de estado é determinada pelo produto da taxa de conversão (P) e o período envolvido (t). Essa medida é expressa em joules (J) ou watt-segundos (Ws).

Fusível: Dispositivo de dois terminais cujo único propósito é garantir que os níveis de corrente em um circuito não excedam os valores seguros.

Horsepower (hp): Equivale a 746 watts em um sistema elétrico.

Medidor de kilowatt-hora: Instrumento usado para a medição de consumo de energia elétrica dos consumidores residenciais e comerciais.

Lei de Ohm: Uma equação que estabelece uma relação entre corrente, tensão e resistência de um sistema elétrico.

Potência: Uma indicação da quantidade de trabalho que pode ser realizado em um intervalo específico de tempo; a velocidade com que o trabalho é realizado. Sua unidade de medida é joules/segundo (J/s) ou watts (W).

Circuitos em série

Objetivos

- Familiarizar-se com as características de um circuito em série e encontrar soluções para a tensão, a corrente e a potência de cada um dos elementos.
- Desenvolver uma clara compreensão da lei de Kirchhoff para tensões e entender como ela é importante na análise de circuitos elétricos.
- Tomar conhecimento de como uma tensão aplicada se dividirá entre componentes em série e aplicar de maneira apropriada a regra do divisor de tensão.
- Compreender o uso das notações de índice inferior único e de índice inferior duplo para definir os níveis de tensão de um circuito.
- Aprender como usar um voltímetro, um amperímetro e um ohmímetro para medir as quantidades importantes de um circuito.

5.1 INTRODUÇÃO

Atualmente, dois tipos de corrente elétrica estão disponíveis para os consumidores. Um deles é a *corrente contínua* (CC), cujo fluxo de cargas (corrente) não varia nem em intensidade, nem em direção com o passar do tempo. O outro é a *corrente alternada senoidal* (CA), cujo fluxo de cargas varia continuamente em intensidade e sentido com o tempo. Os próximos capítulos trazem uma introdução à análise de circuitos na qual abordaremos somente circuitos de corrente contínua. Os métodos e conceitos serão discutidos em detalhes para esse tipo de corrente; quando for conveniente, um breve comentário será suficiente para explicar quaisquer diferenças que possamos encontrar ao considerar a corrente alternada nos capítulos posteriores.

Uma bateria, como a ilustrada na Figura 5.1, tem, em função da diferença de potencial entre seus terminais, a capacidade de promover ('pressionar') um fluxo de cargas através de um simples circuito. O terminal positivo atrai os elétrons do fio com a mesma rapidez com que eles são fornecidos pelo terminal negativo. Enquanto a bateria estiver ligada ao circuito e mantiver suas características elétricas, a corrente (CC), através do circuito, não sofrerá variações nem de intensidade, nem de sentido.

Se considerarmos o fio como um condutor ideal (isto é, que não se opõe ao fluxo de elétrons), a diferença de potencial V entre os terminais do resistor será igual à tensão aplicada pela bateria: V (volts) = E (volts).

A corrente é limitada somente pelo resistor R. Quanto maior a resistência, menor a corrente, e vice-versa, como determina a lei de Ohm.

Por convenção (conforme discutido no Capítulo 2), o sentido do **fluxo convencional da corrente** ($I_{\text{convencional}}$), como indica a Figura 5.1, é oposto ao do **fluxo de elétrons** ($I_{\text{elétrons}}$). Além disso, o fluxo uniforme de cargas nos leva a

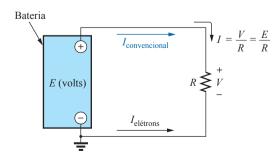



Figura 5.1 Introdução aos componentes básicos de um circuito elétrico.

concluir que a corrente contínua I é a mesma em qualquer ponto do circuito. Segundo o sentido de fluxo convencional, observamos que há um aumento de potencial ao atravessar a bateria (de – para +) e uma queda de potencial ao atravessar o resistor (de + para –). Em circuitos de corrente contínua com apenas uma fonte de tensão, a corrente convencional sempre passa de um potencial mais baixo para um potencial mais alto ao atravessar uma fonte de tensão, conforme ilustra a Figura 5.2. Entretanto, o fluxo convencional sempre passa de um potencial mais alto para um potencial mais baixo ao atravessar um resistor, qualquer que seja o número de fontes de tensão no mesmo circuito, como mostra a Figura 5.3.

O circuito mostrado na Figura 5.1 possui a configuração mais simples possível. Este capítulo e os seguintes acrescentarão elementos ao sistema de maneira bastante específica, para introduzir uma gama de conceitos que constituirão a maior parte da base necessária para analisar sistemas mais complexos. Saiba que as leis, regras e conceitos apresentados e discutidos nos capítulos 5 e 6 serão usados nos estudos de sistemas elétricos, eletrônicos e computacionais. Eles não serão substituídos por regras, leis e conceitos mais avançados à medida que progredirmos nos estudos. Portanto, é de vital importância que os conceitos sejam claramente compreendidos e que regras e leis sejam aplicadas com segurança.

5.2 RESISTORES EM SÉRIE

Antes que uma conexão em série seja descrita, primeiro perceba que todo resistor fixo tem apenas dois terminais a serem conectados em uma configuração; portanto, ele é chamado de **dispositivo de dois terminais**. Na Figura 5.4, um terminal de resistor R_2 é conectado ao resistor R_1 em um lado, e o outro terminal é conectado ao resistor R_3 do outro lado, resultando em uma, e apenas uma, conexão entre resistores adjacentes. Quando conectados dessa maneira, os resistores estabelecem uma conexão em série. Se três elementos fossem conectados ao mesmo ponto, como mostra a Figura 5.5, não haveria uma conexão em série entre os resistores R_1 e R_2.

Figura 5.2 Definição do sentido convencional da corrente para circuitos CC com uma fonte de tensão.

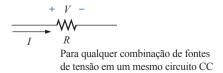



Figura 5.3 Definição da polaridade resultante da passagem de uma corrente I, no sentido convencional, através de um elemento resistivo.

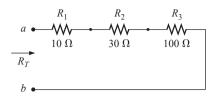



Figura 5.4 Conexão em série de resistores.

Para os resistores em série,

a resistência total de uma configuração em série é a soma de níveis de resistência.

Na forma de equação para qualquer número (N) de resistores,

$$R_T = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + ... + R_N \tag{5.1}$$

Um dos resultados da Equação 5.1 é que

quanto mais resistores em série acrescentarmos, maior será a resistência, não importando seu valor.

Além disso,

o maior resistor em uma combinação em série terá o maior impacto sobre a resistência total.

Para a configuração na Figura 5.4, a resistência total é

$$R_T = R_1 + R_2 + R_3$$
$$= 10\ \Omega + 30\ \Omega + 100\ \Omega$$

e $$R_T = \mathbf{140\ \Omega}$$

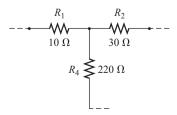



Figura 5.5 Configuração na qual nenhum dos resistores está em série.

EXEMPLO 5.1

Determine a resistência total da conexão em série na Figura 5.6. Observe que todos os resistores que aparecem nesse circuito são valores-padrão.

Solução:

Observe na Figura 5.6 que, apesar de o resistor R_3 estar na vertical e o resistor R_4 na parte de baixo retornar ao terminal b, todos os resistores estão em série, já que há apenas dois fios de resistores em cada ponto de conexão.

Aplicando a Equação 5.1, chegamos a

$$R_T = R_1 + R_2 + R_3 + R_4$$
$$R_T = 20\ \Omega + 220\ \Omega + 1{,}2\ \Omega + 5{,}6\ \Omega$$

e $$R_T = 7.040\ \Omega = \mathbf{7{,}04\ k\Omega}$$

Para o caso especial em que os resistores possuem o *mesmo valor*, a Equação 5.1 pode ser modificada como mostrado a seguir:

$$R_T = NR \quad (5.2)$$

onde N é o número de resistores em série de valor R.

EXEMPLO 5.2

Descubra a resistência total dos resistores em série na Figura 5.7. Novamente, reconheça 3,3 kΩ como um valor-padrão.

Solução:

Agora, desconsidere a mudança na configuração. Resistores vizinhos estão conectados em apenas um ponto, satisfazendo a definição de elementos em série.

Equação 5.2: $R_T = NR$
$= (4)\ (3{,}3\ k\Omega) = \mathbf{13{,}2\ k\Omega}$

É importante perceber que, tendo em vista que os parâmetros da Equação 5.1 podem ser colocados em qualquer ordem,

a resistência total dos resistores em série não é afetada pela ordem na qual eles estão conectados.

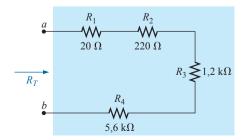



Figura 5.6 Conexão em série de resistores para o Exemplo 5.1.

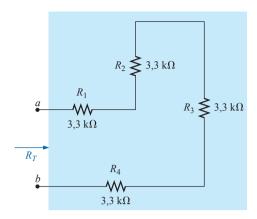



Figura 5.7 Conexão em série de quatro resistores de mesmo valor (Exemplo 5.2).

O resultado é que a resistência total na Figura 5.8(a) é a mesma que na Figura 5.8(b). Novamente, observe que todos os resistores são valores-padrão.

EXEMPLO 5.3

Determine a resistência total dos resistores em série (valores-padrão) na Figura 5.9.

Solução:

Primeiro, a ordem dos resistores é modificada, como mostra a Figura 5.10, para permitir o uso da Equação 5.2. A resistência total é, então,

$$R_T = R_1 + R_3 + NR_2$$
$$= 4{,}7\ k\Omega + 2{,}2\ k\Omega + (3)\ (1\ k\Omega) = \mathbf{9{,}9\ k\Omega}$$

(a)

(b)

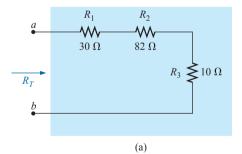
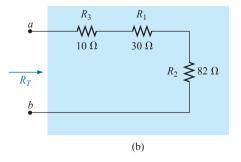



Figura 5.8 Duas combinações em série dos mesmos elementos com a mesma resistência total.

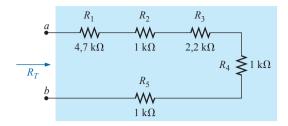



Figura 5.9 Combinação em série de resistores para o Exemplo 5.3.

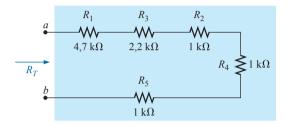



Figura 5.10 Circuito em série da Figura 5.9 redesenhado para permitir o uso da Equação 5.2: $R_T = NR$.

Analogias

Ao longo deste livro, analogias serão usadas para explicar algumas das relações fundamentais importantes em circuitos elétricos. Uma analogia é simplesmente uma combinação de elementos de um tipo diferente que é importante para ajudar a explicar um conceito, uma relação ou uma equação em particular.

Uma analogia que funciona bem na combinação em série de elementos é a conexão de diferentes comprimentos de corda para tornar a corda mais longa. Pedaços adjacentes de corda são conectados em um ponto somente, satisfazendo a definição de elementos em série. Conectar uma terceira corda ao ponto em comum significaria que as seções da corda não estariam mais em série.

Outra analogia é a conexão de mangueiras para formar uma mangueira mais longa. Novamente, ainda há apenas um ponto de conexão entre as seções adjacentes, resultando em uma conexão em série.

Instrumentação

A resistência total de qualquer configuração pode ser medida simplesmente conectando um ohmímetro aos terminais de acesso como mostra a Figura 5.11 para o circuito na Figura 5.4. *Tendo em vista que não há polaridade associada à resistência*, qualquer um dos fios pode ser conectado ao ponto *a*, com o outro fio conectado ao ponto *b*. Escolha uma escala que excederá a resistência total do circuito, e lembre-se de que ao ler a resposta no medidor, se uma escala de kilohm for selecionada, o resultado será em kilohms. Para a Figura 5.11, a escala de 200 Ω do nosso multímetro escolhido foi usada porque a resistência total é 140 Ω. Se a escala de 2 kΩ do nosso medidor tivesse sido escolhida, a leitura digital exibiria 0,140, e você teria de reconhecer o resultado em kilohms.

Na próxima seção, introduziremos outro método para determinar a resistência total de um circuito usando a lei de Ohm.

5.3 CIRCUITOS EM SÉRIE

Se tomarmos agora uma fonte CC de 8,4 V e a conectarmos em série com os resistores em série da Figura 5.4, teremos o **circuito em série** da Figura 5.12.

> *Um circuito é uma combinação de elementos que resultarão em um fluxo de cargas contínuo, ou corrente, por meio da configuração.*

Primeiro, reconheça que a *fonte CC também é um dispositivo de dois terminais* com dois pontos a serem conectados. Se assegurarmos simplesmente que há apenas uma conexão feita em cada extremidade da fonte para a combinação em série de resistores, poderemos ter certeza de que estabelecemos um circuito em série.

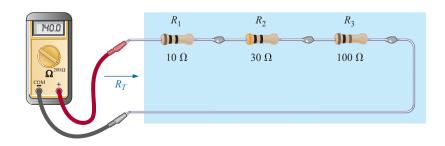



Figura 5.11 Usando um ohmímetro para medir a resistência total de um circuito em série.

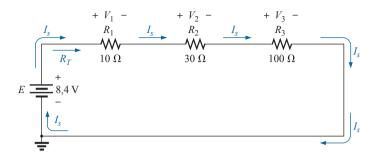



Figura 5.12 Representação esquemática de um circuito em série CC.

A maneira pela qual a fonte é conectada determina a direção da corrente convencional resultante. Para circuitos CC em série:

a direção da corrente convencional em um circuito CC em série é tal que ela deixa o terminal positivo da fonte e retorna para o terminal negativo, como mostra a Figura 5.12.

Um dos conceitos mais importantes a serem lembrados ao analisar circuitos em série e ao definir elementos que estão em série é:

A corrente é a mesma em todos os pontos de um circuito em série.

Para o circuito na Figura 5.12, a declaração acima determina que a corrente é a mesma através dos três resistores e da fonte de tensão. Além disso, se você já se perguntou se dois elementos estão em série ou não, simplesmente confira se a corrente é a mesma através de cada elemento.

Em qualquer configuração, se dois elementos estão em série, a corrente tem de ser a mesma. Entretanto, se a corrente é a mesma para dois elementos adjacentes, os elementos podem ou não estar em série.

A necessidade para essa restrição na última frase será demonstrada nos capítulos a seguir.

Agora que temos um circuito completo e a corrente foi estabelecida, o nível da corrente e a tensão através de cada resistor devem ser determinados. Para fazer isso, retorne à lei de Ohm e substitua a resistência na equação pela resistência total do circuito. Isto é,

$$I_s = \frac{E}{R_T} \tag{5.3}$$

com o subscrito s usado para indicar a corrente da fonte.

É importante perceber que quando uma fonte CC é conectada, ela não 'vê' a conexão individual de elementos, mas simplesmente a resistência total 'vista' nos terminais de conexão, como mostra a Figura 5.13(a). Em outras palavras, ela reduz a configuração inteira para uma como a da Figura 5.13(b), na qual a lei de Ohm pode ser facilmente aplicada.

Para a configuração na Figura 5.12, com a resistência total calculada na última seção, a corrente resultante é

$$I_s = \frac{E}{R_T} = \frac{8{,}4\text{ V}}{140\ \Omega} = 0{,}06\text{ A} = \mathbf{60\ mA}$$

Observe que a corrente I_s em cada ponto ou canto do circuito é a mesma. Além disso, observe que a corrente também é indicada na exibição de corrente da fonte de potência.

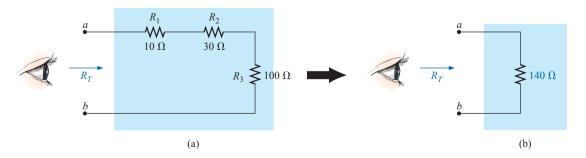



Figura 5.13 Resistência 'vista' nos terminais de um circuito em série.

Agora que temos o nível de corrente, podemos calcular a tensão através de cada resistor. Primeiro reconheça que

a polaridade da tensão através de um resistor é determinada pela direção da corrente.

Quando a corrente entra em um resistor ela cria uma queda na tensão com a polaridade indicada na Figura 5.14(a). Inverta a direção da corrente e a polaridade será invertida como mostra a Figura 5.14(b). Mude a orientação do resistor e as mesmas regras se aplicarão, como mostra a Figura 5.14(c). A utilização desse mesmo processo no circuito da Figura 5.12 resultará nas polaridades que aparecem nessa figura.

O valor absoluto da queda de tensão através de cada resistor pode então ser encontrado aplicando a lei de Ohm, usando apenas a resistência de cada resistor. Isto é,

$$V_1 = I_1R_1 \quad V_2 = I_2R_2 \quad V_3 = I_3R_3 \qquad (5.4)$$

o que na Figura 5.12 resulta em

$$V_1 = I_1R_1 = I_sR_1 = (60 \text{ mA})\,(10\ \Omega) = \mathbf{0,6\ V}$$
$$V_2 = I_2R_2 = I_sR_2 = (60 \text{ mA})\,(30\ \Omega) = \mathbf{1,8\ V}$$
$$V_3 = I_3R_3 = I_sR_3 = (60 \text{ mA})\,(100\ \Omega) = \mathbf{6,0\ V}$$

Observe que em todos os cálculos numéricos que aparecem no texto até o momento, uma unidade de medida foi aplicada em cada quantidade calculada. Jamais se esqueça de que uma quantidade sem uma unidade de medida muitas vezes fica desprovida de sentido.

EXEMPLO 5.4

Para o circuito em série na Figura 5.15:

a) descubra a resistência total R_T;
b) calcule a corrente da fonte resultante I_s;
c) determine a tensão através de cada resistor.

Soluções:

a) $R_T = R_1 + R_2 + R_3$
$= 2\ \Omega + 1\ \Omega + 5\ \Omega$
$R_T = \mathbf{8\ \Omega}$

Figura 5.15 Circuito em série a ser investigado no Exemplo 5.4.

b) $I_s = \dfrac{E}{R_T} = \dfrac{20\ \text{V}}{8\ \Omega} = \mathbf{2,5\ A}$

c) $V_1 = I_1R_1 = I_sR_1 = (2,5\ \text{A})(2\ \Omega) = \mathbf{5\ V}$
$V_2 = I_2R_2 = I_sR_2 = (2,5\ \text{A})(1\ \Omega) = \mathbf{2,5\ V}$
$V_3 = I_3R_3 = I_sR_3 = (2,5\ \text{A})(5\ \Omega) = \mathbf{12,5\ V}$

EXEMPLO 5.5

Para o circuito em série na Figura 5.16:

a) descubra a resistência total R_T;
b) determine a corrente da fonte I_s e indique sua direção no circuito;
c) descubra a tensão através do resistor R_2 e indique sua polaridade no circuito.

Soluções:

a) Os elementos do circuito são rearranjados como mostra a Figura 5.17.

$$R_T = R_2 + NR$$
$$= 4\ \Omega + (3)(7\ \Omega)$$
$$= 4\ \Omega + 21\ \Omega$$
$$R_T = \mathbf{25\ \Omega}$$

b) Observe que devido à maneira com que a fonte CC foi conectada, a corrente agora tem uma direção anti-horária, como mostra a Figura 5.17:

$$I_s = \frac{E}{R_T} = \frac{50\ \text{V}}{25\ \Omega} = \mathbf{2\ A}$$

Figura 5.14 Inserção das polaridades através de um resistor como determina a direção da corrente.

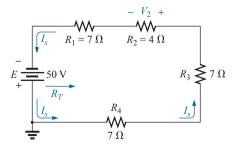



Figura 5.16 Circuito em série a ser analisado no Exemplo 5.5.

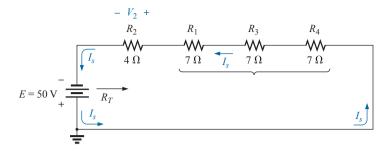



Figura 5.17 Circuito da Figura 5.16 redesenhado para permitir o uso da Equação 5.2.

c) A direção da corrente definirá a polaridade para V_2, que aparece na Figura 5.17:

$$V_2 = I_2R_2 = I_sR_2 = (2\ \text{A})(4\ \Omega) = \mathbf{8\ V}$$

Os exemplos 5.4 e 5.5 são diretos, são problemas que fazem uso de substituições e relativamente fáceis de solucionar com alguma prática. O Exemplo 5.6, entretanto, é outro tipo de problema, e exige tanto um conhecimento firme de leis e equações fundamentais quanto uma capacidade de identificar qual quantidade deve ser determinada primeiro. A melhor preparação para exercícios como esse é resolver o maior número possível de problemas desse tipo.

EXEMPLO 5.6

Dados R_T e I_3, calcule R_1 e E para o circuito mostrado na Figura 5.18.

Solução:

Tendo em vista que é fornecida a resistência total, parece natural escrever primeiro a equação para a resistência total e, então, inserir o que sabemos:

$$R_T = R_1 + R_2 + R_3$$

Descobrimos que há apenas uma incógnita, e ela pode ser determinada a partir de algumas manipulações matemáticas simples. Isto é,

$$12\ \text{k}\Omega = R_1 + 4\ \text{k}\Omega + 6\ \text{k}\Omega = R_1 + 10\ \text{k}\Omega$$

e $\quad 12\ \text{k}\Omega - 10\ \text{k}\Omega = R_1$

de maneira que $\quad R_1 = \mathbf{2\ k\Omega}$

A tensão CC pode ser determinada diretamente da lei de Ohm.

$$E = I_sR_T = I_3R_T = (6\ \text{mA})(12\ \text{k}\Omega) = \mathbf{72\ V}$$

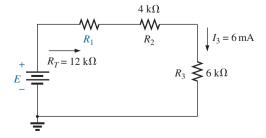



Figura 5.18 Circuito em série a ser analisado no Exemplo 5.6.

Analogias

As analogias usadas anteriormente para definir a conexão em série são também excelentes para definir a corrente de um circuito em série. Por exemplo, para as cordas conectadas em série, o estresse sobre cada corda **é o mesmo** enquanto elas tentam suportar certo peso. Para a analogia da água, o fluxo da água **é o mesmo** através de cada seção da mangueira na medida em que a água é levada para seu destino.

Instrumentação

Outro conceito importante a ser lembrado é:

> *A inserção de qualquer medidor em um circuito afetará o circuito.*

Você deve usar medidores que minimizem o impacto sobre a resposta do circuito. Os efeitos de carga dos medidores são discutidos em detalhe em uma seção posterior deste capítulo. Por ora, presumiremos que os medidores são ideais e não afetam os circuitos em que são aplicados, de maneira que podemos nos concentrar em seu uso apropriado.

Além disso, no laboratório, é particularmente útil se dar conta de que

> *as tensões de um circuito podem ser medidas sem que haja interrupções (rompimento das conexões) do circuito.*

Na Figura 5.19, todas as tensões do circuito na Figura 5.12 estão sendo medidas por voltímetros que estão

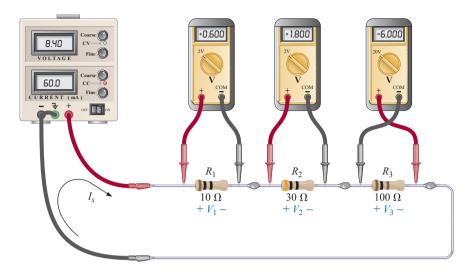



Figura 5.19 Utilização de voltímetros para medir as tensões através dos resistores na Figura 5.12.

conectados sem perturbar a configuração original. Observe que todos os voltímetros estão colocados **entre** os elementos resistivos. Além disso, observe que o fio positivo (normalmente vermelho) do voltímetro está conectado ao ponto de potencial mais alto (sinal positivo), com o fio negativo (normalmente preto) do voltímetro conectado ao ponto de potencial mais baixo (sinal negativo) para V_1 e V_2. O resultado é a exibição de uma leitura positiva. Se os fios fossem invertidos, o valor absoluto permaneceria o mesmo, mas o sinal apareceria como mostrado em V_3.

Observe com atenção que a escala de 20 V de nosso medidor foi usada para medir o nível de –6 V, enquanto a escala de 2 V de nosso medidor foi usada para medir os níveis de 0,6 e 1,8 V. O valor máximo da escala escolhida sempre tem de exceder o valor máximo a ser medido. Em geral,

ao usar um voltímetro, comece com uma escala que vá assegurar que a leitura seja menor que o valor máximo da escala. Então, vá trabalhando as escalas até que a leitura com o nível mais alto de precisão seja obtido.

Voltando nossa atenção para a corrente do circuito, descobrimos que

utilizar um amperímetro para medir a corrente de um circuito exige que o circuito seja aberto em algum ponto e o medidor inserido em série com o ramo no qual a corrente deve ser determinada.

Por exemplo, para medir a corrente que deixa o terminal positivo da fonte, a conexão para o terminal positivo tem de ser removida para criar um circuito aberto entre a fonte e o resistor R_1. O amperímetro é então inserido entre esses dois pontos para formar uma ponte entre a fonte e o primeiro resistor, como mostra a Figura 5.20. Agora, o amperímetro está em série com a fonte e os outros elementos do circuito. Se cada medidor deve fornecer uma leitura positiva, a conexão deve ser feita de tal forma que a corrente convencional entre no terminal positivo do medidor e deixe o terminal negativo. Isso foi feito para três dos amperímetros, com o amperímetro à direita de R_3 conectado de maneira inversa. O resultado é um sinal negativo para a corrente. Entretanto, observe também que a corrente tem o valor absoluto correto. Tendo em vista que a corrente é de 60 mA, a escala de 200 mA de nosso medidor foi usada para cada medidor.

Como esperado, a corrente em cada ponto do circuito em série é a mesma usada em nossos amperímetros ideais.

5.4 DISTRIBUIÇÃO DE POTÊNCIA EM UM CIRCUITO EM SÉRIE

Em qualquer sistema elétrico, a potência aplicada será igual à potência dissipada ou absorvida. Para qualquer circuito em série, como aquele mostrado na Figura 5.21,

a potência aplicada pela fonte CC deve ser igual àquela dissipada pelos elementos resistivos.

Na forma de equação,

$$P_E = P_{R_1} + P_{R_2} + P_{R_3} \tag{5.5}$$

A potência fornecida pela fonte pode ser determinada usando

$$P_E = EI_s \quad \text{(watts, W)} \tag{5.6}$$

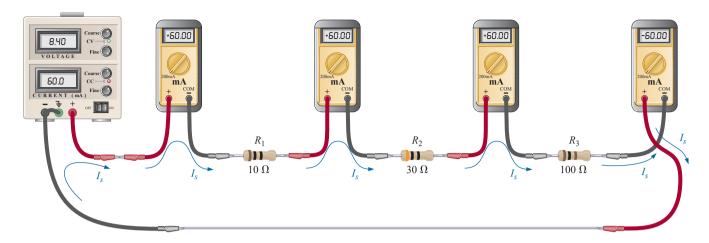



Figura 5.20 Medição da corrente através do circuito em série na Figura 5.12.

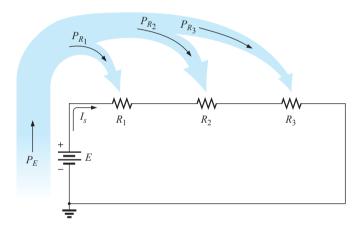



Figura 5.21 Distribuição de potência em um circuito em série.

A potência dissipada pelos elementos resistivos pode ser determinada por qualquer uma das formas a seguir (mostradas para o resistor R_1, somente):

$$P_1 = V_1 I_1 = I_1^2 R_1 = \frac{V_1^2}{R_1} \quad \text{(watts, W)} \qquad (5.7)$$

Tendo em vista que a corrente é a mesma através de elementos em série, você verá nos exemplos a seguir que

em uma configuração em série, a potência máxima é fornecida ao resistor maior.

Figura 5.22 Circuito em série a ser investigado no Exemplo 5.7.

EXEMPLO 5.7

Para o circuito em série na Figura 5.22 (sendo todos valores-padrão):

a) determine a resistência total R_T;
b) calcule a corrente I_s;
c) determine a tensão através de cada resistor;
d) descubra a potência fornecida pela bateria;
e) determine a potência dissipada por cada resistor;
f) comente se a potência total fornecida se iguala à potência total dissipada.

Soluções:

a) $R_T = R_1 + R_2 + R_3$
$= 1\ \text{k}\Omega + 3\ \text{k}\Omega + 2\ \text{k}\Omega$

$R_T = \mathbf{6\ k\Omega}$

b) $I_s = \dfrac{E}{R_T} = \dfrac{36\,\text{V}}{6\,\text{k}\Omega} = \mathbf{6\ mA}$

c) $V_1 = I_1R_1 = I_sR_1 = (6\ \text{mA})(1\ \text{k}\Omega) = \mathbf{6\ V}$
$V_2 = I_2R_2 = I_sR_2 = (6\ \text{mA})(3\ \text{k}\Omega) = \mathbf{18\ V}$
$V_3 = I_3R_3 = I_sR_3 = (6\ \text{mA})(2\ \text{k}\Omega) = \mathbf{12\ V}$

d) $P_E = EI_s = (36\ \text{V})(6\ \text{mA}) = \mathbf{216\ mW}$

e) $P_1 = V_1I_1 = (6\ \text{V})(6\ \text{mA}) = \mathbf{36\ mW}$
$P_2 = I_2^2R_2 = (6\ \text{mA})^2(3\ \text{k}\Omega) = \mathbf{108\ mW}$
$P_3 = \dfrac{V_3^2}{R_3} = \dfrac{(12\,\text{V})^2}{2\,\text{k}\Omega} = \mathbf{72\ mW}$

f) $P_E = P_{R_1} + P_{R_2} + P_{R_3}$
$216\ \text{mW} = 36\ \text{mW} + 108\ \text{mW} + 72\ \text{mW} = \mathbf{216\ mW}$
(confere)

5.5 FONTES DE TENSÃO EM SÉRIE

As fontes de tensão podem ser conectadas em série, como mostra a Figura 5.23, para aumentar ou diminuir a tensão total aplicada a um sistema. A tensão líquida é determinada somando as fontes com a mesma polaridade e subtraindo o total das fontes com a polaridade oposta. A polaridade líquida é a polaridade da soma maior.

Na Figura 5.23(a), por exemplo, as fontes estão todas 'pressionando' a corrente para que ela siga um curso no sentido horário, de maneira que a tensão líquida é

$$E_T = E_1 + E_2 + E_3 = 10\ \text{V} + 6\ \text{V} + 2\ \text{V} = \mathbf{18\ V}$$

como mostra a figura. Na Figura 5.23(b), entretanto, a fonte de 4 V está 'pressionando' a corrente no sentido horário, enquanto as outras duas estão tentando estabelecer uma corrente no sentido anti-horário. Nesse caso, a tensão aplicada em um sentido anti-horário é maior do que aquela em sentido horário. O resultado é o sentido anti-horário para a corrente, como mostra a Figura 5.23(b). O efeito líquido pode ser determinado descobrindo a diferença de tensão aplicada entre aquelas fontes que 'pressionam' a corrente em uma direção e o total em outra direção. Nesse caso,

$$E_T = E_1 + E_2 + E_3 = 9\ \text{V} + 3\ \text{V} - 4\ \text{V} = \mathbf{8\ V}$$

com a polaridade mostrada na figura.

Instrumentação

A conexão de baterias em série para se obter uma tensão mais alta é comum em grande parte dos equipamentos eletrônicos portáteis atuais. Por exemplo, na Figura 5.24(a), quatro baterias AAA 1,5 V foram conectadas em série para se obter uma tensão de fonte de 6 V. Apesar de a tensão ter aumentado, é importante ter em mente que a corrente máxima para cada bateria AAA e para a fonte de 6 V ainda é a mesma. Entretanto, a potência disponível aumentou a um fator de 4 devido ao aumento na tensão terminal. Observe também, como mencionado no Capítulo 2, que a extremidade negativa de cada bateria está conectada à mola, e a extremidade positiva, ao contato sólido. Além disso, observe que a conexão entre as baterias é feita pelas linguetas de conexão horizontais.

Em geral, fontes com apenas dois terminais (+ e –) podem ser conectadas como no caso das baterias. Um problema surge, entretanto, se a fonte tem uma conexão de terra interna fixa ou opcional. Na Figura 5.24(b), duas fontes de laboratório foram conectadas em série com ambos os aterramentos conectados. Isso resulta no curto-circuito da fonte mais baixa E_1 (o que pode causar dano à fonte, se o fuso protetor não for ativado com a rapidez necessária), pois ambos os aterramentos estão com um potencial zero. Nesses casos, a fonte E_2 deve ser deixada sem terra algum (flutuando), como mostra a Figura 5.24(c), para fornecer a tensão terminal de 60 V. Se as fontes de laboratório têm uma conexão interna do terminal negativo para o terra como um recurso de proteção para os usuários, uma conexão em série das fontes não pode ser feita. Não se

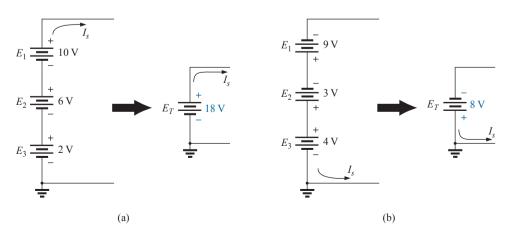



Figura 5.23 Redução das fontes de tensão CC em série a uma única fonte.

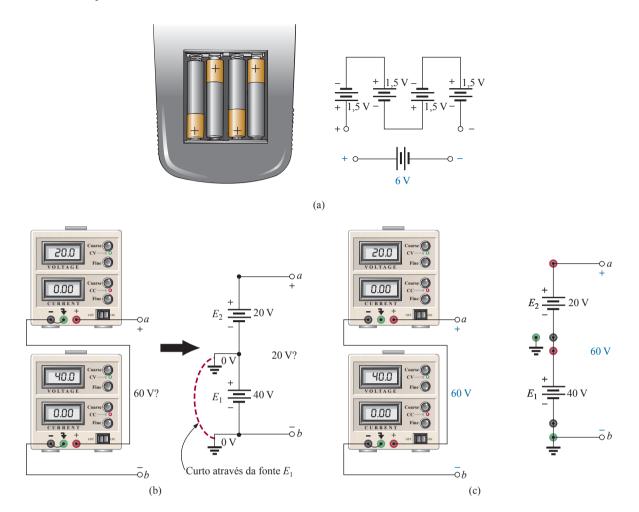



Figura 5.24 Conexão em série de fontes CC: (a) quatro baterias 1,5 V em série para estabelecer uma tensão terminal de 6 V; (b) conexões incorretas para duas fontes CC em série; (c) conexão correta de duas fontes em série para estabelecer 60 V nos terminais de saída.

esqueça desse fato, pois algumas instituições educacionais acrescentam um terra interno às fontes como um recurso de proteção, apesar de o painel ainda exibir a conexão de terra como um recurso opcional.

5.6 LEI DE KIRCHHOFF PARA TENSÕES

A lei a ser descrita nesta seção é uma das mais importantes nesse campo. Ela se aplica não apenas a circuitos CC, mas também a qualquer tipo de sinal — seja ele CA, digital, entre outros. Essa lei é amplamente aplicável, e pode ser muito útil na busca de soluções de circuitos que às vezes nos deixam perdidos sem saber que direção tomar em uma investigação.

A lei, chamada **lei de Kirchhoff para tensões (LKT)**, foi desenvolvida por Gustav Kirchhoff (Figura 5.25) em meados do século XIX. Ela é uma pedra fundamental de todo o campo e, na realidade, nunca será ultrapassada ou substituída.

A aplicação da lei exige que definamos um caminho fechado de investigação, permitindo que comecemos em um ponto no circuito, nos desloquemos através dele e encontremos nosso caminho de volta até o ponto de partida original. O caminho não precisa ser circular, quadrado ou ter qualquer outra forma definida; ele tem de simplesmente fornecer uma maneira de deixar um ponto e voltar a ele sem deixar o circuito. Na Figura 5.26, se deixarmos o ponto *a* e seguirmos a corrente, terminaremos no ponto *b*. Partindo desse ponto, podemos passar pelos pontos *c* e *d*, e eventualmente retornar pela fonte de tensão ao ponto *a*, nosso ponto de partida. O caminho *abcda* é, portanto, um caminho fechado, ou uma **malha fechada.** A lei especifica que

a soma algébrica das elevações e quedas de potencial em torno de um caminho fechado (ou malha fechada) é zero.

Figura 5.25 Gustav Robert Kirchhoff.
Cortesia da Biblioteca do Congresso, Washington, EUA.

Alemão (Königsberg, Berlim)
(1824-1887)
Físico, professor de Física na Universidade de Heidelberg.

Embora tenha contribuído em diversas áreas no campo da Física, é mais conhecido por seu trabalho no campo da eletricidade com suas definições que relacionavam as correntes e as tensões de um circuito, publicado em 1847. Realizou pesquisas com o químico alemão Robert Bunsen (inventor do *bico de Bunsen*) que resultaram na descoberta dos elementos químicos *césio* e *rubídio*.

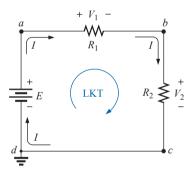



Figura 5.26 Aplicação da lei de Kirchhoff para tensões em um circuito CC em série.

Em uma forma simbólica, ela pode ser escrita como

$$\Sigma_{\circlearrowright} V = 0 \quad \text{(Lei de Kirchhoff para tensões na forma simbólica)} \tag{5.8}$$

onde Σ representa a soma, ⟳ a malha fechada e V as elevações e quedas de potencial. O termo *algébrico* significa simplesmente que devemos prestar atenção aos sinais que resultam nas equações à medida que adicionamos e subtraímos termos.

A primeira questão que surge com frequência é: qual sentido devo seguir na malha fechada? Devo sempre seguir o sentido da corrente? Para simplificar a questão, esse texto sempre tentará se deslocar em um sentido horário. Ao escolher um sentido, você elimina a necessidade de pensar a respeito de qual caminho seria o mais apropriado. Qualquer sentido funcionará desde que você volte para o ponto de partida.

Outra questão é: como devo aplicar um sinal às várias tensões na medida em que avanço em um sentido horário? Para uma tensão em particular, designaremos um sinal positivo ao proceder do potencial negativo para o positivo — uma experiência positiva como ir de um saldo bancário negativo para um positivo. A mudança oposta em nível de potencial resulta em um sinal negativo. Na Figura 5.26, na medida em que prosseguimos do ponto d para o ponto a através da fonte de tensão, nós nos deslocamos de um potencial negativo (o sinal negativo) para um potencial positivo (o sinal positivo), de maneira que um sinal positivo é dado à fonte de tensão E. Conforme prosseguimos do ponto a para o ponto b, encontramos um sinal positivo seguido por um sinal negativo, de modo que uma queda em potencial ocorreu, e um sinal negativo é aplicado. Seguindo de b para c, encontramos outra queda em potencial, de maneira que outro sinal negativo é aplicado. Então, chegamos de volta ao ponto de partida d, e a soma resultante é estabelecida como igual a zero, como define a Equação 5.8.

Escrever a sequência usando as tensões e os sinais resulta no seguinte:

$$+E - V_1 - V_2 = 0$$

podendo ser reescrita como $E = V_1 + V_2$

O resultado é particularmente interessante, pois ele nos diz que

a tensão aplicada em um circuito CC em série será igual à soma das quedas de tensão do circuito.

A lei de Kirchhoff também pode ser escrita da seguinte forma:

$$\Sigma_{\circlearrowright} V_{\text{elevações}} = \Sigma_{\circlearrowright} V_{\text{quedas}} \tag{5.9}$$

revelando que

a soma das elevações de tensão em torno de uma malha fechada será sempre igual à soma das quedas de tensão.

Para demonstrar que a direção seguida em torno da malha não tem efeito sobre os resultados, tomaremos o sentido anti-horário e compararemos os resultados. A sequência resultante aparece como

$$-E + V_2 + V_1 = 0$$

produzindo o mesmo resultado de $E = V_2 + V_1$

EXEMPLO 5.8

Use a lei de Kirchhoff para determinar a tensão desconhecida para o circuito na Figura 5.27.

Solução:

Quando se aplica a lei de Kirchhoff para tensões, é importante concentrar-se nas polaridades das elevações e quedas de tensão, não no tipo de elemento. Em outras palavras, não trate uma queda de tensão em um elemento resistivo de modo diferente de uma elevação de tensão (ou queda) em uma fonte. Se a polaridade ditar que uma queda ocorreu, é isso o que importa, e não se ela é um elemento resistivo ou uma fonte.

A aplicação da lei de Kirchhoff para tensões no circuito da Figura 5.27, no sentido horário, resultará em:

$$+E_1 - V_1 - V_2 - E_2 = 0$$

e
$$V_1 = E_1 - V_2 - E_2 = 16 \text{ V} - 4{,}2 \text{ V} - 9 \text{ V}$$

de maneira que $V_1 = \mathbf{2{,}8\ V}$

O resultado mostra claramente que não é necessário conhecer os valores dos resistores ou da corrente para determinar a tensão desconhecida. Os valores das outras tensões são suficientes.

EXEMPLO 5.9

Determine a tensão desconhecida do circuito na Figura 5.28.

Solução:

Nesse caso, a tensão desconhecida não está em um único elemento resistivo, mas entre dois pontos arbitrários no circuito. Simplesmente aplique a lei de Kirchhoff para tensões em torno de um caminho, incluindo a fonte ou o resistor R_3. Para o sentido horário, incluindo a fonte, a equação resultante é a seguinte:

$$+E - V_1 - V_x = 0$$

e
$$V_x = E - V_1 = 32 \text{ V} - 12 \text{ V} = \mathbf{20\ V}$$

Figura 5.28 Circuito CC em série a ser analisado no Exemplo 5.9.

Para o sentido horário, incluindo o resistor R_3, a equação é a seguinte:

$$+V_x - V_2 - V_3 = 0$$

e
$$V_x = V_2 + V_3 = 6 \text{ V} + 14 \text{ V}$$

com $V_x = \mathbf{20\ V}$

fornecendo exatamente a mesma solução.

Não há uma exigência de que o caminho a ser seguido deva ter um fluxo de carga ou de corrente. No Exemplo 5.10, a corrente é zero em todo lugar, mas a lei de Kirchhoff para tensões ainda pode ser aplicada para determinar a tensão entre os pontos de interesse. Também ocorrerão situações em que a polaridade real não será fornecida. Em tais casos, simplesmente presuma uma polaridade. Se a resposta for negativa, o valor absoluto do resultado está correto, mas a polaridade deverá ser invertida.

EXEMPLO 5.10

Usando a lei de Kirchhoff para tensões, determine as tensões V_1 e V_2 para o circuito na Figura 5.29.

Figura 5.27 Circuito em série a ser examinado no Exemplo 5.8.

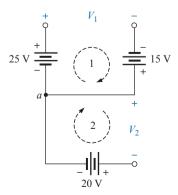



Figura 5.29 Combinação de fontes de tensão a serem examinadas no Exemplo 5.10.

Solução:

Para a malha 1, começando no ponto a em um sentido horário,

$$+25\text{ V} - V_1 + 15\text{ V} = 0$$

e $$V_1 = \mathbf{40\text{ V}}$$

Para a malha 2, começando no ponto a em um sentido horário,

$$-V_2 - 20\text{ V} = 0$$

e $$V_2 = \mathbf{-20\text{ V}}$$

O sinal de menos na solução indica apenas que as polaridades reais são opostas àquelas escolhidas inicialmente.

O próximo exemplo demonstra que você não precisa saber quais elementos estão dentro de um recipiente ao aplicar a lei de Kirchhoff para tensões. Eles poderiam ser fontes de tensão ou uma combinação de fontes e resistores. Isso não importa; simplesmente, preste bastante atenção às polaridades encontradas.

Tente descobrir as quantidades desconhecidas nos exemplos a seguir sem olhar as respostas. Isso ajudará a definir onde você pode estar tendo problemas.

O Exemplo 5.11 enfatiza o fato de que, quando aplicamos a lei de Kirchhoff para tensões, as polaridades das quedas ou das elevações são os parâmetros que importam, não os tipos de elementos envolvidos.

EXEMPLO 5.11

Usando a lei de Kirchhoff para tensões, determine a tensão desconhecida para o circuito na Figura 5.30.

Solução:

Observe que, nesse circuito, há várias polaridades entre os elementos desconhecidos, tendo em vista que eles podem conter qualquer combinação de componentes. Aplicar a lei de Kirchhoff para tensões no sentido horário resulta em:

$$+60\text{ V} - 40\text{ V} - V_x + 30\text{ V} = 0$$

e $$V_x = 60\text{ V} + 30\text{ V} - 40\text{ V} = 90\text{ V} - 40\text{ V}$$

com $$V_x = \mathbf{50\text{ V}}$$

EXEMPLO 5.12

Determine a tensão V_x para o circuito na Figura 5.31. Observe que a polaridade de V_x não foi fornecida.

Solução:

Para casos em que a polaridade não está incluída, simplesmente suponha uma polaridade e aplique a lei de Kirchhoff para tensões. Se os resultados têm um sinal positivo, a polaridade escolhida estava correta. Se o resultado tem um sinal de menos, o **valor absoluto está correto**, mas a polaridade suposta tem de ser invertida. Nesse caso, se supusermos que a é o terminal positivo e b, o negativo, e aplicarmos a lei de Kirchhoff para tensões no sentido horário, teremos:

$$-6\text{ V} - 14\text{ V} - V_x + 2\text{ V} = 0$$

e $$V_x = -20\text{ V} + 2\text{ V}$$

de maneira que $$V_x = \mathbf{-18\text{ V}}$$

Como o resultado foi negativo, sabemos que a deve ser negativo e b positivo, mas que o valor absoluto de 18 V está correto.

EXEMPLO 5.13

Para o circuito em série na Figura 5.32:

a) determine V_2 usando a lei de Kirchhoff para tensões;

b) determine a corrente I_2;

c) descubra R_1 e R_3.

Soluções:

a) Aplicar a lei de Kirchhoff para tensões no sentido horário partindo do terminal negativo da fonte resulta em

$$-E + V_3 + V_2 + V_1 = 0$$

e $$E = V_1 + V_2 + V_3 \text{ (como esperado)}$$

de maneira que

$$V_2 = E - V_1 - V_3 = 54\text{ V} - 18\text{ V} - 15\text{ V}$$

e $$V_2 = \mathbf{21\text{ V}}$$

Figura 5.30 Configuração em série a ser examinada no Exemplo 5.11.

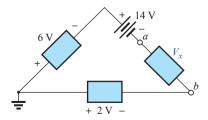



Figura 5.31 Aplicação da lei de Kirchhoff para tensões em um circuito no qual as polaridades não foram fornecidas para uma das tensões (Exemplo 5.12).

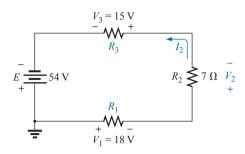



Figura 5.32 Configuração em série a ser examinada no Exemplo 5.13.

b) $I_2 = \dfrac{V_2}{R_2} = \dfrac{21\text{V}}{7\Omega}$

$I_2 = \mathbf{3\ A}$

c) $R_1 = \dfrac{V_1}{I_1} = \dfrac{18\text{V}}{3\text{A}} = \mathbf{6\ \Omega}$

com $R_3 = \dfrac{V_3}{I_3} = \dfrac{15\text{V}}{3\text{A}} = \mathbf{5\ \Omega}$

EXEMPLO 5.14

Usando a lei de Kirchhoff para tensões e a Figura 5.12, verifique a Equação 5.1.

Solução:

Aplicando a lei de Kirchhoff para tensões em torno da malha fechada:

$$E = V_1 + V_2 + V_3$$

Substituindo a lei de Ohm:

$$I_sR_T = I_1R_1 + I_2R_2 + I_3R_3$$

mas $I_s = I_1 = I_2 = I_3$

de maneira que $I_sR_T = I_s(R_1 + R_2 + R_3)$

e $R_T = \mathbf{R_1 + R_2 + R_3}$

que é a Equação 5.1.

5.7 DIVISÃO DE TENSÃO EM UM CIRCUITO EM SÉRIE

A seção anterior demonstrou que a soma das tensões através dos resistores de um circuito em série será sempre igual à tensão aplicada. Ela não pode ser maior ou menor que esse valor. A questão seguinte é: como o valor de um resistor afetará a tensão através do resistor? Na verdade,

a tensão através de elementos resistivos em série vai se dividir proporcionalmente ao valor de cada resistência em relação ao valor total da série.

Em outras palavras,

em um circuito resistivo em série, quanto maior a resistência, maior será a tensão capturada.

Além disso,

a razão das tensões através de resistores em série será a mesma que a razão de seus níveis de resistência.

Todas as definições anteriores podem ser descritas de uma maneira mais eficiente usando alguns poucos exemplos. Na Figura 5.33, todas as tensões através de elementos resistivos são fornecidas. O maior resistor de 6 Ω captura a maior parcela da tensão aplicada, enquanto o resistor menor, R_3, captura a menor parte. Além disso, observe que, tendo em vista que o nível de resistência de R_1 é seis vezes aquele de R_3, a tensão através de R_1 é seis vezes aquela de R_3. O fato de o nível de resistência de R_2 ser três vezes aquele de R_1 resulta em três vezes a tensão em R_2. Em geral, portanto, a tensão através de resistores em série terá a mesma razão que seus níveis de resistência.

Observe que se níveis de resistência de todos os resistores na Figura 5.33 forem aumentados pelo mesmo montante, como mostra a Figura 5.34, todos os níveis de

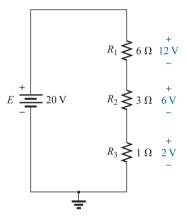



Figura 5.33 Exibição de como a tensão se divide através de elementos resistivos em série.

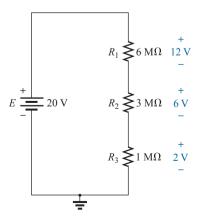



Figura 5.34 A razão de valores resistivos determina a divisão de tensão de um circuito CC em série.

tensão permanecerão os mesmos. Em outras palavras, apesar de os níveis de resistência terem sido aumentados em um fator de 1 milhão, as razões de tensão permaneceram as mesmas. Claramente, portanto, é a razão dos valores de resistores que conta quando falamos em divisão de tensão, não o valor absoluto dos resistores. O nível de corrente do circuito será severamente afetado por essa mudança no nível de resistência, mas os níveis de tensão permanecerão inalterados.

Com base no que foi dito, deve estar claro a essa altura que ao encontrar pela primeira vez um circuito como o da Figura 5.35, você deverá esperar que a tensão através do resistor de 1 MΩ seja muito maior do que aquela através do resistor de 1 kΩ ou de 100 Ω. Além disso, com base na declaração anterior, a tensão através do resistor de 1 kΩ será 10 vezes maior do que aquela através do resistor de 100 Ω, já que o nível de resistência é 10 vezes maior. Certamente, seria de se esperar que muito pouca tensão sobrasse para o resistor de 100 Ω. Observe que a corrente nunca foi mencionada na análise anterior. A distribuição da tensão aplicada é determinada somente pela razão de níveis de resistência. É claro que o valor absoluto dos resistores determinará o nível de corrente resultante.

Prosseguindo, tendo em vista que 1 MΩ é 1.000 vezes maior do que 1 kΩ, a tensão V_1 será 1.000 vezes maior do que V_2. Além disso, a tensão V_2 será 10 vezes maior do que V_3. Finalmente, a tensão através do resistor maior de 1 MΩ será (10)(1.000) = 10.000 vezes maior do que V_3.

Agora, vamos aos detalhes. A resistência total é:

$$R_T = R_1 + R_2 + R_3$$
$$= 1\ \text{M}\Omega + 1\ \text{k}\Omega + 100\ \Omega$$
$$R_T = \mathbf{1.001.100\ \Omega}$$

A corrente é:

$$I_s = \frac{E}{R_T} = \frac{100\ \text{V}}{1.001.100\ \Omega} \cong 99{,}89\ \mu\text{A (em torno de 100 }\mu\text{A)}$$

com

$$V_1 = I_1R_1 = I_sR_1 = (99{,}89\ \mu\text{A})(1\ \text{M}\Omega) = \mathbf{99{,}89\ V}$$
(quase 100 V)
$$V_2 = I_2R_2 = I_sR_2 = (99{,}89\ \mu\text{A})(1\ \text{k}\Omega) = \mathbf{99{,}89\ mV}$$
(em torno de 100 mV)
$$V_3 = I_3R_3 = I_sR_3 = (99{,}89\ \mu\text{A})(100\ \Omega) = \mathbf{9{,}989\ mV}$$
(em torno de 10 mV)

Como ilustrado, a parte principal da tensão aplicada ocorre através do resistor de 1 MΩ. A corrente está no âmbito do microampère devido, fundamentalmente, ao resistor grande de 1 MΩ. A tensão V_2 gira em torno de 0,1 V, comparada com quase 100 V para V_1. A tensão através de R_3 é de apenas aproximadamente 10 mV, ou 0,010 V.

Antes de fazer quaisquer cálculos detalhados e extensos, você deve primeiro examinar os níveis de resistência dos resistores em série para desenvolver alguma ideia de como a tensão aplicada será dividida através do circuito. Isso vai revelar, com um mínimo de esforço, o que você deveria esperar ao realizar os cálculos (um mecanismo de checagem). Isso também permite que você se manifeste de maneira inteligente a respeito da resposta do circuito sem ter de recorrer a nenhum cálculo.

Regra do divisor de tensão (VDR)

A **regra do divisor de tensão** permite a determinação da tensão através de um resistor em série sem que se tenha de determinar primeiro a corrente do circuito. A regra em si pode ser deduzida ao se analisar o circuito em série simples na Figura 5.36.

Primeiro, determine a resistência total como a seguir:

$$R_T = R_1 + R_2$$

Então $$I_s = I_1 = I_2 = \frac{E}{R_T}$$

Aplique a lei de Ohm para cada resistor:

Figura 5.35 O maior dos elementos resistivos em série vai capturar a porção maior da tensão aplicada.

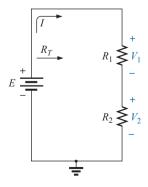



Figura 5.36 Desenvolvimento da regra do divisor de tensão.

$$V_1 = I_1R_1 = \left(\frac{E}{R_T}\right)R_1 = R_1\frac{E}{R_T}$$

$$V_2 = I_2R_2 = \left(\frac{E}{R_T}\right)R_2 = R_2\frac{E}{R_T}$$

O formato resultante para V_1 e V_2 é

$$V_x = R_x\frac{E}{R_T} \quad \text{(regra do divisor de tensão)} \quad (5.10)$$

onde V_x é a tensão através do resistor R_x, E é a tensão aplicada através dos elementos em série, e R_T é a resistência total do circuito em série.

A regra do divisor de tensão declara que

a tensão através de um resistor em um circuito em série é igual ao valor daquele resistor vezes a tensão aplicada total dividida pela resistência total da configuração em série.

Apesar de a Equação 5.10 ter sido derivada usando-se um circuito em série de apenas dois elementos, ela pode ser usada em circuitos em série que tenham um número qualquer de resistores em série.

EXEMPLO 5.15

Para o circuito em série na Figura 5.37:

a) sem realizar nenhum cálculo, quão maior você esperaria que a tensão através de R_2 fosse comparada com aquela através de R_1?

b) descubra qual é a tensão V_1 usando apenas a regra do divisor de tensão;

c) usando a conclusão da parte (a), determine a tensão através de R_2;

d) use a regra do divisor de tensão para determinar a tensão através de R_2 e compare sua resposta com sua conclusão na parte (c);

e) como a soma de V_1 e V_2 se compara com a tensão aplicada?

Soluções:

a) Tendo em vista que o resistor R_2 é três vezes R_1, espera-se que $V_2 = 3V_1$.

b) $V_1 = R_1\frac{E}{R_T} = 20\ \Omega\left(\frac{64\text{ V}}{20\ \Omega + 60\ \Omega}\right) = 20\ \Omega\left(\frac{64\text{ V}}{80\ \Omega}\right)$
$= \mathbf{16\ V}$

c) $V_2 = 3V_1 = 3(16\text{ V}) = \mathbf{48\ V}$

d) $V_2 = R_2\frac{E}{R_T} = (60\ \Omega)\left(\frac{64\text{ V}}{80\ \Omega}\right) = \mathbf{48\ V}$

Os resultados são exatamente os mesmos.

e) $E = V_1 + V_2$
$64\text{ V} = 16\text{ V} + 48\text{ V} = \mathbf{64\ V}$ (confere)

EXEMPLO 5.16

Usando a regra do divisor de tensão, determine as tensões V_1 e V_3 para o circuito em série na Figura 5.38.

Solução:

$$R_T = R_1 + R_2 + R_3$$
$$= 2\text{ k}\Omega + 5\text{ k}\Omega + 8\text{ k}\Omega$$
$$R_T = 15\text{ k}\Omega$$
$$V_1 = R_1\frac{E}{R_T} = 2\text{ k}\Omega\left(\frac{45\text{ V}}{15\text{ k}\Omega}\right) = \mathbf{6\ V}$$

e

$$V_3 = R_3\frac{E}{R_T} = 8\text{ k}\Omega\left(\frac{45\text{ V}}{15\ \Omega}\right) = \mathbf{24\ V}$$

A regra do divisor de tensão pode ser estendida à tensão por meio de dois ou mais elementos em série, se a resistência no numerador da Equação 5.10 for expandida para incluir a resistência total dos resistores em série, através dos quais a tensão será encontrada (R'). Isto é,

$$V' = R'\frac{E}{R_T} \quad (5.11)$$

Figura 5.37 Circuito em série a ser examinado usando-se a regra do divisor de tensão no Exemplo 5.15.

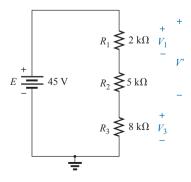



Figura 5.38 Circuito em série a ser investigado nos exemplos 5.16 e 5.17.

EXEMPLO 5.17

Determine a tensão (denotada V') através da combinação em série dos resistores R_1 e R_2 na Figura 5.38.

Solução:

Tendo em vista que a tensão desejada está tanto em R_1 quanto em R_2, a soma de R_1 e R_2 será substituída como R' na Equação 5.11. O resultado é:

$$R' = R_1 + R_2 = 2\text{ k}\Omega + 5\text{ k}\Omega = 7\text{ k}\Omega$$

e $$V' = R'\frac{E}{R_T} = 7\text{ k}\Omega\left(\frac{45\text{ V}}{15\text{ k}\Omega}\right) = \mathbf{21\text{ V}}$$

No exemplo a seguir, você é apresentado a um problema de outro tipo: dada a divisão de tensão, você tem de determinar os valores de resistor exigidos. Na maioria dos casos, problemas desse tipo simplesmente exigem que você seja capaz de usar as equações básicas introduzidas até o momento.

EXEMPLO 5.18

Dada a leitura do voltímetro na Figura 5.39, descubra a tensão V_3.

Solução:

Apesar de o resto do circuito não ser mostrado e o nível de corrente não ter sido determinado, a regra do divisor de tensão pode ser aplicada usando-se a leitura do voltímetro como a tensão total através da combinação em série de resistores. Isto é,

$$V_3 = R_3\frac{(V_{\text{medidor}})}{R_3 + R_2} = \frac{3\text{ k}\Omega(5{,}6\text{ V})}{3\text{ k}\Omega + 1{,}2\text{ k}\Omega}$$

$$V_3 = \mathbf{4\text{ V}}$$

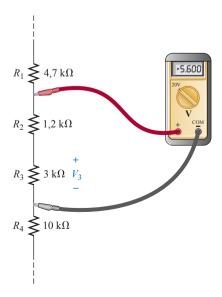



Figura 5.39 Ação do divisor de tensão do Exemplo 5.18.

EXEMPLO 5.19

Projete o circuito divisor de tensão da Figura 5.40 de tal maneira que a tensão através de R_1 seja quatro vezes a tensão através de R_2; isto é, $V_{R_1} = 4\,V_{R_2}$.

Solução:

A resistência total é definida por:

$$R_T = R_1 + R_2$$

entretanto, se $V_{R_1} = 4V_{R_2}$

então $R_1 = 4R_2$

de maneira que $R_T = R_1 + R_2 = 4R_2 + R_2 = 5R_2$

Ao aplicar a lei de Ohm, podemos determinar a resistência total do circuito:

$$R_T = \frac{E}{I_S} = \frac{20\text{ V}}{4\text{ mA}} = 5\text{ k}\Omega$$

de maneira que $R_T = 5R_2 = 5\text{ k}\Omega$

e $$R_2 = \frac{5\text{ k}\Omega}{5} = \mathbf{1\text{ k}\Omega}$$

então $R_1 = 4R_2 = 4(1\text{ k}\Omega) = \mathbf{4\text{ k}\Omega}$

5.8 INTERCÂMBIO DE ELEMENTOS EM SÉRIE

Os elementos de circuitos em série podem ser intercambiados sem que a resistência total, a corrente que atravessa o circuito e a potência consumida pelos diferentes elementos sejam afetadas. Por exemplo, o circuito visto na Figura 5.41 pode ser redesenhado conforme ilustra a Figura 5.42, sem que os valores de I e V_2 sejam afetados. A resistência total R_T é 35 Ω nos dois casos, e $I = 70\text{ V}/35\ \Omega = 2\text{ A}$. A tensão $V_2 = IR_2 = (2\text{ A})(5\ \Omega) = 10$ V nas duas configurações.

EXEMPLO 5.20

Determine I e a tensão entre os terminais do resistor de 7 Ω no circuito da Figura 5.43.

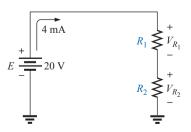



Figura 5.40 Projeto de um circuito divisor de tensão (Exemplo 5.19).

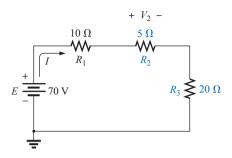



Figura 5.41 Circuitos CC em série com os elementos a serem intercambiados.

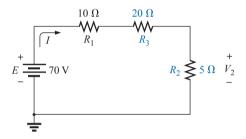



Figura 5.42 Circuito da Figura 5.41 com R_2 e R_3 intercambiados.

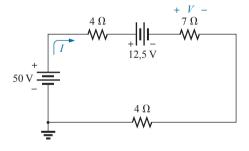



Figura 5.43 Exemplo 5.20.

Solução:

O circuito é redesenhado como mostra a Figura 5.44.

$$R_T = (2)\,(4\ \Omega) + 7\ \Omega = 15\ \Omega$$

$$I = \frac{E}{R_T} = \frac{37{,}5\ \text{V}}{15\ \Omega} = \mathbf{2{,}5\ A}$$

$$V_{7\Omega} = IR = (2{,}5\ \text{A})\,(7\ \Omega) = \mathbf{17{,}5\ V}$$

5.9 NOTAÇÃO

A notação possui uma importante função nas análises que seguem. Portanto, é importante que comecemos a analisar a notação usada pela indústria.

Fontes de tensão e terra

Exceto em uns poucos casos especiais, os sistemas elétricos e eletrônicos são aterrados por razões de segurança e para fins de referência. O símbolo que indica a conexão terra aparece na Figura 5.45 com seu valor de potencial definido — zero volts. Um circuito aterrado pode se parecer ao que mostra a Figura 5.46(a), (b) ou (c). Em qualquer um dos casos, entende-se que o terminal negativo da bateria e o terminal inferior do resistor R_2 estão conectados ao potencial do ponto de terra. Embora a Figura 5.46(c) não mostre nenhuma conexão entre os dois terras, supõe-se que tal ligação exista para garantir o fluxo contínuo da carga. Se $E = 12$ V, então o ponto a está a um potencial positivo de 12 V em relação ao potencial do ponto de terra, e existem 12 V entre os terminais da combinação em série dos resistores R_1 e R_2. Se um voltímetro conectado entre o ponto b e o terra lê 4 V, então a tensão entre os terminais de R_2 é 4 V, estando o potencial maior em b.

Em diagramas esquemáticos maiores, nos quais o espaço precisa ser aproveitado ao máximo e a clareza de informações é muito importante, as fontes de tensão podem ser indicadas como nas figuras 5.47(a) e 5.48(a), não como nas figuras 5.47(b) e 5.48(b). Além disso, os valores de potencial podem ser indicados na Figura 5.49

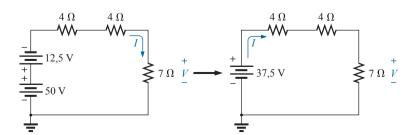



Figura 5.44 Redesenho do circuito da Figura 5.43.

Figura 5.45 Potencial do ponto de terra.

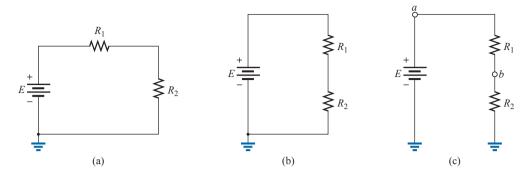



Figura 5.46 Três formas de mostrar o mesmo circuito CC em série.

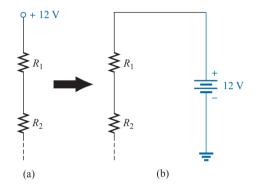



Figura 5.47 Substituição da notação especial em uma fonte de tensão CC pelo símbolo-padrão.

para permitir uma verificação rápida dos valores dos potenciais, relativos ao ponto de terra, em vários pontos de um circuito para assegurar que o sistema está operando adequadamente.

Notação de duplo índice inferior

O fato de a tensão ser uma grandeza estabelecida *entre* dois pontos resultou em uma notação de duplo índice inferior que define o primeiro índice inferior como correspondente ao ponto de maior potencial. Na Figura 5.50(a), os dois pontos que definem a tensão entre os terminais do resistor R são representados por a e b. Como a é o primeiro índice em V_{ab}, o ponto a deve estar a um potencial maior que o ponto b para que V_{ab} tenha um valor positivo. Se, na verdade, o ponto b estiver a um potencial maior do que

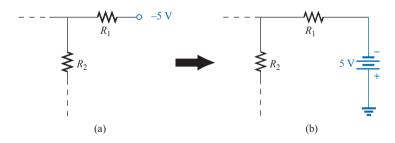



Figura 5.48 Substituição da notação em uma fonte de tensão CC negativa pela notação-padrão.

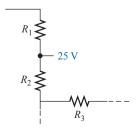



Figura 5.49 A presença do valor esperado da tensão em um ponto específico de um circuito mostra que ele está funcionando corretamente.

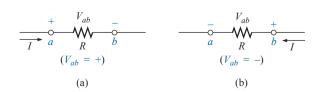



Figura 5.50 Definição do sinal para a notação de duplo índice inferior.

o ponto a, V_{ab} terá um valor negativo, conforme indica a Figura 5.50(b).

Em resumo:

a notação de duplo índice inferior V_{ab} especifica o ponto a como o de maior potencial. Se esse não for o caso, um sinal negativo deve ser associado ao valor de V_{ab}.

Em outras palavras:

a tensão V_{ab} é a tensão no ponto a em relação ao ponto b.

Notação de índice inferior único

Se o ponto b da notação V_{ab} for especificado como o potencial de terra (zero volt), então uma notação de subscrito inferior único poderá ser usada para informar a tensão em um ponto em relação ao ponto de terra.

Na Figura 5.51, V_a é a tensão entre o ponto a e o ponto de terra. Nesse caso, ela é obviamente 10 V, pois é medida diretamente entre os terminais da fonte de tensão E. A tensão V_b é a tensão entre o ponto b e o ponto de terra. Como é uma tensão obtida diretamente sobre o resistor de 4 Ω, $V_b = 4\ V$.

Em resumo:

a notação de índice inferior único V_a especifica a tensão no ponto a em relação ao ponto de terra (zero volt). Se a tensão é menor que zero, um sinal negativo deve ser associado ao valor de V_a.

Comentários gerais

Uma relação particularmente útil pode ser estabelecida agora, e ela terá aplicação extensiva na análise de circuitos eletrônicos. Em função dos padrões de notação citados anteriormente, temos a seguinte relação:

$$V_{ab} = V_a - V_b \tag{5.12}$$

Em outras palavras, se as tensões nos pontos a e b em relação ao ponto de terra forem conhecidas, a tensão V_{ab} poderá ser determinada usando-se a Equação 5.12. A partir da Figura 5.51, por exemplo:

$$V_{ab} = V_a - V_b = 10\ \text{V} - 4\ \text{V} = 6\ \text{V}$$

EXEMPLO 5.21

Determine a tensão V_{ab} para as condições mostradas na Figura 5.52.

Solução:

Aplicando a Equação 5.12:

$$V_{ab} = V_a - V_b = 16\ \text{V} - 20\ \text{V} = \mathbf{-4\ V}$$

Observe que o sinal negativo indica o fato de que o ponto b está a um potencial mais elevado do que o ponto a.

EXEMPLO 5.22

Determine a tensão V_a para a configuração ilustrada na Figura 5.53.

Solução:

Aplicando a Equação 5.12:

$$V_{ab} = V_a - V_b$$

e

$$V_a = V_{ab} + V_b = 5\ \text{V} + 4\ \text{V} = \mathbf{9\ V}$$

EXEMPLO 5.23

Determine a tensão V_{ab} para a configuração mostrada na Figura 5.54.

Solução:

Aplicando a Equação 5.12:

$$V_{ab} = V_a - V_b = 20\ \text{V} - (-15\ \text{V}) = 20\ \text{V} + 15\ \text{V} = \mathbf{35\ V}$$

Note no Exemplo 5.23 que é preciso ter cuidado com os sinais ao usar a equação. A tensão cai de um valor

Figura 5.51 Definição do uso da notação de índice único para valores de tensão.

V_a = +16 V, V_b = +20 V, a, R, b

Figura 5.52 Exemplo 5.21.

V_a, V_{ab} = +5 V, V_b = 4 V, a, R, b

Figura 5.53 Exemplo 5.22.

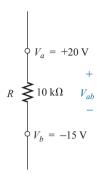



Figura 5.54 Exemplo 5.23.

positivo de +20 V para um valor negativo de –15 V. Conforme mostra a Figura 5.55, isso representa uma queda de tensão de 35 V. De certa forma, é como passar de um saldo bancário positivo de R$ 20,00 para um saldo negativo de R$ 15,00; o total das despesas corresponde a R$ 35,00.

EXEMPLO 5.24

Determine as tensões V_b, V_c e V_{ac} no circuito visto na Figura 5.56.

Solução:

Começando no potencial de terra (zero volt), subimos 10 V para chegar ao ponto *a* e, em seguida, passamos por uma queda de potencial de 4 V para chegar ao ponto *b*. O resultado é que o medidor lerá:

$$V_b = +10\text{ V} - 4\text{ V} = \mathbf{6\text{ V}}$$

como demonstra claramente a Figura 5.57.

Se continuarmos até o ponto *c*, haverá uma queda adicional de 20 V, o que nos dará

$$V_c = V_b - 20\text{ V} = 6\text{ V} - 20\text{ V} = \mathbf{-14\text{ V}}$$

como ilustra a Figura 5.58.

A tensão V_{ac} pode ser obtida usando-se a Equação 5.12 ou simplesmente observando a Figura 5.58.

$$V_{ac} = V_a - V_c = 10\text{ V} - (-14\text{ V}) = \mathbf{24\text{ V}}$$

Figura 5.55 Influência de tensões positivas e negativas sobre a queda de tensão total.

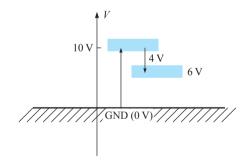



Figura 5.57 Determinação de V_b a partir dos valores definidos de tensão.

Figura 5.56 Exemplo 5.24.

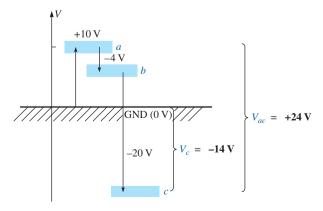



Figura 5.58 Revisão dos valores de potencial para o circuito da Figura 5.56.

EXEMPLO 5.25

Determine V_{ab}, V_{cb} e V_c para o circuito mostrado na Figura 5.59.

Solução:

Há dois modos de resolver esse problema. O primeiro é fazer um esboço como o da Figura 5.60 e notar que existe uma queda de 54 V entre os terminais dos resistores em série R_1 e R_2. A corrente pode então ser determinada usando a lei de Ohm e os valores das tensões, como segue:

$$I = \frac{54\text{ V}}{45\ \Omega} = 1{,}2\text{ A}$$
$$V_{ab} = IR_2 = (1{,}2\text{ A})(25\ \Omega) = \mathbf{30\ V}$$
$$V_{cb} = -IR_1 = -(1{,}2\text{ A})(20\ \Omega) = \mathbf{-24\ V}$$
$$V_c = E_1 = \mathbf{-19\ V}$$

O outro modo é redesenhar o circuito, como mostra a Figura 5.61, para estabelecer o efeito somatório de E_1 e E_2 para então resolver o circuito em série resultante:

$$I = \frac{E_1 + E_2}{R_T} = \frac{19\text{ V} + 35\text{ V}}{45\ \Omega} = \frac{54\text{ V}}{45\ \Omega} = 1{,}2\text{ A}$$

e $\quad V_{ab} = \mathbf{30\ V} \qquad V_{cb} = \mathbf{-24\ V} \qquad V_c = \mathbf{-19\ V}$

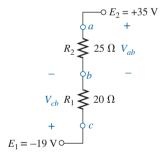



Figura 5.59 Exemplo 5.25.

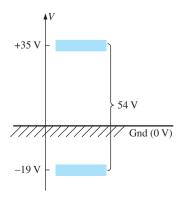



Figura 5.60 Determinação da queda de tensão total nos elementos resistivos da Figura 5.59.

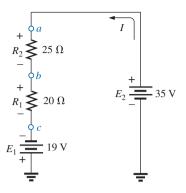



Figura 5.61 Redesenho do circuito da Figura 5.59 usando os símbolos-padrão da fonte de tensão CC.

EXEMPLO 5.26

Usando a regra dos divisores de tensão, determine as tensões V_1 e V_2 da Figura 5.62.

Solução:

Redesenhando o circuito utilizando o símbolo de bateria, obtemos o circuito da Figura 5.63. Ao aplicar a regra dos divisores de tensão,

$$V_1 = \frac{R_1 E}{R_1 + R_2} = \frac{(4\ \Omega)(24\text{ V})}{4\ \Omega + 2\ \Omega} = \mathbf{16\ V}$$
$$V_2 = \frac{R_2 E}{R_1 + R_2} = \frac{(2\ \Omega)(24\text{ V})}{4\ \Omega + 2\ \Omega} = \mathbf{8\ V}$$

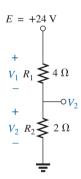



Figura 5.62 Exemplo 5.26.

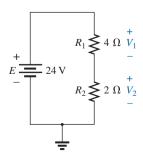



Figura 5.63 Circuito da Figura 5.62 redesenhado.

EXEMPLO 5.27

Para o circuito visto na Figura 5.64:

a) calcule V_{ab};
b) calcule V_b;
c) calcule V_c.

Soluções:

a) Regra dos divisores de tensão:

$$V_{ab} = \frac{R_1 E}{R_T} = \frac{(2\,\Omega)(10\,\text{V})}{2\,\Omega + 3\,\Omega + 5\,\Omega} = \mathbf{+2\,V}$$

b) Regra dos divisores de tensão:

$$V_b = V_{R_2} + V_{R_3} = \frac{(R_2 + R_3)E}{R_T} = \frac{(3\,\Omega + 5\,\Omega)(10\,\text{V})}{10\,\Omega} = \mathbf{8\,V}$$

ou $V_b = V_a - V_{ab} = E - V_{ab} = 10\text{ V} - 2\text{ V} = \mathbf{8\,V}$

c) V_c = potencial do ponto de terra = **0 V**

5.10 REGULAÇÃO DE TENSÃO E RESISTÊNCIA INTERNA DAS FONTES DE TENSÃO

Quando você usa uma fonte CC como o gerador, a bateria ou a fonte da Figura 5.65, você presume inicialmente que ela fornecerá a tensão desejada para qualquer carga resistiva que possa conectar à fonte. Em outras palavras, se a bateria é rotulada 1,5 V ou a fonte é estabelecida a 20 V, você presume que elas fornecerão essa tensão, não importando a carga aplicada. Infelizmente, nem sempre é o caso. Por exemplo, se aplicamos um resistor de 1 kΩ

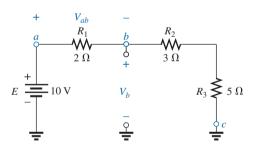



Figura 5.64 Exemplo 5.27.

a uma fonte de laboratório CC, é relativamente fácil estabelecer a tensão de 20 V através do resistor. Entretanto, se removemos o resistor de 1 kΩ e o substituímos por um resistor de 100 Ω, sem mexer nos controles da fonte, podemos descobrir que a tensão caiu para 19,14 V. Mude a carga para um resistor de 68 Ω, e a tensão terminal cai para 18,72 V. Descobrimos que a carga aplicada afeta a tensão terminal da fonte. Na realidade, esse exemplo destaca que

um circuito deve estar sempre conectado a uma fonte antes de o nível da tensão da fonte ser selecionado.

O motivo pelo qual a tensão terminal cai por causa das mudanças na carga (demanda de corrente) é que

toda fonte prática (mundo real) tem uma resistência interna em série com a fonte de tensão idealizada

como mostra a Figura 5.65(b). O nível de resistência depende do tipo de fonte, mas ele está sempre presente. Todo ano são lançadas novas fontes que são menos sensíveis à carga aplicada, mas, mesmo assim, alguma sensibilidade ainda permanece.

A fonte na Figura 5.66 ajuda a explicar a ação que ocorreu antes quando mudamos o resistor de carga. Devido à **resistência interna** da fonte, a fonte interna ideal deve ser estabelecida em 20,1 V, como indica a Figura 5.66(a), se 20 V tiver de aparecer através do resistor de 1 kΩ. A resistência interna vai capturar 0,1 V da tensão aplicada. A corrente no circuito é determinada simplesmente olhando para a carga e usando a lei de Ohm; isto é, $I_L = V_L/R_L$ = 20 V/1 kΩ = 20 mA, que é uma corrente relativamente baixa.

Na Figura 5.66(b), todas as configurações da fonte são deixadas intocadas, mas a carga de 1 kΩ é substituída por um resistor de 100 Ω. A corrente resultante é agora $I_L = E/R_T$ = 20,1 V/105 Ω = 191,43 mA, e a tensão de saída é $V_L = I_L R$ = (191,43 mA)(100 Ω) = 19,14 V, uma queda de 0,86 V. Na Figura 5.66(c), uma carga de 68 Ω é aplicada, e a corrente aumenta substancialmente para 275,34 mA com uma tensão terminal de apenas 18,72 V. Essa é uma

(a)

(b)

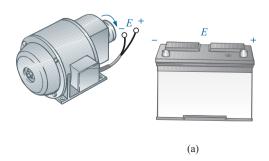
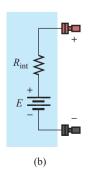



Figura 5.65 (a) Fontes de tensão CC; (b) circuito equivalente.

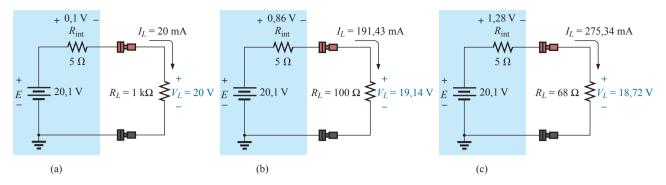



Figura 5.66 Demonstração do efeito de mudança de uma carga na tensão terminal de uma fonte.

queda de 1,28 V do nível esperado. De maneira bastante óbvia, entretanto, na medida em que a corrente drenada da fonte aumenta, a tensão terminal continua a cair.

Se colocarmos em um gráfico a tensão terminal em relação à demanda de corrente de 0 A para 275,34 mA, obteremos o gráfico da Figura 5.67. É interessante a formação de uma linha reta que continua a cair com o aumento na demanda de corrente. Observe, em particular, que a curva começa a um nível de corrente de 0 A.

Quando não há carga, e os terminais de saída da fonte não estão conectados a qualquer carga, a corrente será de 0 A devido à ausência de um circuito completo. A tensão de saída será o nível de fonte ideal interna de 20,1 V.

A inclinação da linha é definida pela resistência interna da fonte. Isto é,

$$R_{int} = \frac{\Delta V_L}{\Delta I_L} \quad \text{(ohms, }\Omega\text{)} \qquad (5.13)$$

o que para o gráfico na Figura 5.67 resulta em

$$R_{int} = \frac{\Delta V_L}{\Delta I_L} = \frac{20{,}1\,\text{V} - 18{,}72\,\text{V}}{275{,}34\,\text{mA} - 0\,\text{mA}} = \frac{1{,}38\,\text{V}}{275{,}34\,\text{mA}} = \mathbf{5\,\Omega}$$

Para fontes de qualquer tipo, o gráfico especificamente importante é o da tensão de saída em relação à corrente drenada da fonte, como mostra a Figura 5.68(a). Observe que o valor máximo é conseguido sob condições sem carga como define a Figura 5.68(b) e a descrição anterior. Condições de plena carga são definidas pela corrente máxima que a fonte pode fornecer de maneira contínua, como mostra a Figura 5.68(c).

Como base para comparação, uma fonte de tensão ideal e sua curva de resposta são fornecidas na Figura 5.69. Observe a ausência da resistência interna e o fato de que é uma linha horizontal (não há variação alguma com a demanda de carga) — uma curva de resposta impossível. Quando comparamos a curva na Figura 5.69 com aquela na Figura 5.68(a), entretanto, percebemos que *quanto mais intensa a inclinação*, mais sensível é a fonte à mudança de carga e, portanto, ela é *menos desejável* para muitos dos procedimentos de laboratório. Na realidade,

> *quanto maior for a resistência interna, mais intensa é a queda na tensão com um aumento na demanda de curva (corrente).*

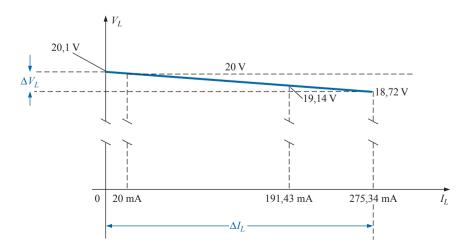



Figura 5.67 Gráfico de V_L em relação a I_L para a fonte na Figura 5.66.

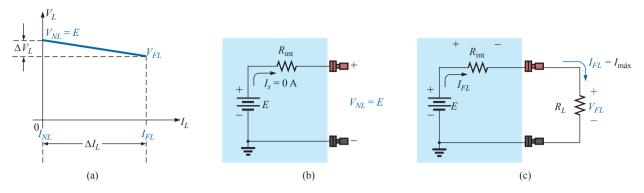



Figura 5.68 Definição das propriedades de importância para uma fonte de potência.

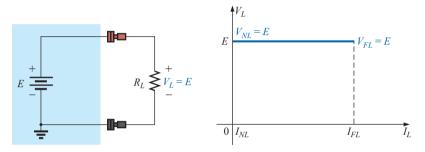



Figura 5.69 Fonte ideal e suas características terminais.

Para nos ajudar a antecipar a resposta esperada de uma fonte, uma especificação chamada **regulação de tensão** (abreviada *VR*, do inglês Voltage Regulation; frequentemente chamada de *regulação de carga* em planilhas de especificação) foi estabelecida. A equação básica em termos das quantidades na Figura 5.68(a) é a seguinte:

$$VR = \frac{V_{NL} - V_{FL}}{V_{FL}} \times 100\% \tag{5.14}$$

Os exemplos a seguir demonstram que

quanto menor a regulação de tensão ou a carga de uma fonte, menor será a variação da tensão terminal com níveis crescentes de demanda de corrente.

Para a fonte anterior com uma tensão sem carga de 20,1 V e uma tensão com plena carga de 18,72 V, a 275,34 mA, a regulação de tensão é

$$VR = \frac{V_{NL} - V_{FL}}{V_{FL}} \times 100\% = \frac{20{,}1\,\text{V} - 18{,}72\,\text{V}}{18{,}72\,\text{V}} \times 100\%$$
$$\cong \mathbf{7{,}37\%}$$

o que é bastante alto, revelando que temos uma fonte muito sensível. A maioria das fontes comerciais modernas tem fatores de regulação menores que 1 por cento, com 0,01 por cento sendo bastante comum.

EXEMPLO 5.28

a) Dadas as características na Figura 5.70, determine a regulação de tensão da fonte.
b) Determine a resistência interna da fonte.
c) Desenhe o circuito equivalente para a fonte.

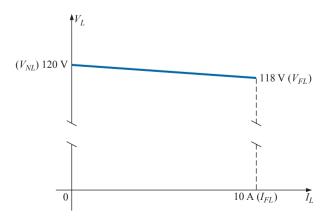



Figura 5.70 Características terminais para a fonte do Exemplo 5.28.

Soluções:

a) $$VR = \frac{V_{NL} - V_{FL}}{V_{FL}} \times 100\%$$

$$= \frac{120\,\text{V} - 118\,\text{V}}{118\,\text{V}} \times 100\% = \frac{2}{118} \times 100\%$$

$$VR \cong \mathbf{1{,}7\%}$$

b) $$R_{\text{int}} = \frac{\Delta V_L}{\Delta I_L} = \frac{120\,\text{V} - 118\,\text{V}}{10\,\text{A} - 0\,\text{A}} = \frac{2\,\text{V}}{10\,\text{A}} = \mathbf{0{,}2\ \Omega}$$

c) Ver Figura 5.71.

EXEMPLO 5.29

Dada uma fonte de 60 V com uma regulação de tensão de 2 por cento:

a) determine a tensão terminal da fonte sob condições de plena carga;
b) se a corrente de meia-carga é 5 A, determine a resistência interna da fonte;
c) esboce a curva da tensão terminal *versus* demanda de carga e o circuito equivalente para o abastecimento.

Soluções:

a) $$VR = \frac{V_{NL} - V_{FL}}{V_{FL}} \times 100\%$$

$$2\% = \frac{60\,\text{V} - V_{FL}}{V_{FL}} \times 100\%$$

$$\frac{2\%}{100\%} = \frac{60\,\text{V} - V_{FL}}{V_{FL}}$$

$$0{,}02V_{FL} = 60\,\text{V} - V_{FL}$$

$$1{,}02V_{FL} = 60\,\text{V}$$

$$V_{FL} = \frac{60\,\text{V}}{1{,}02} = \mathbf{58{,}82\ V}$$

b) $I_{FL} = 10\,\text{A}$

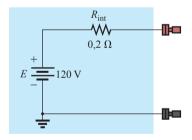
$$R_{int} = \frac{\Delta V_L}{\Delta I_L} = \frac{60\,\text{V} - 58{,}82\,\text{V}}{10\,\text{A} - 0\,\text{A}} = \frac{1{,}18\,\text{V}}{10\,\text{A}} \cong \mathbf{0{,}12\ \Omega}$$

c) Ver Figura 5.72.

Figura 5.71 Fonte CC com as características terminais da Figura 5.70.

5.11 EFEITOS DE CARGA DOS INSTRUMENTOS

Na seção anterior, aprendemos que as fontes de potência não são os instrumentos ideais que pensávamos que fossem. A carga aplicada pode ter um efeito sobre a tensão terminal. Felizmente, tendo em vista que as fontes de hoje em dia têm fatores de regulação de carga tão pequenos, a mudança na tensão terminal com a carga normalmente pode ser ignorada na maioria das aplicações. Se agora voltarmos nossa atenção para os vários medidores que usamos em laboratório, novamente descobriremos que eles não são totalmente ideais:

Sempre que se aplica um medidor a um circuito, você muda o circuito e a resposta do sistema. Felizmente, entretanto, para a maioria das aplicações, considerando-se os medidores como ideais, é uma aproximação válida desde que determinados fatores sejam considerados.

Por exemplo,

qualquer amperímetro conectado em um circuito em série introduzirá uma resistência à combinação em série que afetará a corrente e as tensões da configuração.

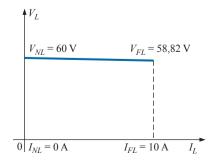
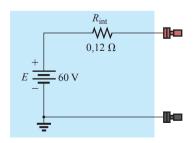



Figura 5.72 Características e circuito equivalente para a fonte do Exemplo 5.29.

A resistência entre os terminais de um amperímetro é determinada pela escala escolhida do amperímetro. Em geral,

para amperímetros, quanto mais alto o valor máximo da corrente para uma escala em particular, menor será a resistência interna.

Por exemplo, não é incomum a resistência entre os terminais de um amperímetro ser de 250 Ω para uma escala de 2 mA, mas apenas 1,5 Ω para a escala de 2 A, como mostra a Figura 5.73(a) e (b). Se você estiver analisando um circuito em detalhes, poderá incluir a resistência interna como mostra a Figura 5.73 como um resistor entre os dois terminais do medidor.

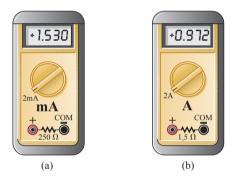



Figura 5.73 Introdução dos efeitos da resistência interna de um amperímetro: (a) escala de 2 mA; (b) escala de 2 A.

Em uma primeira leitura, tais níveis de resistência em correntes baixas passam a impressão de que amperímetros estão longe de ser ideais, e que eles deveriam ser usados somente para se obter uma ideia geral da corrente, e que não deveríamos esperar deles uma leitura verdadeira. Felizmente, entretanto, quando você lê correntes abaixo da faixa de 2 mA, os resistores em série com o amperímetro estão tipicamente na faixa do kilohm. Por exemplo, na Figura 5.74(a), para um amperímetro ideal, a corrente exibida é 0,6 mA, como determinado a partir de $I_s = E/R_T = 12$ V/20 kΩ = 0,6 mA. Se agora inserimos um medidor com uma resistência interna de 250 Ω, como mostra a Figura 5.74(b), a resistência adicional no circuito vai fazer com que a corrente caia para 0,593 mA como determinado por $I_s = E/R_T = 12$ V/20,25 kΩ = 0,593 mA. Agora, certamente a corrente caiu do nível ideal, mas a diferença nos resultados é de apenas aproximadamente 1 por cento — nada extraordinário, e a medida pode ser usada para a maioria das finalidades. Se os resistores em série estivessem na mesma faixa que os resistores de 250 Ω, teríamos um problema diferente, e precisaríamos realizar a leitura dos resultados com muito cuidado.

Vamos voltar para a Figura 5.20 e determinar a corrente real se cada medidor na escala de 2 A tem uma resistência interna de 1,5 Ω. O fato de que há quatro medidores resultará em uma resistência adicional de (4)(1,5 Ω) = 6 Ω no circuito, e a corrente será de $I_s = E/R_T =$ 8,4 V/146 Ω ≅ 58 mA, em vez dos 60 mA sob condições

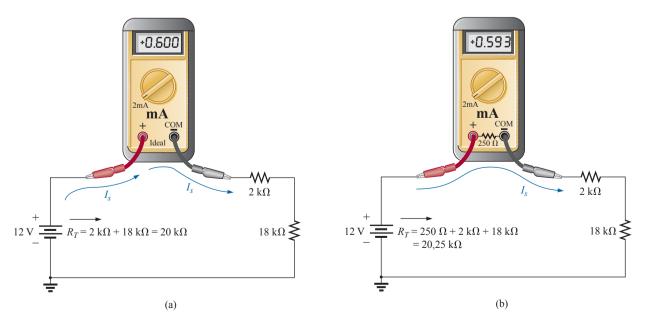



Figura 5.74 Aplicação de um amperímetro na escala 2 mA a um circuito com resistores na faixa de kilohms: (a) ideal; (b) real.

ideais. Esse valor ainda é próximo o suficiente para ser considerado uma leitura útil. Entretanto, não esqueça que se estivéssemos medindo a corrente no circuito, usaríamos somente um amperímetro, e a corrente seria $I_s = E/R_T = 8{,}4\ \text{V}/141{,}5\ \Omega \cong 59\ \text{mA}$, o que certamente pode ser 60 mA.

Em geral, portanto, perceba que essa resistência interna tem de ser levada em consideração, mas pelas razões descritas, a maioria das leituras pode ser usada como uma excelente primeira aproximação para a corrente real.

Deveria ser acrescentado que devido a esse *problema de inserção* com os amperímetros, e devido ao importante fato de o *circuito ter de ser perturbado* para medir uma corrente, amperímetros não são tão usados como inicialmente se esperaria. Em vez de interromper um circuito para inserir um medidor, a tensão através de um resistor é frequentemente medida e a corrente, então, é calculada usando-se a lei de Ohm. Isso elimina a necessidade de se preocupar a respeito do nível da resistência do medidor e ter de perturbar o circuito. Outra opção é usar os amperímetros do tipo alicate, introduzidos no Capítulo 2, removendo as questões relativas a perdas de inserção e perturbação do circuito. É claro que, para muitas aplicações práticas (como fontes de alimentação), é conveniente ter um amperímetro permanentemente instalado, de maneira que a corrente possa ser rapidamente lida do painel. Em tais casos, entretanto, o design é feito de maneira a compensar a perda de inserção.

Resumindo, portanto, não se esqueça de que a inserção de um amperímetro adicionará resistência ao ramo e afetará os níveis de corrente e tensão. No entanto, na maioria dos casos o efeito é mínimo, e a leitura fornecerá uma boa primeira aproximação para o nível real.

O efeito de carga dos voltímetros é discutido em detalhes no próximo capítulo, visto que não é um efeito em série. Em geral, entretanto, os resultados serão bastante similares aos daqueles do amperímetro, mas a principal diferença é a de que o circuito não tem de ser perturbado para que se aplique o medidor.

5.12 MONTAGENS EXPERIMENTAIS (*PROTOBOARDS*/*BREADBOARDS*)

A uma certa altura do projeto de qualquer sistema eletroeletrônico, uma montagem experimental terá de ser construída e testada. Uma das maneiras mais eficientes de construir um modelo de testes é usar a **montagem experimental** (*protoboard*, no passado mais comumente chamado de *breadboard*), mostrada na Figura 5.75. Ela permite uma conexão direta da fonte de alimentação e proporciona um método convencional para conter e conectar os componentes. Não há muito a aprender a respeito de montagens experimentais, mas é importante destacar algumas de suas características, incluindo a maneira com que os elementos são tipicamente conectados.

O terminal vermelho V_a é conectado diretamente ao terminal positivo da fonte de tensão CC, com o fio preto V_b conectado ao terminal negativo e o terminal verde sendo usado para a conexão terra. Sob o modelo de buracos, há faixas de cobre horizontais contínuas sob as linhas de cima e de baixo, como mostram as faixas de cobre na Figura 5.75. Na região do centro, as faixas condutivas são verticais, mas não passam do entalhe profundo correndo ao longo do comprimento horizontal da placa. E isso é tudo, apesar de ser preciso alguma prática para fazer um uso mais efetivo dos padrões condutivos.

Como exemplos, o circuito na Figura 5.12 está conectado à montagem experimental (veja foto na Figura 5.76) usando *duas abordagens diferentes*. Após a fonte de alimentação CC ter sido conectada, um fio é trazido do terminal positivo vermelho para a fita condutiva de cima marcada '+'. Não se esqueça de que agora a faixa inteira está conectada ao terminal positivo da fonte. O terminal negativo é conectado à faixa de baixo marcada com um sinal de menos (–), de maneira que 8,4 V pode ser lido em qualquer ponto entre a faixa positiva de cima e a faixa negativa de baixo. Uma conexão terra ao terminal negativo da bateria foi feita no local dos três terminais. Para

Figura 5.75 Montagem experimental (*protoboard*) com áreas de condutividade usando-se duas abordagens diferentes.

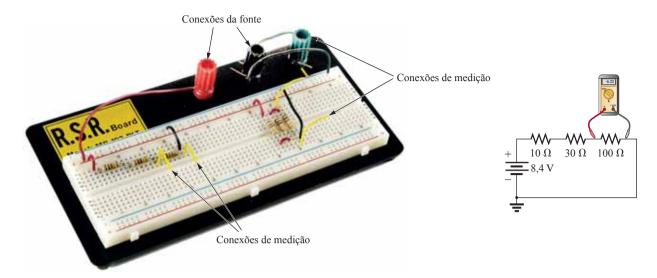



Figura 5.76 Duas configurações para o circuito na Figura 5.12 em uma montagem experimental com fios amarelos adicionados a cada configuração para medir a tensão V_3 usando um voltímetro.

a conveniência do usuário, são disponibilizados kits nos quais o comprimento dos cabos tem um código de cores. De outra maneira, uma bobina com fio de diâmetro 24 é cortada na medida certa e as extremidades são desencapadas. Em geral, sinta-se à vontade para usar o comprimento extra — nem tudo precisa estar nos ângulos certos. Para a maioria das montagens experimentais, resistores de 1/4 a 1 W vão ser inseridos sem problemas na placa. Para ficar mais claro, resistores de 1/2 W são usados na Figura 5.76. A tensão através de qualquer componente pode ser facilmente lida inserindo fios adicionais como mostra a figura (os cabos amarelos) e anexando o medidor. Para qualquer circuito, os componentes podem ser conectados de várias formas. Observe na configuração à direita que o interruptor horizontal pelo centro da placa foi usado para isolar os dois terminais de cada resistor. Mesmo que não existam padrões estabelecidos, é importante que o arranjo seja *facilmente compreendido* por outra pessoa.

Configurações adicionais, usando montagens experimentais, são apresentadas nos capítulos seguintes, de maneira que você possa se acostumar com o modo com que elas são usadas mais efetivamente. Você provavelmente verá montagens experimentais com bastante frequência em suas sessões de laboratório ou em um ambiente industrial.

5.13 APLICAÇÕES

Antes de olhar algumas aplicações, precisamos considerar algumas características gerais da configuração em série que você deve sempre manter em mente ao projetar um sistema. Primeiro, e provavelmente o mais importante, é que

se um elemento de uma combinação em série de elementos falhar, ele interromperá a resposta de todos os elementos em série. Se ocorrer um circuito aberto, a corrente será zero. Se resultar em um curto circuito, a tensão aumentará através dos outros elementos, e a corrente aumentará em valor absoluto.

Segundo, e uma questão que você não deve esquecer nunca, é que

para a mesma fonte de tensão, quanto mais elementos você colocar em série, menor será a corrente e menor será a tensão através de todos os elementos da combinação em série.

Por fim, e um resultado discutido em detalhes neste capítulo, é que

a corrente é a mesma para todos os elementos de uma combinação em série, mas a tensão através de cada elemento é uma função de sua resistência terminal.

Há outras características de importância que você vai aprender na medida em que investigar áreas possíveis de aplicação, mas as características citadas anteriormente são as mais importantes.

Controle em série

Um uso comum da configuração em série encontra-se na configuração de um sistema que assegure que tudo esteja no lugar antes que a potência plena seja aplicada. Na Figura 5.77, vários mecanismos de leitura podem ser

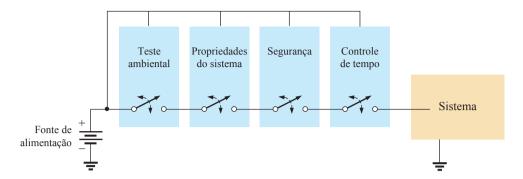



Figura 5.77 Controle em série sobre um sistema operacional.

ligados a chaves em série, evitando que a potência chegue à carga até que todas as chaves estejam fechadas ou em suas posições. Por exemplo, como mostra a Figura 5.77, um componente pode testar o ambiente para perigos como gases, altas temperaturas e assim por diante. O componente seguinte pode ser sensível às propriedades do sistema a ser energizado para que se tenha certeza de que todos os componentes estejam funcionando. A segurança é outro fator na sequência em série, e por fim um mecanismo de tempo pode estar presente para assegurar horas limitadas de operação ou restringir os períodos operacionais. A lista é infinita, mas o que é certo é que 'todos os sistemas têm de permitir passagem' antes que a potência alcance o sistema operacional.

Lâmpadas para árvore de Natal

Nos últimos anos, pequenas lâmpadas piscantes, usadas em árvores de Natal, conectadas a fios contendo de 50 a 100 lâmpadas dispostas em fila, tornaram-se muito populares (veja a Figura 5.78(a)). Embora as lâmpadas para a árvore de Natal possam ser conectadas em série ou em paralelo (a ser discutido no próximo capítulo), as pequenas lâmpadas piscantes desses conjuntos são normalmente conectadas em série. É relativamente fácil comprovar se as lâmpadas estão assim conectadas. Se um fio entra em uma extremidade do soquete da lâmpada e sai na outra extremidade, então as lâmpadas estão em série. Se dois fios entram e saem do soquete, provavelmente as lâmpadas estão em paralelo. *Normalmente, quando lâmpadas são conectadas em série, se uma queimar (o filamento partir e o circuito abrir), todas as lâmpadas se apagarão, já que o caminho para a passagem da corrente foi interrompido*. Entretanto, as lâmpadas mostradas na Figura 5.78(a) foram especialmente projetadas, conforme mostra a Figura 5.78(b), para permitir que a corrente continue a circular nas outras lâmpadas quando o filamento se partir. Na base de cada lâmpada existe um elemento fusível envolto nas duas hastes que sustentam o filamento. Esse fusível é feito de um metal de pouca condução que aparece em contato com as duas hastes verticais, mas na realidade uma camada sobre as hastes ou sobre o fusível evita a condução elétrica entre as hastes sob condições normais de operação. Se o filamento de uma lâmpada se rompesse e criasse um circuito aberto entre as hastes, a corrente através das lâmpadas seria interrompida se não fosse o elemento fusível. No instante em que o filamento

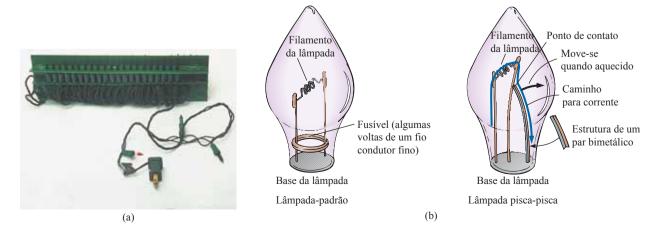



Figura 5.78 Lâmpadas para árvore de Natal: (a) conjunto com 50 unidades; (b) construção da lâmpada.

da lâmpada se abre, a corrente através do circuito passa a ser zero, e toda a tensão de 120 V da tomada aparece sobre a lâmpada queimada. Essa tensão alta entre as hastes de uma única lâmpada corresponde a uma diferença de potencial suficiente para estabelecer uma corrente através da cobertura isolante e conecta o elemento fusível com as duas hastes. O circuito é novamente fechado, fazendo com que todas as lâmpadas brilhem, exceto a que tem o elemento fusível ativado. Entretanto, tenha em mente que todas as vezes que uma lâmpada queimar, existirá uma tensão maior sobre as outras lâmpadas do circuito, fazendo com que elas brilhem mais intensamente. Eventualmente, se muitas lâmpadas queimarem, a tensão atingirá um valor no qual as outras lâmpadas se queimarão rapidamente em sequência. A conclusão é que uma lâmpada tem de ser substituída o quanto antes.

As lâmpadas mostradas na Figura 5.78(b) são especificadas para 2,5 V a 0,2 A, ou seja, 200 mA. Visto que existem 50 lâmpadas em série, a tensão total sobre as lâmpadas será de 50 × 2,5 V, ou seja, 125 V, que está de acordo com a tensão disponível em uma típica tomada elétrica residencial. Como as lâmpadas estão em série, a corrente através de cada lâmpada será de 200 mA. A especificação de potência de cada lâmpada é, portanto, $P = VI = (2{,}5\ \text{V})(0{,}2\ \text{A}) = 0{,}5\ \text{W}$ com uma potência total demandada de 50 x 0,5 W = 25 W.

Uma representação esquemática de um conjunto de lâmpadas visto na Figura 5.78(a) é mostrado na Figura 5.79(a). Observe que apenas uma lâmpada pisca-pisca é necessária. Como as lâmpadas estão em série, quando a lâmpada pisca-pisca interromper a corrente, ela desligará todas as outras. De acordo com o que é mostrado na Figura 5.78(b), a lâmpada pisca-pisca tem incorporada uma chave térmica constituída por um par bimetálico que abre o circuito quando aquecido pela corrente a uma determinada temperatura. Assim que essa chave térmica abre, o resfriamento é iniciado até que a chave seja novamente fechada, de maneira que a corrente volte a circular nas lâmpadas. Isso então provocará um novo aquecimento, uma nova abertura, e todo o processo se repetirá. O re-

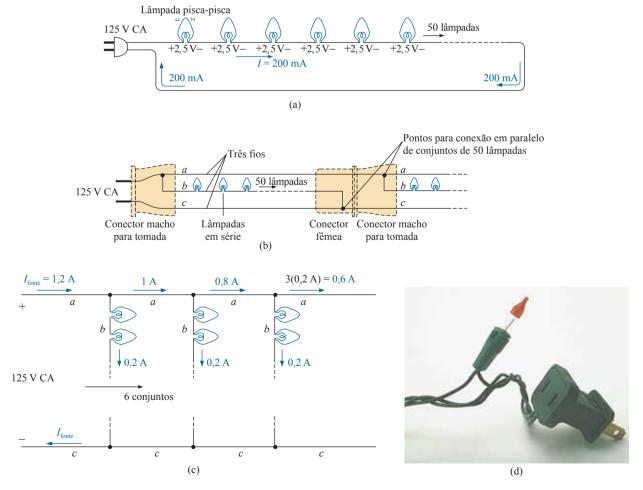



Figura 5.79 (a) Diagrama elétrico de um único conjunto de lâmpadas; (b) configuração especial na ligação dos fios; (c) diagrama esquemático redesenhado; (d) conector macho especial para tomada e uma lâmpada pisca-pisca.

sultado disso é que temos uma ação de liga e desliga que gera um pisca-pisca, ao qual já estamos familiarizados. Naturalmente, em climas mais frios (por exemplo, onde há neve), inicialmente será gasto um tempo maior para aquecer, de modo que a frequência do pisca-pisca será menor no início; mas no momento em que as lâmpadas se aquecerem, a frequência aumentará.

O fabricante especifica que não mais do que seis conjuntos devem ser conectados juntos. Então, a primeira pergunta que surge é: como os conjuntos podem ser conectados juntos, uma extremidade na outra, sem que se reduza a tensão em cada lâmpada, o que provocaria uma redução no brilho de todas as lâmpadas? Se a fiação for observada cuidadosamente, será possível ver como as lâmpadas são conectadas em série; existe um fio que passa por todas as lâmpadas, além de dois outros fios que passam de uma tomada para outra. Por que colocaram dois fios a mais se as lâmpadas estão conectadas em série? A resposta baseia-se no fato de que, quando todos os conjuntos estão conectados juntos, eles estão, na realidade, conectados em paralelo (a ser discutido no próximo capítulo). Essa configuração singular da fiação é mostrada na Figura 5.79(b) e redesenhada na Figura 5.79(c). Note que a linha superior é a linha 'quente' (energizada) para todos os conjuntos conectados, e a linha de baixo é o retorno, neutro ou GND para todos os conjuntos. Através do conector macho para tomada, mostrado na Figura 5.79(d), a fase e o retorno são conectados em cada conjunto de lâmpadas, sendo que as conexões com os pinos de metal do conector macho são feitas conforme mostra a Figura 5.79(b). Veremos no próximo capítulo que a corrente drenada da tomada na parede por cargas em paralelo é a soma das correntes de cada ramo. O resultado, como mostra a Figura 5.79(c), é que a corrente drenada da fonte é 6 × 200 mA = 1,2 A, e a potência total dos seis conjuntos é o produto da tensão aplicada pela corrente fornecida pela fonte, ou seja, (120 V)(1,2 A) = 144 W, sendo 144 W/6 = 24 W por conjunto.

Forno de micro-ondas

Os circuitos com dispositivos em série podem ser muito úteis no projeto de segurança de equipamentos. Embora reconheçamos a utilidade do forno de micro-ondas, ele pode ser bastante perigoso se a porta não for fechada ou vedada adequadamente. Não é suficiente testar em apenas um ponto em torno da porta para verificar se ela está fechada, porque a porta pode estar encurvada ou torta em função do uso contínuo. Uma configuração segura, que é usada normalmente, é mostrada na Figura 5.80. Observe que as chaves magnéticas estão posicionadas em volta da porta, com o ímã na própria porta e a chave magnética da porta na estrutura principal. As chaves magnéticas são simplesmente chaves nas quais o ímã atrai uma barra condutora magnética entre dois contatos para fechar o circuito — algo sugerido pelo símbolo do dispositivo no diagrama do circuito mostrado na Figura 5.80. Visto que as chaves magnéticas estão todas em série, todas têm de ser fechadas para que o circuito seja fechado e a unidade de potência seja ligada. Se a porta estiver suficientemente fora do formato evitando que um único ímã não esteja próximo o suficiente para fechar o mecanismo da chave, o

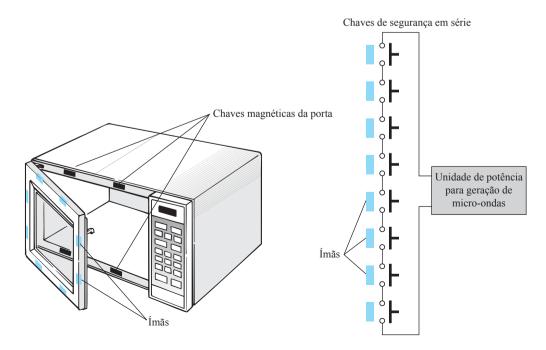



Figura 5.80 Chaves de segurança conectadas em série em um forno de micro-ondas.

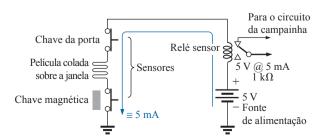
circuito não será fechado, e a unidade de potência não será ligada. Dentro da unidade de controle da fonte de potência, os elementos em série fecharão um circuito que comanda a operação, ou a corrente será detectada e monitorada de modo a controlar a operação do sistema.

Circuito de alarme com elementos em série

O circuito mostrado na Figura 5.81 é um circuito de alarme simples. Observe que todos os elementos do projeto estão configurados em série. A fonte de alimentação é uma fonte contínua de 5 V que pode ser obtida por meio de um projeto similar ao mostrado na Figura 2.33, ou uma bateria CC, ou ainda uma combinação de uma fonte CA e uma fonte CC para garantir que a bateria sempre esteja com plena carga. Se todos os sensores estiverem fechados, circulará uma corrente de 5 mA, porque a resistência do relé é de cerca de 1 kΩ. Essa corrente energiza o relé mantendo o alarme no estado desativado. Entretanto, se algum dos sensores abrir, a corrente será interrompida, o relé desativará e o circuito do alarme será energizado. Usando fios relativamente curtos e alguns sensores, o sistema deve funcionar bem, já que as quedas de tensões serão muito pequenas. Mas, como os fios do alarme geralmente são finos, eles apresentarão um valor de resistência mensurável se os fios para os sensores forem muito longos, podendo ocorrer uma queda de tensão suficiente através da linha, reduzindo a tensão no relé a um valor com o qual o alarme não opere adequadamente. Desse modo, o comprimento do fio é um fator que tem de ser considerado se uma configuração em série for usada. Uma sensibilidade adequada ao comprimento da linha removeria qualquer preocupação em relação à operação do sistema. Um projeto aperfeiçoado é descrito no Capítulo 8.

5.14 ANÁLISE COMPUTACIONAL

PSpice

Na Seção 4.9, foi apresentado o procedimento básico para instalação da pasta PSpice e a execução de um programa. Em função dos detalhes mostrados naquela seção, seria bom revisá-la antes de prosseguir com esse exemplo. Isso porque esse exemplo é apenas o segundo em que usamos o PSpice, e alguns detalhes a serem apresentados não terão a mesma abordagem da Seção 4.9.

O circuito a ser analisado é mostrado na Figura 5.82. Você usará a **PSpice** criada na Seção 4.9. Um duplo clique no ícone **OrCAD 10.0 DEMO/CAPTURE CIS** fará aparecer a janela. Um novo projeto é então iniciado ativando-se, na parte superior esquerda da tela, o botão **Create document** (esse botão tem estampado o desenho de uma página com uma estrela no canto superior esquerdo). O resultado é o aparecimento da caixa de diálogo **New Project** na qual é inserido **PSpice 5-1** como nome (**Name**). A opção **Analog or Mixed A/D** já está selecionada, e **PSpice** aparece como **Location.** Clique em **OK** e a caixa de diálogo **Create PSpice Project** aparecerá. Selecione **Create a blank project**, clique em **OK** e a janela de trabalho aparecerá. Arrastando a borda esquerda da janela **SCHEMATIC1:PAGE1** para o lado direito, você visualizará ambas as telas. Clicando no sinal + na janela **Project Manager**, serão visualizados os subníveis até **PAGE1**. Se preferir alterar o nome **SCHEMATIC1**, selecione-o e clique com o botão direito do mouse. Uma lista aparecerá, e nela você verá uma opção denominada **Rename**; ao selecioná-la, aparecerá a caixa de diálogo **Rename Schematic**, insira **PSpice 5-1**. A Figura 5.83 mostra que o nome **SCHEMATIC1** foi mantido.

O próximo passo é importante. Se a barra de ferramentas na borda direita não estiver visível, dê um clique com o botão esquerdo em qualquer lugar da tela **SCHEMATIC1:PAGE1**. Para começar a construir o circuito, selecione o botão **Place part** para obter a caixa de diálogo **Place Part**. Observe que agora a biblioteca **SOURCE** aparece na lista **Library** (dos esforços do Capítulo 4). Selecione **SOURCE**, e uma lista de fontes aparecerá embaixo de **Part List**, sendo que **VDC** pode ser selecionada. Clique em **OK** e, movendo o cursor, coloque-a na área de trabalho com um clique apenas no botão esquerdo do mouse. Clique com o botão direito do

Figura 5.81 Circuito de um alarme com elementos em série.

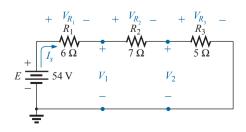



Figura 5.82 Diagrama de um circuito CC em série a ser analisado usando o PSpice.

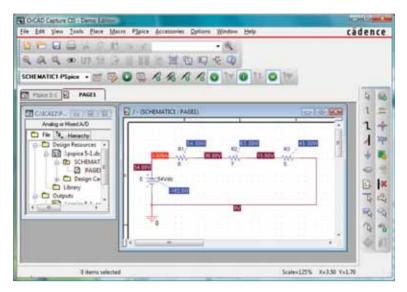



Figura 5.83 Uso do PSpice na análise de um circuito CC em série.

mouse e selecione **End Mode** para finalizar o processo, já que o circuito tem apenas uma fonte. Com mais um clique no botão esquerdo do mouse, a fonte será fixada no local. Agora, selecione novamente o botão **Place a part** seguido da biblioteca **ANALOG** para encontrar o resistor **R**. Uma vez selecionado o resistor e dado um clique em **OK**, o resistor aparecerá na tela junto ao cursor. Dessa vez, como é necessário colocar três resistores, não há necessidade de ativar **End Mode** entre a colocação de cada resistor na área de trabalho. Simplesmente clique uma vez em um local escolhido, clique uma segunda vez em outro local e, finalmente, uma terceira vez para colocar o terceiro resistor. Em seguida, clique com o botão direito do mouse para finalizar o processo com **End Mode**. Finalmente, tem de ser acrescentado ao circuito um **GND** selecionando o botão apropriado e ativando **0/SOURCE** na caixa de diálogo **Place Ground**. Clique em **OK** e coloque o GND conforme mostra a Figura 5.83.

Conecte os elementos usando o botão **Place a wire** para obter o sinal de uma cruz na tela. Comece pela extremidade superior da fonte de tensão clicando com o botão esquerdo do mouse e desenhe o fio clicando com o botão esquerdo em cada ponto em que for necessário um giro de 90°. Quando um fio estiver conectado de um elemento a outro, mova o cursor para a próxima conexão; não é necessário ativar **End Mode** entre as conexões. Agora os rótulos e valores têm de ser selecionados com um duplo clique em cada parâmetro para que se obtenha a caixa de diálogo **Display Properties**. Como ela aparece com a quantidade de interesse em um fundo azul, simplesmente digite o rótulo ou o valor, seguido de um clique em **OK**. O circuito agora está completo e pronto para ser analisado.

Antes da simulação, selecione **V**, **I** e **W** na barra de ferramentas na parte superior da janela para garantir que tensões, correntes e potências sejam mostradas na tela. Para realizar uma simulação, selecione o botão **New Simulation Profile** (que aparece como uma folha de dados, na segunda barra de ferramentas de cima para baixo, com uma estrela no canto superior esquerdo) para obter a caixa de diálogo **New Simulation**. Digite o nome **Bias Point** abaixo de **Name** para uma solução CC (dc) e acione o botão **Create**. Uma caixa de diálogo **Simulation Settings-Bias Point** aparecerá e **Analisys** estará selecionada, e **Bias Point** é encontrada sob o título de **Analysis type**. Clique em **OK** e, em seguida, selecione o botão **Run PSpice** (uma seta azul) para iniciar a simulação. Feche a janela resultante. A tela exibida (mostrada na Figura 5.83) indica que a corrente é de 3 A para o circuito, tendo 15 V através de R_3 e 36 V a partir de um ponto entre R_1 e R_2 em relação a GND. A tensão através de R_2 é 36 V – 15 V = 21 V, e a tensão através de R_1 é 54 V – 36 V = 18 V. A potência fornecida e dissipada por cada elemento também é mostrada.

Multisim

A construção do circuito na Figura 5.84 usando o Multisim é simplesmente uma extensão do procedimento delineado no Capítulo 4. Para cada elemento resistivo ou medidor, o processo é repetido. O rótulo para cada um aumenta em um na medida em que resistores ou medidores adicionais são acrescentados. Lembre-se de que discutimos no Capítulo 4 que era preciso acrescentar os medidores antes de se conectar os elementos porque os medidores precisam de espaço e têm de ser polarizados adequadamente. A corrente será determinada pelo amperí-

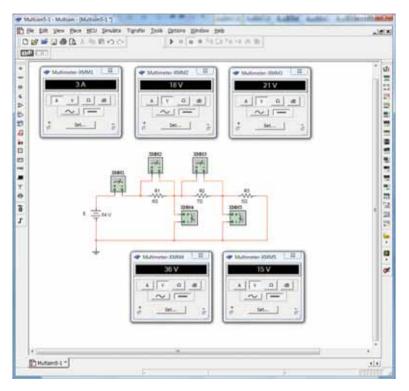



Figura 5.84 Uso do Multisim na análise de um circuito CC em série.

metro **XMM1**, e a tensão pelos medidores desde **XMM2** até **XMM5**. Como um item de particular importância, note que:

no Multisim, os medidores são conectados exatamente da mesma maneira em que são colocados em um circuito real no laboratório. Os amperímetros são conectados em série com o ramo no qual a corrente tem de ser medida, e os voltímetros são conectados entre os dois pontos de interesse (sobre os resistores). Além disso, para uma leitura positiva, os amperímetros são conectados de forma que a corrente, considerando-se o sentido convencional, entre pelo terminal positivo, e os voltímetros são conectados de modo que o ponto de maior potencial seja conectado ao terminal positivo.

Os ajustes do medidor são feitos a partir de um duplo clique no símbolo do medidor situado no diagrama. Conforme o caso, **V** ou **I** tem de ser escolhido, porém o botão com a linha horizontal, para a análise CC, é o mesmo para todos. Novamente, o botão **Set** pode ser selecionado para saber quais são os ajustes, porém os valores default de resistência de entrada do medidor serão adequados para todas as análises descritas neste livro. Posicione os medidores (multimeters) na tela de modo a visualizar, após a simulação, os valores de corrente e das diversas tensões.

Lembre-se do que foi estudado no Capítulo 4; os elementos podem ser movidos simplesmente ao se clicar em cada símbolo no esquema e arrastá-los para o local desejado. O mesmo pode ser dito em relação a rótulos e valores. Eles são alterados por meio de um duplo clique, no rótulo ou no valor, e da consequente inserção do novo dado. Ao clicar em **OK**, eles aparecerão alterados no esquema. Não é necessário selecionar um botão especial para conectar os elementos. Coloque o cursor no ponto inicial para obter um pequeno círculo sobre uma cruz. Clique nesse ponto e percorra o caminho desejado até o próximo ponto. Quando o cursor estiver nesse outro ponto, clique novamente e a linha aparecerá. Todas as linhas de conexão são feitas com ângulos de 90°. Entretanto, não é possível estabelecer um caminho em diagonal de um ponto a outro. Para remover qualquer elemento, rótulo ou linha, clique sobre o item desejado obtendo o estado ativo deste, representado por quatro pequenos quadrados, e acione a tecla **Delete** ou o botão com a tesoura situado na barra do menu superior.

Lembre-se de que vimos no Capítulo 4 que você pode iniciar a simulação através da sequência **Simulate-Run** selecionando a tecla verde **Run** ou passando a **Simulate Switch** para a posição **1**.

Observe a partir dos resultados que a soma das tensões medidas por XMM2 e XMM4 é igual à tensão aplicada. Todos os medidores são considerados ideais,

de maneira que não há queda de tensão através do amperímetro XMM1. Além disso, eles não afetam o valor da corrente medida por XMM1. Todos os voltímetros têm essencialmente uma resistência interna infinita, enquanto todos os amperímetros têm uma resistência interna zero. É claro, medidores podem ser configurados para qualquer valor não ideal usando-se a opção **Set**. Observe também que a soma das tensões medidas por XMM3 e XMM5 é igual àquela medida por XMM4, como exige a lei de Kirchhoff para tensões.

PROBLEMAS

Seção 5.2 Resistores em série

1. Para cada configuração na Figura 5.85, descubra os elementos (fontes de tensão e/ou resistores) individuais (não combinações de todos eles) que estão em série. Se necessário, use o fato de que os elementos em série têm a mesma corrente. Simplesmente liste aqueles que não satisfazem as condições para uma relação em série. Aprenderemos mais a respeito de outras combinações mais tarde.

2. Descubra a resistência total R_T para cada configuração na Figura 5.86. Observe que apenas valores de resistores padrão foram usados.

3. Para cada placa de circuito na Figura 5.87, descubra a resistência total entre as conexões 1 e 2.

4. Para o circuito na Figura 5.88, composto de valores-padrão:

a) qual resistor terá o maior impacto sobre a resistência total?

b) em uma base aproximada, quais resistores podem ser ignorados ao se determinar a resistência total?

c) descubra a resistência total e comente seus resultados para as partes (a) e (b).

5. Para cada configuração na Figura 5.89, determine a leitura do ohmímetro.

6. Descubra a resistência R, dada a leitura do ohmímetro para cada configuração na Figura 5.90.

7. Qual é a leitura do ohmímetro para cada configuração na Figura 5.91?

Seção 5.3 Circuitos em série

8. Para a configuração em série na Figura 5.92, construída de valores-padrão:

a) descubra a resistência total;

b) calcule a corrente;

c) descubra a tensão através de cada elemento resistivo;

d) calcule a potência fornecida pela fonte;

e) descubra a potência fornecida para o resistor de 18 Ω.

9. Para a configuração em série na Figura 5.93, construída usando resistores de valor padrão:

a) sem fazer um único cálculo, qual elemento resistivo terá a maior tensão através dele? Qual terá a menor?

b) qual resistor terá maior impacto sobre a resistência total e sobre a corrente resultante? Descubra a resistência total e a corrente.

c) descubra a tensão através de cada elemento e reveja sua resposta para a parte (a).

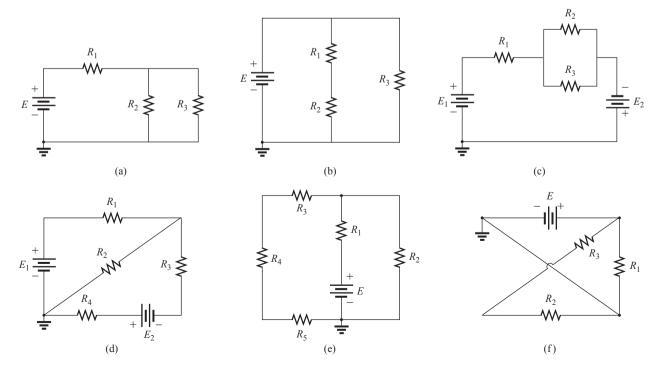



Figura 5.85 Problema 1.

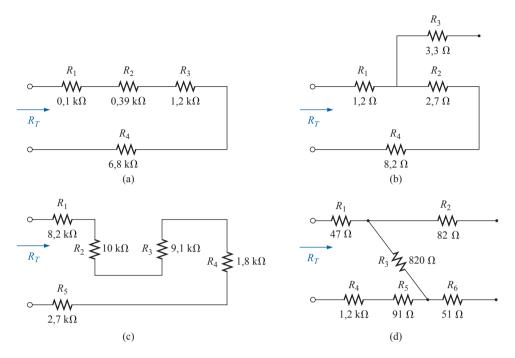



Figura 5.86 Problema 2.

Figura 5.88 Problema 4.

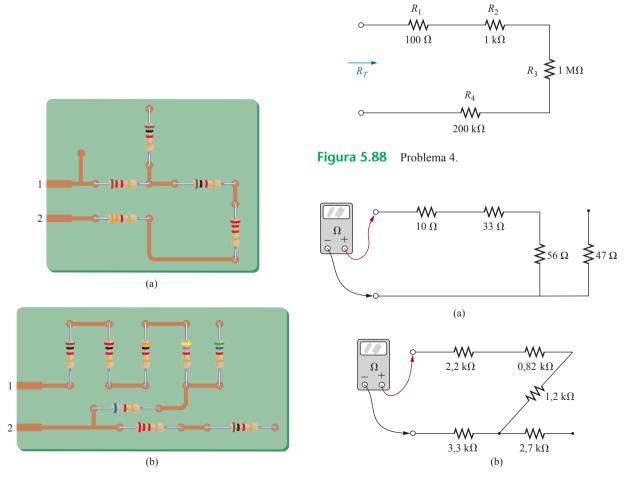



Figura 5.87 Problema 3.

Figura 5.89 Problema 5.

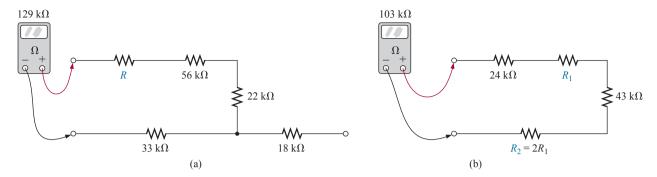



Figura 5.90 Problema 6.

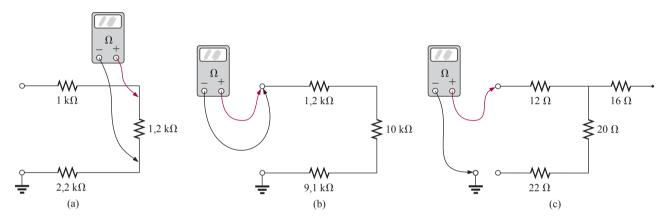



Figura 5.91 Problema 7.

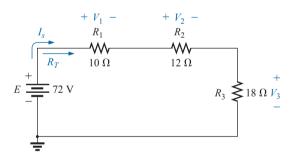



Figura 5.92 Problema 8.

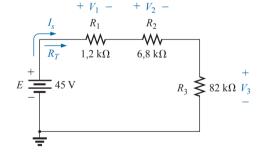



Figura 5.93 Problema 9.

10. Descubra a tensão necessária para desenvolver a corrente especificada em cada circuito da Figura 5.94.

11. Para cada circuito na Figura 5.95, construída de valores-padrão, determine:
- **a)** a corrente I;
- **b)** a tensão da fonte E;
- **c)** a resistência desconhecida;
- **d)** a tensão através de cada elemento.

12. Para cada configuração na Figura 5.96, quais são as leituras do amperímetro e do voltímetro?

Seção 5.4 Distribuição de potência em um circuito em série

13. Para o circuito na Figura 5.97, construído de resistores de valor-padrão:
- **a)** descubra a resistência total, a corrente e a tensão através de cada um dos elementos;
- **b)** descubra a potência fornecida para cada resistor;
- **c)** calcule a potência total fornecida para todos os resistores;
- **d)** descubra a potência fornecida pela fonte;
- **e)** como a potência fornecida pela fonte se compara com aquela fornecida para todos os resistores?
- **f)** qual resistor recebeu mais potência? Por quê?

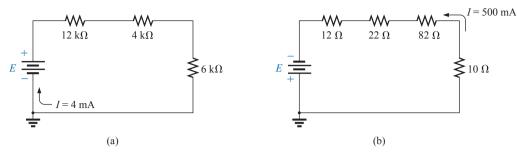



Figura 5.94 Problema 10.

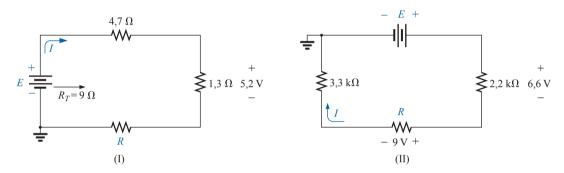



Figura 5.95 Problema 11.

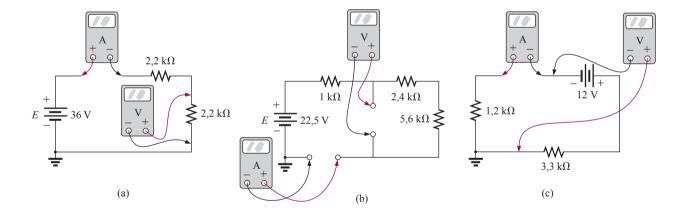



Figura 5.96 Problema 12.

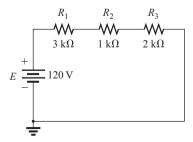



Figura 5.97 Problema 13.

g) o que aconteceu com toda a potência fornecida aos resistores?

h) se os resistores estão disponíveis com especificações de potência de 1/2, 1, 2 e 5 W, qual especificação de potência mínima pode ser usada para cada resistor?

14. Descubra as quantidades desconhecidas para o circuito da Figura 5.98 usando a informação fornecida.

15. Descubra as quantidades desconhecidas para o circuito da Figura 5.99 usando a informação fornecida.

16. Oito luzes de Natal estão conectadas em série como mostra a Figura 5.100.

a) Se o conjunto está conectado a uma fonte de 120 V, qual é a corrente através das lâmpadas se cada lâmpada tem uma resistência interna de 28⅛ Ω?
b) Determine a potência fornecida a cada lâmpada.
c) Calcule a queda de tensão através de cada lâmpada.
d) Se uma lâmpada queimar (isto é, se o filamento se abrir), qual será o efeito sobre as lâmpadas restantes? Por quê?

***17.** Para as condições especificadas na Figura 5.101, determine a resistência desconhecida.

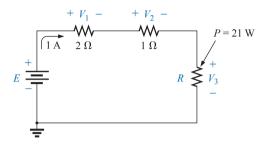



Figura 5.98 Problema 14.

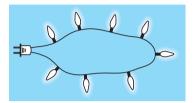



Figura 5.100 Problema 16.

Figura 5.99 Problema 15.

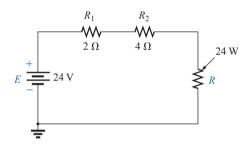



Figura 5.101 Problema 17.

Seção 5.5 Fontes de tensão em série

18. Combine as fontes de tensão em série na Figura 5.102 em uma única fonte de tensão entre os pontos *a* e *b*.

19. Determine a corrente *I* e seu sentido para cada circuito mostrado na Figura 5.103. Antes de calcular a corrente *I*, redesenhe cada circuito com uma única fonte de tensão.

20. Descubra a fonte de tensão desconhecida e o resistor para os circuitos na Figura 5.104. Primeiro, combine as fontes de tensão em série em uma única fonte. Indique a direção da corrente resultante.

Seção 5.6 Lei de Kirchhoff para tensões

21. Usando a lei de Kirchhoff para tensões, descubra as tensões desconhecidas para os circuitos na Figura 5.105.

22. **a)** Descubra a corrente *I* para o circuito da Figura 5.106.
b) Descubra a tensão V_2.
c) Descubra a tensão V_1 usando a lei de Kirchhoff para tensões.

23. Usando a lei de Kirchhoff para tensões, determine as tensões desconhecidas para os circuitos em série na Figura 5.107.

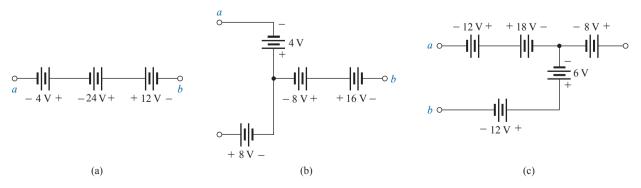



Figura 5.102 Problema 18.

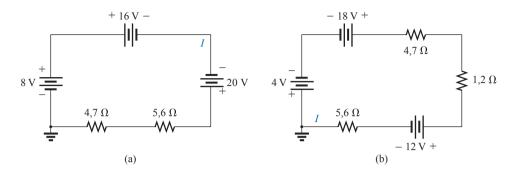



Figura 5.103 Problema 19.

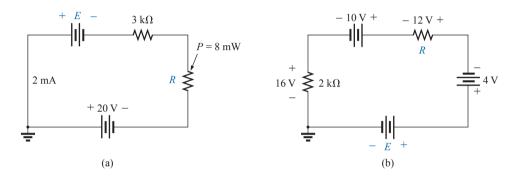



Figura 5.104 Problema 20.

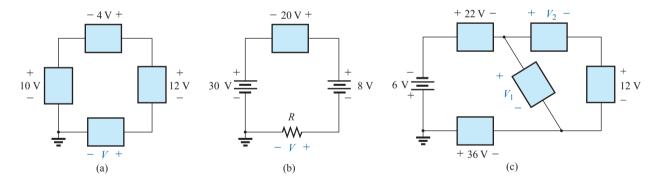



Figura 5.105 Problema 21.

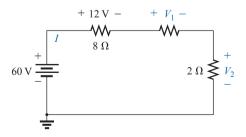



Figura 5.106 Problema 22.

24. Usando a lei de Kirchhoff para tensões, descubra as tensões desconhecidas para a configuração na Figura 5.108.

Seção 5.7 Divisão de tensão em um circuito em série

25. Determine os valores dos resistores desconhecidos na Figura 5.109 usando apenas os níveis de tensão fornecidos. Não calcule a corrente!

26. Para a configuração na Figura 5.110, com valores de resistor padrão responda:

- **a)** por inspeção, qual resistor receberá a porção maior da tensão aplicada? Por quê?
- **b)** quão maior será a tensão V_3 em comparação a V_2 e a V_1?
- **c)** descubra a tensão através do maior resistor usando a regra dos divisores de tensão;
- **d)** descubra a tensão através de uma combinação em série de resistores R_2 e R_3.

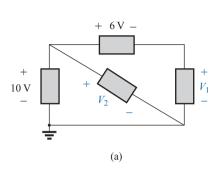



Figura 5.107 Problema 23.

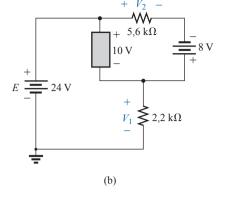
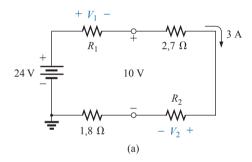



Figura 5.108 Problema 24.

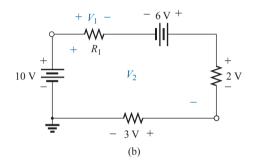
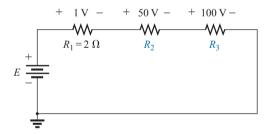



Figura 5.109 Problema 25.

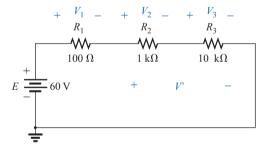



Figura 5.110 Problema 26.

27. Usando a regra dos divisores de tensão, descubra as tensões indicadas na Figura 5.111.

28. Usando a regra dos divisores de tensão ou a lei de Kirchhoff para tensões, determine as tensões desconhecidas para as configurações na Figura 5.112. Não calcule a corrente!

29. Usando a informação fornecida, descubra as quantidades desconhecidas da Figura 5.113.

***30.** Usando a regra dos divisores de tensão, descubra a resistência desconhecida para a configuração na Figura 5.114.

31. a) Projete um circuito divisor de tensão que permitirá o uso de uma lâmpada de 8 V, 50 mA em um automóvel com um sistema elétrico de 12 V.

b) Qual é a especificação de potência mínima do resistor escolhido se resistores de 1/4, 1/2 e 1 W estão disponíveis?

***32.** Projete o divisor de tensões na Figura 5.115 de tal maneira que $V_{R_1} = 1/5 V_{R_1}$. Isto é, calcule R_1 e R_2.

***33.** Descubra a tensão através de cada resistor na Figura 5.116 se $R_1 = 2R_3$ e $R_2 = 7R_3$.

***34. a)** Projete o circuito na Figura 5.117 de tal maneira que $V_{R_2} = 3V_{R_1}$ e $V_{R_3} = 4V_{R_2}$.

b) Se a corrente é reduzida a 10 μA, quais são os novos valores de R_1, R_2 e R_3? Como eles se comparam aos resultados da parte (a)?

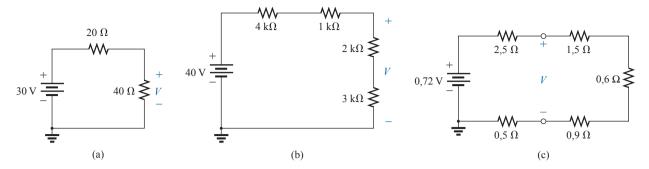



Figura 5.111 Problema 27.

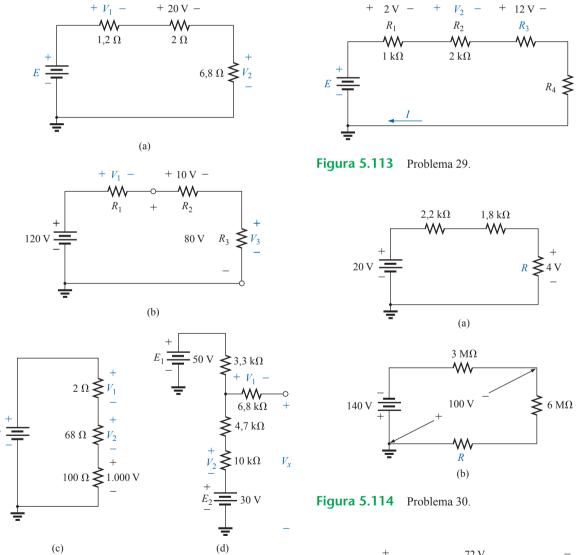



Figura 5.112 Problema 28.

Figura 5.113 Problema 29.

Figura 5.114 Problema 30.

Figura 5.115 Problema 32.

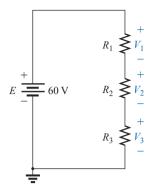



Figura 5.116 Problema 33.

Figura 5.117 Problema 34.

SEÇÃO 5.9 Notação

35. Determine as tensões V_a, V_b e V_{ab} para os circuitos mostrados na Figura 5.118.

36. a) Determine a corrente I (com o sentido) e a tensão V (com a polaridade) para os circuitos mostrados na Figura 5.119.

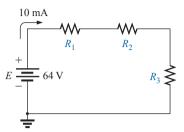
b) Descubra a tensão V_a.

37. Para o circuito mostrado na Figura 5.120, determine as tensões a seguir:

a) V_a, V_b, V_c, V_d, V_e

b) V_{ab}, V_{dc}, V_{cb}

c) V_{ac}, V_{db}

***38.** Dadas as informações que aparecem na Figura 5.121, descubra o nível de resistência para R_1 e R_3.

39. Determine os valores de R_1, R_2, R_3 e R_4 para o divisor de tensões da Figura 5.122 se a corrente da fonte é 16 mA.

40. Para o circuito na Figura 5.123, determine as tensões a seguir:

a) V_a, V_b, V_c, V_d

b) V_{ab}, V_{cb}, V_{cd}

c) V_{ad}, V_{ca}

***41.** Para o circuito integrado na Figura 5.124, determine V_0, V_4, V_7, V_{10}, V_{23}, V_{30}, V_{67}, V_{56} e I (valor absoluto e sentido).

***42.** Para o circuito integrado na Figura 5.125, determine V_0, V_3, V_2, V_{23}, V_{12} e I_i.

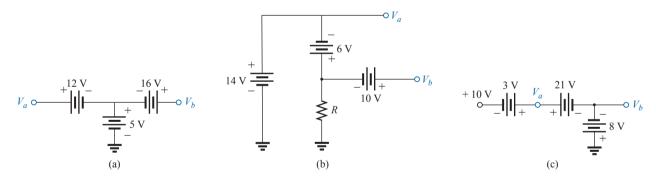



Figura 5.118 Problema 35.

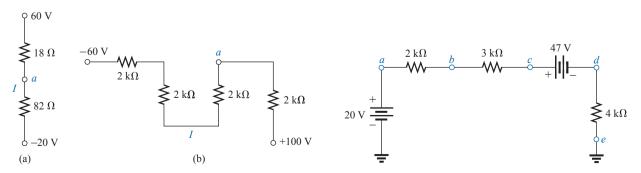



Figura 5.119 Problema 36.

Figura 5.120 Problema 37.

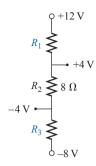



Figura 5.121 Problema 38.

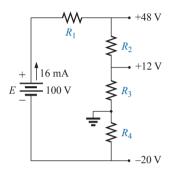



Figura 5.122 Problema 39.

Figura 5.123 Problema 40.

Figura 5.124 Problema 41.

Figura 5.125 Problema 42.

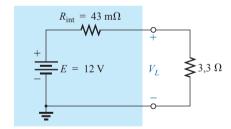



Figura 5.126 Problema 44.

Figura 5.127 Problema 45.

Seção 5.10 Regulação de tensão e resistência interna das fontes de tensão

43. **a)** Descubra a resistência interna de uma bateria que tem uma saída sem carga de 60 V e que fornece uma corrente de plena carga de 2 A para uma carga de 28 Ω.

b) Descubra a regulação de tensão da fonte.

44. **a)** Descubra a tensão para a carga (condições de plena carga) para a fonte na Figura 5.126.

b) Descubra a regulação de tensão da fonte.

c) Quanto de potência é fornecido pela fonte e perdido para a resistência interna sob condições de plena carga?

Seção 5.11 Efeitos de carga dos instrumentos

45. **a)** Determine a corrente através do circuito na Figura 5.127.

b) Se um amperímetro com uma resistência interna de 250 Ω é inserido no circuito na Figura 5.127, qual efeito ele terá sobre o nível de corrente?

c) A diferença no nível de corrente é uma questão importante para a maioria das aplicações?

Seção 5.14 Análise computacional

46. Use o computador para verificar os resultados do Exemplo 5.4.

47. Use o computador para verificar os resultados do Exemplo 5.5.

48. Use o computador para verificar os resultados do Exemplo 5.15.

GLOSSÁRIO

Circuito: Combinação de certo número de elementos interligados que proporciona ao menos um caminho fechado pelo qual as cargas podem fluir.

Circuito em série: Configuração de circuito na qual os elementos têm apenas um ponto de conexão em comum, e na qual os terminais não estão ligados a um terceiro elemento pelo qual passa uma corrente.

Dispositivo de dois terminais: Qualquer elemento ou componente com dois terminais externos para conexão com uma configuração de circuito.

Lei de Kirchhoff para tensões (LKT): A soma algébrica das elevações e das quedas de tensão em uma malha (ou caminho) fechada é zero.

Malha fechada: Qualquer conexão contínua de ramos que permite seguir um caminho partindo de um ponto em um sentido e retornando ao mesmo ponto no sentido oposto sem deixar o circuito.

Protoboard breadboard: Placa lisa com um conjunto-padrão de buracos conectados condutivamente projetada para aceitar cabos de diâmetro 24 e componentes com fios com aproximadamente o mesmo diâmetro.

Regra dos divisores de tensão: Método pelo qual uma tensão em um circuito em série pode ser determinada sem que seja necessário calcular a corrente no circuito.

Regulação de tensão: Valor percentual que fornece uma indicação das variações da tensão de saída de uma fonte causadas por variações na carga.

Resistência interna: Resistência inerente encontrada internamente em qualquer fonte de energia.

Circuitos em paralelo

Objetivos

- Familiarizar-se com as características de um circuito em paralelo e aprender como solucionar problemas relativos a tensão, a corrente e a potência de cada elemento.
- Desenvolver uma compreensão clara da lei de Kirchhoff para tensões e sua importância na análise de circuitos elétricos.
- Informar-se de como a corrente fornecida pela fonte se dividirá entre elementos paralelos e de como aplicar de maneira apropriada a regra do divisor de corrente.
- Entender o impacto de circuitos abertos e curtos-circuitos no comportamento de circuitos.
- Aprender a usar um ohmímetro, um voltímetro e um amperímetro para medir os importantes parâmetros de um circuito paralelo.

6.1 INTRODUÇÃO

Duas configurações básicas para circuitos, em série e em paralelo, constituem a essência de alguns dos circuitos mais complexos. Uma compreensão clara de cada uma delas será de enorme proveito quando estudarmos métodos e circuitos mais complexos. A conexão em série foi estudada em detalhes no capítulo anterior. Agora, analisaremos o **circuito em paralelo**, juntamente com todos os métodos e leis associados a essa importante configuração.

6.2 RESISTORES EM PARALELO

O termo *paralelo* é usado com tanta frequência para descrever um arranjo físico entre dois elementos que a maioria dos indivíduos tem noção de suas características gerais.

Em geral,

dois elementos, ramos ou resistores estão em paralelo se tiverem dois pontos em comum.

Por exemplo, na Figura 6.1(a), os dois resistores estão em paralelo porque estão conectados nos pontos *a* e *b*. Se ambas as extremidades *não* estivessem conectadas como mostra a figura, os resistores não estariam em paralelo. Na Figura 6.1(b), os resistores R_1 e R_2 estão em paralelo porque novamente têm os pontos *a* e *b* em comum. O resistor R_1 não está em paralelo com R_3 porque eles estão conectados somente em um ponto (*b*). Ademais, R_1 e R_3 não estão em série porque uma terceira conexão aparece no ponto *b*. O mesmo pode ser dito dos resistores R_2 e R_3. Na Figura 6.1(c), os resistores R_1 e R_2 estão em série porque eles têm apenas um ponto em comum que não está conectado em outro lugar no circuito. Os resistores R_1 e R_3 não estão em paralelo porque eles têm apenas o ponto *a* em comum. Além disso, eles não estão em série devido à terceira conexão ao ponto *a*. O mesmo pode ser dito dos resistores R_2 e R_3. Em um contexto mais amplo, pode-se dizer que a combinação em série dos resistores R_1 e R_2 está em paralelo com o resistor R_3 (essa opção será aprofundada no Capítulo 7). Mais ainda, apesar dessa discussão ter sido apenas sobre resistores, ela pode ser aplicada a quaisquer elementos de dois terminais, como fontes de tensão e medidores.

Em representações esquemáticas, a combinação em paralelo pode aparecer de vários modos, como mostra a Figura 6.2. Em cada caso, os três resistores estão em paralelo. Todos eles têm os pontos *a* e *b* em comum.

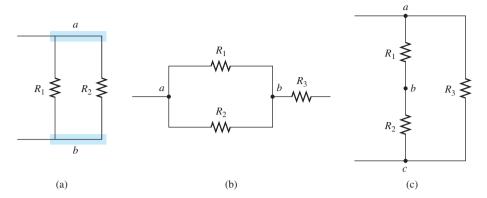



Figura 6.1 (a) Resistores em paralelo; (b) R_1 e R_2 estão em paralelo; (c) R_3 está em paralelo com a combinação em série de R_1 e R_2.

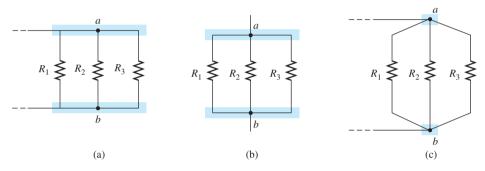



Figura 6.2 Representações esquemáticas de três resistores em paralelo.

Para resistores em paralelo como os mostrados na Figura 6.3, a resistência total é determinada a partir da seguinte equação:

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \cdots + \frac{1}{R_N} \qquad (6.1)$$

Tendo em vista que $G = 1/R$, a equação também pode ser escrita em termos dos níveis de condutância como a seguir:

$$G_T = G_1 + G_2 + G_3 + \ldots + G_N \quad \text{(siemens, S)} \qquad (6.2)$$

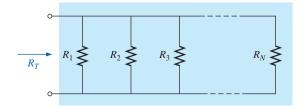



Figura 6.3 Combinação em paralelo de resistores.

que é coerente com o formato com a equação para a resistência total de resistores em série: $R_T = R_1 + R_2 + R_3 + \ldots + R_N$. O resultado dessa dualidade é que você pode ir de uma equação para a outra ao intercambiar, simplesmente, R por G.

Em geral, entretanto, quando a resistência total é desejada, o formato a seguir deve ser aplicado:

$$R_T = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \ldots + \frac{1}{R_N}} \qquad (6.3)$$

De maneira bastante óbvia, a Equação 6.3 não é tão 'limpa' quanto a equação para a resistência total de resistores em série. Você tem de tomar cuidado ao lidar com todas as divisões em 1. A característica mais importante dessa equação, entretanto, é que ela pode ser aplicada a qualquer número de resistores em paralelo.

EXEMPLO 6.1

a) Descubra a condutância total do circuito em paralelo na Figura 6.4.
b) Descubra a resistência total do mesmo circuito usando os resultados da parte (a) e a Equação 6.3.

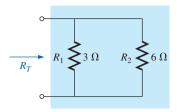



Figura 6.4 Resistores em paralelo para o Exemplo 6.1.

Soluções:

a) $G_{1\pi} = \frac{1}{R_1} = \frac{1}{3\,\Omega} = 0{,}333$ S

$G_2 = \frac{1}{R_2} = \frac{1}{6\,\Omega} = 0{,}167$ S

e $G_T = G_1 + G_2 = 0{,}333\text{ S} + 0{,}167\text{ S} = \mathbf{0{,}5\ S}$

b) $R_T = \frac{1}{G_T} = \frac{1}{0{,}5\text{ S}} = \mathbf{2\ \Omega}$

A aplicação da Equação 6.3 resulta em:

$$R_T = \frac{1}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}} = \frac{1}{\frac{1}{3\,\Omega}+\frac{1}{6\,\Omega}}$$

$$= \frac{1}{0{,}333\text{ S}+0{,}167\text{ S}} = \frac{1}{0{,}5\text{ S}} = \mathbf{2\ \Omega}$$

EXEMPLO 6.2

a) Por inspeção, qual elemento em paralelo na Figura 6.5 tem a menor condutância? Determine a condutância total do circuito e observe se sua conclusão foi comprovada.

b) Determine a resistência total a partir dos resultados da parte (a) e da aplicação da Equação 6.3.

Soluções:

a) Tendo em vista que o resistor de 1 kΩ tem a maior resistência e, portanto, a maior oposição ao fluxo de carga (nível de condutividade), ele terá o nível mais baixo de condutância.

$$G_1 = \frac{1}{R_1} = \frac{1}{2\,\Omega} = 0{,}5\text{ S}$$

$$G_2 = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{200\,\Omega} = 0{,}005\text{ S} = 5\text{ mS}$$

$$G_3 = \frac{1}{R_3} = \frac{1}{1\text{ k}\Omega} = \frac{1}{1.000\,\Omega} = 0{,}001\text{ S} = 1\text{ mS}$$

$$G_T = G_1 + G_2 + G_3 = 0{,}5\text{ S} + 5\text{ mS} + 1\text{ mS} = \mathbf{506\ mS}$$

Observe a diferença no nível de condutância entre o resistor de 2 Ω (500 mS) e o resistor de 1 kΩ (1 mS).

b) $R_T = \frac{1}{G_T} = \frac{1}{506\text{ mS}} = \mathbf{1{,}976\ \Omega}$

A aplicação da Equação 6.3 resulta em

$$R_T = \frac{1}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}} = \frac{1}{\frac{1}{2\,\Omega}+\frac{1}{200\,\Omega}+\frac{1}{1\text{ k}\Omega}}$$

$$= \frac{1}{0{,}5\text{ S}+0{,}005\text{ S}+0{,}001\text{ S}} = \frac{1}{0{,}506\text{ S}} = \mathbf{1{,}98\ \Omega}$$

EXEMPLO 6.3

Descubra a resistência total da configuração na Figura 6.6.

Solução:

Primeiro, o circuito é redesenhado como mostra a Figura 6.7, para demonstrar claramente que todos os resistores estão em paralelo.

A aplicação da Equação 6.3 resulta em:

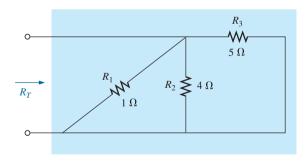



Figura 6.6 Circuito a ser investigado no Exemplo 6.3.

Figura 6.5 Resistores em paralelo para o Exemplo 6.2.

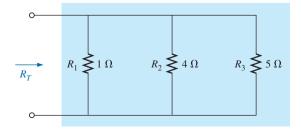



Figura 6.7 Circuito da Figura 6.6 redesenhado.

$$R_T = \frac{1}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}} = \frac{1}{\frac{1}{1\,\Omega}+\frac{1}{4\,\Omega}+\frac{1}{5\,\Omega}}$$
$$= \frac{1}{1\,\text{S}+0,25\,\text{S}+0,2\,\text{S}} = \frac{1}{1,45\,\text{S}} \cong \mathbf{0,69\,\Omega}$$

Se você analisar novamente os exemplos anteriores, verá que a resistência total é menor do que o menor resistor em paralelo. Isto é, no Exemplo 6.1, 2 Ω é menos do que 3 Ω ou 6 Ω. No Exemplo 6.2, 1,976 Ω é menos do que 2 Ω, 100 Ω e 1 kΩ; e no Exemplo 6.3, 0,69 Ω é menos do que 1 Ω, 4 Ω ou 5 Ω. Em geral, portanto,

a resistência total de resistores em paralelo é sempre menor que o valor do menor resistor.

Isso é particularmente importante quando você quer uma rápida estimativa da resistência total de uma combinação em paralelo. Para isso, simplesmente descubra o menor valor, pois você já sabe que a resistência total será menor do que esse valor. Também é uma ótima maneira de checar seus cálculos. Além disso, você descobrirá que

se a menor resistência de uma combinação em paralelo é muito menor que a dos outros resistores em paralelo, a resistência total será muito próxima do menor valor de resistência.

Esse fato fica óbvio no Exemplo 6.2, em que a resistência total de 1,976 Ω é muito próxima da menor resistência de 2 Ω.

Outra característica interessante dos resistores em paralelo é demonstrada no Exemplo 6.4.

EXEMPLO 6.4

a) Qual é o efeito da adição de outro resistor de 100 Ω em paralelo aos resistores em paralelo do Exemplo 6.1, como mostra a Figura 6.8?
b) Qual é o efeito da adição de um resistor em paralelo de 1 Ω à configuração na Figura 6.8?

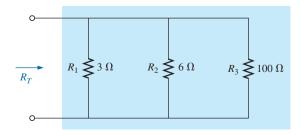



Figura 6.8 Adição de um resistor de 100 Ω em paralelo ao circuito na Figura 6.4.

Soluções:

a) A aplicação da Equação 6.3 resulta em:

$$R_T = \frac{1}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}} = \frac{1}{\frac{1}{3\,\Omega}+\frac{1}{6\,\Omega}+\frac{1}{100\,\Omega}}$$
$$= \frac{1}{0,333\,\text{S}+0,167\,\text{S}+0,010\,\text{S}} = \frac{1}{0,510\,\text{S}} = \mathbf{1,96\,\Omega}$$

A combinação em paralelo dos resistores de 3 Ω e 6 Ω resultou em uma resistência total de 2 Ω no Exemplo 6.1. O efeito da adição de um resistor em paralelo de 100 Ω teve pouco efeito sobre a resistência total, pois seu nível de resistência é significativamente mais alto (e o nível de condutância significativamente menor) que aquele dos dois outros resistores. A mudança total na resistência foi de menos de 2 por cento. Entretanto, observe que a resistência total caiu com a adição do resistor de 100 Ω.

b) A aplicação da Equação 6.3 resulta em:

$$R_T = \frac{1}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}} = \frac{1}{\frac{1}{3\,\Omega}+\frac{1}{6\,\Omega}+\frac{1}{100\,\Omega}+\frac{1}{1\,\Omega}}$$
$$= \frac{1}{0,333\,\text{S}+0,167\,\text{S}+0,010\,\text{S}+1\,\text{S}} = \frac{1}{0,51\,\text{S}}$$
$$= \mathbf{0,66\,\Omega}$$

A introdução do resistor de 1 Ω reduziu a resistência total de 2 Ω para apenas 0,66 Ω — uma redução de quase 67 por cento. O fato de que o resistor adicionado tem uma resistência menor que aquela dos outros elementos em paralelo e um terço daquela do menor elemento contribuiu para a queda significativa no nível de resistência.

Na parte (a) do Exemplo 6.4, a resistência total caiu de 2 Ω para 1,96 Ω. Na parte (b), ela caiu para 0,66 Ω. Os resultados revelam claramente que

a resistência total dos resistores em paralelo sempre cairá na medida em que novos resistores forem adicionados em paralelo, não importando seus valores.

Lembre-se de que isso é o oposto do que ocorre com os resistores em série, no qual resistores adicionais de qualquer valor aumentam a resistência total.

Para resistores iguais em paralelo, a equação para a resistência total torna-se significativamente mais fácil de ser aplicada. Para N resistores iguais em paralelo, a Equação 6.3 se transforma em:

$$R_T = \frac{1}{\frac{1}{R}+\frac{1}{R}+\frac{1}{R}+\cdots+\frac{1}{R_N}}$$

$$= \frac{1}{N\left(\frac{1}{R}\right)} = \frac{1}{\frac{N}{R}}$$

e

$$R_T = \frac{R}{N} \qquad (6.4)$$

Em outras palavras,

a resistência total de N resistores em paralelo de valor igual é a resistência de um resistor dividida pelo número (N) de resistores em paralelo.

EXEMPLO 6.5

Descubra a resistência total dos resistores em paralelo na Figura 6.9.

Solução:

A aplicação da Equação 6.4 resulta em:

$$R_T = \frac{R}{N} = \frac{12\ \Omega}{3} = \mathbf{4\ \Omega}$$

EXEMPLO 6.6

Descubra a resistência total da configuração na Figura 6.10.

Solução:

Redesenhar o circuito resulta no circuito em paralelo da Figura 6.11.

A aplicação da Equação 6.4 resulta em:

$$R_T = \frac{R}{N} = \frac{2\ \Omega}{4} = \mathbf{0{,}5\ \Omega}$$

Caso especial: dois resistores em paralelo

Na vasta maioria dos casos, apenas dois ou três resistores em paralelo terão de ser combinados. Tendo isso em mente, uma equação foi derivada para dois resistores em paralelo que é fácil de aplicar e acaba com a necessidade de continuamente se preocupar com dividir em relação à unidade e possivelmente errar a colocação da vírgula decimal. Para três resistores em paralelo, a equação a ser derivada aqui pode ser aplicada duas vezes, ou a Equação 6.3 pode ser usada.

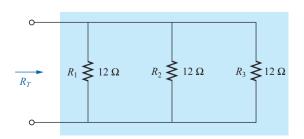



Figura 6.9 Três resistores iguais em paralelo a serem investigados no Exemplo 6.5.

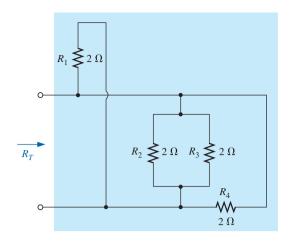



Figura 6.10 Configuração em paralelo para o Exemplo 6.6.

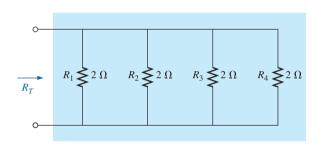



Figura 6.11 Circuito da Figura 6.10 redesenhado.

Para dois resistores em paralelo, a resistência total é determinada pela Equação 6.1:

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

A multiplicação da parte de cima e da parte de baixo de cada termo do lado direito da equação pela outra resistência resulta em:

$$\frac{1}{R_T} = \left(\frac{R_2}{R_2}\right)\frac{1}{R_1} + \left(\frac{R_1}{R_1}\right)\frac{1}{R_2} = \frac{R_2}{R_1R_2} + \frac{R_1}{R_1R_2}$$

$$\frac{1}{R_T} = \frac{R_2 + R_1}{R_1R_2}$$

e

$$R_T = \frac{R_1R_2}{R_1 + R_2} \qquad (6.5)$$

Isto é, a equação quer dizer que

a resistência total de dois resistores em paralelo é simplesmente o produto de seus valores divididos por sua soma.

EXEMPLO 6.7

Repita o Exemplo 6.1 usando a Equação 6.5.

Solução:

A Equação 6.5 resulta em:

$$R_T = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{(3\ \Omega)(6\ \Omega)}{3\ \Omega + 6\ \Omega} = \frac{18}{9}\ \Omega = \mathbf{2\ \Omega}$$

que combina com a solução anterior.

EXEMPLO 6.8

Determine a resistência total da combinação em paralelo na Figura 6.7 usando duas aplicações da Equação 6.5.

Solução:

Primeiro, os resistores de 1 Ω e 4 Ω são combinados usando-se a Equação 6.5, o que resulta no circuito reduzido da Figura 6.12.

Equação 6.4:

$$R'_T = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{(1\ \Omega)(4\ \Omega)}{1\ \Omega + 4\ \Omega} = \frac{4}{5}\ \Omega = 0{,}8\ \Omega$$

Então, a Equação 6.5 é aplicada novamente usando-se o valor equivalente:

$$R_T = \frac{R'_T R_3}{R'_T + R_3} = \frac{(0{,}8\ \Omega)(5\ \Omega)}{0{,}8\ \Omega + 5\ \Omega} = \frac{4}{5{,}8}\ \Omega = \mathbf{0{,}69\ \Omega}$$

O resultado se iguala àquele obtido no Exemplo 6.3.

Lembre-se de que os elementos em série podem ser intercambiados sem afetar o valor absoluto da resistência total. Em circuitos paralelos,

resistores em paralelo podem ser intercambiados sem afetar a resistência total.

O próximo exemplo demonstra isso e revela como redesenhar um circuito pode frequentemente definir quais operações ou equações devem ser aplicadas.

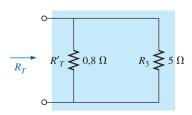



Figura 6.12 Equivalente reduzido da Figura 6.7.

EXEMPLO 6.9

Determine a resistência total dos elementos paralelos na Figura 6.13.

Solução:

O circuito é redesenhado na Figura 6.14.

Equação 6.4:

$$R'_T = \frac{R}{N} = \frac{6\ \Omega}{3} = 2\ \Omega$$

Equação 6.5:

$$R''_T = \frac{R_2 R_4}{R_2 + R_4} = \frac{(9\ \Omega)(72\ \Omega)}{9\ \Omega + 72\ \Omega} = \frac{648}{81}\ \Omega = 8\ \Omega$$

Equação 6.5:

$$R_T = \frac{R'_T R''_T}{R'_T + R''_T} = \frac{(2\ \Omega)(8\ \Omega)}{2\ \Omega + 8\ \Omega} = \frac{16}{10}\ \Omega = \mathbf{1{,}6\ \Omega}$$

Os exemplos anteriores envolvem uma substituição direta; isto é, assim que a equação apropriada é definida, resta apenas inserir os números e realizar as manipulações exigidas. Os dois exemplos a seguir têm uma orientação de design, na qual parâmetros de circuito específicos são definidos e os elementos do circuito têm de ser determinados.

EXEMPLO 6.10

Determine o valor de R_2 na Figura 6.15 para estabelecer uma resistência total de 9 kΩ.

Solução:

$$R_T = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$
$$R_T(R_1 + R_2) = R_1 R_2$$
$$R_T R_1 + R_T R_2 = R_1 R_2$$

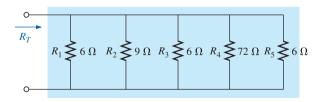



Figura 6.13 Circuito em paralelo para o Exemplo 6.9.

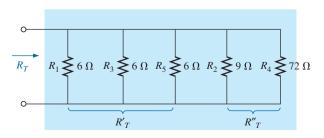



Figura 6.14 Circuito da Figura 6.13 (Exemplo 6.9) redesenhado.

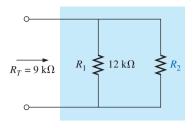



Figura 6.15 Circuito em paralelo para o Exemplo 6.10.

$$R_T R_1 = R_1 R_2 - R_T R_2$$
$$R_T R_1 = (R_1 - R_T)R_2$$

e
$$R_2 = \frac{R_T R_1}{R_1 - R_T}$$

A substituição dos valores resulta em:

$$R_2 = \frac{(9\,k\Omega)(12\,k\Omega)}{12\,k\Omega - 9\,k\Omega} = \frac{108}{3}k\Omega = \mathbf{36\ k\Omega}$$

EXEMPLO 6.11

Determine os valores de R_1, R_2 e R_3 na Figura 6.16 se $R_2 = 2R_1$, $R_3 = 2R_2$, e a resistência total for 16 kΩ.

Solução:

A Equação 6.1 afirma que:

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

entretanto, $R_2 = 2R_1$ e $R_3 = 2R_2 = 2(2R_1) = 4R_1$

de maneira que
$$\frac{1}{16\,k\Omega} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{2R_1} + \frac{1}{4R_1}$$

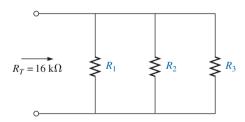



Figura 6.16 Circuito em paralelo para o Exemplo 6.11.

e
$$\frac{1}{16\,k\Omega} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{R_1}\right) + \frac{1}{4}\left(\frac{1}{R_1}\right)$$

ou
$$\frac{1}{16\,k\Omega} = 1{,}75\left(\frac{1}{R_1}\right)$$

resultando em $R_1 = 1{,}75(16\ k\Omega) = \mathbf{28\ k\Omega}$

de maneira que $R_2 = 2R_1 = 2(28\ k\Omega) = \mathbf{56\ k\Omega}$

e $R_3 = 2R_2 = 2(56\ k\Omega) = \mathbf{112\ k\Omega}$

Analogias

Analogias foram efetivamente usadas para introduzir o conceito de elementos em série. Elas também podem ser usadas para ajudar a definir uma *configuração em paralelo*. Em uma escada de mão, os degraus formam uma configuração em paralelo. Quando cordas são amarradas juntas entre um gancho e uma carga, elas efetivamente absorvem o estresse em uma configuração em paralelo. Os cabos de uma ponte suspensa formam uma configuração em paralelo. Há inúmeras outras analogias que demonstram como conexões entre os mesmos dois pontos permitem uma distribuição do estresse entre elementos em paralelo.

Instrumentação

Como mostra a Figura 6.17, a resistência total de uma combinação em paralelo de elementos resistivos pode ser encontrada ao se usar um ohmímetro. Não há polaridade em relação à resistência, de maneira que qualquer um dos fios do ohmímetro pode ser conectado a qualquer um dos lados do circuito. Apesar de não haver fontes na Figura 6.17, sempre tenha em mente que ohmímetros nunca podem ser usados em um circuito 'vivo'. Configurar a fonte para 0 V ou desligá-la não é o suficiente. Ela, mesmo assim, ainda pode descarregar (mudar a configuração) do circuito e modificar a leitura. É melhor remover a fonte e usar o ohmímetro nos dois terminais resultantes. Tendo em vista que todos os resistores estão na faixa do kilohm, a escala de 20 kΩ foi escolhida primeiro. Então, baixamos para a escala de 2 kΩ para uma precisão maior. Baixar para a escala de 200 Ω resultou em uma indicação 'OL', tendo em vista que estávamos abaixo do valor de resistência medido.

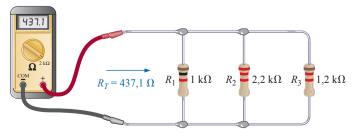



Figura 6.17 Uso de um ohmímetro para medir a resistência total de um circuito em paralelo.

6.3 CIRCUITOS EM PARALELO

Um **circuito em paralelo** pode agora ser estabelecido ao se conectar uma fonte através de um conjunto de resistores em paralelo como mostra a Figura 6.18. O terminal positivo da fonte é diretamente conectado ao topo de cada resistor, enquanto o terminal negativo é conectado à parte de baixo de cada resistor. Portanto, deve ficar bastante claro que a tensão aplicada é a mesma através de cada resistor. Em geral,

a tensão é sempre a mesma através de elementos em paralelo.

Portanto, lembre-se de que

se dois elementos estão em paralelo, a tensão através deles deve ser a mesma. Entretanto, se a tensão através de dois elementos vizinhos é a mesma, os dois elementos podem ou não estar em paralelo.

A razão para esse comentário qualificador na declaração anterior é discutida em detalhes no Capítulo 7.

Para as tensões do circuito na Figura 6.18, o resultado é:

$$V_1 = V_2 = E \qquad (6.6)$$

Uma vez que o suprimento tenha sido conectado, uma corrente fornecida pela fonte é estabelecida pelo suprimento que passa através dos resistores em paralelo. A corrente resultante é uma função direta da resistência total do circuito em paralelo. Quanto menor a resistência total, maior a corrente, como também ocorreu com os circuitos em série.

Lembre-se de que, assim como nos circuitos em série, a fonte não 'vê' a combinação em paralelo dos elementos. Ela reage somente à resistência total do circuito, como mostra a Figura 6.19. A corrente fornecida pela fonte pode então ser determinada usando-se a lei de Ohm:

Figura 6.19 Substituição dos resistores em paralelo na Figura 6.18 pela resistência total equivalente.

$$I_s = \frac{E}{R_T} \qquad (6.7)$$

Tendo em vista que a tensão é a mesma nos elementos em paralelo, a corrente em cada resistor também pode ser determinada usando-se a lei de Ohm. Isto é,

$$I_1 = \frac{V_1}{R_1} = \frac{E}{R_1} \quad \text{e} \quad I_2 = \frac{V_2}{R_2} = \frac{E}{R_2} \qquad (6.8)$$

O sentido para a corrente é ditado pela polaridade da tensão através dos resistores. Lembre-se de que, para um resistor, a corrente entra do lado positivo de uma queda potencial e sai pelo lado negativo. O resultado, como mostra a Figura 6.18, é que a corrente fornecida pela fonte entra pelo ponto *a*, e as correntes I_1 e I_2 saem pelo mesmo ponto. Uma analogia excelente para descrever o fluxo de carga através do circuito da Figura 6.18 é o fluxo de água nos canos paralelos da Figura 6.20. O cano maior, com menos 'resistência' ao fluxo de água, terá um fluxo de água maior. O cano mais fino, com seu nível de 'resistência' aumentado, terá menos água fluindo através dele. De qualquer maneira, o total de água entrando pelos canos no topo Q_T tem de ser igual àquele que sai pela parte de baixo, com $Q_T = Q_1 + Q_2$.

A relação entre a corrente fornecida pela fonte e as correntes dos resistores paralelos pode ser derivada simplesmente ao se tomar a equação para a resistência total na Equação 6.1:

Figura 6.18 Circuito em paralelo.

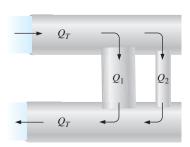



Figura 6.20 Analogia mecânica para a Figura 6.18.

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

A multiplicação de ambos os lados pela tensão aplicada resulta em:

$$E\left(\frac{1}{R_T}\right) = E\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

o que resulta em:

$$\frac{E}{R_T} = \frac{E}{R_1} + \frac{E}{R_2}$$

Então, observe que $E/R_1 = I_1$ e $E/R_2 = I_2$ para se obter:

$$I_s = I_1 + I_2 \tag{6.9}$$

O resultado revela uma propriedade muito importante de circuitos em paralelo:

Para circuitos em paralelo de fonte única, a corrente fornecida pela fonte (I_s) é sempre igual à soma das correntes de ramos individuais.

A dualidade que existe entre os circuitos em série e em paralelo continua a aparecer na medida em que empregamos as equações básicas para circuitos elétricos. Isso é interessante porque proporciona uma maneira de se lembrar das características de um usando os resultados do outro. Na Figura 6.21(a), por exemplo, temos um circuito em paralelo em que está claro que $I_T = I_1 + I_2$. Ao substituir as correntes da equação na Figura 6.21(a) por um nível de tensão, como mostra a Figura 6.21(b), temos a lei de Kirchhoff para tensões para um circuito em série: $E = V_1 + V_2$. Em outras palavras,

para um circuito em paralelo, a corrente fornecida pela fonte é igual à soma das correntes dos ramos, enquanto para um circuito em série, a tensão aplicada é igual à soma das quedas de tensão.

EXEMPLO 6.12

Para o circuito em paralelo na Figura 6.22:

a) descubra a resistência total;
b) calcule a corrente fornecida pela fonte;
c) determine a corrente através de cada ramo em paralelo;
d) demonstre que a Equação 6.9 foi satisfeita.

Soluções:

a) Ao usarmos a Equação 6.5, obtemos:

$$R_T = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{(9\,\Omega)(18\,\Omega)}{9\,\Omega + 18\,\Omega} = \frac{162}{27}\Omega = \mathbf{6\,\Omega}$$

b) Ao aplicar a lei de Ohm, obtemos:

$$I_s = \frac{E}{R_T} = \frac{27\text{ V}}{6\,\Omega} = \mathbf{4{,}5\text{ A}}$$

c) Ao aplicar a lei de Ohm, obtemos:

$$I_1 = \frac{V_1}{R_1} = \frac{E}{R_1} = \frac{27\text{ V}}{9\,\Omega} = \mathbf{3\text{ A}}$$

$$I_2 = \frac{V_2}{R_2} = \frac{E}{R_2} = \frac{27\text{ V}}{18\,\Omega} = \mathbf{1{,}5\text{ A}}$$

d) Ao substituir os valores das partes (b) e (c), obtemos:

$$I_s = \mathbf{4{,}5\text{ A}} = I_1 + I_2 = 3\text{ A} + 1{,}5\text{ A} = \mathbf{4{,}5\text{ A}}$$

(confere)

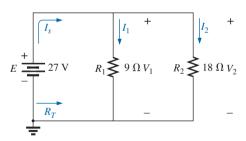



Figura 6.22 Circuito em paralelo para o Exemplo 6.12.

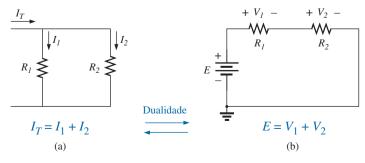



Figura 6.21 Demonstração da dualidade que existe entre circuitos em série e em paralelo.

EXEMPLO 6.13

Para o circuito em paralelo na Figura 6.23:

a) descubra a resistência total;
b) calcule a corrente fornecida pela fonte;
c) determine a corrente através de cada fonte.

Soluções:

a) A aplicação da Equação 6.3 resulta em:

$$R_T = \frac{1}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}} = \frac{1}{\frac{1}{10\ \Omega}+\frac{1}{220\ \Omega}+\frac{1}{1{,}2\ \text{k}\Omega}}$$

$$= \frac{1}{100\times10^{-3}+4{,}545\times10^{-3}+0{,}833\times10^{-3}}$$

$$= \frac{1}{105{,}38\times10^{-3}}$$

$$R_T = \mathbf{9{,}49\ \Omega}$$

Observe que a resistência total é menor que aquela do menor resistor em paralelo, e seu valor absoluto é muito próximo da resistência do menor resistor, pois os outros resistores são maiores por um fator maior do que 10:1.

b) Usar a lei de Ohm resulta em:

$$I_S = \frac{E}{R_T} = \frac{24\ \text{V}}{9{,}49\ \Omega} = \mathbf{2{,}53\ A}$$

c) A aplicação da lei de Ohm resulta em:

$$I_1 = \frac{V_1}{R_1} = \frac{E}{R_1} = \frac{24\ \text{V}}{10\ \Omega} = \mathbf{2{,}4\ A}$$

$$I_2 = \frac{V_2}{R_2} = \frac{E}{R_2} = \frac{24\ \text{V}}{220\ \Omega} = \mathbf{0{,}11\ A}$$

$$I_3 = \frac{V_3}{R_3} = \frac{E}{R_3} = \frac{24\ \text{V}}{1{,}2\ \text{k}\Omega} = \mathbf{0{,}02\ A}$$

Um exame cuidadoso dos resultados do Exemplo 6.13 revela que quanto maior o resistor em paralelo, mais baixa a corrente do ramo. Em geral, portanto,

para resistores em paralelo, a maior corrente vai existir no ramo com a menor resistência.

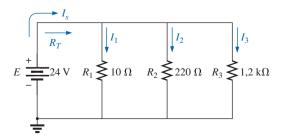



Figura 6.23 Circuito em paralelo para o Exemplo 6.13.

Uma declaração mais direta é a de que

a corrente sempre busca o caminho da menor resistência.

EXEMPLO 6.14

Dadas as informações fornecidas pela Figura 6.24:

a) determine R_3;
b) descubra a tensão aplicada E;
c) descubra a corrente fornecida pela corrente I_s;
d) descubra I_2.

Soluções:

a) A aplicação da Equação 6.1 resulta em

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}$$

A substituição resulta em: $\frac{1}{4\ \Omega} = \frac{1}{10\ \Omega}+\frac{1}{20\ \Omega}+\frac{1}{R_3}$

de maneira que $0{,}25\ \text{S} = 0{,}1\ \text{S} + 0{,}05\ \text{S} + \frac{1}{R_3}$

e $0{,}25\ \text{S} = 0{,}15\ \text{S} + \frac{1}{R_3}$

com $\frac{1}{R_3} = 0{,}1\ \text{S}$

e $R_3 = \frac{1}{0{,}1\ \text{S}} = \mathbf{10\ \Omega}$

b) A aplicação da lei de Ohm resulta em:

$$E = V_1 = I_1R_1 = (4\ \text{A})\,(10\ \Omega) = \mathbf{40\ V}$$

c) $$I_S = \frac{E}{R_T} = \frac{40\ \text{V}}{4\ \Omega} = \mathbf{10\ A}$$

d) A aplicação da lei de Ohm resulta em:

$$I_2 = \frac{V_2}{R_2} = \frac{E}{R_2} = \frac{40\ \text{V}}{20\ \Omega} = \mathbf{2\ A}$$

Instrumentação

Na Figura 6.25, voltímetros foram conectados para que se verificasse que a tensão através de elementos em paralelo era a mesma. Observe que o fio positivo ou

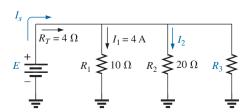



Figura 6.24 Circuito paralelo para o Exemplo 6.14.

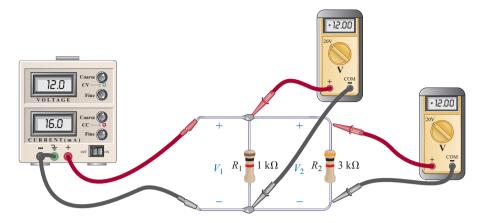



Figura 6.25 Medição das tensões de um circuito CC em paralelo.

vermelho de cada voltímetro está conectado ao lado alto (positivo) da tensão por meio de cada resistor para que se obtenha uma leitura positiva. A escala de 20 V foi usada porque a tensão aplicada excedeu a faixa da escala de 2 V.

Na Figura 6.26, um amperímetro foi conectado para medir a corrente fornecida pela fonte. Primeiro, a conexão para o suprimento tinha de ser interrompida no terminal positivo, e o medidor inserido como mostrado. Não se esqueça de usar terminais de amperímetro em seu medidor para esse tipo de medida. O fio vermelho ou positivo do medidor é conectado de maneira que a corrente fornecida pela fonte entre através desse fio e saia pelo fio negativo ou preto para assegurar uma leitura positiva. A escala de 200 mA foi usada porque a corrente fornecida pela fonte excedeu o valor máximo da escala de 2 mA. Por ora, presumimos que a resistência interna do medidor pode ser ignorada. Tendo em vista que a resistência interna de um amperímetro na escala de 200 mA é tipicamente de apenas alguns ohms, comparado aos resistores em paralelo na faixa do kilohm, trata-se de uma suposição excelente.

Uma medição mais difícil é a da corrente através do resistor R_1. Ela, com frequência, causa problemas na sessão de laboratório. Primeiro, como mostra a Figura 6.27(a), o resistor R_1 tem de estar desconectado do ponto de conexão de cima para estabelecer um circuito aberto. O amperímetro é, então, inserido entre os terminais resultantes, de maneira que a corrente entre no terminal positivo ou vermelho, como mostra a Figura 6.27(b). Mas nunca se esqueça do seguinte: ao usar um amperímetro, primeiro estabeleça um circuito aberto no ramo no qual a corrente deve ser medida e, então, insira o medidor.

A medida mais fácil é a da corrente através do resistor R_2. Rompa a conexão para R_2 acima ou abaixo do resistor, e insira o amperímetro com a corrente entrando pelo fio positivo ou vermelho para obter uma leitura positiva.

6.4 DISTRIBUIÇÃO DE POTÊNCIA EM UM CIRCUITO EM PARALELO

Lembre-se do que aprendemos ao discutir os circuitos em série, que a potência aplicada a um circuito resistivo em série é igual à potência dissipada pelos elementos resistivos. O mesmo é verdade para circuitos resistivos em paralelo. Na realidade,

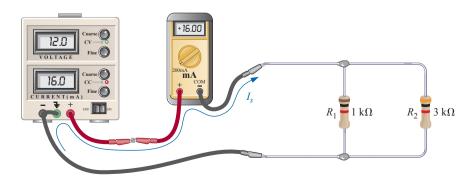



Figura 6.26 Medição da corrente fornecida pela fonte de um circuito em paralelo.

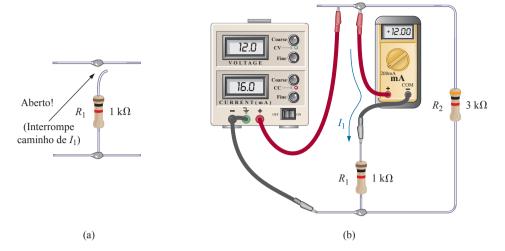



Figura 6.27 Medição da corrente através do resistor R_1.

para qualquer circuito composto de elementos resistivos, a potência aplicada pela bateria será igual àquela dissipada pelos elementos resistivos.

Para o circuito em paralelo na Figura 6.28:

$$P_E = P_{R_1} + P_{R_2} + P_{R_3} \tag{6.10}$$

que é exatamente a mesma obtida para a combinação em série.

A potência fornecida pela fonte é:

$$P_E = EI_s \quad \text{(watts, W)} \tag{6.11}$$

como na equação para a potência de cada resistor (mostrado para R_1, somente):

$$P_1 = V_1 I_1 = I_1^2 R_1 = \frac{V_1^2}{R_1} \quad \text{(watts, W)} \tag{6.12}$$

Na equação $P = V^2/R$, a tensão através de cada resistor em um circuito em paralelo será a mesma. O único fator que muda é a resistência no denominador da equação. O resultado é que

em um circuito resistivo em paralelo, quanto maior o resistor, menor a potência absorvida.

EXEMPLO 6.15

Para o circuito em paralelo na Figura 6.29 (valores-padrão):

a) determine a resistência total, R_T;

b) descubra a corrente fornecida pela fonte e a corrente através de cada resistor;

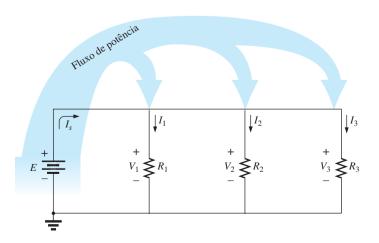



Figura 6.28 Fluxo de potência em um circuito em paralelo CC.

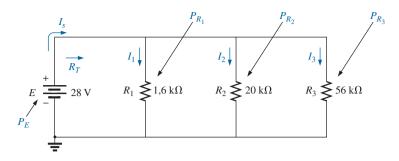



Figura 6.29 Circuito paralelo para o Exemplo 6.15.

c) calcule a potência fornecida pela fonte;
d) determine a potência absorvida por cada resistor em paralelo;
e) verifique a Equação 6.10.

Soluções:

a) Sem fazer um único cálculo, deve ficar claro a partir dos exemplos anteriores que a resistência total é menor que 1,6 kΩ e muito próxima desse valor devido ao valor absoluto dos outros níveis de resistência:

$$R_T = \frac{1}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}} = \frac{1}{\frac{1}{1{,}6\,\text{k}\Omega}+\frac{1}{20\,\text{k}\Omega}+\frac{1}{56\,\text{k}\Omega}}$$
$$= \frac{1}{625\times10^{-6}+50\times10^{-6}+17{,}867\times10^{-6}}$$
$$= \frac{1}{692{,}867\times10^{-6}}$$

e $R_T = \mathbf{1{,}44\ k\Omega}$

b) A aplicação da lei de Ohm resulta em:

$$I_S = \frac{E}{R_T} = \frac{28\,\text{V}}{1{,}44\,\text{k}\Omega} = \mathbf{19{,}44\ mA}$$

O fato de a corrente sempre buscar o caminho da menor resistência imediatamente nos diz que a corrente pelo resistor de 1,6 kΩ será a maior, e que a corrente pelo resistor de 56 kΩ será a menor.

A aplicação da lei de Ohm resulta em:

$$I_1 = \frac{V_1}{R_1} = \frac{E}{R_1} = \frac{28\,\text{V}}{1{,}6\,\text{k}\Omega} = \mathbf{17{,}5\ mA}$$
$$I_2 = \frac{V_2}{R_2} = \frac{E}{R_2} = \frac{28\,\text{V}}{20\,\text{k}\Omega} = \mathbf{1{,}4\ mA}$$
$$I_3 = \frac{V_3}{R_3} = \frac{E}{R_3} = \frac{28\,\text{V}}{56\,\text{k}\Omega} = \mathbf{0{,}5\ mA}$$

c) A aplicação da Equação 6.11 resulta em:

$$P_E = EI_s = (28\text{ V})(19{,}4\text{ mA}) = \mathbf{543{,}2\ mW}$$

d) A aplicação de cada forma da equação apropriada resulta em:

$$P_1 = V_1I_1 = EI_1 = (28\text{ V})(17{,}5\text{ mA}) = \mathbf{490\ mW}$$
$$P_2 = I_2^2R_2 = (1{,}4\text{ mA})^2\,(20\text{ k}\Omega) = \mathbf{39{,}2\ mW}$$
$$P_3 = \frac{V_3^2}{R_3} = \frac{E^2}{R_3} = \frac{(28\,\text{V})^2}{56\,\text{k}\Omega} = \mathbf{14\ mW}$$

Uma análise dos resultados substancia claramente o fato de que quanto maior o resistor, menor a potência absorvida.

e) $P_E = P_{R_1} + P_{R_2} + P_{R_3}$

$$\mathbf{543{,}2\ mW} = 490\text{ mW} + 39{,}2\text{ mW} + 14\text{ mW}$$
$$= \mathbf{543{,}2\ mW}\ \text{(confere)}$$

6.5 LEI DE KIRCHHOFF PARA CORRENTE

No capítulo anterior, a lei de Kirchhoff para tensões foi introduzida, fornecendo uma relação muito importante entre as tensões de uma malha fechada. Kirchhoff também tem o crédito de ter desenvolvido a equação a seguir igualmente importante para a relação entre as correntes de um circuito, chamada de **lei de Kirchhoff para corrente (LKC)**:

A soma algébrica das correntes que entram e saem de uma região, sistema ou nó é igual a zero.

A lei pode ser declarada também da seguinte forma:

A soma das correntes que entram em uma região, sistema ou nó tem de ser igual à soma das correntes que deixam essa mesma região, sistema ou nó.

Em forma de equação, a afirmação anterior pode ser escrita da seguinte forma:

$$\Sigma I_i = \Sigma I_o \qquad (6.13)$$

com I_i representando a corrente que entra, ou *in*, e I_o representando a corrente que sai, ou *out*.

Na Figura 6.30, por exemplo, a área sombreada pode representar um sistema completo ou um circuito complicado, ou simplesmente um ponto de conexão (junção) para as correntes exibidas. Em todos os casos, a soma das correntes que entram tem de ser igual à soma das correntes que saem, conforme exige a Equação 6.13:

$$\Sigma I_i = \Sigma I_o$$
$$I_1 + I_4 = I_2 + I_3$$
$$4\text{ A} + 8\text{ A} = 2\text{ A} + 10\text{ A}$$
$$\mathbf{12\text{ A}} = \mathbf{12\text{ A}} \text{ (confere)}$$

O uso mais comum dessa lei será feito em junções de dois ou mais caminhos (ramos) para a corrente, conforme mostra a Figura 6.31(a). Alguns estudantes inicialmente têm dificuldade em determinar se uma corrente está entrando ou saindo de uma junção. Um artifício que pode ser útil é a analogia da água na Figura 6.31(b), na qual a junção na Figura 6.31(a) é a pequena ponte sobre o regato. Simplesmente relacione a corrente de I_1 ao fluxo fluído de Q_1, a corrente do ramo menor I_2 ao fluxo de água Q_2, e a corrente de ramo maior I_3 ao fluxo Q_3. A água que chega à ponte tem de ser igual à quantidade de água que sai da ponte, de maneira que $Q_1 = Q_2 + Q_3$. Tendo em vista que a corrente I_1 está apontando *para* a junção e o fluxo fluído Q_1, *na direção* da pessoa na ponte, ambas as quantidades são vistas como se estivessem *entrando* na junção. As correntes I_2 e I_3 estão ambas deixando a junção, da mesma maneira que Q_2 e Q_3 estão deixando a bifurcação do rio. As quantidades I_2, I_3, Q_2 e Q_3 estão, portanto, *deixando* a junção.

Nos próximos exemplos, os valores desconhecidos das correntes podem ser determinados aplicando-se a lei de Kirchhoff para corrente. Lembre-se de colocar a soma de todas as correntes que entram em uma junção à esquerda do sinal de igualdade e a soma de todas as correntes que saem da mesma junção à direita do mesmo sinal.

Na área de eletroeletrônica o termo **nó** é normalmente usado para se referir a uma junção de dois ou mais ramos. Portanto, esse termo será usado frequentemente nas análises que se seguem.

Figura 6.30 Ilustração da lei de Kirchhoff para corrente.

EXEMPLO 6.16

Determine as correntes I_3 e I_4 na Figura 6.32 usando a lei de Kirchhoff para corrente.

Solução:

Há duas junções ou nós na Figura 6.32. O nó *a* tem apenas uma incógnita, enquanto o nó *b* tem duas incógnitas. Tendo em vista que uma única equação pode ser usada para solucionar apenas uma incógnita, temos que, em primeiro lugar, aplicar a lei de Kirchhoff para corrente ao nó *a*.

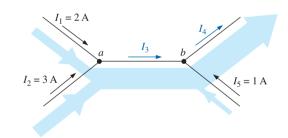



Figura 6.32 Configuração de dois nós para o Exemplo 6.16.

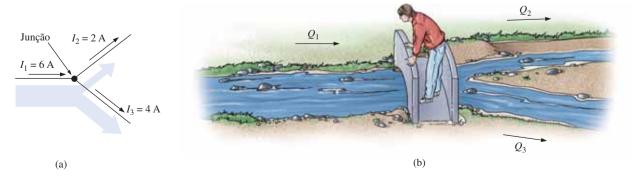



Figura 6.31 (a) Demonstração da lei de Kirchhoff para corrente; (b) analogia da água para a junção em (a).

No nó a,

$$\Sigma I_i = \Sigma I_o$$
$$I_1 + I_2 = I_3$$
$$2\text{ A} + 3\text{ A} = I_3 = \mathbf{5\text{ A}}$$

No nó b, usando o resultado recém-obtido,

$$\Sigma I_i = \Sigma I_o$$
$$I_3 + I_5 = I_4$$
$$5\text{ A} + 1\text{ A} = I_4 = \mathbf{6\text{ A}}$$

Observe que na Figura 6.32, a largura das regiões sombreadas equivale ao valor absoluto da corrente naquela região.

EXEMPLO 6.17

Determine as correntes I_1, I_3, I_4 e I_5 para o circuito na Figura 6.33.

Solução:

Nessa configuração, quatro nós são definidos. Os nós a e c têm apenas uma corrente incógnita na junção, de maneira que a lei de Kirchhoff para corrente pode ser aplicada a qualquer junção.

No nó a,

$$\Sigma I_i = \Sigma I_o$$
$$I = I_1 + I_2$$
$$5\text{ A} = I_1 + 4\text{ A}$$

e $$I_1 = 5\text{ A} - 4\text{ A} = \mathbf{1\text{ A}}$$

No nó c,

$$\Sigma I_i = \Sigma I_o$$
$$I_2 = I_4$$

e $$I_4 = I_2 = \mathbf{4\text{ A}}$$

O uso dos resultados anteriores nas outras junções resulta na equação a seguir.

No nó b,

$$\Sigma I_i = \Sigma I_o$$
$$I_1 = I_3$$

e $$I_3 = I_1 = \mathbf{1\text{ A}}$$

No nó d,

$$\Sigma I_i = \Sigma I_o$$
$$I_3 + I_4 = I_5$$

e $$1\text{ A} + 4\text{ A} = I_5 = \mathbf{5\text{ A}}$$

Se considerarmos o circuito como um todo, veremos que a corrente que entra nele à esquerda é $I = 5$ A, enquanto a corrente que deixa o circuito, à direita, é $I_5 = 5$ A. Os dois valores têm de ser iguais, já que a corrente que entra em qualquer sistema tem de ser igual à corrente que sai do sistema.

EXEMPLO 6.18

Determine as correntes I_3 e I_5 na Figura 6.34 através de aplicações da lei de Kirchhoff para corrente.

Solução:

Observe primeiro que, tendo em vista que o nó b tem duas incógnitas (I_3 e I_5), e o nó a apenas uma, a lei de Kirchhoff para corrente tem de ser aplicada primeiro ao nó a. O resultado é, então, aplicado ao nó b.

No nó a,

$$\Sigma I_i = \Sigma I_o$$
$$I_1 + I_2 = I_3$$
$$4\text{ A} + 3\text{ A} = I_3 = \mathbf{7\text{ A}}$$

No nó b,

$$\Sigma I_i = \Sigma I_o$$
$$I_3 = I_4 + I_5$$
$$7\text{ A} = 1\text{ A} + I_5$$

e $$I_5 = 7\text{ A} - 1\text{ A} = \mathbf{6\text{ A}}$$

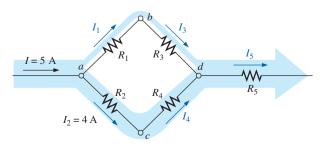



Figura 6.33 Configuração de quatro nós para o Exemplo 6.17.

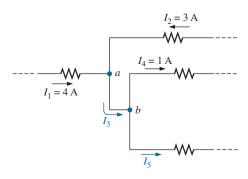



Figura 6.34 Circuito para o Exemplo 6.18.

EXEMPLO 6.19

Para o circuito CC em paralelo na Figura 6.35:

a) determine a corrente fornecida pela fonte I_s;

b) descubra a tensão fornecida pela fonte E;

c) determine R_3;

d) calcule R_T.

Soluções:

a) Primeiro aplique a Equação 6.13 ao nó a. Apesar de o nó a, na Figura 6.35, parecer inicialmente uma única junção, ele pode ser redesenhado como mostra a Figura 6.36, sendo claramente um ponto em comum em todos os ramos.

O resultado é:

$$\Sigma I_i = \Sigma I_o$$
$$I_s = I_1 + I_2 + I_3$$

Substituição de valores: $I_s = 8\text{ mA} + 10\text{ mA} + 2\text{ mA} = \mathbf{20\text{ mA}}$

Observe nessa solução que você não precisa conhecer os valores do resistor ou a tensão aplicada. A solução é determinada somente pelos níveis de corrente.

b) A aplicação da lei de Ohm resulta em:

$$E = V_1 = I_1R_1 = (8\text{ mA})(2\text{ k}\Omega) = \mathbf{16\text{ V}}$$

c) A aplicação da lei de Ohm de uma maneira diferente resulta em:

$$R_3 = \frac{V_3}{I_3} = \frac{E}{I_3} = \frac{16\text{ V}}{2\text{ mA}} = \mathbf{8\text{ k}\Omega}$$

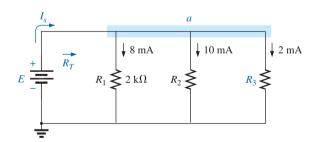
d) A aplicação da lei de Ohm, novamente, resulta em:

$$R_T = \frac{E}{I_s} = \frac{16\text{ V}}{20\text{ mA}} = \mathbf{0{,}8\text{ k}\Omega}$$

Figura 6.35 Circuito em paralelo para o Exemplo 6.19.

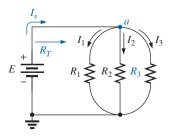



Figura 6.36 Circuito redesenhado na Figura 6.35.

A aplicação da lei de Kirchhoff para corrente não é limitada a circuitos em que todas as conexões internas são conhecidas ou visíveis. Por exemplo, todas as correntes do circuito integrado na Figura 6.37 são conhecidas, exceto I_1. Ao tratar o sistema inteiro (que poderia conter mais de um milhão de elementos) como um único nó, podemos aplicar a lei de Kirchhoff para corrente, como mostra o Exemplo 6.20.

Antes de analisar o Exemplo 6.20 em detalhes, observe que o sentido da corrente incógnita I_1 não é fornecido na Figura 6.37. Em muitas ocasiões, isso será verdade. Com tantas correntes entrando e saindo do sistema, é difícil saber por meio de uma simples inspeção qual sentido deve ser designado para I_1. *Nesses casos, simplesmente suponha o sentido e então confira o resultado. Se o resultado for negativo, o sentido errado foi presumido. Se o resultado for positivo, o sentido correto foi presumido. De qualquer maneira, o valor absoluto da corrente estará correto.*

EXEMPLO 6.20

Determine I_1 para o circuito integrado na Figura 6.37.

Solução:

Presumindo que a corrente I_1, ao entrar no chip, resulta nas equações a seguir quando a lei de Kirchhoff é aplicada, descobrimos que:

$$\Sigma I_i = \Sigma I_o$$
$$I_1 + 10\text{ mA} + 4\text{ mA} + 8\text{ mA} = 5\text{ mA} + 4\text{ mA} + 2\text{ mA} + 6\text{ mA}$$
$$I_1 + 22\text{ mA} = 17\text{ mA}$$
$$I_1 = 17\text{ mA} - 22\text{ A} = \mathbf{-5\text{ mA}}$$

Descobrimos que o sentido para I_1 está *deixando* CI, apesar de a magnitude de 5 mA ser correta.

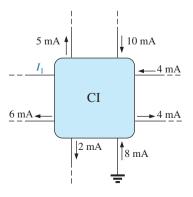



Figura 6.37 Circuito integrado para o Exemplo 6.20.

Na medida em que finalizamos essa importante seção, não se esqueça de que a lei de Kirchhoff para corrente será aplicada de uma forma ou de outra em todo o texto. *As leis de Kirchhoff são inquestionavelmente duas das mais importantes nesse campo, pois elas são aplicáveis às configurações mais complexas que existem hoje*. Elas não serão substituídas por uma lei mais importante, nem serão abandonadas em favor de uma abordagem mais sofisticada.

6.6 REGRA DO DIVISOR DE CORRENTE

Para os circuitos em série, temos a poderosa regra do divisor de tensão para descobrir a tensão através de um resistor em um circuito em série. Introduzimos agora a igualmente poderosa **regra do divisor de corrente**, usada para descobrir a corrente através de um resistor em um circuito em paralelo.

Na Seção 6.4, destacou-se que a corrente sempre buscará o caminho da menor resistência. Na Figura 6.38, por exemplo, a corrente de 9 A está diante de sua divisão entre os três resistores em paralelo. Com base nas seções anteriores, deve ficar claro, sem que um único cálculo tenha de ser realizado, que a maior quantidade de corrente passará pelo menor resistor de 10 Ω, e a menor quantidade de corrente passará pelo resistor de 1 kΩ. Na realidade, a corrente que passa no resistor de 100 Ω também excederá aquela que passa no resistor de 1 kΩ. Podemos dar um passo adiante e reconhecer que a resistência do resistor de 100 Ω é 10 vezes aquela do resistor de 10 Ω. De maneira similar, a corrente que passa através do resistor de 100 Ω é 10 vezes aquela que passa através do resistor de 1 kΩ.

Em geral,

no caso de dois elementos em paralelo com resistências iguais, a corrente se dividirá igualmente.

Se os elementos em paralelo tiverem resistências diferentes, o elemento de menor resistência será percorrido pela maior fração da corrente.

A razão entre os valores das correntes nos dois ramos será inversamente proporcional à razão entre suas resistências.

EXEMPLO 6.21

a) Determine as correntes I_1 e I_3 para o circuito na Figura 6.39.
b) Descubra a corrente fornecida pela fonte I_s.

Soluções:

a) Tendo em vista que R_1 é duas vezes R_2, a corrente I_1 deve ser metade de I_2, e:

$$I_1 = \frac{I_2}{2} = \frac{2\,\text{mA}}{2} = \mathbf{1\,mA}$$

Tendo em vista que R_2 é três vezes R_3, a corrente I_3 deve ser três vezes I_2, e:

$$I_3 = 3I_2 = 3(2\text{ mA}) = \mathbf{6\text{ mA}}$$

b) A aplicação da lei de Kirchhoff para corrente resulta em:

$$\Sigma I_i = \Sigma I_o$$
$$I_s = I_1 + I_2 + I_3$$
$$I_s = 1\text{ mA} + 2\text{ mA} + 6\text{ mA} = \mathbf{9\text{ mA}}$$

Apesar de as discussões e os exemplos anteriores nos permitirem determinar a magnitude relativa de uma corrente com base em um nível conhecido, eles não fornecem o valor absoluto de uma corrente através de um ramo de um circuito em paralelo se apenas a corrente total é conhecida. O resultado é a necessidade da regra do divisor de corrente, que será derivada usando-se a configuração em paralelo na Figura 6.40(a). A corrente I_T (que usa o subscrito T para indicar a corrente total de entrada) se divide entre N resistores em paralelo e, então, reúne-se novamente na parte de baixo da configuração. Na Figura 6.40(b), a combinação em paralelo dos resistores foi substituída por um único resistor igual à resistência

Figura 6.38 Discussão sobre como a corrente se dividirá entre três ramos paralelos de valores resistivos diferentes.

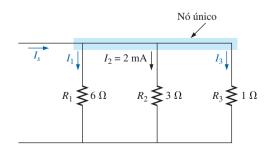



Figura 6.39 Circuito paralelo para o Exemplo 6.21.

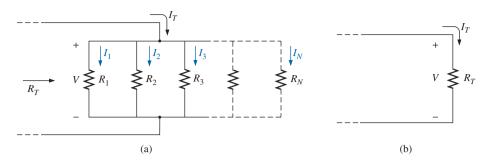



Figura 6.40 Derivação da regra do divisor de corrente: (a) circuito em paralelo de N resistores em paralelo; (b) equivalente reduzido da parte (a).

total da combinação em paralelo, como determinam as seções anteriores.

A corrente I_T pode então ser determinada usando-se a lei de Ohm:

$$I_T = \frac{V}{R_T}$$

Tendo em vista que a tensão V é a mesma através de elementos em paralelo, a equação a seguir é verdadeira:

$$V = I_1R_1 = I_2R_2 = I_3R_3 = \ldots = I_xR_x$$

onde o produto I_xR_x se refere a qualquer combinação na série.

Substituindo V na equação anterior por I_T, temos:

$$I_T = \frac{I_xR_x}{R_T}$$

Resolvendo I_x, o resultado final é a **regra do divisor de corrente:**

$$I_x = \frac{R_T}{R_x} I_T \tag{6.14}$$

que declara que

a corrente através de qualquer ramo de um circuito resistivo em paralelo é igual à resistência total do circuito em paralelo dividido pela resistência do resistor de interesse e multiplicada pela corrente total que entra na configuração em paralelo.

Tendo em vista que R_T e I_T são constantes, para uma configuração em particular, quanto maior o valor de R_x (no denominador), menor é o valor de I_x para aquele ramo, o que confirma o fato de que a corrente sempre busca o caminho de menor resistência.

EXEMPLO 6.22

Para o circuito em paralelo na Figura 6.41, determine a corrente I_1 usando a Equação 6.14.

Solução:

Equação 6.3:

$$\begin{aligned} R_T &= \frac{1}{\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2} + \dfrac{1}{R_3}} \\ &= \frac{1}{\dfrac{1}{1\,\text{k}\Omega} + \dfrac{1}{10\,\text{k}\Omega} + \dfrac{1}{22\,\text{k}\Omega}} \\ &= \frac{1}{1\times10^{-3} + 100\times10^{-6} + 45,46\times10^{-6}} \\ &= \frac{1}{1,145\times10^{-3}} \\ &= \mathbf{873,01\ \Omega} \end{aligned}$$

Equação 6.14:

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{R_T}{R_1} I_T \\ &= \frac{(873,01\,\Omega)}{1\,\text{k}\Omega}(12\,\text{mA}) = (0,873)(12\,\text{mA}) = \mathbf{10,48\ mA} \end{aligned}$$

e o menor resistor em paralelo recebe a maior porção da corrente.

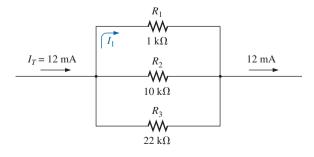



Figura 6.41 Uso da regra do divisor de corrente para calcular a corrente I_1 no Exemplo 6.22.

Observe também que

para um circuito em paralelo, a corrente através do menor resistor será muito próxima da corrente total de entrada se os outros elementos em paralelo da configuração forem muito maiores em valor absoluto.

No Exemplo 6.22, a corrente de R_1 é muito próxima da corrente total, pois R_1 é 10 vezes menor que a próxima resistência menor.

Caso especial: dois resistores em paralelo

Para o caso de dois resistores em paralelo como mostra a Figura 6.42, a resistência total é determinada por:

$$R_T = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

A substituição de R_T na Equação 6.14 para a corrente I_1 resulta em:

$$I_1 = \frac{R_T}{R_1} I_T = \frac{\left(\dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}\right)}{R_1} I_T$$

e

$$I_1 = \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2}\right) I_T \qquad (6.15a)$$

Similarmente, para I_2:

$$I_2 = \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2}\right) I_T \qquad (6.15b)$$

A Equação 6.15 declara que

para dois resistores em paralelo, a corrente através de um é igual à resistência do outro vezes a corrente total de entrada dividida pela soma dos dois resistores.

Tendo em vista que a combinação de dois resistores em paralelo é provavelmente a configuração em paralelo mais comum, a simplicidade do formato da Equação 6.15 sugere que vale a pena memorizá-la. Observe especialmente, entretanto, que o denominador da equação é simplesmente a soma, não a resistência total da combinação.

EXEMPLO 6.23

Determine a corrente I_2 para o circuito na Figura 6.43 usando a regra do divisor de corrente.

Solução:

O uso da Equação 6.15(b) resulta em:

$$I_2 = \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2}\right) I_T$$

$$= \left(\frac{4\,\text{k}\Omega}{4\,\text{k}\Omega + 8\,\text{k}\Omega}\right) 6\,\text{A} = (0{,}333)(6\,\text{A}) = \mathbf{2\,A}$$

O uso da Equação 6.14 resulta em:

$$I_2 = \frac{R_T}{R_2} I_T$$

com $R_T = 4\,\text{k}\Omega \parallel 8\,\text{k}\Omega = \dfrac{(4\,\text{k}\Omega)(8\,\text{k}\Omega)}{4\,\text{k}\Omega + 8\,\text{k}\Omega} = 2{,}667\,\text{k}\Omega$

e $I_2 = \left(\dfrac{2{,}667\,\text{k}\Omega}{8\,\text{k}\Omega}\right) 6\,\text{A} = (0{,}333)(6\,\text{A}) = \mathbf{2\,A}$

concordando com a solução anterior.

Talvez a solução que usa a Equação 6.15(b) pareça ser mais direta no Exemplo 6.23. Entretanto, tenha em mente que a Equação 6.14 é aplicável a qualquer configuração em particular, o que elimina a necessidade de ter que lembrar de duas equações.

Agora, apresentaremos um problema de design.

EXEMPLO 6.24

Determine o resistor R_1 na Figura 6.44 para implementar a divisão da corrente mostrada.

Solução:

Há essencialmente dois meios de abordar esse tipo de problema. Um envolve a substituição direta de valores conhecidos na equação da regra do divisor de corrente

Figura 6.42 Derivação da regra do divisor de corrente para o caso especial de apenas dois resistores em paralelo.

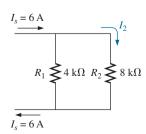



Figura 6.43 Uso da regra do divisor de corrente para determinar a corrente I_2 no Exemplo 6.23.

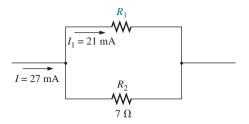



Figura 6.44 Problema de design para dois resistores em paralelo (Exemplo 6.24).

seguida por uma análise matemática. O outro é a aplicação sequencial das leis básicas de circuitos elétricos. Primeiro, usaremos a segunda abordagem.

A aplicação da lei de Kirchhoff para corrente resulta em:

$$\Sigma I_i = \Sigma I_o$$
$$I = I_1 + I_2$$
$$27 \text{ mA} = 21 \text{ mA} + I_2$$

e $\quad I_2 = 27 \text{ mA} - 21 \text{ mA} = 6 \text{ mA}$

A tensão V_2: $\quad V_2 = I_2R_2 = (6 \text{ mA})(7\ \Omega) = 42 \text{ mV}$

de maneira que $\quad V_1 = V_2 = 42 \text{ mV}$

Por fim, $\quad R_1 = \dfrac{V_1}{I_1} = \dfrac{42 \text{ mV}}{21 \text{ mA}} = \mathbf{2\ \Omega}$

Agora, a outra abordagem, usando a regra do divisor de corrente:

$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I_T$$

$$21 \text{ mA} = \left(\frac{7\ \Omega}{R_1 + 7\ \Omega}\right) 27 \text{ mA}$$

$$(R_1 + 7\ \Omega)(21 \text{ mA}) = (7\ \Omega)(27 \text{ mA})$$
$$(21 \text{ mA})R_1 + 147 \text{ mV} = 189 \text{ mV}$$
$$(21 \text{ mA})R_1 = 189 \text{ mV} - 147 \text{ mV} = 42 \text{ mV}$$

e $\quad R_1 = \dfrac{42 \text{ mV}}{21 \text{ mA}} = \mathbf{2\ \Omega}$

Resumindo, portanto, lembre-se de que a corrente sempre busca o caminho de menor resistência, e a razão dos valores da resistência é o inverso dos níveis de corrente resultantes, como mostra a Figura 6.45. A espessura das faixas na Figura 6.45 reflete a magnitude relativa da corrente em cada ramo.

6.7 FONTES DE TENSÃO EM PARALELO

Devido ao fato de a tensão ser a mesma através de elementos em paralelo,

fontes de tensão podem ser colocadas em paralelo somente se elas tiverem a mesma tensão.

A razão fundamental para se colocar duas ou mais baterias ou fontes em paralelo é aumentar a especificação de corrente acima daquela de uma única fonte. Por exemplo, na Figura 6.46, duas baterias ideais de 12 V foram colocadas em paralelo. A corrente total fornecida pela fonte que usa a lei de Kirchhoff para corrente é agora a soma das correntes nominais de cada fonte. A potência resultante disponível será duas vezes aquela de uma única

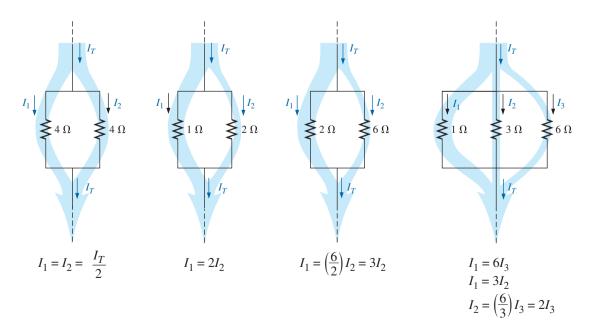



Figura 6.45 Demonstração de como a corrente se divide através de resistores em paralelo iguais e desiguais.

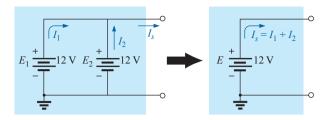



Figura 6.46 Demonstração do efeito de colocar duas fontes ideais da mesma tensão em paralelo.

Figura 6.47 Exame do impacto de colocar duas baterias de chumbo-ácido de diferentes tensões terminais em paralelo.

fonte se a corrente nominal da fonte de cada uma for a mesma. Isto é,

com $\quad I_1 = I_2 = I$

então $\quad P_T = E(I_1 + I_2) = E(I + I) = E(2I) = 2(EI)$
$$= 2P_{(\text{uma fonte})}$$

Se por alguma razão duas baterias de diferentes tensões forem colocadas em paralelo, ambas se tornarão ineficientes ou serão danificadas, pois a bateria com a tensão mais elevada vai ser descarregada rapidamente pela bateria com a tensão terminal mais baixa. Por exemplo, considere duas baterias de chumbo-ácido de diferentes tensões terminais colocadas em paralelo, como mostra a Figura 6.47. Não faz sentido colocar uma bateria de 12 V ideal em paralelo com uma bateria de 6 V, porque a lei de Kirchhoff para tensões seria violada. Entretanto, podemos examinar os efeitos disso se incluirmos os níveis de resistência interna, como mostra a Figura 6.47.

Os únicos resistores limitadores de corrente no circuito são as resistências internas, o que resulta em uma corrente de descarga muito alta para a bateria com a tensão de suprimento maior. A corrente resultante para o caso da Figura 6.47 seria:

$$I = \frac{E_1 - E_2}{R_{int_1} + R_{int_2}} = \frac{12\,\text{V} - 6\,\text{V}}{0,03\,\Omega + 0,02\,\Omega} = \frac{6\,\text{V}}{0,05\,\Omega} = 120\,\text{A}$$

Esse valor excede em muito a corrente de saída nominal da bateria de 12 V, resultando em uma rápida descarga de E_1 e um impacto destrutivo sobre a fonte menor devido às correntes excessivas. Esse tipo de situação ocorria eventualmente quando alguns carros ainda usavam baterias de 6 V. Algumas pessoas pensavam: 'Se eu tenho uma bateria de 6 V, uma bateria de 12 V vai funcionar duas vezes melhor'; e isso não é verdade!

Em geral,

é sempre recomendável que, ao substituir baterias em série ou em paralelo, substitua-se todas as baterias.

Uma bateria nova colocada em paralelo com uma bateria mais velha provavelmente terá uma tensão terminal mais alta e imediatamente começará a descarregar através da bateria mais velha. Além disso, a corrente disponível é menor para a bateria mais velha, o que resulta em uma saída de corrente mais alta do que a nominal da bateria mais nova quando uma carga for aplicada.

6.8 CIRCUITOS ABERTOS E CURTOS-CIRCUITOS

Os circuitos abertos e os curtos-circuitos podem, com frequência, causar mais confusão e dificuldades na análise de um sistema do que as configurações em série e em paralelo. Isso ficará mais claro nos próximos capítulos, quando aplicarmos certos métodos e teoremas.

Um **circuito aberto** consiste simplesmente em dois terminais isolados sem qualquer conexão entre si, como vemos na Figura 6.48(a). Como não existe um caminho fechado para a condução, a corrente associada a um circuito aberto é sempre nula. Entretanto, a diferença de potencial entre os terminais de um circuito aberto pode ter qualquer valor, dependendo do sistema a que os terminais estão conectados. Assim, em resumo,

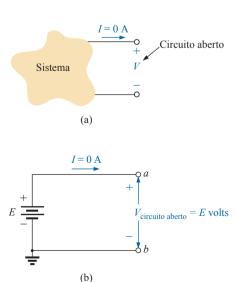



Figura 6.48 Definição de um circuito aberto.

em um circuito aberto podemos ter uma diferença de potencial (tensão) qualquer entre seus terminais, mas o valor da corrente será sempre zero.

Na Figura 6.48(b), existe um circuito aberto entre os terminais *a* e *b*. A tensão nos terminais do circuito aberto é igual à tensão da fonte, mas a corrente é zero devido ao circuito estar incompleto.

Alguns exemplos práticos de circuitos abertos e seu impacto são fornecidos na Figura 6.49. Na Figura 6.49(a), a corrente excessiva demandada pelo circuito fez com que um dos fusíveis falhasse, criando um circuito aberto que reduziu a corrente a zero ampère. Entretanto, é importante observar que a *tensão aplicada plena passa agora através do circuito aberto*, de maneira que você tem de ter cuidado ao trocar o fusível. Se há um interruptor principal à frente do fusível, acione-o primeiro para eliminar a possibilidade de levar um choque. A situação claramente revela os benefícios de disjuntores: você pode reconfigurar o disjuntor sem ter de chegar perto dos fios energizados.

Na Figura 6.49(b), a placa de pressão da cavidade da lâmpada de uma lanterna foi dobrada quando a lanterna sofreu uma queda. Um circuito aberto existe agora entre o ponto de contato da lâmpada e a placa conectada às baterias. A corrente caiu para zero ampère, mas os 3 V fornecidos pelas baterias em série aparecem através do circuito aberto. A situação pode ser corrigida colocando-se uma chave de fenda sob a placa e empurrando-a na direção da lâmpada.

Finalmente, na Figura 6.49(c), o filamento de uma lâmpada em uma conexão em série se rompe devido à corrente excessiva ou ao tempo de uso, criando um circuito aberto que derruba todas as lâmpadas na configuração em série. Novamente, a corrente caiu para zero ampère, mas os 120 V inteiros aparecerão através dos pontos de contato da lâmpada ruim. Em situações como essa, *você deve remover a tomada da parede antes de trocar a lâmpada*.

Um **curto-circuito** é uma conexão direta de resistência muito baixa entre dois terminais de um circuito, como mostra a Figura 6.50. A corrente através do curto-circuito pode ser de qualquer valor, como determinar o sistema ao qual ela está conectada, mas a tensão através do curto-circuito é sempre zero volt, porque considera-se que a resistência do curto-circuito é essencialmente zero ohm e $V = IR = I(0\ \Omega) = 0$ V.

Resumindo, portanto,

um curto-circuito pode carregar uma corrente de um nível determinado pelo circuito externo, mas a diferença de potencial (tensão) através de seus terminais é sempre zero volts.

Na Figura 6.51(a), a corrente através do resistor de 2 Ω é 5 A. Se um curto-circuito ocorresse no resistor de 2 Ω, a resistência total da combinação em paralelo do resistor de 2 Ω e o curto (de essencialmente zero ohm) seria:

$$2\ \Omega \parallel 0\ \Omega = \frac{(2\ \Omega)(0\ \Omega)}{2\ \Omega + 0\ \Omega} = 0\ \Omega$$

como indica a Figura 6.51(b), e a corrente vai subir a níveis muito altos, como determina a lei de Ohm:

$$I = \frac{E}{R} = \frac{10\text{ V}}{0\ \Omega} \rightarrow \infty\text{ A}$$

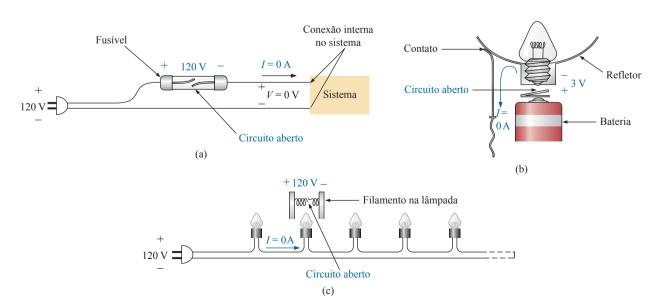



Figura 6.49 Exemplos de circuitos abertos.

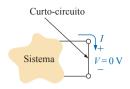



Figura 6.50 Definição de um curto-circuito.

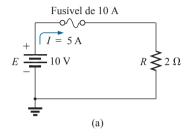
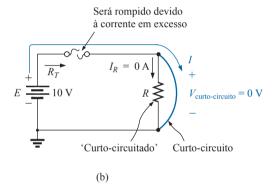



Figura 6.51 Demonstração do efeito de um curto-circuito sobre os níveis de corrente.

O efeito do resistor de 2 Ω foi efetivamente 'curto--circuitado' pela conexão de baixa resistência. A corrente máxima é agora limitada somente pelo disjuntor do circuito ou pelo fusível em série com a fonte.

Alguns exemplos práticos de curtos-circuitos e seus impactos são fornecidos na Figura 6.52. Na Figura 6.52(a), um fio com corrente (a alimentação) enrolado em torno de um parafuso se soltou e está tocando a conexão de retorno. Uma conexão de curto-circuito entre os dois terminais foi estabelecida, o que pode resultar em uma corrente muito pesada e um possível perigo de incêndio. A esperança é que o disjuntor entre 'em ação' e o circuito seja desativado. Problemas como esse estão entre as razões que determinam que fios de alumínio (mais baratos e mais leves do que o cobre) não são permitidos em instalações elétricas residenciais ou industriais. O alumínio é mais sensível à temperatura do que o cobre, e vai se expandir e se contrair devido ao calor desenvolvido pela corrente que passa pelo cabo. Eventualmente, a expansão e a contração podem afrouxar o parafuso, e um fio sob algum estresse torsional da instalação pode se mover e fazer contato com outro condutor, como mostra a Figura 6.52(a). O alumínio ainda é usado em grandes painéis como uma conexão de barra coletora, mas ele é aparafusado.

Na Figura 6.52(b), os fios de um ferro começaram a se enrolar e a rachar devido a correntes excessivas ou a seu tempo de uso. Assim que o isolamento se rompe, esse enrolamento pode fazer com que dois fios se toquem e estabeleçam um curto-circuito. A esperança é que um disjuntor ou um fusível desconecte o circuito rapidamente. Frequentemente, não é o fio do ferro que causa o problema, mas uma extensão barata com o diâmetro de fio errado. Perceba que você não pode perceber a capacidade de uma extensão por sua capa exterior. Ela pode ter uma cobertura laranja grossa, mas ter um fio muito fino dentro. Confira o diâmetro do fio da próxima vez que você comprar uma extensão, e certifique-se de que ela tenha um diâmetro de pelo menos #14, sendo #12 a melhor escolha para aparelhos de alta corrente.

Finalmente, a Figura 6.52(c) ilustra os enrolamentos em um transformador ou em um motor para uso residen-

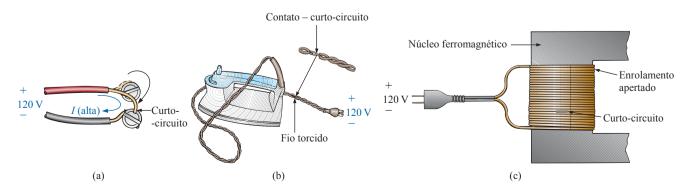



Figura 6.52 Exemplos de curtos-circuitos.

cial ou industrial. Os fios estão enrolados de maneira tão apertada e com uma camada de isolamento tão fina que é possível que, com o passar do tempo e com o uso, esse isolamento se rompa e provoque um curto-circuito. Em muitos casos, curtos-circuitos podem ocorrer, reduzindo o número de enrolamentos efetivos na unidade. É possível que a ferramenta ou o aparelho ainda funcione, mas com menos força ou com uma velocidade rotacional menor. Se você observar uma mudança dessa natureza na resposta, deverá conferir os enrolamentos, porque um curto-circuito pode levar a uma situação perigosa. Em muitos casos, o estado dos enrolamentos pode ser conferido com uma simples leitura de ohmímetro. Se um curto ocorreu, o comprimento de fio utilizável foi reduzido, e a resistência caiu. Se você sabe qual é a resistência normal, pode fazer uma comparação e chegar a uma conclusão.

Para um leigo, a terminologia *curto-circuito* ou *circuito aberto* é normalmente associada a situações difíceis como queda de energia, fumaça e fogo. Entretanto, na análise de circuitos, ambos podem ter um papel importante na determinação de parâmetros específicos de um sistema. Entretanto, mais frequentemente, se uma condição de curto-circuito deve ser estabelecida, ela pode ser obtida usando-se uma *ponte* — um fio de resistência desprezível a ser conectado entre os pontos de interesse. Estabelecer um circuito aberto exige apenas a certificação de que os terminais de interesse estejam isolados um do outro.

EXEMPLO 6.25

Determine a tensão V_{ab} para o circuito na Figura 6.53.

Solução:

O circuito aberto exige que I seja zero ampère. A queda de tensão através de ambos os resistores é, portanto, de zero volt, tendo em vista que $V = IR = (0)R = 0$ V. A aplicação da lei de Kirchhoff para tensões em torno da malha fechada resulta em:

$$V_{ab} = E = \mathbf{20\ V}$$

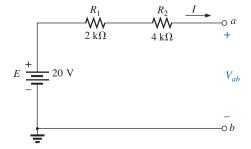



Figura 6.53 Circuito para o Exemplo 6.25.

EXEMPLO 6.26

Determine as tensões V_{ab} e V_{cd} para o circuito na Figura 6.54.

Solução:

A corrente através do sistema é zero ampère devido ao circuito aberto, o que resulta em uma queda de 0 V em cada resistor. Ambos os resistores podem então ser substituídos por curtos-circuitos, como mostra a Figura 6.55. A tensão V_{ab} passa então diretamente através da bateria de 10 V, e:

$$V_{ab} = E_1 = \mathbf{10\ V}$$

A tensão V_{cd} exige uma aplicação da lei de Kirchhoff para tensões:

$$+E_1 - E_2 - V_{cd} = 0$$

ou $$V_{cd} = E_1 - E_2 = 10\text{ V} - 30\text{ V} = \mathbf{-20\ V}$$

O sinal negativo na solução indica que a tensão real V_{cd} tem a polaridade oposta daquela mostrada na Figura 6.54.

EXEMPLO 6.27

Determine a tensão e a corrente desconhecidas em cada circuito da Figura 6.56.

Solução:

Para o circuito na Figura 6.56(a), a corrente I_T tomará o caminho da menor resistência, e tendo em vista que a condição de curto-circuito na extremidade do circuito é o caminho de menor resistência, toda a corrente

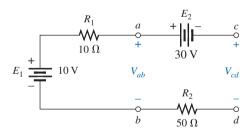



Figura 6.54 Circuito para o Exemplo 6.26.

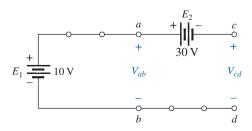



Figura 6.55 Circuito da Figura 6.54 redesenhado.

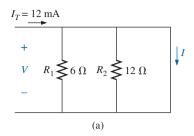
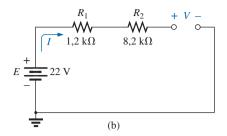



Figura 6.56 Circuitos para o Exemplo 6.27.

passará pelo curto-circuito. Essa conclusão pode ser verificada usando-se a regra do divisor de corrente. A tensão através do circuito é a mesma que atravessa o curto-circuito, zero volt, como mostra a Figura 6.57(a). Para o circuito na Figura 6.56(b), a condição de circuito aberto exige que a corrente seja de zero ampère. Portanto, as quedas de tensão dos resistores têm de ser de zero volt, como determina a lei de Ohm [$V_R = IR = (0)R = 0$ V], com os resistores atuando como uma conexão da fonte para o circuito aberto. O resultado é que a tensão do circuito aberto é $E = 22$ V, como mostra a Figura 6.57(b).

EXEMPLO 6.28

Determine V e I para o circuito na Figura 6.58 para o caso de o resistor R_2 ser curto-circuitado.

Solução:

O circuito redesenhado aparece na Figura 6.59. A corrente através do resistor de 3 Ω é zero devido ao circuito aberto, fazendo com que toda a corrente I passe pela ponte. Tendo em vista que $V_{3\Omega} = IR = (0)R = 0$ V, a tensão V passa diretamente pelo curto, e:

$$V = \mathbf{0\ V}$$

com $$I = \frac{E}{R_1} = \frac{6\text{ V}}{2\ \Omega} = \mathbf{3\ A}$$

6.9 EFEITOS DE CARGA DO VOLTÍMETRO

Nos capítulos anteriores, aprendemos que amperímetros não são instrumentos ideais. Quando você insere um amperímetro, na realidade, está introduzindo uma resistência adicional em série com o ramo no qual está medindo a corrente. Geralmente, isso não é um problema sério, mas ele pode ter um efeito perturbador em suas leituras, de maneira que é bom ter consciência dessa questão.

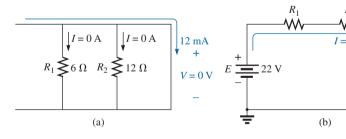



Figura 6.57 Soluções para o Exemplo 6.27.

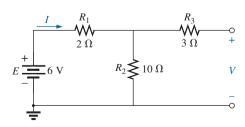



Figura 6.58 Circuito para o Exemplo 6.28.

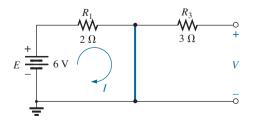



Figura 6.59 Circuito na Figura 6.58 com R_2 substituído por uma ponte.

Voltímetros também têm uma resistência interna que aparece entre os dois terminais de interesse quando uma medição está sendo feita. Enquanto o amperímetro coloca uma resistência adicional em série com o ramo de interesse, o voltímetro coloca uma resistência adicional *através* do elemento, como mostra a Figura 6.60. Tendo em vista que ele aparece em paralelo com o elemento de interesse, *o nível ideal para a resistência interna de um voltímetro seria infinitos ohms, da mesma maneira que zero ohm seria o ideal para um amperímetro*. Infelizmente, a resistência de qualquer voltímetro não é infinita, e muda de um tipo de medidor para o outro.

A maioria dos medidores digitais tem um nível de resistência interna fixo na faixa do megohm que permanece o mesmo *para todas suas escalas*. Por exemplo, o medidor na Figura 6.60 tem o nível típico de 11 MΩ para sua resistência interna, não importando qual escala de tensão seja usada. Quando o medidor é colocado através do resistor de 10 kΩ, a resistência da combinação é:

$$R_T = 10\,\text{k}\Omega \parallel 11\,\text{M}\Omega = \frac{(10^4\,\Omega)(11\times10^6\,\Omega)}{10^4\,\Omega + (11\times10^6\,\Omega)} = 9{,}99\,\text{k}\Omega$$

e o comportamento do circuito não é seriamente afetado. O resultado, portanto, é que

a maioria dos voltímetros digitais pode ser usada em circuitos com resistências que chegam à alta faixa de kilohms sem que haja preocupação com o efeito da resistência interna sobre a leitura.

Entretanto, se as resistências estão na faixa dos megohms, você deve investigar o efeito da resistência interna.

Mas um VOM analógico é uma questão diferente, pois os níveis de resistência interna são muito mais baixos e são uma função da escala usada. Se um VOM na escala de 2,5 V fosse colocado através do resistor de 10 kΩ na Figura 6.60, a resistência interna poderia ser 50 kΩ, o que resultaria em uma resistência combinada de:

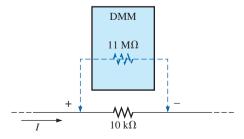



Figura 6.60 Carga de voltímetro.

$$R_T = 10\,\text{k}\Omega \parallel 50\,\text{k}\Omega = \frac{(10^4\,\Omega)(50\times10^3\,\Omega)}{10^4\,\Omega + (50\times10^3\,\Omega)} = 8{,}33\,\text{k}\Omega$$

e o comportamento do circuito seria afetado porque o resistor de 10 kΩ apareceria com um resistor de 8,33 kΩ.

Para determinar a resistência R_m de qualquer escala de um VOM, simplesmente multiplique a **tensão máxima** da escala escolhida pela **especificação ohm/volt (Ω/V)**, que normalmente aparece na parte de baixo da face do medidor. Isto é,

$$R_m = (\text{VOM}) = (\text{escala})(\text{especificação } \Omega/\text{V})$$

Para uma especificação Ω/V típica de 20.000, a escala de 2,5 V teria uma resistência interna de:

$$(2{,}5\text{ V})(20.000\ \Omega/\text{V}) = \mathbf{50\ k\Omega}$$

enquanto para a escala de 100 V, a resistência interna do VOM seria de:

$$(100\text{ V})(20.000\ \Omega/\text{V}) = \mathbf{2\ M\Omega}$$

e para a escala de 250 V,

$$(250\text{ V})(20.000\ \Omega/\text{V}) = \mathbf{5\ M\Omega}$$

EXEMPLO 6.29

Para o circuito relativamente simples na Figura 6.61(a):

a) qual é a tensão de circuito aberto V_{ab}?
b) o que um DMM indicará caso ele tenha uma resistência interna de 11 MΩ? Compare sua resposta com aquela da parte (a);
c) repita a parte (b) para um VOM com uma especificação Ω/V de 20.000 na escala de 100 V.

Soluções:

a) Devido ao circuito aberto, a corrente é zero, e a queda de tensão através do resistor de 1 MΩ é zero volt. O resultado é que toda a tensão fornecida pela fonte aparece entre os pontos *a* e *b*, e:

$$V_{ab} = \mathbf{20\ V}$$

b) Quando o medidor é conectado, como mostra a Figura 6.61(b), um circuito completo foi estabelecido, e a corrente pode passar pelo circuito. A leitura do voltímetro pode ser determinada usando-se a regra do divisor de tensão, como a seguir:

$$V_{ab} = \frac{(11\,\text{M}\Omega)(20\text{V})}{(11\,\text{M}\Omega + 1\,\text{M}\Omega)} = \mathbf{18{,}33\ V}$$

e a leitura é afetada de certa maneira.

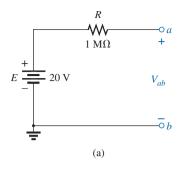
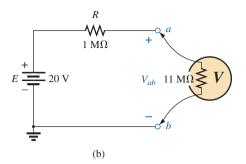



Figura 6.61 (a) Medição de uma tensão de circuito aberto com um voltímetro; (b) determinação do efeito do uso de um voltímetro digital com uma resistência interna de 11 MΩ na medida de uma tensão de circuito aberto (Exemplo 6.29).

c) Para o VOM, a resistência interna do medidor é:

$$R_m = (100\text{ V})\ (20.000\ \Omega/\text{V}) = 2\text{ M}\Omega$$

e $$V_{ab} = \frac{(2\text{ M}\Omega)(20\text{ V})}{(2\text{ M}\Omega + 1\text{ M}\Omega)} = \mathbf{13{,}33\ V}$$

que é consideravelmente abaixo do nível desejado de 20 V.

6.10 TABELA DE RESUMO

Agora que as configurações em série e em paralelo foram abordadas em detalhes, revisaremos as equações de maior destaque, assim como suas características. As equações para as duas configurações têm uma série de similaridades. Na realidade, as equações para uma podem ser obtidas diretamente da outra ao se aplicar, simplesmente, o princípio da **dualidade.** A dualidade entre equações significa que o formato para uma equação pode ser aplicado a duas situações diferentes ao se mudar a variável de interesse. Por exemplo, a equação para a resistência total de um circuito em série é a soma das resistências. Ao mudar os parâmetros de resistência para parâmetros de condutância, você poderá obter a equação para a condutância total de um circuito em paralelo — uma maneira fácil de lembrar das duas equações. Similarmente, começando com a equação da condutância total, você poderá escrever facilmente a equação de resistência total para circuitos em série substituindo os parâmetros de condutância por parâmetros de resistência. Circuitos em série e em paralelo compartilham de duas importantes relações duais: (1) entre a resistência de circuitos em série e a condutância de circuitos em paralelo e (2) entre a tensão ou corrente de um circuito em série e a corrente ou tensão, respectivamente, de um circuito em paralelo. A Tabela 6.1 resume essa dualidade.

O formato da resistência total para um circuito em série tem o mesmo formato que a condutância total de

Tabela 6.1 Tabela de resumo.

Circuitos em série e em paralelo		
Série	**Dualidade**	**Paralelo**
$R_T = R_1 + R_2 + R_3 + \ldots + R_N$	$R \rightleftarrows G$	$G_T = G_1 + G_2 + G_3 + \ldots + G_N$
R_T aumenta (G_T diminui) se resistores adicionais são acrescentados em série	$R \rightleftarrows G$	G_T aumenta (R_T diminui) se resistores adicionais são adicionados em paralelo
Caso especial: dois elementos $R_T = R_1 + R_2$	$R \rightleftarrows G$	$G_T = G_1 + G_2$
I é o mesmo através dos elementos em série	$I \rightleftarrows V$	V é o mesmo através de elementos em paralelo
$E = V_1 + V_2 + V_3$	$E, V \rightleftarrows I$	$I_T = I_1 + I_2 + I_3$
Maior V através do maior R	$V \rightleftarrows I$ e $R \rightleftarrows G$	Maior I através do maior G (menor R)
$V_x = \dfrac{R_x E}{R_T}$	$E, V \rightleftarrows I$ e $R \rightleftarrows G$	$I_x = \dfrac{G_x I_T}{G_T}$
$P = EI_T$	$E \rightleftarrows I$ e $I \rightleftarrows E$	$P = I_T E$
$P = I^2R$	$I \rightleftarrows V$ e $R \rightleftarrows G$	$P = V^2G$
$P = V^2/R$	$V \rightleftarrows I$ e $R \rightleftarrows G$	$P = I^2/G$

um circuito em paralelo, como mostra a Tabela 6.1. Para ir de um a outro é necessário apenas intercambiar as letras R e G. Para o caso especial de dois elementos, as equações têm o mesmo formato, mas a equação aplicada para a resistência total da configuração paralela mudou. Na configuração em série, a resistência total aumenta a cada resistor adicionado. Para circuitos em paralelo, a condutância total aumenta a cada condutância adicional. O resultado é que a condutância total de um circuito em série cai com elementos resistivos adicionados, enquanto a resistência total de circuitos em paralelo diminui com elementos adicionados.

Em um circuito em série, a corrente é a mesma em qualquer lugar. Em um circuito em paralelo, a tensão é a mesma através de cada elemento. O resultado é uma dualidade entre a tensão e a corrente para as duas configurações. O que é verdade para uma em uma configuração é verdade para a outra em outra. Em um circuito em série, a tensão aplicada divide-se entre os elementos em série. Em um circuito em paralelo, a corrente divide-se entre elementos em paralelo. Para circuitos em série, o maior resistor captura a maior porção da tensão aplicada. Para circuitos em paralelo, o ramo com a maior condutância captura a maior porção da corrente de entrada. Além disso, para circuitos em série, a tensão aplicada é igual à soma das quedas de tensão através dos elementos em série do circuito, enquanto a corrente fornecida pela fonte para ramos em paralelo é igual à soma das correntes através de todos os ramos em paralelo.

A potência total fornecida a um circuito em série ou em paralelo é determinada pelo produto da tensão aplicada e pela corrente que a fonte resultante fornece. A potência fornecida a cada elemento também é a mesma para cada configuração. A dualidade pode ser aplicada novamente, mas a equação $P = EI$ gera o mesmo resultado que $P = IE$. Também, $P = I^2R$ pode ser substituído por $P = V^2G$ para elementos em paralelo, mas essencialmente todos podem ser usados em todas as configurações. O princípio da dualidade pode ser muito útil no processo de aprendizagem. Lembre-se disso na medida em que você avançar nos próximos capítulos. Você descobrirá, em capítulos posteriores, que essa dualidade também pode ser aplicada entre dois importantes elementos: indutores e capacitadores.

6.11 TÉCNICAS DE ANÁLISE DE DEFEITOS

A arte da *análise de defeitos* (identificação e correção) não está limitada somente a sistemas elétricos ou eletrônicos. Em um sentido mais amplo,

análise de defeitos é um processo no qual utilizamos conhecimentos e experiência para localizar um problema e sugerir ou implementar uma solução.

Mesmo o mais simples dos circuitos pode não operar corretamente por muitas razões. Pode haver uma conexão aberta; os instrumentos de medida podem precisar de calibração; a fonte de alimentação pode estar desligada ou ter sido ligada ao circuito de modo incorreto; um elemento pode não estar funcionando corretamente por causa de um dano anterior ou por ser de má qualidade; um fusível pode ter queimado, e assim por diante. Infelizmente, não existe uma sequência definida de passos que nos permita identificar a enorme variedade de problemas que podem aparecer em um sistema elétrico. Somente a experiência, aliada ao sólido conhecimento das leis básicas, pode ajudar uma pessoa a encontrar rapidamente a causa de um comportamento inadequado do sistema.

Entretanto, parece bastante óbvio que o primeiro passo para verificar o circuito ou identificar um problema é ter uma ideia das ordens de grandeza das tensões e das correntes que devem existir em todas as partes do circuito. Por exemplo, no circuito visto na Figura 6.62, a corrente deve ser da ordem de uns poucos miliampères, com a maior parte da tensão da bateria entre os terminais do resistor de 8 kΩ. No entanto, na mesma figura, vemos que $V_{R_1} = V_{R_2} = 0$ V e que $V_a = 20$ V. Como $V = IR$, deduzimos imediatamente que $I = 0$ A e que existe uma ruptura em alguma parte do circuito. O fato de $V_a = 20$ V assegura que as ligações que vão de GND até a, passando pela fonte, estão em perfeito estado. Portanto, o circuito aberto tem de estar entre R_1 e R_2, ou então na conexão em R_2 com GND. Um circuito aberto em um dos dois pontos resultaria em $I = 0$ A, e nas leituras registradas na figura. Tenha em mente que, embora tenhamos $I = 0$ A, R_1 constitui uma conexão entre a bateria e o ponto a. Ou seja, se $I = 0$ A, $V_{R_1} = IR_2 = (0)R_2 = 0$ V, que é o resultado obtido no caso de um curto-circuito.

Na Figura 6.62, se $V_{R_1} \cong 20$ V e V_{R_2} for muito pequena ($\cong 0{,}08$ V, por exemplo), isso sugere que o circuito está

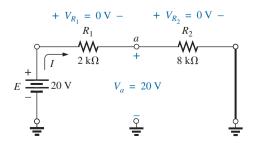



Figura 6.62 Circuito defeituoso.

completo, que é percorrido por uma corrente e existe algum problema relacionado ao resistor R_2, que não está em curto-circuito, pois essa condição resultaria em $V_{R_2} = 0$ V. Uma verificação cuidadosa de R_2 pode nos mostrar, por exemplo, que um resistor de 8 Ω foi usado na montagem, em vez do resistor especificado de 8 kΩ; houve uma leitura incorreta do código de cores. Para evitar isto, um ohmímetro deve ser usado para confirmar a leitura do código de cores ou para garantir que o valor da resistência ainda esteja dentro da faixa determinada pelo código de cores.

Ocasionalmente, o problema poderá ser difícil de diagnosticar. Todos os componentes foram checados e todas as ligações parecem estar firmes. A fonte está ligada e ajustada no valor adequado; os medidores parecem estar funcionando corretamente. Nessas ocasiões, a experiência é fundamental. Talvez você se lembre, por exemplo, de que uma análise da ligação interna (que não é visível) de um resistor revelou anteriormente que essa ligação era do tipo fusível, ou ainda que esse mesmo resistor foi sujeito a uma sobrecarga de corrente em uma ocasião anterior, o que pode tê-lo danificado de modo que sua resistência real seja muito inferior àquela informada pelo código de cores. Verifique a fonte novamente! Embora a tensão de saída possa ter sido selecionada de modo correto, o botão de controle da corrente pode ter sido deixado na posição de corrente zero ou mínima. A ligação em GND é estável? A lista de dúvidas parece não ter fim. Entretanto, lembre-se do fato de que a experiência faz com que a identificação de problemas seja mais rápida. É claro que quanto mais complicado o sistema, maior a lista de possibilidades; mas, frequentemente, é possível identificar uma região do sistema na qual o comportamento indesejado ocorre antes de se efetuar o teste dos componentes individuais.

6.12 MONTAGENS EXPERIMENTAIS (*PROTOBOARDS/BREADBOARDS*)

Na Seção 5.12, a montagem experimental foi introduzida juntamente com as conexões para um circuito em série simples. Para continuar a montagem, o circuito na Figura 6.17 foi configurado na placa da Figura 6.63(a) usando-se duas técnicas diferentes. As possibilidades são infinitas, mas essas duas soluções usam uma abordagem relativamente direta.

Primeiro, observe que as linhas de suprimento e terra estão estabelecidas ao longo do comprimento da placa usando as zonas de condução horizontais na parte de cima e de baixo da placa através das conexões aos terminais. O circuito à esquerda na placa foi usado para configurar o circuito de maneira bastante parecida, aparecendo de maneira esquemática na Figura 6.63(b). Essa abordagem exigiu que os resistores fossem conectados entre duas faixas condutivas verticais. Se tivessem sido colocados de maneira perfeitamente vertical em uma única faixa condutiva, os resistores teriam entrado em curto-circuito. Frequentemente, configurar o circuito de maneira que ele copie da melhor forma possível o original pode tornar mais fácil sua checagem e medição. O circuito à direita na parte (a) usou as faixas condutivas verticais para conectar os resistores em cada extremidade. Tendo em vista que não havia espaço suficiente para os três, uma conexão teve de ser adicionada entre o conjunto vertical de cima e o conjunto de baixo. Os resistores estão em ordem, R_1, R_2 e R_3 de cima para baixo. Para ambas as configurações, o ohmímetro pode ser conectado ao fio positivo do terminal fonte e do terminal terra ou negativo.

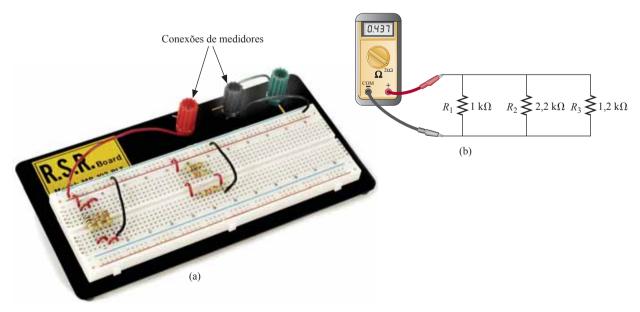



Figura 6.63 Uso de montagem experimental para configurar o circuito na Figura 6.17.

Faça uma pausa para analisar as conexões e pensar em outras possibilidades. Melhorias podem ser feitas com frequência, e pode ser gratificante descobrir a configuração mais eficiente com o menor número possível de fios de conexão.

6.13 APLICAÇÕES

Uma das vantagens mais importantes da configuração em paralelo é que:

se um ramo da configuração deixar de funcionar (circuito aberto), os ramos restantes ainda operarão plenamente.

Em uma casa, a conexão em paralelo é usada para assegurar que se um circuito tiver um problema e acionar seu disjuntor, os circuitos restantes ainda terão os 120 V inteiros. O mesmo vale para automóveis, sistemas de computador, plantas industriais e onde quer que seja desastroso ter um único circuito controlando a distribuição total de energia.

Outra vantagem importante é que

ramos podem ser adicionados a qualquer momento sem que isso afete o comportamento daqueles que já estão instalados.

Em outras palavras, diferentemente da conexão em série, em que um componente adicional reduz o nível de corrente e talvez afete a resposta de alguns dos componentes existentes, um ramo em paralelo adicional não afetará o nível de corrente nos outros ramos. É claro que a demanda de corrente da fonte aumenta, como determina a lei de Kirchhoff para corrente, de maneira que você tem de estar ciente das limitações da fonte.

A seguir, algumas das aplicações mais comuns da configuração em paralelo.

Sistema automotivo

Na medida em que você começa a examinar o sistema elétrico de um automóvel, a questão mais importante a ser compreendida é que todo o sistema elétrico de um automóvel funciona como um *sistema CC*. Embora o gerador produza um sinal CA variante no tempo, um processo de retificação o converte em um sinal que tem um nível médio CC usado para carregar a bateria. Em particular, observe que o capacitor de filtro no ramo do alternador, que pode ser visto na Figura 6.64, amortece a forma de onda CA de saída do retificador para produzir uma fonte de alimentação com uma característica CC melhorada. Portanto, a bateria com carga tem de fornecer a corrente contínua necessária para todo o sistema elétrico do automóvel. Assim, a potência demandada da bateria em qualquer instante corresponde ao produto da tensão nos terminais da bateria pela corrente drenada pela carga total representada por todos os sistemas em operação no automóvel. Isso certamente atribui à bateria uma enorme responsabilidade, e justifica todos os cuidados que devemos ter com ela.

Visto que o sistema elétrico de um automóvel é essencialmente um sistema em paralelo, a corrente total drenada da bateria é a soma das correntes de todos os ra-

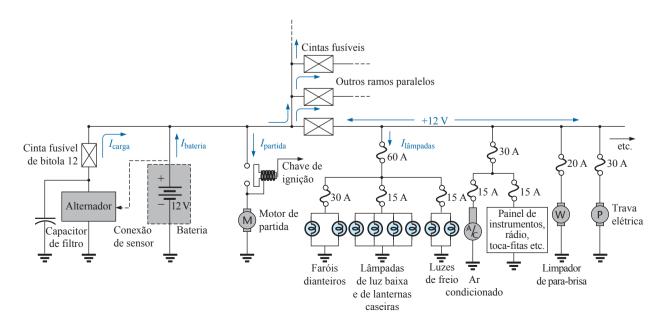



Figura 6.64 Vista expandida do sistema elétrico de um automóvel.

mos em paralelo conectados diretamente à bateria do automóvel. Na Figura 6.64, alguns ramos do diagrama elétrico de um carro foram esboçados para fornecer alguma informação sobre a instalação elétrica, os valores de correntes e a configuração dos fusíveis. Todos os automóveis têm fusíveis, e alguns também têm disjuntores para proteger os diversos componentes e para evitar riscos de incêndio. Exceto por alguns ramos, que podem ter elementos em série, a tensão de operação para a maioria dos componentes de um automóvel é a própria tensão da bateria, à qual atribuímos o valor de 12 V, ainda que, tipicamente, esse valor varie entre 12 e 14,6 V na operação de carregamento. Em outras palavras, todos os componentes têm um terminal conectado à bateria e o outro ao terra ou ao chassi.

Observando a Figura 6.64, vemos que o alternador, ou o ramo de carga do sistema, está conectado diretamente nos terminais da bateria para fornecer a corrente de carga, conforme indicado no diagrama. Uma vez que a partida no automóvel é dada, o rotor do alternador entrará em rotação, gerando uma tensão CA variante no tempo, a qual, por sua vez, passa por um circuito que contém um retificador e um filtro para fornecer uma tensão CC que carregue a bateria. Essa operação de carga acontece apenas quando o sensor, conectado diretamente à bateria, sinaliza que a tensão nos terminais da bateria está relativamente baixa. Situado à direita da bateria no diagrama, o ramo do motor de partida foi incluído para mostrar que não há fusível entre o motor de partida e a bateria quando a chave de ignição é ativada. A ausência de fusível nessa malha é devida às enormes correntes de partida (centenas de ampères) que fluem para dar partida em um automóvel que pode estar parado há dias e/ou pode estar em um ambiente de clima frio — e uma fricção mais intensa ocorre entre as partes móveis até que o óleo comece a circular. Os níveis de corrente de partida podem variar muito, de maneira que seria difícil especificar um fusível, sendo que correntes altas repetitivas poderiam danificar a cinta fusível, o que provocaria uma falha quando a corrente estivesse dentro do nível esperado. Quando a chave de ignição é ativada, o relé de partida completa o circuito entre a bateria e o motor de partida, e isso fará, espera-se, com que o automóvel seja ligado. Se a partida falhar, a primeira atitude deverá ser verificar as conexões da bateria, do relé de partida e do motor de partida para garantir que não surjam interrupções inesperadas nessas conexões devido a vibrações, corrosão ou umidade.

Uma vez que a partida do automóvel tenha ocorrido, o relé de partida abrirá e a bateria estará exclusivamente alimentando os componentes do automóvel. Embora o diagrama visto na Figura 6.64 não mostre o mecanismo de comutação, todo o circuito elétrico do automóvel, exceto nos casos de algumas lâmpadas externas importantes, é geralmente desligado, de modo que a bateria possa se dedicar ao processo de partida. As lâmpadas foram incluídas nos casos em que um desligamento, ainda que seja por um intervalo de tempo curto, poderia gerar uma situação de perigo. Se o automóvel estiver em um ambiente seguro, é melhor deixar as lâmpadas apagadas no momento da partida para economizar a bateria, que teria uma corrente de 30 A a menos sendo drenada. Se as lâmpadas estiverem ligadas no momento da partida, pode-se esperar uma diminuição na intensidade luminosa devido à alta corrente drenada pelo motor de partida, que pode exceder a 500 A. Atualmente, as baterias são especificadas em corrente de arranque (partida) em vez de em ampères-horas. Baterias com especificações de corrente de 700 e 1.000 A para arranque a frio são comuns hoje em dia.

Os fusíveis, como o que é mostrado na Figura 6.65, separam o alternador da bateria e esta dos diversos circuitos do automóvel. Atualmente, eles são feitos com fios de bitola específica projetados para se abrirem de maneira correta com níveis de correntes de 100 A ou mais. Eles são incluídos para proteger o sistema naquelas situações em que uma corrente inesperada é drenada por diversos circuitos aos quais ele está conectado. Essa alta corrente drenada pode, é claro, ser proveniente de um curto-circuito em um dos ramos, mas nesses casos o fusível daquele ramo provavelmente resolveria o problema. O fusível é uma proteção adicional para a linha, caso a corrente total drenada pelos ramos conectados em paralelo exceda os níveis seguros. Os fusíveis têm a aparência mostrada na Figura 6.65(b), na qual o espaço entre os terminais do fusível indica um fusível queimado. Conforme mostra a Figura 6.64, o fusível de 60 A (frequentemente denominado *fusível de distribuição de potência*) para as lâmpadas é um fusível de segunda ordem para a corrente total drenada pelos circuitos das lâmpadas. Finalmente, o fusível de terceira ordem serve para as unidades individuais do automóvel como lâmpadas, ar condicionado e trava elétrica. Em cada caso, a especificação do fusível excede a carga

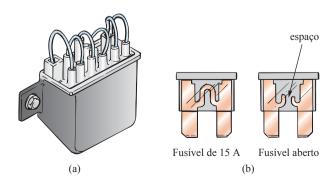



Figura 6.65 Fusíveis para automóveis: (a) cinta fusível; (b) fusível de encaixe.

normal (valor de corrente) de operação do componente, mas o valor de cada fusível nos dá alguma indicação da demanda esperada em condições normais de operação. Por exemplo, os faróis dianteiros drenam tipicamente mais de 10 A, as lanternas traseiras drenam mais de 5 A, o ar condicionado drena cerca de 10 A (quando o engate estiver acionado) e os acionadores elétricos dos vidros drenam de 10 a 20 A, dependendo de quantos dispositivos acionadores são operados de uma só vez.

A Figura 6.64 fornece alguns detalhes apenas para uma parte do circuito total de um automóvel. Na mesma figura, ramos paralelos adicionais, com seus respectivos fusíveis, foram indicados para que posteriormente sejam apresentadas as configurações em paralelo de todos os circuitos.

Na maioria dos veículos, o caminho de retorno para a bateria através da conexão de terra é, na realidade, através do chassi do carro. Ou seja, existe apenas um fio para cada carga elétrica, sendo a outra extremidade simplesmente aterrada no chassi. O retorno para a bateria (conexão do chassi com o terminal negativo) é, portanto, um fio de grande bitola igual ao que é conectado ao terminal positivo. Em alguns carros construídos com uma mistura de materiais como metal, plástico e borracha, o caminho de retorno através do chassi metálico passa a ser inadequado, sendo que dois fios têm de ser conectados em cada carga elétrica do veículo.

Instalação elétrica residencial

No Capítulo 4, os valores básicos de potência relevantes foram discutidos para diversos valores de demanda de uma residência. Agora, estamos prontos para dar o próximo passo e analisar as conexões reais dos elementos em uma residência.

Primeiro, é importante saber que, exceto em algumas circunstâncias muito especiais, a instalação elétrica básica é feita em uma configuração em paralelo. Entretanto, cada ramo em paralelo pode ter uma combinação de elementos em paralelo e em série. Cada ramo completo do circuito recebe 120 ou 208 V, sendo a corrente determinada pela carga. A Figura 6.66(a) fornece os detalhes da instalação elétrica de um circuito simples contendo uma lâmpada incandescente e duas tomadas. A Figura 6.66(b) mostra a representação esquemática. Primeiramente, observe que, embora cada carga esteja em paralelo com a rede elétrica, as chaves são sempre conectadas em série com a carga. A potência é transmitida à lâmpada apenas quando a chave estiver fechada e os 120 V aparecem nos terminais do bulbo. O ponto de conexão para as duas tomadas passa pela caixa situada no teto, que sustenta a lâmpada. Como não existe uma chave para as tomadas, elas estão sempre 'quentes' (energizadas), a menos que o disjuntor do circuito no painel principal esteja desligado. É importante entender isso porque você pode se sentir tentado a trocar a luminária simplesmente desligando o interruptor na parede. É verdade que, se você for muito cuidadoso, pode trabalhar com uma fase de cada vez (tendo a certeza de que não a encostará em outra fase em nenhum momento), mas o procedimento padrão é desligar o disjuntor no painel sempre que for trabalhar no circuito. Observe na Figura 6.66(a) que o fio de *alimentação* (preto) na instalação, no painel, está conectado a um dos lados da chave e das duas tomadas. Esse fio não está conectado diretamente na luminária, pois isso a manteria ligada todo o tempo. A energização da lâmpada é feita por meio do interruptor. A conexão direta, do painel até as tomadas, garante que elas estejam sempre energizadas, caso o disjuntor no painel esteja ligado. Observe também como o fio de *retorno* (branco) está conectado diretamente ao interruptor da lâmpada e às tomadas para proporcionar um retorno para cada componente. Não há necessidade de o fio branco passar pela chave, já que uma tensão aplicada é uma conexão de dois pontos e o fio preto é controlado por uma chave.

O aterramento adequado do sistema como um todo e das cargas individuais é um dos mais importantes aspectos na instalação de qualquer sistema. Às vezes, há uma tendência a estarmos mais satisfeitos com o funcionamento do sistema e dedicarmos atenção menor às técnicas adequadas de aterramento. Tenha sempre em mente que um sistema de aterramento adequado tem um caminho direto para a terra (solo), caso uma situação indesejada ocorra. A ausência de uma conexão direta para a terra faz com que o sistema determine seu próprio caminho para a terra, e você pode ser esse caminho, caso encoste em algo energizado como um fio, uma caixa metálica, um cano metálico, entre outros. Na Figura 6.66(a), as conexões para os fios terra foram incluídas. Em vez de um fio com cobertura plástica, usado na Figura 6.66(a), o fio terra é fornecido como um fio de cobre desencapado. Observe que ele está conectado ao painel, que por sua vez está conectado diretamente a uma haste de cobre de aproximadamente 2,44 m enterrada no solo. Além disso, observe que a conexão de terra é distribuída por todo o circuito, incluindo o interruptor, a luminária da lâmpada e as tomadas. Essa é uma conexão contínua. Se a caixa da tomada, a caixa do interruptor e a luminária forem feitas de materiais como metal, o fio terra tem de ser conectado em cada um. Caso sejam de material plástico, não há a necessidade de conexão ao terra. Entretanto, o interruptor, as duas tomadas e a luminária possuem conexões próprias para terra. No caso do interruptor e das tomadas, existe um parafuso verde do fio terra que é conectado em toda a armação do interruptor e das tomadas, conforme mostra a Figura 6.67, que apresenta a conexão de terra de uma tomada. Para ambos, interruptor e tomada,

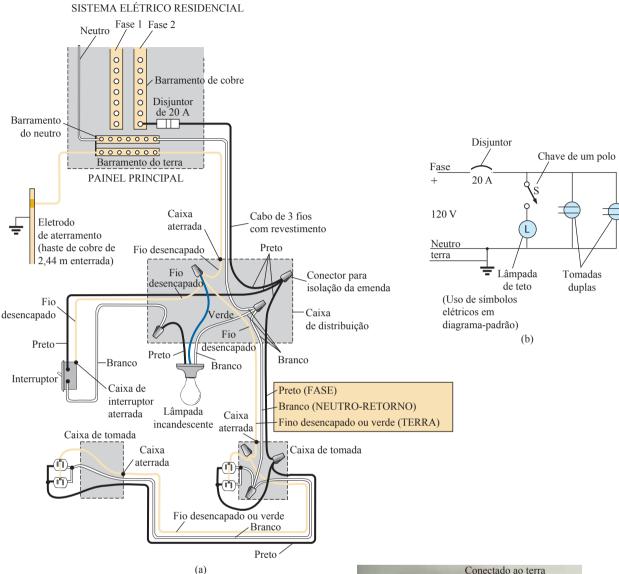



Figura 6.66 Instalação elétrica residencial que usa uma única fase: (a) detalhes físicos; (b) representação esquemática.

mesmo o parafuso no corpo metálico ou os parafusos usados para fixar a placa exterior no local estarão aterrados, já que eles são aparafusados na caixa de metal do interruptor e da tomada. Quando a conexão de terra é aparafusada na caixa de metal, é possível realizá-la usando-se os parafusos de fixação do interruptor ou da tomada na caixa, conforme mostra a Figura 6.67. *Em todo caso, preste atenção especial no processo de aterramento sempre que for instalar qualquer equipamento elétrico*.

Do ponto de vista prático, sempre que fixar um fio em um terminal do tipo parafuso, envolva o fio no sentido horário em torno do parafuso, de modo que, quando apertar o parafuso, ele agarre o fio em torno dele no mesmo

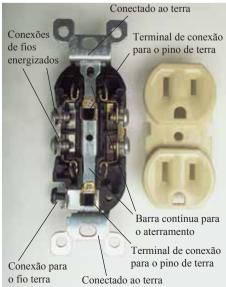
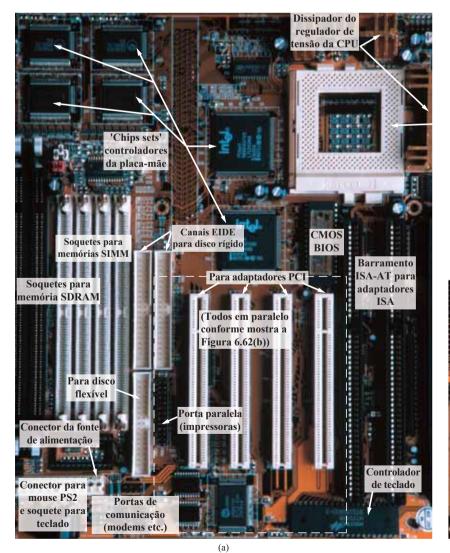



Figura 6.67 Conexões contínuas de terra em uma tomada dupla.

sentido. Uma análise mais detalhada de uma instalação elétrica residencial típica aparece no Capítulo 15.

Conexões em paralelo de barramentos de computadores

A construção interna (hardware) de grandes computadores mainframe e modelos de computador pessoais se baseiam na possibilidade da inclusão de placas de interface em slots como os que são mostrados na Figura 6.68(a). A placa principal (geralmente, a maior das placas), normalmente chamada de *placa-mãe*, contém a maioria das funções necessárias para a operação de um computador completo. As placas de interface são habitualmente acrescentadas com a finalidade de expandir a capacidade de memória, possibilitar a conexão de rede, acrescentar equipamentos periféricos, entre outras. Por exemplo, caso se decida incluir um modem no computador, pode-se simplesmente inserir a placa de modem no conector adequado visto na Figura 6.68(a). Os conectores de barramento são conectados em paralelo tendo conexões comuns com a fonte de alimentação, com os barramentos de dados e endereço, com os sinais de controle, com o GND, entre outros. Por exemplo, se a conexão inferior de cada conector de barramento for uma conexão GND, essa conexão será distribuída através de cada conector de barramento e imediatamente conectada em toda placa de interface instalada. Cada placa de interface tem um conector que se ajusta diretamente ao conector do barramento sem que haja a necessidade de qualquer soldagem ou montagem. Os pinos da placa de interface são projetados para fornecerem um caminho entre a placa-mãe e seus componentes para desempenhar a função desejada. Observe na Figura

(a)

(b)

Figura 6.68 (a) Placa-mãe de um computador de mesa; (b) conexões da placa de circuito impresso para a região indicada no item (a).

6.68(b), que é uma vista posterior da região indicada na Figura 6.68(a), que se for seguida a trilha do segundo pino de cima para baixo na extrema esquerda, será possível ver que ele está conectado ao mesmo pino nos outros três conectores.

Atualmente, a maioria dos computadores laptop pequenos vem com todas as opções já instaladas, evitando assim a necessidade de conectores de barramento. Memórias extras e outras atualizações de hardware são inseridas diretamente na placa-mãe.

6.14 ANÁLISE COMPUTACIONAL

PSpice

Circuitos CC em paralelo. A análise computacional dedicada aos circuitos CC em paralelo é muito similar à análise CC dos circuitos em série. Entretanto, nesse caso, a tensão é a mesma sobre todos os elementos em paralelo, e o valor da corrente através de cada ramo depende do valor da resistência. O circuito em paralelo a ser analisado tem valores de resistores em uma ampla faixa para demonstrar os efeitos nos valores resultantes de corrente. A seguir, é mostrada uma lista de abreviações para qualquer parâmetro de um circuito quando se usa o PSpice:

f $= 10^{-15}$
p $= 10^{-12}$
n $= 10^{-9}$
u $= 10^{-6}$
m $= 10^{-3}$
k $= 10^{+3}$
MEG $= 10^{+6}$
G $= 10^{+9}$
T $= 10^{+12}$

Em particular, observe que **m** (ou **M**) é usado para mili, e **MEG** para megohms. Observe também que o PSpice não faz distinção entre unidades maiúsculas e minúsculas, porém determinados parâmetros usam normalmente abreviações das duas maneiras, conforme mencionado antes.

Como os detalhes da implementação de um circuito e de seu processo de simulação foram abordados com profundidade nas seções 4.9 e 5.14 para circuitos CC, a abordagem feita agora está limitada somente aos diversos passos necessários. Esses passos devem se tornar óbvios após alguma experiência, chegando ao ponto em que o 'desenho' do circuito e sua simulação sejam realizados de forma rápida e direta.

Após selecionar o botão **Create document** (na parte superior da tela), a seguinte sequência abre a janela **Schematic**: **PSpice 6-1-OK-Create a blank Project--OK-PAGE1** (caso necessário).

A fonte de tensão e os resistores são introduzidos conforme descrito em detalhes nas seções mencionadas anteriormente, porém, agora é preciso girar os resistores 90°. Pode-se realizar isso clicando com o botão direito do mouse antes de fixar o resistor no local desejado. A longa lista de opções resultantes inclui **Rotate** que, ao ser selecionado, faz com que o resistor gire 90º no sentido anti-horário. Ele também pode ser girado ao se acionar simultaneamente as teclas **Ctrl-R**. O resistor pode, então, ser colocado na posição através de um clique com o botão esquerdo do mouse. Um benefício adicional dessa tática é que os resistores restantes a serem colocados já estarão na posição vertical. Os valores atribuídos à fonte de tensão e aos resistores aparecem na Figura 6.69.

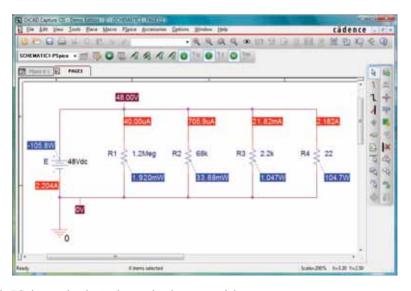



Figura 6.69 Uso do PSpice na simulação de um circuito em paralelo.

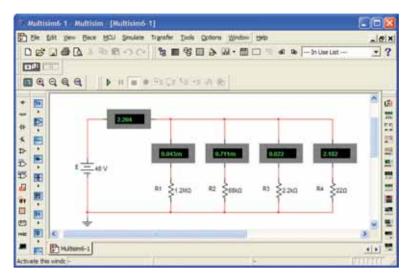



Figura 6.70 Uso dos indicadores do Multisim para mostrar as correntes em um circuito paralelo.

Uma vez que o circuito esteja completo, a simulação e os resultados vistos na Figura 6.69 podem ser obtidos por meio da seguinte sequência: **Select New Simulation Profile** botão-**Bias Point-Create-Analysis-Bias Point-OK-Run PSpice key-Exit(X).**

Os resultados mostrados na Figura 6.69 revelam claramente que as tensões sobre todos os elementos em paralelo são iguais, e que os valores de corrente aumentam significativamente com a diminuição nos valores das resistências. A faixa de valores dos resistores sugere, por inspeção, que a resistência total é menor que a menor das resistências, cujo valor é 22 Ω. Usando-se a lei de Ohm e a corrente de 2,204 A fornecida pela fonte obtemos a resistência total $R_T = E/I_s$ = 48 V/2,204 A = 21,78 Ω, conforme a conclusão anteriormente citada.

Multisim

Circuitos CC paralelos. Para fins de comparação, o circuito em paralelo, mostrado na Figura 6.69, será analisado agora usando-se o Multisim. A fonte de alimentação e o GND são selecionados e colocados conforme mostra a Figura 6.70, usando-se os procedimentos utilizados em capítulos anteriores. No caso dos resistores, foi escolhido o símbolo de resistor na lista **BASIC toolbar**, no entanto, eles devem ser girados 90º para ficarem iguais à configuração vista na Figura 6.69. Pode-se fazer isso clicando primeiro no símbolo do resistor para colocá-lo no estado ativo. (Certifique-se de que os pequenos quadrados pretos apareçam em torno do símbolo, rótulo e valor; caso contrário, pode-se ter ativado apenas o rótulo ou o valor.) Em seguida, clique com o botão direito do mouse. A opção **90º Clockwise** pode então ser selecionada, fazendo com que o resistor gire automaticamente. Infelizmente, não há uma continuidade no comando, de modo que o próximo resistor terá de ser girado usando-se o mesmo procedimento. Os valores de cada resistor são estabelecidos por meio de um duplo clique no símbolo do resistor, obtendo-se a caixa de diálogo. Lembre-se de que a unidade de medida é controlada pelos botões de rolagem à direita dela. No caso do Multisim, diferentemente do PSpice, a letra maiúscula **M** é usada para megohm e a letra minúscula **m** é usada para miliohm.

Agora, em vez de usar o medidor completo empregado nas medidas anteriores, usaremos as opções de medida disponíveis na **Virtual toolbar** (também chamada de **BASIC toolbar**). Se ela não estiver prontamente disponível, a barra de ferramentas pode ser obtida através da sequência **View-Toolbars-Virtual**. Se a tecla na barra de ferramentas que parece com um pequeno medidor (**Show Measurement Family**) for escolhida, ela vai apresentar quatro opções para o uso de um amperímetro, quatro para um voltímetro e cinco sondas. As quatro escolhas para um amperímetro simplesmente estabelecem a posição e localização dos conectores positivos e negativos. A opção **Place Ammeter (Horizontal)** estabelece o amperímetro na posição horizontal, como mostra a Figura 6.70, no topo à esquerda do diagrama com o sinal de mais à esquerda e o sinal de menos à direita — a mesma polaridade que seria obtida, caso a corrente através de um resistor na mesma posição fosse da esquerda para a direita. A escolha de **Place Ammeter (Vertical)** resultará nos amperímetros nas seções verticais do circuito com a conexão positiva no topo e a conexão negativa na parte de baixo, como mostra a Figura 6.70 para os quatro ramos. Se você escolher **Place Ammeter (Horizontally related)** para a corrente fornecida pela fonte, isso simplesmente reverterá as posições

dos sinais positivos e negativos e fornecerá uma resposta negativa para a leitura. Se **Place Ammeter (Vertically rotated)** fosse escolhido para os ramos verticais, as leituras seriam corretas, mas teriam os sinais negativos. Uma vez que todos os elementos estejam no lugar e seus valores tenham sido estabelecidos, inicie a simulação com a sequência **Simulate-Run**. Serão obtidos os resultados mostrados na Figura 6.70.

Observe que todos os resultados aparecem dentro das caixas dos indicadores. Os resultados são todos positivos porque os amperímetros foram posicionados em uma configuração em que a corrente, no sentido convencional, entra no lado positivo. Observe também que, assim como fizemos com os amperímetros, os indicadores foram colocados em série com o ramo no qual a corrente deveria ser medida.

PROBLEMAS

Seção 6.2 Resistores em paralelo

1. Para cada configuração na Figura 6.71, descubra as fontes de tensão e/ou elementos resistores (elementos individuais, não combinações de elementos) que estão em paralelo. Lembre-se de que os elementos em paralelo têm a mesma tensão.
2. Para o circuito na Figura 6.72:
   a) descubra os elementos (fontes de tensão e/ou resistores) que estão em paralelo;
   b) descubra os elementos (fontes de tensão e/ou resistores) que estão em série.
3. Descubra a resistência total para cada configuração na Figura 6.73. Observe que apenas resistores de valor-padrão foram usados.
4. Para cada placa de circuito na Figura 6.74, descubra a resistência total entre as projeções 1 e 2.
5. A resistência total de cada uma das configurações na Figura 6.75 foi especificada. Descubra a resistência desconhecida.

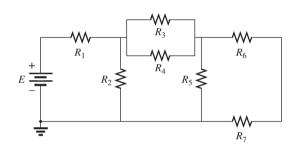



Figura 6.72 Problema 2.

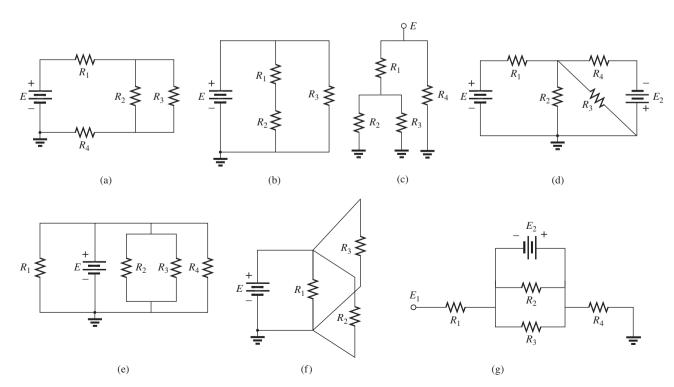



Figura 6.71 Problema 1.

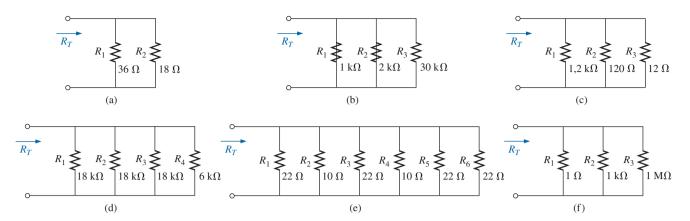



Figura 6.73 Problema 3.

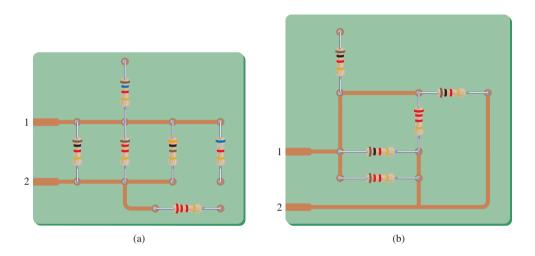



Figura 6.74 Problema 4.

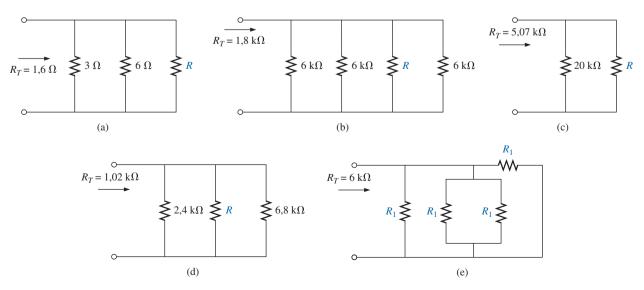



Figura 6.75 Problema 5.

6. Para o circuito em paralelo na Figura 6.76, composto de valores-padrão, responda:
   a) Qual resistor tem o maior impacto sobre a resistência total?
   b) Sem que nenhum cálculo seja feito, qual é o valor aproximado para a resistência total?
   c) Calcule a resistência total e comente sua resposta para a parte (b).
   d) Em uma base aproximada, quais resistores podem ser ignorados ao se determinar a resistência total?
   e) Se adicionarmos outro resistor em paralelo de qualquer valor ao circuito, qual será o impacto sobre a resistência total?
7. Qual é a leitura do ohmímetro para cada configuração na Figura 6.77?
*8. Determine R_1 para o circuito na Figura 6.78.

Seção 6.3 Circuitos em paralelo

9. Para o circuito em paralelo na Figura 6.79, responda:
   a) Descubra a resistência total.
   b) Qual é a tensão através de cada ramo?
   c) Determine a corrente fornecida pela fonte e a corrente através de cada ramo.
   d) Certifique-se de que a corrente fornecida pela fonte seja igual à soma das correntes dos ramos.
10. Para o circuito da Figura 6.80, faça o que se pede:
   a) Descubra a corrente através de cada ramo.
   b) Descubra a resistência total.
   c) Calcule I_s usando o resultado da parte (b).
   d) Descubra a corrente fornecida pela fonte usando o resultado da parte (a).
   e) Compare os resultados das partes (c) e (d).
11. Repita a análise do Problema 10 para o circuito na Figura 6.81, construído a partir de valores padronizados de resistores.

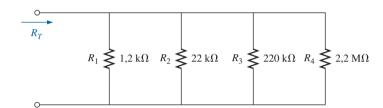



Figura 6.76 Problema 6.

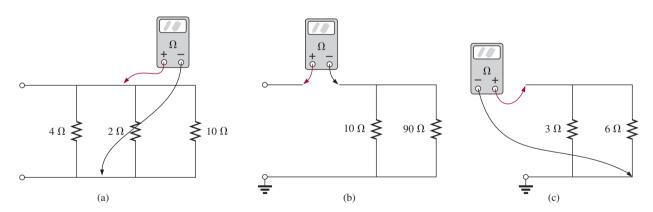



Figura 6.77 Problema 7.

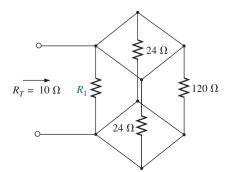



Figura 6.78 Problema 8.

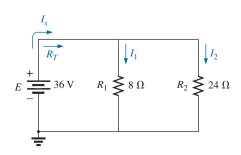
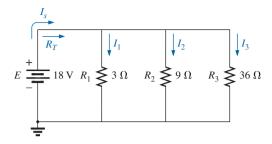
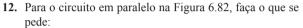
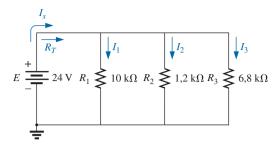



Figura 6.79 Problema 9.

Figura 6.80 Problema 10.

Figura 6.81 Problema 11.

12. Para o circuito em paralelo na Figura 6.82, faça o que se pede:
- **a)** Sem que um único cálculo seja feito, adivinhe a resistência total.
- **b)** Calcule a resistência total e a compare com seu palpite na parte (a).
- **c)** Sem que um único cálculo seja feito, qual ramo terá mais corrente? Qual terá a menor?
- **d)** Calcule a corrente através de cada ramo, e compare seus resultados com os pressupostos da parte (c).
- **e)** Descubra a corrente fornecida pela fonte e teste se ela se iguala à soma das correntes dos ramos.
- **f)** Como o valor absoluto da corrente fornecida pela fonte se compara àquele das correntes dos ramos?

13. Dadas as informações fornecidas pela Figura 6.83, descubra:
- **a)** a resistência R_2;
- **b)** a tensão de alimentação E.

14. Use a informação dada pela Figura 6.84 para calcular:
- **a)** a tensão de alimentação E;
- **b)** a resistência R_2;
- **c)** a corrente I_1;
- **d)** a corrente fornecida pela fonte;
- **e)** a potência fornecida pela fonte;
- **f)** a potência fornecida aos resistores R_1 e R_2;
- **g)** compare a potência calculada na parte (e) à soma da potência fornecida a todos os resistores.

15. Dadas as informações fornecidas pela Figura 6.85, descubra os valores desconhecidos: E, R_1 e I_3.

16. Para o circuito da Figura 6.86, descubra:
- **a)** a tensão V;
- **b)** a corrente I_2;
- **c)** a corrente I_s;
- **d)** a potência para o resistor de 12 kΩ.

17. Usando as informações fornecidas pela Figura 6.87, descubra:
- **a)** a resistência R_2;
- **b)** a resistência R_3;
- **c)** a corrente I_s.

18. Para o circuito na Figura 6.81:
- **a)** redesenhe o circuito e insira amperímetros para medir a fonte da corrente e a corrente através de cada ramo;
- **b)** conecte um voltímetro para medir a fonte de tensão e a tensão através do resistor R_3. Há alguma diferença nas conexões? Por quê?

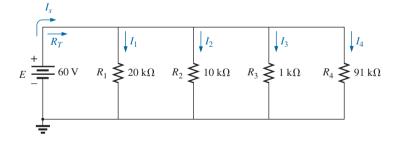



Figura 6.82 Problema 12.

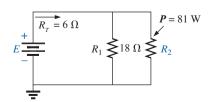



Figura 6.83 Problema 13.

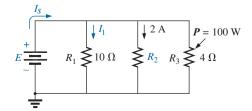



Figura 6.84 Problema 14.

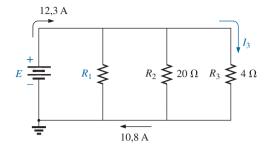



Figura 6.85 Problema 15.

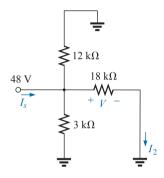



Figura 6.86 Problema 16.

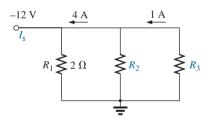



Figura 6.87 Problema 17.

Seção 6.4 Distribuição de potência em um circuito em paralelo

19. Para a configuração na Figura 6.88:

a) descubra a resistência total e a corrente através de cada ramo;

b) descubra a resistência fornecida a cada resistor;

c) calcule a potência fornecida pela fonte;

d) compare a potência fornecida pela fonte à soma das potências fornecidas aos resistores;

e) qual resistor recebeu mais potência? Por quê?

20. Oito lâmpadas para árvore de Natal estão conectadas em paralelo, conforme mostra a Figura 6.89.

a) Se o conjunto for conectado a uma fonte de 120 V, qual será a corrente através de cada lâmpada se cada uma tiver uma resistência interna de 1,8 kΩ?

b) Determine a resistência total do circuito.

c) Descubra a corrente drenada da fonte.

d) Determine a potência consumida por cada lâmpada.

e) Usando os resultados da parte (d), descubra a potência fornecida pela fonte.

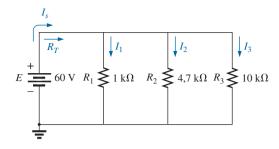



Figura 6.88 Problema 19.

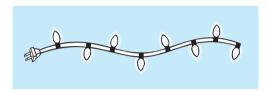



Figura 6.89 Problema 20.

f) Se uma das lâmpadas queimar (ou seja, se o filamento se romper), que efeito isso terá sobre as lâmpadas restantes? Qual é o efeito sobre a corrente fornecida pela fonte? Por quê?

21. Determine a potência fornecida pela bateria CC na Figura 6.90.

22. Uma parte do sistema elétrico de uma residência está desenhada na Figura 6.91.

a) Determine a corrente através de cada ramo em paralelo do circuito.

b) Calcule a corrente drenada da fonte de 120 V. O disjuntor de 20 A será acionado?

c) Qual a resistência total do circuito?

d) Determine a potência fornecida pela fonte. Como ela se compara à soma das especificações de potência que aparecem na Figura 6.91?

***23.** Para o circuito na Figura 6.92:

a) descubra a corrente I_1;

b) calcule a potência dissipada pelo resistor de 4 Ω;

c) descubra a corrente I_2.

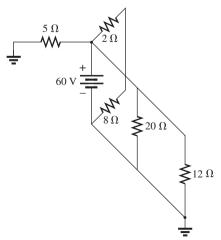



Figura 6.90 Problema 21.

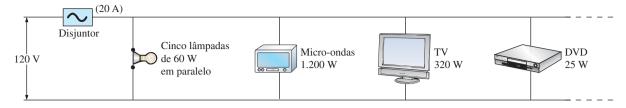



Figura 6.91 Problema 22.

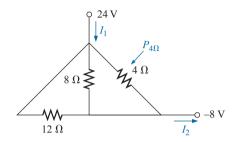



Figura 6.92 Problema 23.

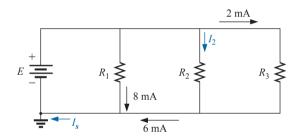



Figura 6.93 Problema 24.

Seção 6.5 Lei de Kirchhoff para corrente

24. Usando a lei de Kirchhoff para corrente, determine as correntes desconhecidas para o circuito em paralelo na Figura 6.93.

25. Usando a lei de Kirchhoff para corrente, descubra as correntes desconhecidas para as configurações complexas na Figura 6.94.

26. Usando a lei de Kirchhoff para corrente, determine as correntes desconhecidas para os circuitos na Figura 6.95.

27. Usando as informações fornecidas na Figura 6.96, descubra as resistências de ramos R_1 e R_3, a resistência total R_T e a fonte de tensão E.

28. Descubra os valores desconhecidos para os circuitos na Figura 6.97 usando as informações fornecidas.

29. Descubra os valores desconhecidos para os circuitos da Figura 6.98 usando as informações fornecidas.

Seção 6.6 Regra do divisor de corrente

30. Com base somente nos valores dos resistores, determine todas as correntes para a configuração na Figura 6.99. Não use a lei de Ohm.

31. **a)** Determine uma das correntes desconhecidas da Figura 6.100 usando a regra do divisor de corrente.

b) Determine a outra corrente usando a lei de Kirchhoff para corrente.

32. Para cada circuito da Figura 6.101, determine as correntes desconhecidas.

33. Os itens (a) até (e) desse problema devem ser efetuados por inspeção — ou seja, mentalmente. O objetivo é obter uma solução sem uma prolongada sequência de cálculos. Para o circuito mostrado na Figura 6.102:

a) Qual o valor aproximado de I_1, considerando os valores dos elementos em paralelo?

b) Qual é a razão I_1/I_2? Com base no resultado da parte (a), qual é o valor aproximado de I_2?

c) Qual é a razão I_1/I_3? Com base no resultado, qual é o valor aproximado de I_3?

d) Qual é a razão I_1/I_4? Com base no resultado, qual é o valor aproximado de I_4?

e) Qual é o efeito do resistor de 100 kΩ em paralelo sobre os cálculos anteriores? Quão menor a corrente I_4 será de I_1?

f) Calcule a corrente através do resistor de 1 Ω usando a regra do divisor de corrente. Como o resultado se compara ao da parte (a)?

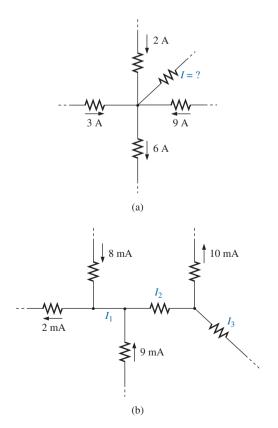



Figura 6.94 Problema 25.

g) Calcule a corrente através do resistor de 10 Ω. Como o resultado se compara ao da parte (b)?

h) Calcule a corrente através do resistor de 1 kΩ. Como o resultado se compara ao da parte (c)?

i) Calcule a corrente através do resistor de 100 kΩ. Como o resultado se compara às soluções para a parte (e)?

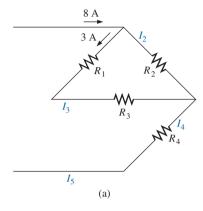
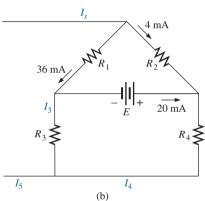



Figura 6.95 Problema 26.

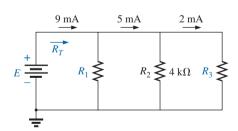



Figura 6.96 Problema 27.

Figura 6.97 Problema 28.

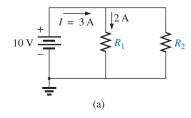
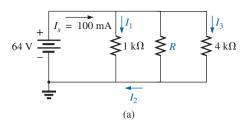
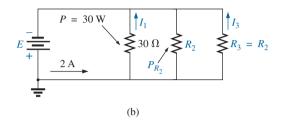



Figura 6.98 Problema 29.

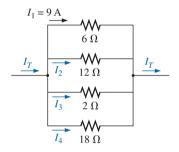



Figura 6.99 Problema 30.

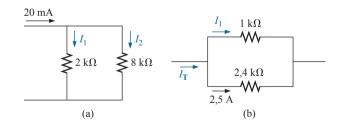



Figura 6.100 Problema 31.

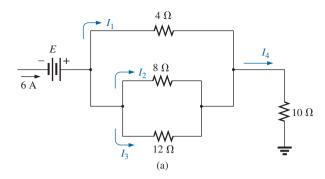



Figura 6.101 Problema 32.

Figura 6.102 Problema 33.

Figura 6.103 Problema 34.

Figura 6.104 Problema 35.

Figura 6.105 Problema 36.

34. Descubra os valores desconhecidos para os circuitos na Figura 6.103 usando as informações fornecidas.

35. **a)** Descubra a resistência R para o circuito na Figura 6.104 que assegurará que $I_1 = 3I_2$.
b) Descubra I_1 e I_2.

36. Projete o circuito na Figura 6.105 de maneira que $I_2 = 2I_1$ e $I_3 = 2I_2$.

Seção 6.7 Fontes de tensão em paralelo

37. Presumindo fontes idênticas na Figura 6.106:
a) descubra as correntes indicadas;
b) descubra a potência fornecida por cada fonte;
c) descubra a potência total fornecida por ambas as fontes e compare-a com a potência fornecida para a carga R_L;
d) se apenas uma corrente fornecida pela fonte estivesse disponível, qual seria a corrente drenada para fornecer a mesma potência para a carga? Como o nível de corrente se compara ao nível calculado na parte (a)?

38. Presumindo fontes idênticas, determine as correntes I_1, I_2 e I_3 para a configuração na Figura 6.107.

39. Presumindo fontes idênticas, determine a corrente I e a resistência R para o circuito em paralelo na Figura 6.108.

Seção 6.8 Circuitos abertos e curtos-circuitos

40. Para o circuito na Figura 6.109:
a) determine I_s e V_L;
b) determine I_s se R_L está em curto-circuito;
c) determine V_L se R_L for substituído por um circuito aberto.

41. Para o circuito na Figura 6.110:
a) determine a tensão do circuito aberto V_L;
b) se o resistor de 2,2 kΩ está em curto-circuito, qual é o novo valor de V_L?
c) determine V_L se o resistor 4,7 kΩ for substituído por um circuito aberto.

***42.** Para o circuito na Figura 6.111:
a) determine as correntes I_1 e I_2 do curto-circuito.
b) determine as tensões V_1 e V_2.
c) determine a corrente I_s que atravessa a fonte.

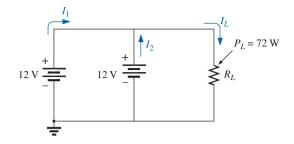



Figura 6.106 Problema 37.

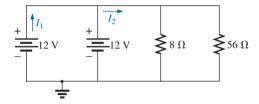



Figura 6.107 Problema 38.

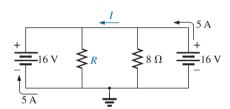



Figura 6.108 Problema 39.

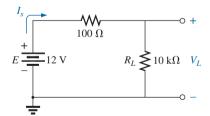



Figura 6.109 Problema 40.

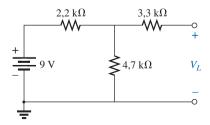



Figura 6.110 Problema 41.

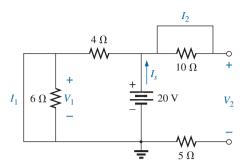



Figura 6.111 Problema 42.

Seção 6.9 Efeitos de carga do voltímetro

43. Para as configurações de séries simples na Figura 6.112:

a) Determine a tensão de V_2.

b) Determine a leitura de um DMM com uma resistência interna de 11 MΩ quando usado para medir V_2.

c) Repita a parte (b) com um VOM que tenha uma especificação Ω/V de 20.000 usando a escala de 20 V. Compare os resultados das partes (b) e (c). Explique quaisquer diferenças.

d) Repita as partes (a) até (c) com R_1 = 100 kΩ e R_2 = 200 kΩ.

e) Baseado nos resultados anteriores, a quais conclusões gerais você pode chegar a respeito do uso de um DMM ou de um VOM no modo voltímetro?

44. Dada a configuração na Figura 6.113, responda:

a) Qual é a tensão entre os pontos *a* e *b*?

b) Qual será a leitura de um DMM colocado entre os terminais *a* e *b* se a resistência interna do medidor for 11 MΩ?

c) Repita a parte (b) se um VOM com uma especificação de Ω/V de 20.000 usando a escala de 200 V. Qual será a leitura caso se use a escala de 20 V? Há uma diferença? Por quê?

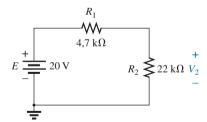



Figura 6.112 Problema 43.

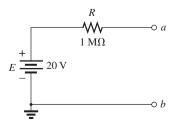
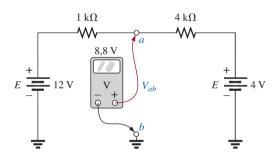



Figura 6.113 Problema 44.

Seção 6.11 Técnicas de análise de defeitos

45. Baseado nas medidas da Figura 6.114, determine se o circuito está operando corretamente. Se não estiver, determine por que isso ocorre.

46. Considerando a Figura 6.115, descubra a tensão V_{ab} sem fazer uso do medidor. Quando o medidor for aplicado ao circuito ativo, ele lerá 8,8 V. Se o valor medido não for igual ao valor teórico, quais elementos podem ter sido conectados incorretamente?

47. **a)** A tensão V_a para o circuito na Figura 6.116 é –1 V. Se ela subitamente der um salto para 20 V, o que pode acontecer com a estrutura do circuito? Identifique a área problemática.

b) Se a tensão V_a fosse 6 V em vez de –1 V, explique o que estaria errado com a construção do circuito.

Seção 6.14 Análise computacional

48. Usando o PSpice ou o Multisim, verifique os resultados do Exemplo 6.13.

49. Usando o PSpice ou o Multisim, encontre a solução para o Problema 9 e compare sua resposta com a solução escrita à mão.

50. Usando o PSpice ou o Multisim, encontre a solução para o Problema 11 e compare sua resposta com a solução escrita à mão.

Figura 6.114 Problema 45.

Figura 6.115 Problema 46.

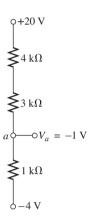



Figura 6.116 Problema 47.

GLOSSÁRIO

Circuito aberto: Ausência de uma conexão direta entre dois pontos em um circuito.

Circuito em paralelo: Configuração de circuito na qual os elementos têm dois pontos em comum.

Curto-circuito: Conexão direta de um valor baixo de resistência que pode modificar significativamente o comportamento de um elemento ou sistema.

Lei de Kirchhoff para corrente: Soma algébrica das correntes que entram e saem de um nó é zero.

Nó: Junção de dois ou mais ramos.

Razão ohms/volt (Ω/V): Especificação usada para determinar a sensibilidade à corrente e a resistência interna de um medidor.

Regra do divisor de corrente: Método pelo qual a corrente através de elementos em paralelo pode ser determinada sem que seja necessário calcular primeiro a tensão entre os terminais dos elementos em paralelo.

Circuitos em série-paralelo

Objetivos

- Aprender a respeito das características singulares das configurações em série-paralelo e como solucionar problemas envolvendo tensão, corrente, ou potência de qualquer elemento individual ou de qualquer combinação de elementos.
- Familiarizar-se com a fonte com divisor de tensão e com as condições necessárias para usá-la efetivamente.
- Aprender a usar um potenciômetro para controlar a tensão através de uma dada carga.

7.1 INTRODUÇÃO

Os capítulos 5 e 6 foram dedicados aos fundamentos dos circuitos em série e em paralelo. De certa forma, esses capítulos podem ser os mais importantes do livro, pois estabelecem uma fundação para todo o material que vem posteriormente. As configurações de circuitos restantes não podem ser definidas por uma lista estrita de condições devido à variedade de configurações que existem. Em termos amplos, podemos olhar para as possibilidades restantes como se elas fossem em **série-paralelo** ou **complexas**.

Uma configuração em série-paralelo é aquela que é formada por uma combinação de elementos em série-paralelo.

Uma configuração complexa é aquela em que nenhum dos elementos está em série ou em paralelo.

Neste capítulo, usaremos a combinação em série-paralelo utilizando as leis básicas introduzidas para os circuitos em série-paralelo. Não há lei ou regra nova alguma a aprender; há, simplesmente, uma abordagem que permite a análise de tal estrutura. No próximo capítulo, consideraremos circuitos complexos usando métodos de análise que permitirão analisar qualquer tipo de circuito.

As possibilidades para configurações em série-paralelo são infinitas. Portanto, você precisa examinar cada circuito como se ele fosse uma entidade separada e definir a abordagem que fornece o melhor caminho para determinar as quantidades desconhecidas. Consequentemente, você encontrará similaridades entre as configurações que tornam mais fácil definir a melhor rota para uma solução, mas isso ocorre apenas com exposição, prática e paciência. A melhor preparação para a análise de circuitos em série-paralelo é uma firme compreensão dos conceitos introduzidos para circuitos em série e em paralelo. Todas as regras e leis a serem aplicadas neste capítulo já foram introduzidas nos dois capítulos anteriores.

7.2 CIRCUITOS EM SÉRIE-PARALELO

O circuito na Figura 7.1 é um circuito em série-paralelo. Em um primeiro momento, você tem de tomar muito cuidado para determinar quais elementos estão em série e quais estão em paralelo. Por exemplo, os resistores R_1 e R_2 *não* estão em série devido ao resistor R_3 estar conectado ao ponto comum b entre R_1 e R_2. Os resistores R_2 e R_4 *não* estão em paralelo porque eles não estão conectados em ambas as extremidades. Eles estão separados em uma extremidade pelo resistor R_3. A necessidade de ter certeza absoluta a respeito de suas definições dos últimos dois capítulos agora se torna óbvia. Na realidade, pode ser

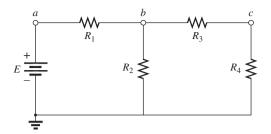



Figura 7.1 Circuito CC em série-paralelo.

uma boa ideia fazer referência a essas regras na medida em que fizermos progressos neste capítulo.

Se olharmos com bastante cuidado a Figura 7.1, veremos que os dois resistores R_3 e R_4 estão em série porque compartilham somente o ponto *c*, e nenhum outro elemento está conectado àquele ponto. Além disso, a fonte de tensão *E* e o resistor *R* estão em série porque compartilham o ponto *a*, e não há nenhum outro elemento conectado ao mesmo ponto. Em toda a configuração, não há dois elementos em paralelo.

Como podemos analisar esse tipo de configuração? A abordagem exige que primeiro identifiquemos os elementos que podem ser combinados. Tendo em vista que não há elementos em paralelo, temos que nos voltar para as possibilidades com os elementos em série. A fonte de tensão e o resistor em série não podem ser combinados porque são tipos diferentes de elementos. Entretanto, os resistores R_3 e R_4 podem ser combinados para formar um único resistor. A resistência total dos dois é sua soma, como definido pelos circuitos em série. A resistência resultante está então em paralelo com o resistor R_2, e eles podem ser combinados usando-se as leis para elementos em paralelo. O processo começou: estamos lentamente reduzindo o circuito a um apenas, que será representado por um único resistor igual à resistência total 'vista' pela fonte.

A corrente fornecida pela fonte pode agora ser determinada usando a lei de Ohm, e podemos trabalhar retrocedendo através do circuito para descobrir todas as outras correntes e tensões. A capacidade de definir o primeiro passo na análise pode ser difícil, às vezes. Entretanto, combinações podem ser feitas usando-se somente as regras para elementos em série ou em paralelo, de maneira que, naturalmente, o primeiro passo pode, simplesmente, definir quais elementos estão em série e quais estão em paralelo. Então, você tem de definir como descobrir coisas como a resistência total e a corrente fornecida pela fonte e proceder com a análise. Em geral, os passos a seguir proporcionam alguma orientação para a ampla variedade de combinações possíveis que você pode encontrar.

Abordagem geral

1. *Reserve algum tempo para estudar o problema 'como um todo', construindo mentalmente um resumo do procedimento que planeja usar. Isso pode resultar em economia de tempo e energia.*
2. *Em seguida, analise cada região do circuito separadamente antes de associá-las em combinações série-paralelo. Isso geralmente simplifica o circuito e possivelmente revela um método direto para a determinação dos valores de uma ou mais incógnitas. Esse procedimento também elimina muitos dos erros devido à falta de um método sistemático.*
3. *Redesenhe o circuito, quando possível, com os ramos simplificados, mantendo intactas as quantidades desconhecidas para manter o circuito em um modo mais fácil de ser entendido e proporcionar circuitos reduzidos para que, a partir da fonte, sejam determinadas as quantidades desconhecidas.*
4. *Quando obtiver uma solução, verifique se ela é razoável, considerando os valores associados à fonte de energia e aos elementos do circuito. Caso a solução não pareça razoável, resolva o circuito usando outro método ou recapitule todo o trabalho cuidadosamente.*

7.3 MÉTODO DE REDUÇÃO E RETORNO

O circuito da Figura 7.1 é redesenhado, resultando na Figura 7.2(a). Para essa discussão, presumiremos que a tensão V_4 é desejada. Como foi descrito na Seção 7.2, primeiro combine os resistores em série R_3 e R_4 para formar um resistor equivalente R', como mostra a Figura 7.2(b). Os resistores R_2 e R' estão em paralelo, e podem ser combinados para estabelecer um resistor equivalente R'_T, como mostra a Figura 7.2(c). Os resistores R_1 e R'_T estão em série, e podem ser combinados para estabelecer a resistência total do circuito como mostra a Figura 7.2(d). Agora, a **fase de redução** da análise está completa. O circuito não pode ser colocado de uma forma mais simples.

Podemos proceder agora com a **fase de retorno**, através da qual realizamos nosso caminho de volta para a tensão desejada V_4. Devido à configuração de série resultante, a corrente fornecida pela fonte também é a corrente por R_1 e R'_T. A tensão através de R'_T (e, portanto, R_2) pode ser determinada usando-se a lei de Ohm como mostra a Figura 7.2(e). Por fim, a tensão desejada V_4 pode

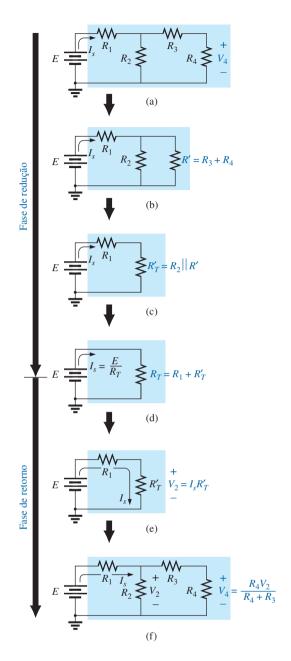



Figura 7.2 Introdução ao método de redução e retorno.

ser determinada por uma aplicação da regra do divisor de tensão como mostra a Figura 7.2(f).

O *método da redução e retorno* acaba de ser introduzido. Esse processo o capacita a reduzir o circuito a sua forma mais simples através da fonte e, então, determinar a corrente fornecida pela fonte. Na fase de retorno, você usa a corrente fornecida pela fonte resultante para trabalhar a incógnita desejada. Para a maioria dos circuitos em série-paralelo de fonte única, o método anterior proporciona uma opção viável para a solução. Em alguns casos, atalhos que poupam tempo e energia podem ser aplicados. Agora, veremos alguns exemplos.

EXEMPLO 7.1

Calcule a corrente I_3 para o circuito em série-paralelo na Figura 7.3.

Solução:

Ao conferir os elementos em série e em paralelo, descobrimos que os resistores R_2 e R_3 estão em paralelo. Sua resistência total é:

$$R' = R_2 \parallel R_3 = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{(12\ \text{k}\Omega)(6\ \text{k}\Omega)}{12\ \text{k}\Omega + 6\ \text{k}\Omega} = 4\ \text{k}\Omega$$

Ao substituir a combinação em paralelo por uma resistência equivalente única, temos a configuração da Figura 7.4. Os resistores R_1 e R' estão em série, resultando em uma resistência total de:

$$R_T = R_1 + R' = 2\ \text{k}\Omega + 4\ \text{k}\Omega = 6\ \text{k}\Omega$$

A corrente fornecida pela fonte é então determinada usando-se a lei de Ohm:

$$I_s = \frac{E}{R_T} = \frac{54\ \text{V}}{6\ \text{k}\Omega} = 9\ \text{mA}$$

Na Figura 7.4, tendo em vista que R_1 e R' estão em série, elas têm a mesma corrente I_s. O resultado é:

$$I_1 = I_s = 9\ \text{mA}$$

Retornando à Figura 7.3, descobrimos que I_1 é a corrente total que entra na combinação em paralelo de R_2

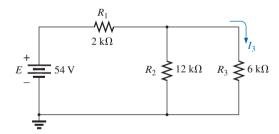



Figura 7.3 Circuito em série-paralelo para o Exemplo 7.1.

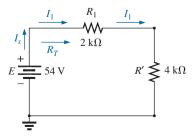



Figura 7.4 Substituição da resistência equivalente paralela para os resistores R_2 e R_3 na Figura 7.3.

e R_3. A aplicação da regra do divisor de corrente resulta na corrente desejada:

$$I_3 = \left(\frac{R_2}{R_2 + R_3}\right) I_1 = \left(\frac{12\ \text{k}\Omega}{12\ \text{k}\Omega + 6\ \text{k}\Omega}\right) 9\ \text{mA} = \mathbf{6\ mA}$$

Observe que, na solução para o Exemplo 7.1, todas as equações usadas foram introduzidas nos últimos dois capítulos; nada de novo foi introduzido, exceto como abordar o problema e usar a equação de maneira apropriada.

EXEMPLO 7.2

Considerando o circuito na Figura 7.5:

a) determine as correntes I_4 e I_s e a tensão V_2;

b) insira os medidores para medir a corrente I_4 e a tensão V_2.

Soluções:

a) Ao conferir o circuito, descobrimos que não há dois resistores em série, e que a única combinação em paralelo são os resistores R_2 e R_3. Combinar os dois resistores em paralelo resulta em uma resistência total de:

$$R' = R_2 \parallel R_3 = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{(18\ \text{k}\Omega)(2\ \text{k}\Omega)}{18\ \text{k}\Omega + 2\ \text{k}\Omega} = 1{,}8\ \text{k}\Omega$$

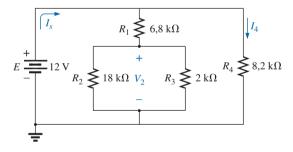



Figura 7.5 Circuito em série-paralelo para o Exemplo 7.2.

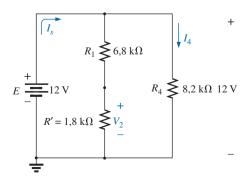



Figura 7.6 Representação esquemática do circuito na Figura 7.5 após a substituição da resistência equivalente R' pela combinação em paralelo de R_2 e R_3.

Ao redesenhar o circuito com a resistência R' inserida, temos a configuração na Figura 7.6.

Você pode se sentir tentado a combinar os resistores em série R_1 e R', e a redesenhar o circuito. Entretanto, um exame cuidadoso da Figura 7.6 revela que, tendo em vista que os dois ramos resistivos estão em paralelo, a tensão é a mesma através de cada ramo. Isto é, a tensão pela combinação em série de R_1 e R' é 12 V, e aquela pelo resistor R_4 é 12 V. O resultado é que I_4 pode ser determinado diretamente usando-se a lei de Ohm, como ocorre a seguir:

$$I_4 = \frac{V_4}{R_4} = \frac{E}{R_4} = \frac{12\ \text{V}}{8{,}2\ \text{k}\Omega} = \mathbf{1{,}46\ mA}$$

Na realidade, pela mesma razão, I_4 poderia ser determinado diretamente a partir da Figura 7.5. Como a tensão total através da combinação em série de R_1 e R'_T é 12 V, a regra do divisor de tensão pode ser aplicada para determinar a tensão V_2, como ocorre a seguir:

$$V_2 = \left(\frac{R'}{R' + R_1}\right) E = \left(\frac{1{,}8\ \text{k}\Omega}{1{,}8\ \text{k}\Omega + 6{,}8\ \text{k}\Omega}\right) 12\ \text{V} = \mathbf{2{,}51\ V}$$

A corrente I_s pode ser encontrada de duas maneiras. Calcule a resistência total e use a lei de Ohm, ou calcule a corrente através do outro ramo em paralelo e aplique a lei de Kirchhoff para corrente. Tendo em vista que já temos a corrente I_4, a segunda abordagem será aplicada:

$$I_1 = \frac{E}{R_1 + R'} = \frac{12\ \text{V}}{6{,}8\ \text{k}\Omega + 1{,}8\ \text{k}\Omega} = 1{,}40\ \text{mA}$$

e $I_s = I_1 + I_4 = 1{,}40\ \text{mA} + 1{,}46\ \text{mA} = \mathbf{2{,}86\ mA}$

b) Os medidores foram inseridos de maneira apropriada na Figura 7.7. Observe que o voltímetro está entre ambos os resistores, tendo em vista que a tensão através dos elementos em paralelo é a mesma. Além disso, observe que o amperímetro está em série com o resistor R_4, fazendo com que a corrente do medidor seja a mesma que atravessa o resistor em série. A fonte de alimentação exibe a corrente fornecida.

Sem dúvida, o Exemplo 7.2 revelou como o estudo cuidadoso de um circuito pode eliminar passos desnecessários em busca da solução desejada. Muitas vezes, vale a pena reservar um tempo extra para refletir e examinar cuidadosamente um circuito antes de tentar todas as equações que pareçam apropriadas.

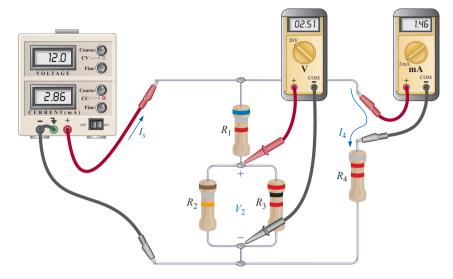



Figura 7.7 Inserção de um amperímetro e de um voltímetro para medir I_4 e V_2, respectivamente.

7.4 MÉTODO DO DIAGRAMA EM BLOCOS

No exemplo anterior, usamos o método da redução e retorno para descobrir as incógnitas desejadas. O sentido parecia relativamente óbvio, e a solução, relativamente fácil de compreender. Entretanto, ocasionalmente o método não é tão óbvio, e talvez você precise olhar para grupos de elementos em vez de componentes individuais. Assim que o agrupamento de elementos revelar o método mais direto, você poderá examinar o impacto dos componentes individuais em cada grupo. Esse agrupamento de elementos é chamado de *método do diagrama em blocos*, e é usado nos exemplos a seguir.

Na Figura 7.8, os blocos B e C estão em paralelo (pontos b e c em comum), e a fonte de tensão E está em série com o bloco A (ponto a em comum). A combinação em paralelo de B e C também está em série com A e com a fonte de tensão E, devido aos pontos em comum b e c, respectivamente.

Para assegurar que a análise a ser seguida seja a mais clara e simples possível, a equação a seguir é usada para combinações em série e em paralelo de elementos.

Para os resistores em série R_1 e R_2, uma vírgula é inserida entre suas notações subscritas, como é mostrado a seguir:

$$R_{1,2} = R_1 + R_2$$

Para os resistores em paralelo R_1 e R_2, o símbolo em paralelo é inserido entre suas notações subscritas, como é mostrado a seguir:

$$R_{1\|2} = R_1 \parallel R_2 = \frac{R_1R_2}{R_1 + R_2}$$

Se cada bloco na Figura 7.8 fosse um único elemento resistivo, teria-se, como resultado, o circuito na Figura 7.9. Observe que ele é uma réplica exata da Figura 7.3 no Exemplo 7.1. Os blocos B e C estão em paralelo, e sua combinação está em série com o bloco A.

Entretanto, como mostra o exemplo a seguir, a mesma configuração de bloco pode resultar em um circuito totalmente diferente.

EXEMPLO 7.3

Determine todas as correntes e tensões do circuito na Figura 7.10.

Figura 7.8 Introdução ao método do diagrama em blocos.

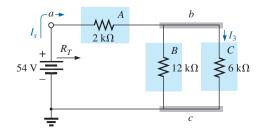



Figura 7.9 Formato do diagrama em blocos da Figura 7.3.

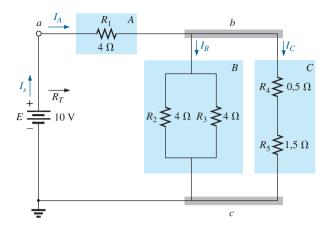



Figura 7.10 Exemplo 7.3.

Solução:

Os blocos A, B e C têm a mesma posição relativa, mas os componentes internos são diferentes. Observe que os blocos B e C ainda estão em paralelo, e o bloco A está em série com a combinação em paralelo. Primeiro, reduza cada bloco a um único elemento e proceda como descrito para o Exemplo 7.1.

Nesse caso:

$$A\text{: } R_A = 4\ \Omega$$

$$B\text{: } R_B = R_2 \parallel R_3 = R_{2\parallel 3} = \frac{R}{N} = \frac{4\ \Omega}{2} = 2\ \Omega$$

$$C\text{: } R_C = R_4 + R_5 = R_{4,5} = 0{,}5\ \Omega + 1{,}5\ \Omega = 2\ \Omega$$

Os blocos B e C ainda estão em paralelo, e

$$R_{B\parallel C} = \frac{R}{N} = \frac{2\ \Omega}{2} = \mathbf{1\ \Omega}$$

com $R_T = R_A + R_{B\parallel C} = 4\ \Omega + 1\ \Omega = \mathbf{5\ \Omega}$ (Observe a similaridade entre essa equação e aquela obtida para o Exemplo 7.1.)

e $$I_S = \frac{E}{R_T} = \frac{10\ \text{V}}{5\ \Omega} = \mathbf{2\ A}$$

Podemos descobrir as correntes I_A, I_B e I_C usando a redução do circuito na Figura 7.10 (lembre-se do Passo 3) como fizemos na Figura 7.11. Observe que I_A, I_B e I_C são os mesmos nas figuras 7.10 e 7.11 e, portanto, também aparecem na Figura 7.11. Em outras palavras, as correntes I_A, I_B e I_C na Figura 7.11 têm o mesmo valor absoluto que as mesmas correntes na Figura 7.10. Temos:

$$I_A = I_S = \mathbf{2\ A}$$

e $$I_B = I_C = \frac{I_A}{2} = \frac{I_S}{2} = \frac{2\ \text{A}}{2} = \mathbf{1\ A}$$

Voltando ao circuito na Figura 7.10, temos:

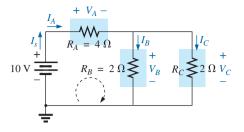



Figura 7.11 Equivalente reduzido da Figura 7.10.

$$I_{R_2} = I_{R_3} = \frac{I_B}{2} = \mathbf{0{,}5\ A}$$

As tensões V_A, V_B e V_C de qualquer uma das figuras são:

$$V_A = I_A R_A = (2\ \text{A})(4\ \Omega) = \mathbf{8\ V}$$
$$V_B = I_B R_B = (1\ \text{A})(2\ \Omega) = \mathbf{2\ V}$$
$$V_C = V_B = \mathbf{2\ V}$$

Aplicando a lei de Kirchhoff para tensões para a malha indicada na Figura 7.11, obtemos:

$$\Sigma_{\circlearrowright} V = E - V_A - V_B = 0$$
$$E = E_A + V_B = 8\ \text{V} + 2\ \text{V}$$

ou $$10\ \text{V} = 10\ \text{V (confere)}$$

EXEMPLO 7.4

Outra variação possível da Figura 7.8 aparece na Figura 7.12. Determine todas as correntes e tensões.

Solução:

$$R_A = R_{1\parallel 2} = \frac{(9\ \Omega)(6\ \Omega)}{9\ \Omega + 6\ \Omega} = \frac{54\ \Omega}{15} = 3{,}6\ \Omega$$

$$R_B = R_3 + R_{4\parallel 5} = 4\ \Omega + \frac{(6\ \Omega)(3\ \Omega)}{6\ \Omega + 3\ \Omega} = 4\ \Omega + 2\ \Omega = 6\ \Omega$$

$$R_C = 3\ \Omega$$

O circuito na Figura 7.12 pode então ser redesenhado na forma reduzida, como mostra a Figura 7.13. Observe as similaridades entre esse circuito e os circuitos nas figuras 7.9 e 7.11. Temos:

$$R_T = R_A + R_{B\parallel C} = 3{,}6\ \Omega + \frac{(6\ \Omega)(3\ \Omega)}{6\ \Omega + 3\ \Omega}$$
$$= 3{,}6\ \Omega + 2\ \Omega = \mathbf{5{,}6\ \Omega}$$

$$I_s = \frac{E}{R_T} = \frac{16{,}8\ \text{V}}{5{,}6\ \Omega} = \mathbf{3\ A}$$

$$I_A = I_s = \mathbf{3\ A}$$

Ao aplicarmos a regra do divisor de corrente, temos:

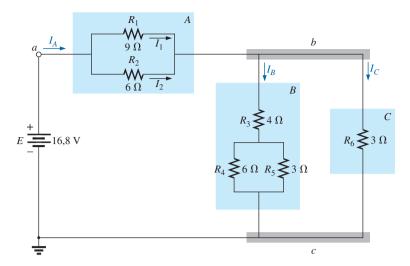



Figura 7.12 Exemplo 7.4.

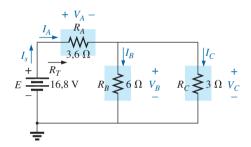



Figura 7.13 Equivalente reduzido da Figura 7.12.

$$I_B = \frac{R_C I_A}{R_C + R_B} = \frac{(3\ \Omega)(3\ \text{A})}{3\ \Omega + 6\ \Omega} = \frac{9\ \text{A}}{9} = \mathbf{1\ A}$$

Pela lei de Kirchhoff para corrente:

$$I_C = I_A - I_B = 3\ \text{A} - 1\ \text{A} = \mathbf{2\ A}$$

Pela lei de Ohm:

$$V_A = I_A R_A = (3\ \text{A})(3{,}6\ \Omega) = \mathbf{10{,}8\ V}$$
$$V_B = I_B R_B = V_C = I_C R_C = (2\ \text{A})(3\ \Omega) = \mathbf{6\ V}$$

Ao retornar ao circuito original (Figura 7.12) e aplicar a regra do divisor de corrente, temos:

$$I_1 = \frac{R_2 I_A}{R_2 + R_1} = \frac{(6\ \Omega)(3\ \text{A})}{6\ \Omega + 9\ \Omega} = \frac{18\ \text{A}}{15} = \mathbf{1{,}2\ A}$$

Pela lei de Kirchhoff para corrente:

$$I_2 = I_A - I_1 = 3\ \text{A} - 1{,}2\ \text{A} = \mathbf{1{,}8\ A}$$

As figuras 7.9, 7.10 e 7.12 são apenas algumas de uma variedade infinita de configurações que o circuito pode assumir ao começar pelo arranjo básico na Figura 7.8. Elas foram incluídas na nossa discussão para enfatizar a importância de considerar cada região do circuito independentemente antes de encontrar a solução para o circuito como um todo.

Os blocos na Figura 7.8 podem ser arranjados de diversas maneiras. Na realidade, não há limite para o número de configurações em série-paralelo que podem aparecer dentro de um determinado circuito. Pelo contrário, o método do diagrama em blocos pode ser usado efetivamente para reduzir a complexidade aparente de um sistema ao identificar os principais componentes em série e em paralelo do circuito. Esse método é demonstrado nos exemplos a seguir.

7.5 EXEMPLOS DESCRITIVOS

EXEMPLO 7.5

Calcule a corrente I_4 e a tensão V_2 para o circuito na Figura 7.14 usando o método do diagrama de blocos.

Solução:

Observe as similaridades com o circuito na Figura 7.5. Nesse caso, desejamos conhecer somente algumas

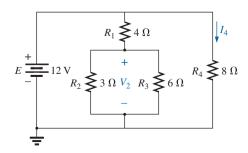



Figura 7.14 Exemplo 7.5.

grandezas em particular, e não uma solução completa. Portanto, seria uma perda de tempo calcular todas as correntes e tensões do circuito. O método empregado deve possibilitar apenas a obtenção das incógnitas desejadas. Com o uso do método do diagrama em blocos, o circuito apresenta a estrutura básica mostrada na Figura 7.15, que indica claramente que os três ramos estão em paralelo e que a tensão entre os terminais de A e B é a tensão de saída da fonte. Agora está óbvio que a corrente I_4 é dada pela razão entre a tensão da bateria e a resistência associada ao bloco B. Caso se deseje, o bloco A pode ser ainda subdividido, como ilustra a Figura 7.16, de modo a identificar C e D como elementos em série, para que a tensão V_2 possa ser determinada com o auxílio da regra dos divisores de tensão, desde que as resistências associadas a C e a D sejam reduzidas a um único valor. Esse é um exemplo de como um esboço mental do método pode ser feito antes de se aplicar leis, regras etc., a fim de evitar caminhos sem saída e frustrações.

Aplicando a lei de Ohm, temos:

$$I_4 = \frac{E}{R_B} = \frac{E}{R_4} = \frac{12\text{ V}}{8\ \Omega} = \mathbf{1{,}5\ A}$$

Combinando os resistores R_2 e R_3 da Figura 7.14, temos:

$$R_D = R_2 \parallel R_3 = 3\ \Omega \parallel 6\ \Omega = \frac{(3\ \Omega)(6\ \Omega)}{3\ \Omega + 6\ \Omega} = \frac{18\ \Omega}{9} = 2\ \Omega$$

e aplicando a regra dos divisores de tensão, temos:

$$V_2 = \frac{R_D E}{R_D + R_C} = \frac{(2\ \Omega)(12\text{ V})}{2\ \Omega + 4\ \Omega} = \frac{24\text{ V}}{6} = \mathbf{4\ V}$$

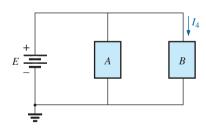



Figura 7.15 Diagrama de blocos da Figura 7.14.

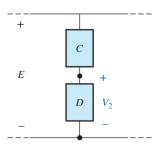



Figura 7.16 Diagrama alternativo de blocos para o primeiro ramo em paralelo da Figura 7.14.

EXEMPLO 7.6

Determine as correntes e as tensões indicadas para o circuito na Figura 7.17.

Solução:

Novamente é solicitado o valor de apenas algumas incógnitas específicas. Quando o circuito é redesenhado, é particularmente importante observar quais incógnitas serão mantidas e quais terão de ser determinadas usando-se a configuração original. O diagrama em blocos para esse circuito pode ser o ilustrado na Figura 7.18, que mostra claramente que A e B estão em série. Observe o número de incógnitas que foram preservadas nesse formato. A tensão V_1 será a mesma entre os terminais dos três ramos em paralelo na Figura 7.17, enquanto V_5 será a tensão entre os terminais de R_4 e R_5. As correntes desconhecidas I_2 e I_4 são perdidas, pois são correntes que percorrem apenas um dos ramos de uma associação em paralelo. Entretanto, uma vez que V_1 e V_5 sejam conhecidas, essas correntes podem ser determinadas usando-se a lei de Ohm.

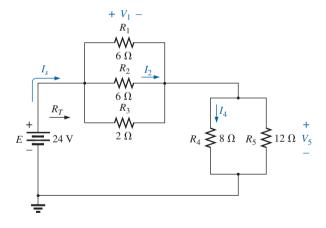



Figura 7.17 Exemplo 7.6.

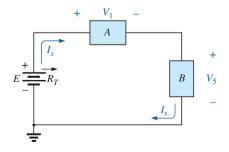



Figura 7.18 Diagrama de blocos para o circuito da Figura 7.17.

$$R_{1\|2} = \frac{R}{N} = \frac{6\ \Omega}{2} = 3\ \Omega$$

$$R_A = R_{1\|2\|3} = \frac{(3\ \Omega)(2\ \Omega)}{3\ \Omega + 2\ \Omega} = \frac{6\ \Omega}{5} = 1{,}2\ \Omega$$

$$R_B = R_{4\|5} = \frac{(8\ \Omega)(12\ \Omega)}{8\ \Omega + 12\ \Omega} = \frac{96\ \Omega}{20} = 4{,}8\ \Omega$$

A forma reduzida do circuito na Figura 7.17 então aparece como mostra a Figura 7.19, e:

$$R_T = R_{1\|2\|3} + R_{4\|5} = 1{,}2\ \Omega + 4{,}8\ \Omega = \mathbf{6\ \Omega}$$

$$I_s = \frac{E}{R_T} = \frac{24\ \text{V}}{6\ \Omega} = \mathbf{4\ A}$$

com $V_1 = I_s R_{1\|2\|3} = (4\ \text{A})(1{,}2\ \Omega) = \mathbf{4{,}8\ V}$

$V_5 = I_s R_{4\|5} = (4\ \text{A})(4{,}8\ \Omega) = \mathbf{19{,}2\ V}$

Aplicando a lei de Ohm, temos:

$$I_4 = \frac{V_5}{R_4} = \frac{19{,}2\ \text{V}}{8\ \Omega} = \mathbf{2{,}4\ A}$$

$$I_2 = \frac{V_2}{R_2} = \frac{V_1}{R_2} = \frac{4{,}8\ \text{V}}{6\ \Omega} = \mathbf{0{,}8\ A}$$

O exemplo a seguir demonstra que podemos ter tensões desconhecidas não apenas entre os terminais de um elemento, mas também entre dois pontos quaisquer de um circuito. Além disso, a importância de redesenhar o circuito de modo a fazê-lo adquirir um formato mais familiar também é apresentada na análise que se segue.

EXEMPLO 7.7

a) Determine as tensões V_1, V_3 e V_{ab} no circuito mostrado na Figura 7.20.

b) Calcule a corrente I_s fornecida pela fonte.

Soluções:

Esse é um exemplo de uma situação em que pode ser melhor redesenhar o circuito antes de começar a análise. Visto que a combinação das duas fontes não afeta o cálculo das incógnitas, o circuito é redesenhado como mostra a Figura 7.21, estabelecendo um circuito paralelo no qual a tensão total da fonte aparece sobre os terminais dos ramos em paralelo. A tensão da fonte resultante da combinação é dada pela diferença entre as tensões das fontes originais, tendo a polaridade da fonte original de maior tensão.

a) Observe a semelhança com a Figura 7.16, que nos permite usar a regra dos divisores de tensão para determinar V_1 e V_3:

$$V_1 = \frac{R_1 E}{R_1 + R_2} = \frac{(5\ \Omega)(12\ \text{V})}{5\ \Omega + 3\ \Omega} = \frac{60\ \text{V}}{8} = \mathbf{7{,}5\ V}$$

$$V_3 = \frac{R_3 E}{R_3 + R_4} = \frac{(6\ \Omega)(12\ \text{V})}{6\ \Omega + 2\ \Omega} = \frac{72\ \text{V}}{8} = \mathbf{9\ V}$$

A tensão de circuito aberto, V_{ab}, é determinada aplicando-se a lei de Kirchhoff para tensões à malha indicada na Figura 7.21, no sentido horário a partir do ponto a. Temos:

$$+V_1 - V_3 + V_{ab} = 0$$

e $V_{ab} = V_3 - V_1 = 9\ \text{V} - 7{,}5\ \text{V} = \mathbf{1{,}5\ V}$

b) Pela lei de Ohm:

$$I_1 = \frac{V_1}{R_1} = \frac{7{,}5\ \text{V}}{5\ \Omega} = 1{,}5\ \text{A}$$

$$I_3 = \frac{V_3}{R_3} = \frac{9\ \text{V}}{6\ \Omega} = 1{,}5\ \text{A}$$

Figura 7.20 Exemplo 7.7.

Figura 7.19 Forma reduzida do circuito da Figura 7.17.

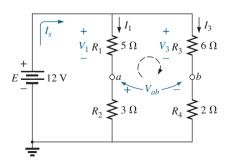



Figura 7.21 Circuito da Figura 7.20 redesenhado.

Aplicando a lei de Kirchhoff para correntes, temos:

$$I_s = I_1 + I_3 = 1{,}5\text{ A} + 1{,}5\text{ A} = \mathbf{3\text{ A}}$$

EXEMPLO 7.8

Determine, no circuito da Figura 7.22, as tensões V_1 e V_2 e a corrente I.

Solução:

Seria realmente difícil analisar o circuito na forma em que aparece na Figura 7.22, com a notação simbólica para as fontes e a ligação ao terra no canto superior esquerdo do diagrama. Entretanto, quando o circuito é redesenhado no formato ilustrado na Figura 7.23, as relações entre os ramos e o papel das incógnitas ficam consideravelmente mais claros. Observe a conexão comum ao terra e o uso explícito de fontes de tensão. Agora, é óbvio que:

$$V_2 = -E_1 = \mathbf{-6\text{ V}}$$

O sinal negativo indica simplesmente que a polaridade escolhida para V_2 na Figura 7.18 é oposta à real. Aplicando a lei de Kirchhoff para tensões à malha indicada, obtemos:

$$-E_1 + V_1 - E_2 = 0$$

e $$V_1 = E_2 + E_1 = 18\text{ V} + 6\text{ V} = \mathbf{24\text{ V}}$$

Aplicando a lei de Kirchhoff para correntes ao nó a, temos:

$$\begin{aligned} I &= I_1 + I_2 + I_3 \\ &= \frac{V_1}{R_1} + \frac{E_1}{R_4} + \frac{E_1}{R_2 + R_3} \\ &= \frac{24\text{ V}}{6\ \Omega} + \frac{6\text{ V}}{6\ \Omega} + \frac{6\text{ V}}{12\ \Omega} \\ &= 4\text{ A} + 1\text{ A} + 0{,}5\text{ A} \\ I &= \mathbf{5{,}5\text{ A}} \end{aligned}$$

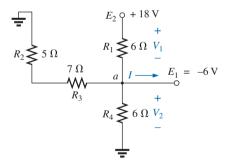



Figura 7.22 Exemplo 7.8.

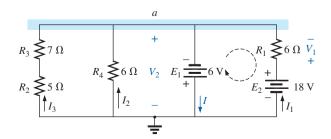



Figura 7.23 Circuito da Figura 7.22 redesenhado.

O exemplo a seguir mostra claramente o fato de que as técnicas aprendidas até este capítulo têm um campo de aplicação muito vasto, e não serão substituídas por métodos mais sofisticados. Embora ainda não tenhamos introduzido o conceito de **transistor** neste livro, os valores das tensões contínuas em um circuito que contém um transistor podem ser determinados com o auxílio de regras e leis básicas introduzidas nos capítulos iniciais deste livro.

EXEMPLO 7.9

Considerando o transistor na configuração mostrada na Figura 7.24, em que V_B e V_{BE} foram fornecidas:

a) Determine a tensão V_E e a corrente I_E.
b) Calcule V_1.
c) Determine V_{BC} utilizando o fato de que a aproximação $I_C = I_E$ é frequentemente usada em circuitos que envolvem transistores.
d) Calcule V_{CE} utilizando as informações obtidas nos itens anteriores.

Solução:

a) A partir da Figura 7.24, podemos determinar que:

$$V_2 = V_B = 2\text{ V}$$

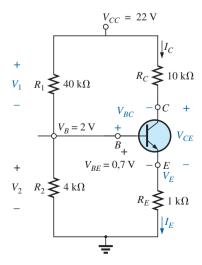



Figura 7.24 Exemplo 7.9.

Aplicando a lei de Kirchhoff para tensões à malha inferior, obtemos:

$$V_2 - V_{BE} + V_E = 0$$

ou $V_E = V_2 + V_{BE} = 2\text{ V} - 0{,}7\text{ V} = \mathbf{1{,}3\text{ V}}$

e $I_E = \dfrac{V_E}{R_E} = \dfrac{1{,}3\text{ V}}{1\text{ k}\Omega} = \mathbf{1{,}3\text{ mA}}$

b) Aplicando a lei de Kirchhoff para tensões no lado de entrada (lado esquerdo do circuito), obtemos:

$$V_2 + V_1 - V_{CC} = 0$$

e $V_1 = V_{CC} - V_2$

mas $V_2 = V_B$

e $V_1 = V_{CC} - V_2 = 22\text{ V} - 2\text{ V} = \mathbf{20\text{ V}}$

c) Se redesenharmos a parte do circuito que nos interessa, obteremos o resultado visto na Figura 7.25, em que a aplicação da lei de Kirchhoff para tensões resulta em:

$$V_C + V_{R_C} - V_{CC} = 0$$

e $V_C = V_{CC} - V_{R_C} = V_{CC} - I_C R_C$

mas $I_C = I_E$

e $V_C = V_{CC} - I_E R_C = 22\text{ V} - (1{,}3\text{ mA})(10\text{ k}\Omega)$
$= 9\text{ V}$

Então: $V_{BC} = V_B - V_C$
$= 2\text{ V} - 9\text{ V}$
$= \mathbf{-7\text{ V}}$

d) $V_{CE} = V_C - V_E$
$= 9\text{ V} - 1{,}3\text{ V}$
$= \mathbf{7{,}7\text{ V}}$

EXEMPLO 7.10

Calcule as correntes e tensões indicadas na Figura 7.26.

Solução:

Redesenhando esse circuito, depois de combinar os elementos em série, obtemos o circuito visto na Figura 7.27, e:

$$I_5 = \frac{E}{R_{(1,2,3)\|4} + R_5} = \frac{72\text{ V}}{12\text{ k}\Omega + 12\text{ k}\Omega} = \frac{72\text{ V}}{24\text{ k}\Omega} = \mathbf{3\text{ mA}}$$

com:

$$V_7 = \frac{R_{7\|(8,9)}E}{R_{7\|(8,9)} + R_6} = \frac{(4{,}5\text{ k}\Omega)(72\text{ V})}{4{,}5\text{ k}\Omega + 12\text{ k}\Omega} = \frac{324\text{ V}}{16{,}5} = \mathbf{19{,}6\text{ V}}$$

$$I_6 = \frac{V_7}{R_{7\|(8,9)}} = \frac{19{,}6\text{ V}}{4{,}5\text{ k}\Omega} = \mathbf{4{,}35\text{ mA}}$$

e $I_s = I_5 + I_6 = 3\text{ mA} + 4{,}35\text{ mA} = \mathbf{7{,}35\text{ mA}}$

Como a diferença de potencial entre os pontos a e b na Figura 7.26 tem o valor fixo de E volts, o circuito à direita ou à esquerda não é afetado se reconstruirmos o circuito conforme ilustra a Figura 7.28.

Podemos determinar todas as incógnitas, exceto I_s, analisando cada circuito de maneira independente. Para

Figura 7.25 Determinação de V_C para o circuito da Figura 7.24.

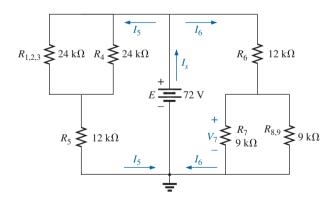



Figura 7.27 Circuito da Figura 7.26 redesenhado.

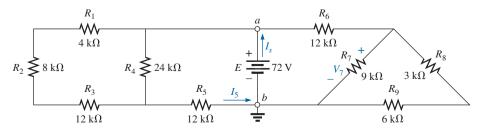



Figura 7.26 Exemplo 7.10.

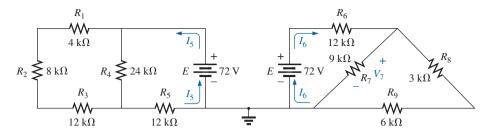



Figura 7.28 Uma abordagem alternativa para o Exemplo 7.10.

determinar I_s, temos de calcular a corrente fornecida por cada uma das fontes e adicioná-las, como na solução anterior; ou seja, $I_s = I_5 + I_6$.

EXEMPLO 7.11

Considerando o circuito na Figura 7.29:

a) determine as tensões V_a, V_b e V_c;
b) calcule as tensões V_{ac} e V_{bc};
c) calcule a corrente I_2;
d) calcule a corrente fornecida pela fonte I_{s_3};
e) insira os voltímetros para medir as tensões V_a e V_{bc} e a corrente I_{s_3}.

Soluções:

a) O circuito é redesenhado na Figura 7.30 para indicar claramente o arranjo entre os elementos.

Primeiro, observe que a tensão V_a passa diretamente através da fonte de tensão E_1. Portanto:

$$V_a = E_1 = \mathbf{20\ V}$$

O mesmo é verdade para a tensão V_c, que passa diretamente pela fonte de tensão E_3. Portanto:

$$V_c = E_3 = \mathbf{8\ V}$$

Para descobrir a tensão V_b, que na realidade é a tensão através de R_3, temos de aplicar a lei de Kirchhoff para tensões em torno da malha 1, como é feito a seguir:

$$+E_1 - E_2 - V_3 = 0$$

e $$V_3 = E_1 - E_2 = 20\ V - 5\ V = 15\ V$$

e $$V_b = V_3 = \mathbf{15\ V}$$

b) A tensão V_{ac}, que é na realidade a tensão pelo resistor R_1, pode então ser determinada como a seguir:

$$V_{ac} = V_a - V_c = 20\ V - 8\ V = \mathbf{12\ V}$$

Similarmente, a tensão V_{bc}, que é na realidade a tensão através do resistor R_2, pode então ser determinada como a seguir:

$$V_{bc} = V_b - V_c = 15\ V - 8\ V = \mathbf{7\ V}$$

c) A corrente I_2 pode ser determinada usando-se a lei de Ohm:

$$I_2 = \frac{V_2}{R_2} = \frac{V_{bc}}{R_2} = \frac{7\ V}{4\ \Omega} = \mathbf{1{,}75\ A}$$

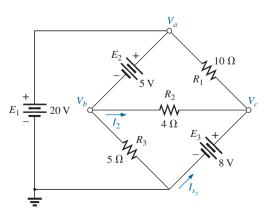



Figura 7.29 Exemplo 7.11.

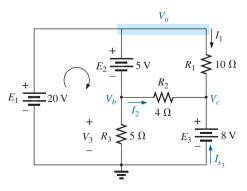



Figura 7.30 Circuito na Figura 7.29 redesenhado para definir o caminho para as incógnitas desejadas de forma mais adequada.

d) A corrente fornecida pela fonte I_{s_3} pode ser determinada usando-se a lei de Kirchhoff para corrente no nó c:

$$\Sigma I_i = \Sigma I_o$$
$$I_1 + I_2 + I_{s_3} = 0$$

e
$$I_{s_3} = -I_1 - I_2 = -\frac{V_1}{R_1} - I_2$$

com $V_1 = V_{ac} = V_a - V_c = 20\text{ V} - 8\text{ V} = 12\text{ V}$

de maneira que

$$I_{s_3} = -\frac{12\text{ V}}{10\ \Omega} - 1{,}75\text{ A} = -1{,}2\text{ A} - 1{,}75\text{ A} = \mathbf{-2{,}95\text{ A}}$$

revelando que a corrente está, na realidade, sendo forçada através da fonte E_3 na direção oposta daquela mostrada na Figura 7.29.

e) Ambos os voltímetros têm uma leitura positiva, como mostra a Figura 7.31, enquanto o amperímetro tem uma leitura negativa.

7.6 CIRCUITOS EM CASCATA

Um **circuito em cascata** de três seções é mostrado na Figura 7.32. A razão para o uso dessa terminologia se torna óbvia ao se observar sua estrutura repetitiva. Basicamente, duas abordagens são usadas para resolver os problemas associados a circuitos desse tipo.

Método 1

Calcule a resistência total do circuito e a corrente fornecida pela fonte e, em seguida, repita os passos no sentido inverso até obter a corrente ou a tensão desejada. Aplicaremos esse método para determinar V_6 na Figura 7.32.

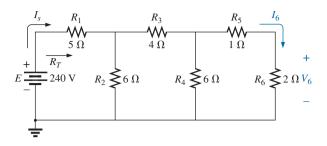



Figura 7.32 Circuito em cascata.

Efetuando as combinações de elementos em série e em paralelo, como mostra a Figura 7.33, obtemos o circuito reduzido mostrado na Figura 7.34, e:

$$R_T = 5\ \Omega + 3\ \Omega = 8\ \Omega$$
$$I_s = \frac{E}{R_T} = \frac{240\text{ V}}{8\ \Omega} = 30\text{ A}$$

Retornando a I_6 (Figura 7.35), descobrimos que:

$$I_1 = I_s$$

e
$$I_3 = \frac{I_s}{2} = \frac{30\text{ A}}{2} = 15\text{ A}$$

e, por fim (Figura 7.36),

$$I_6 = \frac{(6\ \Omega)I_3}{6\ \Omega + 3\ \Omega} = \frac{6}{9}(15\text{ A}) = 10\text{ A}$$

e
$$V_6 = I_6R_6 = (10\text{ A})(2\ \Omega) = \mathbf{20\text{ V}}$$

Método 2

Associe uma letra à corrente no último ramo do circuito e analise o circuito na direção da fonte, mantendo explícita essa corrente ou qualquer outra em que esteja in-

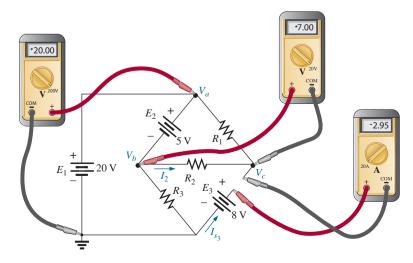



Figura 7.31 Circuito complexo para o Exemplo 7.11.

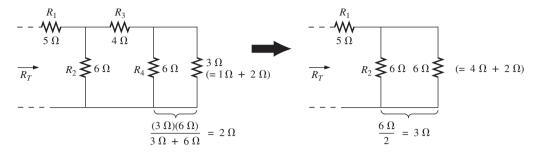



Figura 7.33 Retorno à fonte para determinar R_T para o circuito na Figura 7.32.

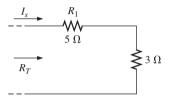



Figura 7.34 Cálculo de R_T e I_s.

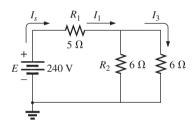



Figura 7.35 Retorno a I_6.

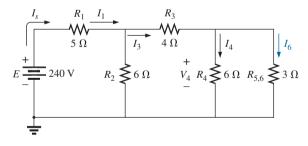



Figura 7.36 Cálculo de I_6.

teressado. A corrente desejada pode então ser determinada diretamente. A melhor maneira de descrever esse método é pela análise do mesmo circuito que consideramos na Figura 7.32, redesenhado na Figura 7.37.

A notação designada para a corrente através do ramo final é I_6:

$$I_6 = \frac{V_4}{R_5 + R_6} = \frac{V_4}{1\,\Omega + 2\,\Omega} = \frac{V_4}{3\,\Omega}$$

ou $\quad V_4 = (3\,\Omega)I_6$

de modo que $\quad I_4 = \dfrac{V_4}{R_4} = \dfrac{(3\,\Omega)I_6}{6\,\Omega} = 0{,}5I_6$

e $\quad I_3 = I_4 + I_6 = 0{,}5I_6 + I_6 = 1{,}5I_6$

$\quad V_3 = I_3R_3 = (1{,}5I_6)(4\,\Omega) = (6\,\Omega)I_6$

Também, $\quad V_2 = V_3 + V_4 = (6\,\Omega)I_6 + (3\,\Omega)I_6 = (9\,\Omega)I_6$

assim, $\quad I_2 = \dfrac{V_2}{R_2} = \dfrac{(9\,\Omega)I_6}{6\,\Omega} = 1{,}5I_6$

e $\quad I_s = I_2 + I_3 = 1{,}5I_6 + 1{,}5I_6 = 3I_6$

com $\quad V_1 = I_1R_1 = I_sR_1 = (5\,\Omega)I_s$

logo: $\quad E = V_1 + V_2 = (5\,\Omega)I_s + (9\,\Omega)I_6$

$\quad = (5\,\Omega)(3I_6) + (9\,\Omega)I_6 = (24\,\Omega)I_6$

e $\quad I_6 = \dfrac{E}{24\,\Omega} = \dfrac{240\text{ V}}{24\,\Omega} = 10\text{ A}$

com $\quad V_6 = I_6R_6 = (10\text{ A})(2\,\Omega) = \mathbf{20\ V}$

o mesmo valor que foi obtido usando-se o Método 1.

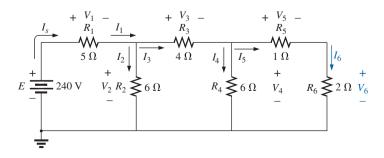



Figura 7.37 Abordagem alternativa para o circuito em cascata.

7.7 FONTE COM DIVISOR DE TENSÃO (COM CARGA E SEM CARGA)

Quando o termo *carga* é usado para descrever a fonte com divisor de tensão, ele se refere à aplicação de um elemento, um circuito, ou um sistema a uma fonte que drena a corrente desta. Em outras palavras,

o carregamento de um sistema é o processo de introduzir elementos que drenarão corrente do sistema. Quanto mais pesada a corrente, maior o efeito de carga.

Lembre-se de que vimos na Seção 5.10 que a aplicação de uma carga pode afetar a tensão terminal de uma fonte devido à resistência interna.

Condições sem carga

Através de um circuito divisor de tensão como o que aparece na Figura 7.38, uma série de tensões terminais diferentes podem ser disponibilizadas por uma única fonte. Em vez de ter uma única fonte de 120 V, temos agora tensões terminais de 100 V e 60 V disponíveis — um resultado maravilhoso para um circuito tão simples. Entretanto, pode haver desvantagens. Uma delas é que as cargas resistivas aplicadas podem ter valores muito próximos daqueles que formam o circuito com divisor de tensão.

Em geral,

para que uma fonte com divisor de tensão seja efetiva, as cargas resistivas aplicadas devem ser significativamente maiores do que os resistores que aparecem no circuito com divisor de tensão.

Para demonstrar a validade da declaração anterior, examinaremos agora o efeito da aplicação de resistores com valores muito próximos aos do circuito com divisor de tensão.

Figura 7.38 Fonte com divisor de tensão.

Condições com carga

Na Figura 7.39, resistores de 20 Ω foram conectados a cada uma das tensões terminais. Observe que esse valor é igual a um dos resistores no circuito com divisor de tensão e muito próximo dos outros dois.

A tensão V_a não é afetada pela carga R_{L_1}, tendo em vista que a carga está em paralelo com a tensão da fonte E. O resultado é $V_a = 120$ V, que é o mesmo do nível sem carga. Para determinar V_b, temos primeiro que observar que R_3 e R_{L_3} estão em paralelo e $R'_3 = R_3 \parallel R_{L_3} = 30\ \Omega \parallel 20\ \Omega = 12\ \Omega$. A combinação em paralelo resulta em:

$$R'_2 = (R_2 + R'_3) \parallel R_{L_2} = (20\ \Omega + 12\ \Omega) \parallel 20\ \Omega$$
$$= 32\ \Omega \parallel 20\ \Omega = 12{,}31\ \Omega$$

Aplicando a regra do divisor de tensão, temos:

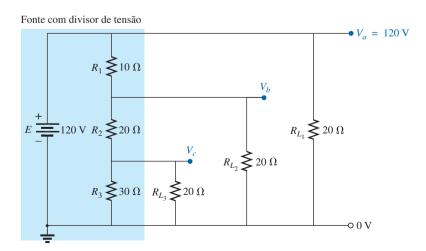



Figura 7.39 Fonte com divisor de tensão com cargas iguais ao valor médio dos elementos resistivos que formam a fonte.

$$V_b = \frac{(12{,}31\ \Omega)(120\ \text{V})}{12{,}31\ \Omega + 10\ \Omega} = \mathbf{66{,}21\ V}$$

versus 100 V sob condições sem carga.

A tensão V_c é:

$$V_C = \frac{(12\ \Omega)(66{,}21\ \text{V})}{12\ \Omega + 20\ \Omega} = \mathbf{24{,}83\ V}$$

versus 60 V sob condições sem carga.

O efeito dos resistores de carga próximos em valor ao resistor empregado no circuito com divisor de tensão é, portanto, a redução significativa de algumas das tensões terminais.

Se os resistores de carga são modificados para o nível de 1 kΩ, as tensões terminais serão todas relativamente próximas dos valores sem carga. A análise é similar à anterior, e gera os resultados a seguir:

$$V_a = \mathbf{120\ V} \qquad V_b = \mathbf{98{,}88\ V} \qquad V_c = \mathbf{58{,}63\ V}$$

Se compararmos as drenagens de corrente estabelecidas pelas cargas aplicadas, descobriremos que para o circuito na Figura 7.39:

$$I_{L_2} = \frac{V_{L_2}}{R_{L_2}} = \frac{66{,}21\ \text{V}}{20\ \Omega} = 3{,}31\ \text{A}$$

e para o nível de 1 kΩ:

$$I_{L_2} = \frac{98{,}88\ \text{V}}{1\ \text{k}\Omega} = 98{,}88\ \text{mA} < 0{,}1\ \text{A}$$

Como demonstrado antes, quanto maior a drenagem de corrente, maior a mudança em tensão terminal com a aplicação da carga. Isso é certamente comprovado pelo fato de que I_{L_2} é em torno de 33,5 vezes maior com as cargas de 20 Ω.

O exemplo a seguir é um exercício de projeto. As especificações de tensão e de corrente de cada carga são fornecidas juntamente com as especificações terminais da fonte. Os resistores com divisor de tensão exigidos têm de ser encontrados.

EXEMPLO 7.12

Determine R_1, R_2 e R_3 para a fonte com divisor de tensão na Figura 7.40. Resistores de 2 W podem ser usados no projeto do circuito?

Solução:

R_3:

$$R_3 = \frac{V_{R_3}}{I_{R_3}} = \frac{V_{R_3}}{I_s} = \frac{12\ \text{V}}{50\ \text{mA}} = \mathbf{240\ \Omega}$$

$$P_{R_3} = (I_{R_3})^2 R_3 = (50\ \text{mA})^2\ 240\ \Omega = 0{,}6\ \text{W} < 2\ \text{W}$$

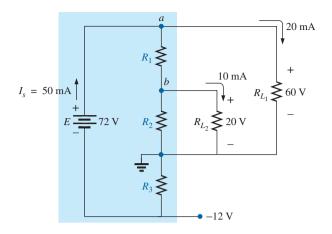



Figura 7.40 Fonte com divisor de tensão para o Exemplo 7.12.

R_1: Aplicando a lei de Kirchhoff para o nó a, temos:

$$I_s - I_{R_1} - I_{L_1} = 0$$

e $I_{R_1} = I_s - I_{L_1} = 50\ \text{mA} - 20\ \text{mA} = 30\ \text{mA}$

$$R_1 = \frac{V_{R_1}}{I_{R_1}} = \frac{V_{L_1} - V_{L_2}}{I_{R_1}} = \frac{60\ \text{V} - 20\ \text{V}}{30\ \text{mA}} = \frac{40\ \text{V}}{30\ \text{mA}} = \mathbf{1{,}33\ k\Omega}$$

$$P_{R_1} = (I_{R_1})^2 R_1 = (30\ \text{mA})^2\ 1{,}33\ \text{k}\Omega = 1{,}197\ \text{W} < 2\ \text{W}$$

R_2: Aplicando a lei de Kirchhoff para corrente no nó b, temos:

$$I_{R_1} - I_{R_2} - I_{L_2} = 0$$

e $I_{R_2} = I_{R_1} - I_{L_2} = 30\ \text{mA} - 10\ \text{mA} = 20\ \text{mA}$

$$R_2 = \frac{V_{R_2}}{I_{R_2}} = \frac{20\ \text{V}}{20\ \text{mA}} = \mathbf{1\ k\Omega}$$

$$P_{R_2} = (I_{R_2})^2 R_2 = (20\ \text{mA})^2\ 1\ \text{k}\Omega = 0{,}4\ \text{W} < 2\ \text{W}$$

Tendo em vista que P_{R_1}, P_{R_2} e P_{R_3} são menores que 2 W, resistores de 2 W podem ser usados para o projeto.

7.8 CONEXÃO DE UMA CARGA A UM POTENCIÔMETRO

No caso de um potenciômetro sem carga, como o da Figura 7.41, a tensão de saída é determinada pela regra dos divisores de tensão, com R_T representando a resistência total do potenciômetro. É muito frequente a suposição de que a tensão entre os terminais de uma carga conectada ao contato móvel é determinada somente pelo potenciômetro, podendo ser ignorado o efeito da carga. Isso não é necessariamente verdadeiro, conforme será demonstrado nos próximos parágrafos.

Quando o potenciômetro é conectado a uma carga, como ilustra a Figura 7.42, a tensão de saída V_L passa a

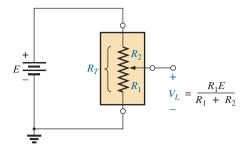



Figura 7.41 Potenciômetro sem carga.

depender da resistência da carga, visto que R_1 não é como mostra a Figura 7.41, mas uma combinação paralela de R_1 e R_L.

A tensão de saída agora é:

$$V_L = \frac{R'E}{R' + R_2} \quad \text{com } R' = R_1 \parallel R_L \tag{7.1}$$

Se você deseja ter um bom controle da tensão de saída V_L utilizando um botão, um pino, um parafuso ou qualquer outro dispositivo, é aconselhável escolher uma carga ou um potenciômetro que satisfaça à seguinte relação:

$$R_L >> R_T \tag{7.2}$$

Em geral,

ao conectar uma carga a um potenciômetro, certifique-se de que a resistência da carga exceda em muito a resistência terminal máxima do potenciômetro, caso um bom controle da tensão de saída seja desejado.

Por exemplo, se desprezarmos a Equação 7.2, escolhermos um potenciômetro de 1 MΩ para conectar a uma carga de 100 Ω e colocarmos o contato móvel na posição correspondente a 1/10 da resistência total, como mostra a Figura 7.43, teremos:

$$R' = 100\text{ k}\Omega \parallel 100\ \Omega = 99{,}9\ \Omega$$

e $$V_L = \frac{99{,}9\ \Omega(10\text{ V})}{99{,}9\ \Omega + 900\text{ k}\Omega} \cong 0{,}001\text{ V} = 1\text{ mV}$$

que é muito menor do que o valor esperado de 1 V.

Na verdade, se deslocarmos o contato móvel para o ponto médio:

$$R' = 500\text{ k}\Omega \parallel 100\ \Omega = 99{,}98\ \Omega$$

e $$V_L = \frac{(99{,}98\ \Omega)(10\text{ V})}{99{,}98\ \Omega + 500\text{ k}\Omega} \cong 0{,}002\text{ V} = 2\text{ mV}$$

que é desprezível em comparação com o valor esperado de 5 V. Mesmo quando $R_1 = 900$ kΩ, V_L será simplesmente 0,01 V, ou seja, 1/1.000 da tensão disponível.

Se invertermos a situação, fazendo $R_T = 100\ \Omega$ e $R_L = 1$ MΩ, com o contato deslizante na posição correspondente a 1/10 de R_T, como na Figura 7.44, teremos:

$$R' = 10\ \Omega \parallel 1\text{ M}\Omega \cong 10\ \Omega$$

e $$V_L = \frac{10\ \Omega(10\text{ V})}{10\ \Omega + 90\ \Omega} = 1\text{ V}$$

conforme desejado.

No caso de as condições corresponderem ao limite inferior da Equação 7.2 (pior caso para projeto), $R_L = R_T = 100\ \Omega$, temos, considerando o contato móvel na posição intermediária da Figura 7.42:

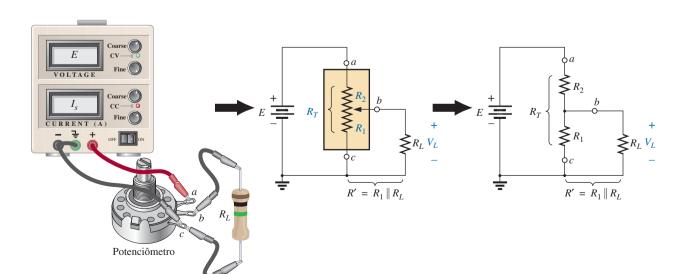



Figura 7.42 Potenciômetro com carga.

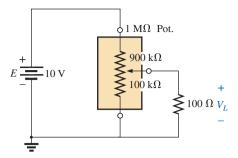



Figura 7.43 Potenciômetro carregado com $R_L << R_T$.

Figura 7.44 Potenciômetro carregado com $R_L >> R_T$.

$$R' = 50\ \Omega \parallel 100\ \Omega = 33{,}33\ \Omega$$

e
$$V_L = \frac{33{,}33\ \Omega(10\ \text{V})}{33{,}33\ \Omega + 50\ \Omega} \cong 4\ \text{V}$$

Pode não ser o valor ideal, que seria 5 V, mas pelo menos 40 por cento da tensão E foram alcançados com o contato móvel na posição central, em vez de 0,02 por cento obtido quanto tínhamos $R_L = 100\ \Omega$ e $R_T = 1\ \text{M}\Omega$.

Portanto, em geral, devemos sempre tentar, ao projetar um circuito que contenha um potenciômetro, satisfazer o critério expresso pela Equação 7.2 da melhor forma possível.

Alguém poderia sugerir que escolhêssemos um potenciômetro com um valor muito pequeno de R_T, de modo a assegurar que a tensão se mantivesse constante independentemente da carga. Assim, tenha em mente que o potenciômetro tem uma especificação de potência, e para os circuitos, como o que é visto na Figura 7.44, $P_{\text{máx}} \cong E^2/R_T = (10\ \text{V})^2/100\ \Omega = 1\ \text{W}$. Se R_T for reduzida a $10\ \Omega$, teremos $P_{\text{máx}} = (10\ \text{V})^2/10\ \Omega = 10\ \text{W}$, o que tornaria necessário um potenciômetro de *dimensões muito maiores*.

EXEMPLO 7.13

Determine as tensões de V_1 e V_2 para o potenciômetro com carga ilustrado na Figura 7.45.

Solução:

Ideal (sem carga):

$$V_1 = \frac{4\ \text{k}\Omega(120\ \text{V})}{10\ \text{k}\Omega} = \mathbf{48\ V}$$

$$V_2 = \frac{6\ \text{k}\Omega(120\ \text{V})}{10\ \text{k}\Omega} = \mathbf{72\ V}$$

Com carga:

$$R' = 4\ \text{k}\Omega \parallel 12\ \text{k}\Omega = 3\ \text{k}\Omega$$
$$R'' = 6\ \text{k}\Omega \parallel 30\ \text{k}\Omega = 5\ \text{k}\Omega$$
$$V_1 = \frac{3\ \text{k}\Omega(120\ \text{V})}{8\ \text{k}\Omega} = \mathbf{45\ V}$$
$$V_2 = \frac{5\ \text{k}\Omega(120\ \text{V})}{8\ \text{k}\Omega} = \mathbf{75\ V}$$

As tensões com carga estão tão próximas das tensões ideais que o projeto pode ser considerado adequado para a carga usada. Para aplicar as tensões ideais às duas cargas, basta modificar ligeiramente a posição do cursor do potenciômetro.

Figura 7.45 Exemplo 7.13.

7.9 PROJETO DE AMPERÍMETROS, VOLTÍMETROS E OHMÍMETROS

Os projetos desta seção usarão o galvanômetro de d'Arsonval da Figura 7.46, pois se trata do instrumento utilizado com maior frequência por fabricantes de instrumentos de corrente. Ele opera usando o princípio de que há uma força repulsiva entre polos magnéticos iguais. Quando uma corrente é aplicada à bobina enrolada em torno das duas palhetas, um campo magnético é estabelecido dentro da bobina, magnetizando as palhetas fixa e móvel. Tendo em vista que ambas as palhetas serão magnetizadas da mesma maneira, elas terão a mesma polaridade, e uma força de repulsão se desenvolverá entre elas. Quanto mais forte a corrente aplicada, mais fortes o campo magnético e a força de repulsão entre as palhetas. A palheta fixa vai permanecer em posição, mas a palheta móvel vai girar e fornecer uma medida da força da corrente aplicada.

Um galvanômetro de d'Arsonval fabricado pela Simpson Company aparece na Figura 7.47(a). Galvanômetros desse tipo são normalmente classificados em

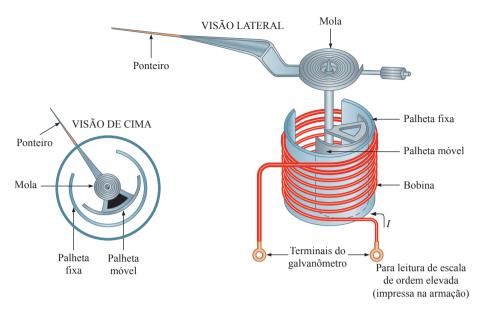



Figura 7.46 Galvanômetro de d'Arsonval.

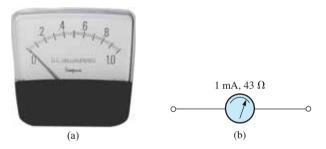
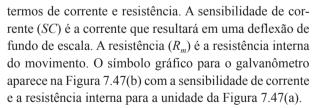
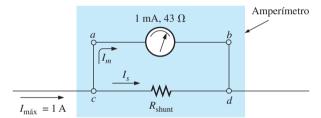



Figura 7.47 Galvanômetro de d'Arsonval; (a) foto, (b) símbolo e especificações.

Figura 7.48 Amperímetro básico.

termos de corrente e resistência. A sensibilidade de corrente (*SC*) é a corrente que resultará em uma deflexão de fundo de escala. A resistência (R_m) é a resistência interna do movimento. O símbolo gráfico para o galvanômetro aparece na Figura 7.47(b) com a sensibilidade de corrente e a resistência interna para a unidade da Figura 7.47(a).

Galvanômetros são normalmente classificados pela corrente e pela resistência. As especificações de um galvanômetro típico podem ser 1 mA, 50 Ω. Observe que 1 mA é a *sensibilidade de corrente* (*SC*) do galvanômetro, que é a corrente exigida para uma deflexão de fundo de escala. Ela é denotada pelo símbolo I_{sc}. O 50 Ω representa a resistência interna (R_m) do galvanômetro. Uma notação comum para o galvanômetro e suas especificações é fornecida na Figura 7.48.

Amperímetro

A corrente máxima que um galvanômetro de d'Arsonval pode indicar independentemente corresponde à sensibilidade de corrente do galvanômetro. Entretanto, correntes maiores podem ser medidas se um circuito adicional for introduzido. Esse circuito, conforme mostra a Figura 7.48, resulta na construção de um amperímetro básico.

A resistência R_{shunt} na Figura 7.49 é escolhida de tal modo que, quando uma corrente de 1 A atravessa o amperímetro, a corrente no galvanômetro é de 1 mA. Se uma corrente menor que 1 A atravessar o amperímetro, o

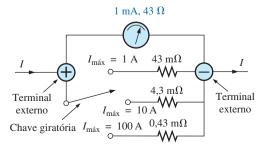



Figura 7.49 Amperímetro multifaixa.

galvanômetro terá menos de 1 mA passando por ele e terá uma deflexão menor que a de fundo de escala.

Como a tensão entre os terminais de elementos em paralelo é a mesma, a queda de potencial entre *a* e *b* na Figura 7.49 deve ser idêntica àquela entre *c* e *d*, ou seja:

$$(1\text{ mA})(43\ \Omega) = R_{\text{shunt}}I_s$$

E também I_s tem de ser igual a 1 A – 1 mA = 999 mA, se a corrente através do galvanômetro tiver de ser limitada em 1 mA (lei de Kirchhoff para correntes).

Portanto:

$$(1\text{ mA})(43\ \Omega) = R_{\text{shunt}}(999\text{ mA})$$

$$R_{\text{shunt}} = \frac{(1\text{ mA})(43\ \Omega)}{999\text{ mA}}$$

$$\cong 43\text{ m}\Omega \text{ (um valor-padrão)}$$

em geral

$$R_{\text{shunt}} = \frac{R_m I_{SC}}{I_{\text{máx}} - I_{SC}} \qquad (7.4)$$

Uma maneira de construir um amperímetro de várias escalas é mostrada na Figura 7.50, na qual a chave giratória determina a resistência R_{shunt} a ser usada em função da máxima corrente a ser medida. Muitos medidores utilizam a mesma escala para vários valores máximos de corrente. Uma leitura de 375, na escala de 0 a 5 mA, com a chave na posição 5, significa que a corrente medida vale 3,75 mA; com a chave na posição 50, a mesma leitura significa uma corrente de 37,5 mA, e assim por diante.

Voltímetro

Uma modificação nos circuitos adicionais permite usar o galvanômetro de d'Arsonval no projeto de um voltímetro. Um galvanômetro de 1 mA, 43 Ω pode também ser especificado como de 43 mV (1 mA × 43Ω), uma indicação de que a maior tensão que o galvanômetro pode medir independentemente é 43 mV. Essa especificação em milivolts é algumas vezes denominada *sensibilidade de tensão* (*ST*). A construção básica de um voltímetro é mostrada na Figura 7.50.

A resistência $R_{\text{série}}$ é ajustada de modo a limitar a corrente que passa pelo galvanômetro a 1 mA, quando a tensão máxima é aplicada ao voltímetro. No caso de uma tensão menor, a corrente no circuito diminui e, portanto, a deflexão do ponteiro do galvanômetro é menor.

Aplicando a lei de Kirchhoff para tensões na malha fechada vista na Figura 7.50, obtemos:

$$|10\text{ V} - (1\text{ mA})(R_{\text{série}})| - 43\text{ mV} = 0$$

ou

$$R_{\text{série}} = \frac{10\text{ V} - (43\text{ mV})}{1\text{ mA}} = 9.957\ \Omega \cong 10\text{ k}\Omega$$

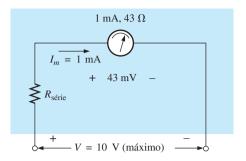



Figura 7.50 Voltímetro básico.

Em geral,

$$R_{\text{série}} = \frac{V_{\text{máx}} - V_{ST}}{I_{SC}} \qquad (7.5)$$

Um dos métodos para se construir um voltímetro de múltiplas escalas é mostrado na Figura 7.51. Se a chave giratória for colocada na posição 10 V, $R_{\text{série}}$ = 10 kΩ; com a chave em 50 V, $R_{\text{série}}$ = 40 kΩ + 10 kΩ = 50 kΩ; com a chave em 100 V, $R_{\text{série}}$ = 50 kΩ + 40 kΩ + 10 kΩ = 100 kΩ.

Ohmímetro

Em geral, os ohmímetros são projetados separadamente para medir resistências baixas, médias e altas. O medidor de resistência mais usado é o **ohmímetro em série**, projetado para medir valores médios de resistência. Ele é usado na configuração em série na Figura 7.52. Esse projeto é bastante diferente em relação aos projetos do amperímetro e do voltímetro porque apresenta uma deflexão máxima do ponteiro correspondente a uma leitura de zero ohm e uma deflexão nula quando a resistência é infinita.

Para determinar a resistência em série R_S, as pontas de prova são 'curto circuitadas' (uma conexão direta de zero ohm entre elas) para simular uma resistência nula tendo o potenciômetro de ajuste de zero na metade do valor máximo. A resistência R_S é então ajustada de modo a permitir a passagem de uma corrente igual à sensibili-

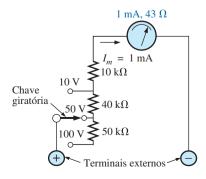



Figura 7.51 Voltímetro multifaixa.

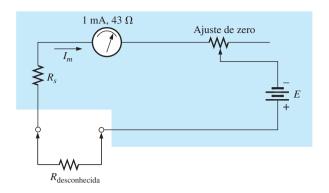



Figura 7.52 Ohmímetro em série.

dade de corrente (1 mA) do galvanômetro. Colocamos o potenciômetro de ajuste do zero na posição correspondente à metade do valor máximo, para que possam ser compensadas quaisquer variações nos componentes do medidor que resultem em uma corrente mais alta ou mais baixa que a necessária para que o ponteiro atinja o final da escala. A corrente I_m é dada por:

$$I_m(\text{fundo de escala}) = I_{sc} = \frac{E}{R_S + R_m + \dfrac{\text{ajuste de zero}}{2}} \tag{7.6}$$

e

$$R_S = \frac{E}{I_{SC}} - R_m - \frac{\text{ajuste de zero}}{2} \tag{7.7}$$

Se colocarmos agora uma resistência desconhecida entre os terminais externos do aparelho, a corrente será reduzida provocando a deflexão do ponteiro menor que a de fundo de escala. Se deixarmos os terminais abertos, simulando uma resistência infinita, não haverá deflexão do ponteiro, pois a corrente que percorre o circuito será nula.

Um instrumento projetado para medir resistências muito baixas é mostrado na Figura 7.53. Ele é capaz de medir níveis de resistência entre 10 mΩ (0,01 Ω) e 100 mΩ (0,1 Ω) e tensões entre 10 mV e 100 V. Devido a sua capacidade para medições de resistências muito baixas, seu circuito é muito mais sofisticado do que o que acabamos de descrever. Nele são empregados componentes eletrônicos que eliminam as imprecisões introduzidas pelas resistências das pontas de prova e dos contatos, sendo considerado semelhante ao sistema que descrevemos pois é totalmente portátil e também necessita de uma bateria CC para efetuar as medidas. Pontas de provas especiais são empregadas para minimizar qualquer resistência adicional ao circuito de medição.

O **megohmímetro** é um instrumento usado para medir valores de resistência muito elevados. É usado principalmente para testar o isolamento de linhas de transmissão, máquinas elétricas, transformadores, entre outros equipamentos. Para medir grandes valores de resistência, primeiro é gerada uma tensão contínua elevada com o auxílio de um gerador manual. Quando o eixo do gerador gira com uma velocidade maior que um dado valor especificado, é possível fixar a tensão de saída em um valor, em geral 250, 500 ou 1.000 V — uma boa razão para ser cuidadoso ao usá-lo. Uma foto de um instrumento comercial desse tipo é mostrada na Figura 7.54. O modelo da foto pode medir resistências entre zero e 5.000 MΩ.

7.10 APLICAÇÕES

Reforço de uma bateria de automóvel

Embora o reforço de uma bateria de automóvel possa parecer inicialmente uma simples aplicação de circuitos paralelos, na realidade é uma operação série-palalela que merece alguma análise. Conforme abordado no Capítulo 2, toda fonte CC possui uma resistência interna. Para uma bateria chumbo-ácido típica de automóvel, sua resistência interna é muito pequena — está na faixa de miliohm.

Figura 7.53 Nanovoltímetro. (Cortesia da PhotoObjects/Getty Images.)

Figura 7.54 Megohmímetro. (Cortesia da Dja65/Shutterstock.)

Na maioria dos casos, essa baixa resistência garante que a maior parte da tensão (ou da potência) seja entregue à carga, e não perdida na resistência interna. Na Figura 7.55, a bateria #2 foi descarregada porque os faróis foram deixados ligados por três horas durante uma sessão de cinema. Felizmente, um amigo que se assegurou de que os faróis do seu próprio automóvel estavam desligados tem uma bateria totalmente carregada (identificada na Figura 7.55 por #1) e também um bom conjunto de cabos com comprimento em torno de 5 m, com fio de bitola #6 e garras bem projetadas. O investimento que se faz em um bom conjunto de cabos, de comprimento e capacidade suficientes, é algo prudente, principalmente no caso de se viver em um local de clima frio. A flexibilidade, proporcionada pelo cabo, também é uma característica bastante desejada em certas condições. Verifique a bitola do fio, não apenas a grossura da cobertura isolante. Recebe-se pelo que se paga, pois o cobre é a parte mais cara do cabo. Frequentemente, os rótulos informam que se trata de um cabo de 'alta capacidade', mas a bitola do fio é muito alta.

A sequência adequada dos eventos na operação de reforço da bateria de um automóvel depende com frequência de com quem se fala ou de qual informação se lê. Por motivo de segurança, algumas pessoas recomendam que o automóvel com a bateria carregada esteja desligado no momento de realizar as conexões. No entanto, isso pode criar um problema imediato se a bateria descarregada estiver em uma condição muito ruim, de modo que quando for conectada à bateria 'boa', ela drene imediatamente uma corrente tal que deixe os dois automóveis sem condições de partida. Com isso em mente, faz algum sentido deixar o motor do automóvel em funcionamento para garantir que o processo de carga continue até que o motor do outro automóvel dê a partida. *Como acidentes acontecem, é bastante recomendável que a pessoa que faz as conexões use algum tipo de equipamento de proteção ocular, mesmo que seja apenas um par de óculos. Gaste o tempo suficiente para se certificar de qual é o terminal positivo e qual é o negativo em ambos os automóveis*. Se isso não parecer imediatamente óbvio, tenha em mente que o terminal negativo, ou terra, é geralmente conectado ao chassi do automóvel com um fio relativamente curto e de alta capacidade de corrente.

Quando estiver certo da identificação dos terminais positivo e negativo, prenda primeiro a garra do fio vermelho dos cabos reforçadores na bateria descarregada — ao mesmo tempo, certifique-se de que a outra garra vermelha *não entre em contato com a bateria ou com o automóvel*. Em seguida, conecte a outra extremidade do fio vermelho ao terminal positivo da bateria carregada. Agora, prenda a garra de uma extremidade do fio preto dos cabos reforçadores no terminal negativo da bateria reforçadora e, finalmente, prenda a outra extremidade do fio preto no bloco do motor do veículo parado (não a prenda no negativo da bateria descarregada) longe do carburador, das mangueiras de combustível ou das partes móveis do automóvel. Finalmente, alguém deve manter uma aceleração no veículo com a bateria boa enquanto a partida for dada no outro veículo. Após ter dado partida no veículo, remova os cabos na *ordem inversa*, começando com o cabo conectado ao bloco do motor. Seja sempre cuidadoso para garantir que as garras não toquem a bateria ou o chassi do automóvel, nem se aproximem de quaisquer partes móveis.

Algumas pessoas acham que o automóvel que tem a bateria boa deve carregar a bateria ruim de 5 a 10 minutos antes de dar partida no veículo com a bateria ruim, de modo que esse veículo use essencialmente a própria bateria no processo de partida. Tenha em mente que no instante em que os cabos reforçadores são conectados, o veículo que tem a bateria reforçadora estará empenhado na carga da própria bateria e da bateria descarregada. Durante a partida, a bateria carregada será solicitada a fornecer uma alta corrente para dar partida no outro veículo. Isso é uma

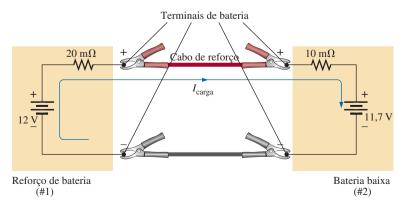



Figura 7.55 Reforço de uma bateria de automóvel.

carga muito grande para uma única bateria. No caso da situação mostrada na Figura 7.55, a tensão da bateria #2 é menor que a da bateria #1, e a corrente de carga circulará conforme o mostrado. A resistência em série com a bateria reforçadora é devida mais ao longo comprimento do cabo reforçador para o outro veículo. A corrente é limitada apenas pelos resistores de miliohm em série com as baterias, porém, a diferença de tensão é muito pequena, de maneira que a corrente de partida estará em uma faixa segura para os cabos envolvidos. A corrente inicial de carga será $I = (12\ \text{V} - 11{,}7\ \text{V})/(20\ \text{m}\Omega + 10\ \text{m}\Omega) = 0{,}3\ \text{V}/30\ \text{m}\Omega = 10\ \text{A}$. Durante a partida, os níveis de corrente devem ser como mostra a Figura 7.56 para os níveis de resistência e para as tensões de bateria supostos. Durante a partida, considere que a resistência interna do circuito de partida seja $0{,}1\ \Omega = 100\ \text{m}\Omega$. Observe que a bateria do veículo com problema agora foi carregada até 11,8 V com um aumento associado ao nível de potência. A presença de duas baterias requer que a análise espere pelos métodos apresentados no próximo capítulo.

Observe também que a corrente drenada pelo circuito de partida da bateria descarregada está acima de 100 A, e que a maioria dos valores de corrente de partida é fornecida pela bateria que está sendo carregada. Portanto, em essência, a maior parte da corrente de partida é fornecida pela bateria descarregada. A bateria boa fornece uma carga inicial à bateria ruim, bem como uma corrente adicional para a partida do veículo. Porém, a bateria descarregada é a fonte primária da corrente de partida. Por essa importante razão, é aconselhável deixar que o processo de carga dure de 5 a 10 minutos antes que se dê a partida no veículo. Se a bateria descarregada estiver realmente em mau estado com um nível de tensão de 11 V, os níveis de corrente serão invertidos, sendo que a bateria boa fornecerá 68,75 A e a bateria ruim, apenas 37,5 A. Assim, é bastante óbvio que quanto pior o estado da bateria ruim, maior a corrente drenada da bateria boa. Pode acontecer também que a bateria ruim esteja em um estado tão ruim que não aceite carga ou não forneça sua cota de corrente de partida. Isso pode resultar em contínuas tentativas de partida sem sucesso e, possivelmente, na danificação da bateria boa devido às enormes quantidades de corrente drenada. Uma vez que tenha sido dada a partida e os cabos reforçadores tenham sido removidos, o veículo com a bateria descarregada continuará com o motor em funcionamento porque o alternador fornecerá corrente para a carga (carregando a bateria e providenciando a tensão CC necessária) após a ignição.

A discussão anterior foi bastante simples, mas vamos investigar o que poderia acontecer se, em uma noite escura e chuvosa, você estivesse com pressa e conectasse os cabos incorretamente, conforme mostra a Figura 7.57. O resultado seria duas baterias em série de forma aditiva e um caminho de baixíssima resistência. A corrente resultante pode teoricamente ser extremamente alta

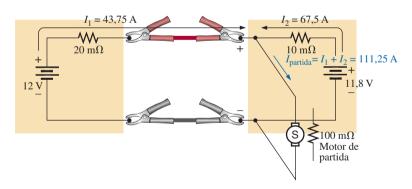



Figura 7.56 Níveis de corrente durante a partida.

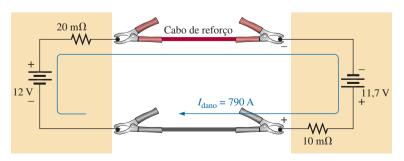



Figura 7.57 Níveis de corrente caso a bateria reforçadora tenha sido conectada incorretamente.

[I = (12 V +11,7 V)/30 mΩ = 23,7 V/30 mΩ = 790 A], danificando, talvez permanentemente, o sistema elétrico dos dois automóveis e, o pior de tudo, causando uma explosão que poderia ferir alguém seriamente. Portanto, é muito importante que o processo de reforço de uma bateria seja realizado com grande cuidado. Use uma lanterna, verifique duas vezes as conexões e esteja seguro de que todos estejam afastados das conexões quando acionar a ignição do veículo.

Antes de finalizar o assunto, devemos ressaltar que receber um reforço de um caminhão-reboque resulta em uma situação diferente: as conexões na bateria do caminhão são muito seguras; o cabo do caminhão usa um fio de maior capacidade de corrente com isolamento mais espesso; as garras também são bem maiores e fazem excelente conexão com sua bateria; e a bateria é de maior capacidade de corrente para esse tipo de carga esperada. O resultado é uma resistência interna menor do lado da bateria boa e uma capacidade de corrente maior por parte da bateria do caminhão. Nesse caso, o caminhão estará realmente dando a partida no carro com problema, que simplesmente reage ao surto de potência fornecida.

Circuitos eletrônicos

A operação da maioria dos sistemas eletrônicos requer uma distribuição da tensão CC por todo o projeto. Embora uma explicação completa da necessidade de uma tensão CC (já que existe um sinal CA a ser amplificado) tenha de esperar pelos cursos introdutórios de circuitos eletrônicos, a análise CC será feita de uma maneira muito parecida como a que foi descrita neste capítulo. Em outras palavras, este capítulo e os anteriores contêm as informações fundamentais para a realização da análise CC da maioria dos circuitos eletrônicos que forem estudados, desde que se conheça as características CC dos dispositivos eletrônicos. Por exemplo, o circuito mostrado na Figura 7.58 utiliza um transistor que será estudado em detalhes em qualquer curso de fundamentos de eletrônica. A tensão CC entre a base (B) do transistor e o emissor (E) é cerca de 0,7 V sob condições normais de operação, e a corrente do coletor (C) está relacionada à corrente de base por $I_C = \beta I_B = 50 I_B$ (o valor de β varia de transistor para transistor). Esses fatos nos permitem determinar todas as correntes e tensões CC do circuito usando as leis apresentadas neste capítulo. Portanto, de forma geral, esteja motivado pelo fato de que o conteúdo deste capítulo encontrará numerosas aplicações nos cursos seguintes.

Figura 7.58 Níveis de polarização de um amplificador transistorizado.

No caso do circuito mostrado na Figura 7.58, podemos começar nossa análise aplicando a lei de Kirchhoff para tensões no circuito da base (a malha esquerda):

$$+V_{BB} - V_{R_B} - V_{BE} = 0 \quad \text{ou} \quad V_{BB} = V_{R_B} + V_{BE}$$

e $$V_{R_B} = V_{BB} - V_{BE} = 12\text{ V} - 0{,}7\text{ V} = 11{,}3\text{ V}$$

assim $$V_{R_B} = I_B R_B = 11{,}3\text{ V}$$

e $$I_B = \frac{V_{R_B}}{R_B} = \frac{11{,}3\text{ V}}{220\text{ k}\Omega} = \mathbf{51{,}4\ \mu A}$$

Portanto: $$I_C = \beta I_B = 50 I_B = 50(51{,}4\ \mu\text{A}) = \mathbf{2{,}57\ mA}$$

Para o circuito de saída (a malha da direita):

$$+V_{CE} + V_{R_C} - V_{CC} = 0 \quad \text{ou} \quad V_{CC} = V_{R_C} + V_{CE}$$

com $$\begin{aligned} V_{CE} &= V_{CC} - V_{R_C} = V_{CC} - I_C R_C \\ &= 12\text{ V} - (2{,}57\text{ mA})(2\text{ k}\Omega) \\ &= 12\text{ V} - 5{,}14\text{ V} = \mathbf{6{,}86\ V} \end{aligned}$$

Para uma análise CC típica de um transistor, todas as correntes e tensões de interesse agora são conhecidas: I_B, V_{BE}, I_C e V_{CE}. Todos os valores de tensões, correntes e potências restantes para os outros elementos do circuito agora podem ser determinados usando-se as leis básicas aplicadas neste capítulo.

O exemplo anterior é um exercício típico que terá de ser resolvido no primeiro curso de eletrônica. No momento, é necessário apenas que se conheça um pouco do dispositivo e se entenda as razões das relações entre as diversas correntes e tensões do dispositivo.

7.11 ANÁLISE COMPUTACIONAL

PSpice

Fonte com divisor de tensão. Agora, o PSpice será usado para verificar os resultados do Exemplo 7.12. Os valores calculados dos resistores serão substituídos, e os valores de tensões e correntes serão verificados para ver se eles são iguais aos obtidos manualmente.

O circuito é desenhado conforme descrito nos capítulos anteriores, usando-se apenas as ferramentas já descritas (veja a Figura 7.59) — de certa maneira, é um exercício prático relativo a tudo o que foi aprendido sobre o **Capture CIS Edition**. Observe, nesse caso, como a rotação do primeiro resistor ativa a rotação dos resistores restantes. Além disso, é uma vantagem interessante poder colocar

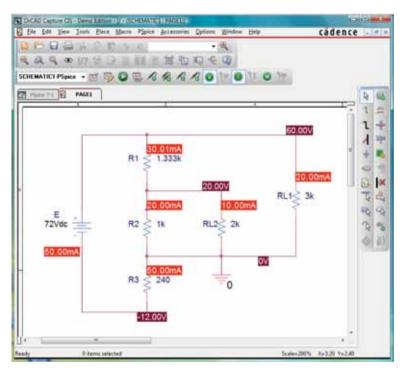



Figura 7.59 Uso do PSpice na verificação dos resultados do Exemplo 7.12.

um resistor após o outro sem ter de selecionar a opção **End Mode**. Tenha cuidado especial com a colocação do GND garantindo que **0/SOURCE** seja usado. Observe também que, para o resistor R_1, que é visto na Figura 7.59, foi digitado o valor 1,333 kΩ em vez de 1,33 kΩ, como no Exemplo 7.12. Quando executarmos o programa, veremos que as soluções dadas pelo computador não são iguais às soluções obtidas manualmente no nível de precisão desejado, a menos que essa alteração seja feita.

Visto que todas as tensões são relativas ao GND, a tensão sobre R_{L_1} é 60 V; sobre R_{L_2}, 20 V; e sobre R_3, –12 V. Os valores das correntes também coincidem com os valores calculados manualmente, sendo I_E = 50 mA, I_{R_1} = 30 mA, I_{R_2} = 20 mA, I_{R_3} = 50 mA, $I_{R_{L2}}$ = 10 mA e $I_{R_{L1}}$ = 20 mA. Dentre as opções de grandezas mostradas na Figura 7.59, a opção **W** foi desabilitada para permitir a concentração nos valores de corrente e tensão. Nesse caso, os valores também são iguais aos da solução manual.

PROBLEMAS

Seções 7.2–7.5 Circuitos em série-paralelo

1. Quais elementos (elementos individuais, não combinações de elementos) dos circuitos na Figura 7.60 estão em série? Quais estão em paralelo? Na medida em que você confere suas suposições, certifique-se de que os elementos em série tenham a mesma corrente e que os elementos em paralelo tenham mesma tensão. Restrinja suas decisões a elementos únicos, não a combinações de elementos.

2. Determine R_T para os circuitos na Figura 7.61.

3. Calcule a resistência total para a configuração da Figura 7.62.

***4.** Calcule a resistência R_T para o circuito da Figura 7.63. Dica! Se ele era infinito em comprimento, como a resistência do próximo resistor de 1 Ω vertical se compararia com a resistência desejada R_T?

***5.** A resistência total R_T para o circuito da Figura 7.64 é 7,2 kΩ. Calcule a resistência R_1.

6. Considerando o circuito na Figura 7.65.
- **a)** Temos $I_s = I_5 = I_6$? Justifique sua resposta.
- **b)** Se I_s = 10 A e I_1 = 4 A, calcule I_2.
- **c)** A igualdade $I_1 + I_2 = I_3 + I_4$ é verdadeira? Justifique.
- **d)** Se V_2 = 8 V e E = 14 V, determine V_3.
- **e)** Se R_1 = 4 Ω, R_2 = 2 Ω, R_3 = 4 Ω e R_4 = 6 Ω, qual é o R_T?
- **f)** Se todos os resistores da configuração são de 20 Ω, qual é a corrente fornecida pela fonte se a tensão aplicada for 20 V?
- **g)** Usando os valores da parte (f), determine a potência fornecida pela bateria e a potência absorvida pela resistência total R_T.

7. Considerando a Figura 7.66.
- **a)** Determine R_T.
- **b)** Calcule I_s, I_1 e I_2.
- **c)** Calcule a tensão V_a.

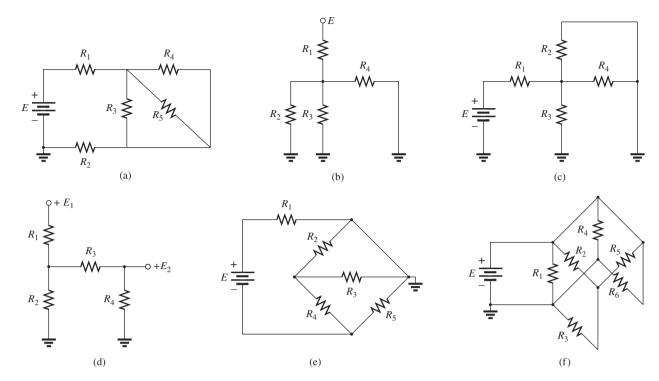



Figura 7.60 Problema 1.

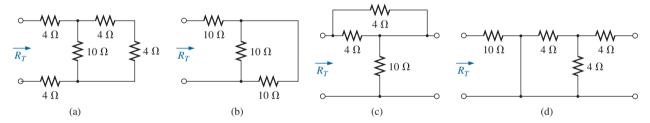



Figura 7.61 Problema 2.

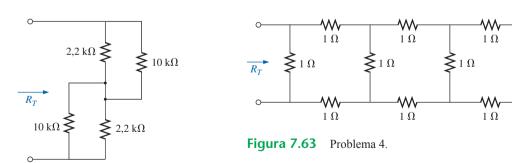



Figura 7.62 Problema 3.

Figura 7.63 Problema 4.

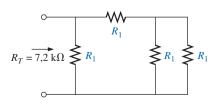



Figura 7.64 Problema 5.

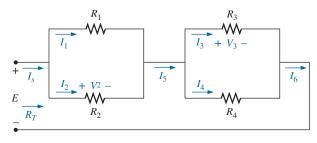



Figura 7.65 Problema 6.

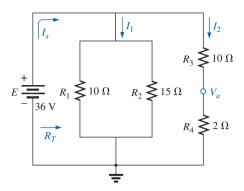



Figura 7.66 Problema 7.

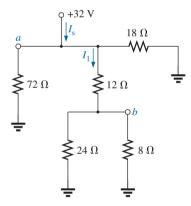
8. Considerando o circuito da Figura 7.67:
   a) Calcule as tensões V_a e V_b.
   b) Calcule as correntes I_1 e I_s.
9. Considerando o circuito da Figura 7.68:
   a) Calcule as tensões V_a, V_b e V_c.
   b) Calcule as correntes I_1 e I_2.

10. Considerando a placa de circuito na Figura 7.69, calcule:
    a) a resistência total R_T da configuração;
    b) a corrente drenada da fonte se a tensão aplicada for 48 V;
    c) a leitura do voltímetro aplicado.
11. No circuito da Figura 7.70 todos os resistores são iguais. Quais são seus valores?
*12. Considerando o circuito na Figura 7.71, calcule:
    a) as correntes I_s, I_2 e I_6;
    b) as tensões V_1 e V_5;
    c) a potência fornecida para o resistor de 3 kΩ.
13. **a)** Calcule o valor absoluto e o sentido das correntes I, I_1, I_2 e I_3 para o circuito na Figura 7.72.
    b) Indique o sentido de cada uma na Figura 7.72.
14. Determine as correntes I_1 e I_2 para o circuito na Figura 7.73, construído a partir de valores-padrão.
*15. Considerando o circuito na Figura 7.74:
    a) Determine as correntes I_s, I_1, I_3 e I_4.
    b) Calcule V_a e V_{bc}.
16. Para o circuito na Figura 7.75:
    a) Determine a corrente I_1.
    b) Calcule as correntes I_2 e I_3.
    c) Determine os níveis de tensão V_a e V_b.
*17. Determine os valores CC para o circuito com um transistor mostrado na Figura 7.76, considerando o fato de que V_{BE} = 0,7 V, V_E = 2 V, e $I_C = I_E$. Em outras palavras:
    a) determine I_E e I_C;
    b) calcule I_B;
    c) determine V_B e V_C;
    d) calcule V_{CE} e V_{BC}.

Figura 7.67 Problema 8.

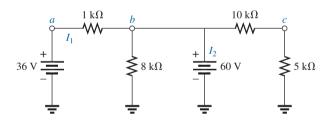



Figura 7.68 Problema 9.

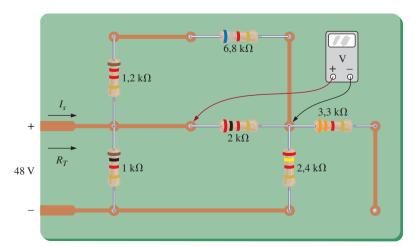



Figura 7.69 Problema 10.

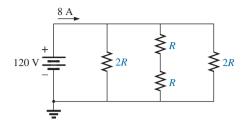



Figura 7.70 Problema 11.

Figura 7.71 Problema 12.

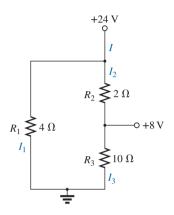



Figura 7.72 Problema 13.

Figura 7.73 Problema 14.

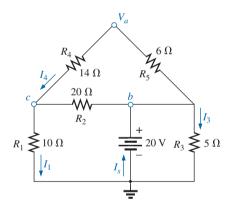



Figura 7.74 Problema 15.

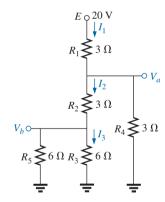



Figura 7.75 Problema 16.

Figura 7.76 Problema 17.

18. Considerando o circuito na Figura 7.77:
  a) Determine a corrente I.
  b) Calcule V_1.

***19.** Considerando o circuito na Figura 7.78:
  a) Determine R_T combinando elementos resistivos.
  b) Calcule V_1 e V_4.
  c) Calcule I_3 (com sentido).
  d) Determine I_s calculando a corrente através de cada elemento e, a seguir, aplicando a lei de Kirchhoff para corrente. Depois, calcule R_T de $R_T = E/I_s$, e compare a resposta com a solução da parte (a).

20. Determine a tensão V_{ab} e a corrente I para o circuito da Figura 7.79. Lembre a discussão de circuitos abertos e curtos-circuitos na Seção 6.8.

***21.** Considerando o circuito da Figura 7.80:
  a) Determine a tensão V_{ab}.

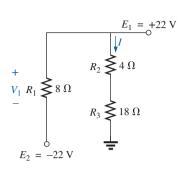



Figura 7.77 Problema 18.

Figura 7.78 Problema 19.

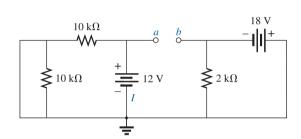



Figura 7.79 Problema 20.

Figura 7.80 Problema 21.

b) Calcule a corrente I.
c) Calcule as tensões V_a e V_b.

***22.** Considerando o circuito na Figura 7.81:
a) Determine a corrente I.
b) Calcule a tensão de circuito aberto V.

***23.** Considerando o circuito na Figura 7.82, calcule a resistência R_3, sendo 2 A a corrente que passa através dela.

***24.** Se todos os resistores do cubo mostrado na Figura 7.83 forem de 10 Ω, qual a resistência total? (*Sugestão*: Formule algumas hipóteses em relação à distribuição de corrente no cubo.)

***25.** A leitura do voltímetro visto na Figura 7.84 é $V = 27$ V:
a) O circuito funciona corretamente?
b) Em caso negativo, qual seria o possível motivo da leitura incorreta?

Seção 7.6 Circuitos em cascata

26. Considerando o circuito em cascata mostrado na Figura 7.85:
a) Determine a corrente I.
b) Determine a corrente I_7.
c) Determine as tensões V_3, V_5 e V_7.
d) Calcule a potência dissipada por R_7 e compare-a com a potência fornecida pela fonte de 240 V.

27. Considerando o circuito em cascata mostrado na Figura 7.86:
a) Determine R_T.
b) Calcule I.
c) Calcule a potência fornecida para R_7.

***28.** Determine a potência dissipada pela resistência de carga de 6 Ω vista na Figura 7.87.

Figura 7.81 Problema 22.

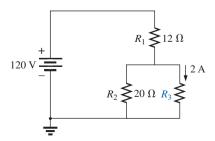



Figura 7.82 Problema 23.

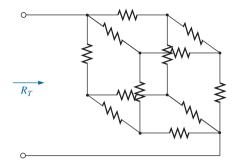



Figura 7.83 Problema 24.

Figura 7.84 Problema 25.

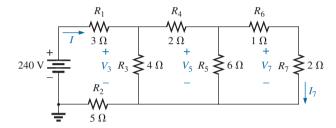



Figura 7.85 Problema 26.

Figura 7.86 Problema 27.

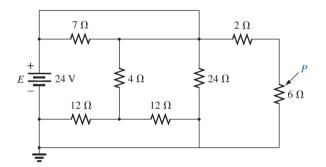



Figura 7.87 Problema 28.

29. Para a configuração de cascatas múltiplas mostrada na Figura 7.88:

a) Determine I.

b) Calcule I_4.

c) Determine I_6.

d) Determine I_{10}.

Seção 7.7 Fonte com divisor de tensão (com carga e sem carga)

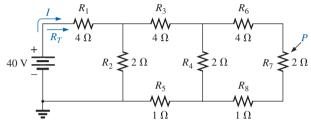
30. Dada a fonte com divisor de tensão vista na Figura. 7.89:

a) determine a tensão E da fonte de alimentação;

b) determine os valores dos resistores de carga R_{L_2} e R_{L_3};

c) determine os valores dos resistores R_1, R_2 e R_3 do divisor de tensão.

***31.** Determine os valores dos resistores da fonte com divisor de tensão para a configuração mostrada na Figura 7.90. Determine também a especificação de potência para cada resistor e compare os valores entre si.

***32.** Uma lâmpada de estúdio exige 40 V a 50 mA para produzir uma luz bastante clara. Projete um arranjo de divisor de tensão que funcione de maneira adequada a partir de uma fonte de 120 V, fornecendo uma corrente de 200 mA. Use resistores com valores tão próximos quanto possível dos valores-padrão, e especifique a potência mínima de cada um.

Seção 7.8 Conexão de uma carga a um potenciômetro

***33.** Considerando o sistema mostrado na Figura 7.91, responda:

a) À primeira vista, ele parece ter sido bem projetado?

b) Sem a carga de 10 kΩ, quais valores de R_1 e de R_2 estabelecem 3 V nos terminais de R_2?

c) Determine os valores de R_1 e R_2 quando a carga é inserida para estabelecer $V_{R_L} = 3$V, e compare-os com os resultados do item (b).

***34.** Para o potenciômetro visto na Figura 7.92, responda:

a) Quais são os valores das tensões V_{ab} e V_{bc} sem carga ($R_{L_1} = R_{L_2} = \infty$ Ω)?

b) Quais são os valores das tensões V_{ab} e V_{bc} usando-se a carga indicada na figura?

c) Qual a potência dissipada pelo potenciômetro usando-se as resistências de carga indicadas na Figura 7.92?

d) Qual a potência dissipada pelo potenciômetro sem carga? Compare-a com o resultado do item (c).

Seção 7.9 Projeto de amperímetros, voltímetros e ohmímetros

35. Considere um galvanômetro de d'Arsonval de 1 mA, 100 Ω e responda:

a) Qual é a sensibilidade de corrente?

b) Projete um amperímetro de 20 A usando o galvanômetro acima. Mostre o circuito e os valores dos componentes.

36. Usando um galvanômetro de d'Arsonval de 50 μA, 1.000 Ω, projete um miliamperímetro de multifaixa que tenha escalas de 25 mA, 50 mA e 100 mA. Mostre o circuito e os valores dos componentes.

37. Considere um galvanômetro de d'Arsonval de 50 μA, 1.000 Ω.

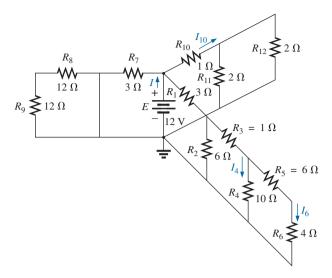



Figura 7.88 Problema 29.

Figura 7.89 Problema 30.

Figura 7.90 Problema 31.

Figura 7.91 Problema 33.

Figura 7.92 Problema 34.

a) Projete um voltímetro CC de 15 V. Mostre o circuito e os valores dos componentes.

b) Qual a razão Ω/V para esse voltímetro?

38. Usando um galvanômetro de d'Arsonval de 1 mA, 100 Ω, projete um voltímetro com escalas de 5, 50 e 500 V. Mostre o circuito e os valores dos componentes.

39. Um medidor digital tem uma resistência interna de 10 MΩ na escala de 0,5 V. Se você quisesse construir um voltímetro analógico usando um galvanômetro de d'Arsonval com o mesmo valor de resistência interna, qual deveria ser a sensibilidade de corrente?

***40. a)** Projete um ohmímetro em série usando um galvanômetro de 100 μA, 1.000 Ω, um ajuste de zero com um valor máximo de 2 kΩ, uma bateria de 3 V e um resistor em série cujo valor deve ser determinado.

b) Determine a resistência necessária para as deflexões de fundo de escala, de 3/4 da escala, de 1/2 da escala e de 1/4 da escala.

c) Usando os resultados do item (b), desenhe a escala a ser usada juntamente com esse ohmímetro.

41. Descreva a construção básica e o funcionamento de um megohmímetro.

***42.** Determine a leitura de um ohmímetro para a configuração mostrada na Figura 7.93.

Seção 7.11 Análise computacional

43. Usando PSpice ou Multisim, verifique os resultados do Exemplo 7.2.

44. Usando PSpice ou Multisim, confirme as soluções do Exemplo 7.5.

45. Usando PSpice ou Multisim, verifique os resultados do Exemplo 7.10.

46. Usando PSpice ou Multisim, calcule a tensão V_6 da Figura 7.32.

47. Usando PSpice ou Multisim, calcule as tensões V_b e V_c da Figura 7.40.

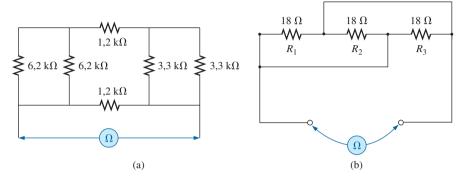



Figura 7.93 Problema 42.

GLOSSÁRIO

Circuito em cascata: Circuito que consiste em uma série de combinações em série-paralelo e que tem a aparência de uma escada.

Circuito em série-paralelo: Rede composta por uma combinação das séries e dos ramos paralelos.

Configuração complexa: Circuito no qual nenhum dos elementos está em série ou em paralelo.

Fonte com divisor de tensão: Circuito que pode fornecer uma gama de níveis de tensão para uma aplicação.

Galvanômetro de d'Arsonval: Galvanômetro que opera no princípio de que há uma repulsão entre polos magnéticos iguais. Os dois polos são palhetas dentro de uma bobina fixa. Uma palheta é fixa e a outra é móvel com um ponteiro conectado. Quanto mais alta a corrente aplicada, maior a deflexão da palheta móvel e maior a deflexão do ponteiro.

Megohmímetro: Instrumento destinado a medir resistências muito altas na faixa dos megohms.

Ohmímetro em série: Instrumento para medir resistências no qual o galvanômetro está conectado em série com a resistência desconhecida.

Transistor: Dispositivo eletrônico de três terminais que pode ser usado para amplificação ou chaveamento.

Métodos de análise e tópicos selecionados (CC)

Objetivos

- Familiarizar-se com as características terminais de uma fonte de corrente e aprender a solucionar problemas envolvendo tensões e correntes de um circuito usando fontes de corrente e/ou fontes de corrente e fontes de tensão.
- Ser capaz de usar a análise das correntes nos ramos e o método das malhas para calcular as correntes de circuitos com um ou mais caminhos independentes.
- Ser capaz de aplicar o método dos nós para calcular todas as tensões terminais de qualquer circuito em série-paralelo com uma ou mais fontes independentes.
- Familiarizar-se com as configurações de circuito em ponte e aprender a realizar conversões Δ-Y ou Y-Δ.

8.1 INTRODUÇÃO

Os circuitos descritos nos capítulos anteriores tinham apenas uma fonte ou duas ou mais fontes em série ou em paralelo. Os procedimentos passo a passo delineados nesses capítulos podem ser aplicados somente se as fontes estiverem em série ou em paralelo. Haverá uma interação de fontes que não permitirão que se use as técnicas de redução para calcular valores como a resistência total e a corrente fornecida pela fonte.

Para situações como essa, foram desenvolvidos métodos de análise que nos permitem abordar, de uma maneira sistemática, circuitos com um número qualquer de fontes em qualquer arranjo. Para nosso benefício, os métodos a serem introduzidos também podem ser aplicados a circuitos com apenas *uma fonte* ou a circuitos nos quais as fontes estão *em série ou em paralelo*.

Os métodos a serem introduzidos neste capítulo incluem a análise das correntes nos ramos, o método das malhas e o método dos nós. Cada um pode ser aplicado ao mesmo circuito, apesar de um ser, normalmente, mais adequado do que o outro. O 'melhor' método não pode ser definido por um conjunto estrito de regras, mas pode ser determinado apenas depois de você ter desenvolvido uma compreensão das vantagens relativas de cada um.

Antes de considerar o primeiro método, examinaremos fontes de corrente porque elas permeiam a análise a seguir. O capítulo conclui com uma investigação de um circuito complexo chamado *configuração em ponte*, seguido pelo uso de conversões Δ-Y e Y-Δ para analisar essas configurações.

8.2 FONTES DE CORRENTE

Nos capítulos anteriores, a fonte de tensão era a única fonte que aparecia na análise do circuito. Isso se dava fundamentalmente porque as fontes de tensão como baterias e a fonte de alimentação são as mais comuns em nosso cotidiano e no ambiente de laboratório.

Agora, voltaremos nossa atenção para um segundo tipo de fonte, chamada de **fonte de corrente**, analisada neste capítulo. Apesar de fontes de corrente estarem disponíveis como material de laboratório (introduzidas no Capítulo 2), elas aparecem extensamente na modelagem de dispositivos eletrônicos como o transistor. Suas características e seu impacto sobre correntes e tensões de um circuito têm de ser, portanto, claramente compreendidos, caso os sistemas eletrônicos sejam investigados de maneira apropriada.

A fonte de corrente é seguidamente descrita como *dual* da fonte de tensão. Da mesma maneira que uma bateria fornece uma tensão fixa para um circuito, uma fonte de corrente estabelece uma corrente fixa no ramo onde ela está localizada. Além disso, a corrente através de uma bateria é uma função do circuito para o qual ela está aplicada, da mesma maneira que a tensão por uma fonte de corrente é uma função do circuito conectado. O termo *dual* se aplica a quaisquer dois elementos nos quais os traços de uma variável podem ser intercambiados com os traços de outro. Isso é certamente verdade no caso da corrente e da tensão dos dois tipos de fontes.

O símbolo de uma fonte de corrente aparece na Figura 8.1(a). A seta indica a direção da corrente para o ramo onde ela está localizada. O resultado é uma corrente igual à corrente da fonte através do resistor em série. Na Figura 8.1(b), calculamos que a tensão através de uma fonte de corrente é determinada pela polaridade da queda de tensão causada pela fonte de corrente. Para circuitos de fonte única, ela sempre tem a polaridade da Figura 8.1(b), mas para circuitos de múltiplas fontes, ela pode ter qualquer uma das polaridades.

Em geral, portanto,

uma fonte de corrente determina a direção e a intensidade da corrente no ramo em que ela está localizada.

Mais ainda,

tanto a intensidade quanto a polaridade da tensão através de uma fonte de corrente são, em cada caso, uma função do circuito ao qual a tensão é aplicada.

Alguns exemplos demonstrarão as similaridades entre calcular para a corrente de uma fonte de tensão e a tensão terminal de uma fonte de corrente. Todas as regras e leis desenvolvidas no capítulo anterior ainda se aplicam, de maneira que temos somente de nos lembrar o que estamos procurando e compreender de maneira adequada as características de cada fonte.

A configuração mais simples possível com uma fonte de corrente aparece no Exemplo 8.1.

EXEMPLO 8.1

Calcule a tensão da fonte, a tensão V_1 e a corrente I_1 para o circuito na Figura 8.2.

Solução:

Tendo em vista que a fonte de corrente estabelece a corrente no ramo no qual ela está localizada, a corrente I_1 tem de ser igual a I, e:

$$I_1 = I = \mathbf{10\ mA}$$

A tensão através de R_1 é então determinada pela lei de Ohm:

$$V_1 = I_1R_1 = (10\ \text{mA})(20\ \Omega) = \mathbf{200\ V}$$

Tendo em vista que o resistor R_1 e a fonte de corrente estão em paralelo, a tensão através de cada um tem de ser a mesma, e:

$$V_s = V_1 = \mathbf{200\ V}$$

com a polaridade mostrada.

EXEMPLO 8.2

Calcule a tensão V_s e as correntes I_1 e I_2 para o circuito na Figura 8.3.

Solução:

Esse é um problema interessante, pois tem tanto uma fonte de corrente quanto uma fonte de tensão. Para cada fonte, a variável dependente (uma função de algo mais) será determinada. Isto é, para a fonte de corrente, V_s tem de ser determinado, e para a fonte de tensão, I_s tem de ser determinado.

Figura 8.1 Introdução do símbolo da fonte de corrente.

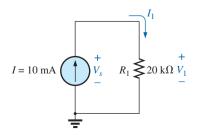



Figura 8.2 Circuito para o Exemplo 8.1.

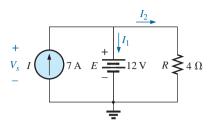



Figura 8.3 Circuito para o Exemplo 8.2.

Tendo em vista que a fonte de corrente e a fonte de tensão estão em paralelo:

$$V_s = E = \mathbf{12\ V}$$

Além disso, considerando que a fonte de tensão e o resistor R estão em paralelo:

$$V_R = E = 12\ \text{V}$$

e $$I_2 = \frac{V_R}{R} = \frac{12\ \text{V}}{4\ \Omega} = \mathbf{3\ A}$$

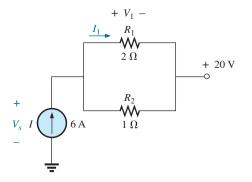
A corrente I_1 da fonte de tensão pode então ser determinada aplicando a lei de Kirchhoff para corrente no topo do circuito, como é feito a seguir:

$$\Sigma I_i = \Sigma I_o$$
$$I = I_1 + I_2$$
e $$I_1 = I - I_2 = 7\ \text{A} - 3\ \text{A} = \mathbf{4\ A}$$

EXEMPLO 8.3

Determine a corrente I_1 e a tensão V_s para o circuito na Figura 8.4.

Solução:

Primeiro, observe que a corrente no ramo com a fonte de corrente tem de ser 6 A, não importando qual seja o valor absoluto da fonte de tensão à direita. Em outras palavras, as correntes do circuito são definidas por I, R_1 e R_2. Entretanto, a tensão através da fonte de corrente é diretamente afetada pelo valor absoluto e pela polaridade da fonte aplicada.

Usando a regra do divisor de corrente, temos:

$$I_1 = \frac{R_2 I}{R_2 + R_1} = \frac{(1\ \Omega)(6\ \text{A})}{1\ \Omega + 2\ \Omega} = \frac{1}{3}(6\ \text{A}) = \mathbf{2\ A}$$

A tensão V_1 é dada por:

$$V_1 = I_1 R_1 = (2\ \text{A})(2\ \Omega) = 4\ \text{V}$$

Aplicando a regra de Kirchhoff para tensões para determinar V_s, temos:

$$+V_s - V_1 - 20\ \text{V} = 0$$

e $$V_s = V_1 + 20\ \text{V} = 4\ \text{V} + 20\ \text{V} = \mathbf{24\ V}$$

Em particular, observe a polaridade da tensão V_s como determinada pelo circuito.

Figura 8.4 Exemplo 8.3.

8.3 CONVERSÕES DE FONTE

A fonte de corrente descrita na seção anterior é denominada *fonte ideal* devido à ausência de resistência interna. Na realidade, todas as fontes — sejam de tensão ou de corrente — possuem alguma resistência interna nas posições relativas mostradas na Figura 8.5. Para a fonte de tensão, se $R_s = 0\ \Omega$, ou se ela é tão pequena quando comparada a qualquer resistência interna que pode ser ignorada, temos uma fonte de tensão 'ideal'. Para a fonte de corrente, tendo em vista que o resistor R_p está em paralelo, se $R_p = \infty\ \Omega$, ou se ela é tão grande comparada aos outros elementos em paralelo que pode ser ignorada, temos uma fonte de corrente 'ideal'.

Infelizmente, entretanto, fontes ideais *não podem ser convertidas* de um tipo a outro. Isto é, uma fonte de tensão não pode ser convertida em uma fonte de corrente, e vice-versa — *a resistência interna tem de estar presente*. Se a fonte de tensão na Figura 8.5(a) deve ser equivalente à fonte na Figura 8.5(b), qualquer carga conectada às

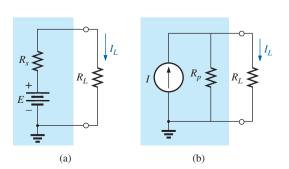



Figura 8.5 Fontes práticas: (a) tensão; (b) corrente.

fontes como R_L devem receber a mesma corrente, tensão e potência de cada configuração. Em outras palavras, se a fonte fosse fechada em um recipiente, a carga R_L não saberia a qual fonte ela teria estado conectada.

Esse tipo de equivalência é estabelecido usando-se as equações que aparecem na Figura 8.6. Primeiro, observe que a resistência é a mesma em cada configuração — uma vantagem interessante. Para o equivalente da fonte de tensão, a tensão é determinada por uma simples aplicação da lei de Ohm para a fonte de corrente: $E = IR_p$. Para o equivalente da fonte de corrente, a corrente é novamente determinada aplicando a lei de Ohm para a fonte de tensão: $I = E/R_s$. Em um primeiro momento, tudo parece simples demais, mas o Exemplo 8.4 confirma os resultados.

Entretanto, é importante perceber que

a equivalência entre a fonte de corrente e a fonte de tensão existe apenas em seus terminais externos.

As características internas de cada um são bastante diferentes.

EXEMPLO 8.4

Para o circuito na Figura 8.7:

a) Determine a corrente I_L.
b) Converta a fonte de tensão em uma fonte de corrente.
c) Usando a fonte de corrente resultante da parte (b), calcule a corrente através do resistor de carga e compare sua resposta ao resultado da parte (a).

Soluções:

a) Aplicando a lei de Ohm, temos:

$$I_L = \frac{E}{R_s + R_L} = \frac{6\,\text{V}}{2\,\Omega + 4\,\Omega} = \frac{6\,\text{V}}{6\,\Omega} = \mathbf{1\,A}$$

b) Usando a lei de Ohm novamente, temos:

$$I = \frac{E}{R_s} = \frac{6\,\text{V}}{2\,\Omega} = \mathbf{3\,A}$$

e a fonte equivalente aparece na Figura 8.8 com a carga reaplicada.

c) Usando a regra do divisor de tensão, temos:

$$I_L = \frac{R_p I}{R_p + R_L} = \frac{(2\,\Omega)(3\,\text{A})}{2\,\Omega + 4\,\Omega} = \frac{1}{3}(3\,\text{A}) = \mathbf{1\,A}$$

Descobrimos que a corrente I_L é a mesma para a fonte de tensão como era para a fonte de corrente equivalente; as fontes são, portanto, equivalentes.

Como demonstram a Figura 8.5 e o Exemplo 8.4, observe que

uma fonte e seu equivalente estabelecerão a corrente no mesmo sentido através da carga aplicada.

No Exemplo 8.4, observe que ambas as fontes pressionam ou estabelecem corrente pelo circuito para estabelecer o mesmo sentido para a corrente de carga I_L e a mesma polaridade para a tensão V_L.

EXEMPLO 8.5

Determine a corrente I_2 para o circuito na Figura 8.9.

Solução:

Apesar de parecer que o circuito não pode ser solucionado usando-se os métodos introduzidos até o momento, uma conversão de fonte, como mostra a Figura 8.10, resulta em um circuito em série simples. Não faz sentido converter a fonte de tensão em uma fonte de corrente porque você perderia a corrente I_2 no circuito redesenhado.

Figura 8.6 Conversão de fonte.

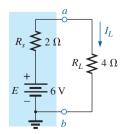



Figura 8.7 Fonte de tensão prática e carga para o Exemplo 8.4.

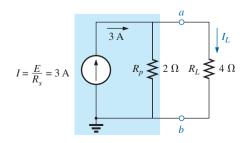



Figura 8.8 Fonte de corrente equivalente e carga para a fonte de tensão na Figura 8.7.

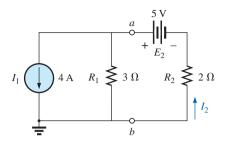



Figura 8.9 Circuito de duas fontes para o Exemplo 8.5.

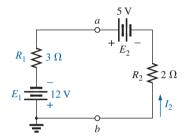



Figura 8.10 Circuito na Figura 8.9 depois da conversão da fonte de corrente em uma fonte de tensão.

Observe a polaridade para a fonte de tensão equivalente como determina a fonte de corrente.

Para a conversão de fonte:

$$E_1 = I_1R_1 = (4\text{ A})(3\ \Omega) = 12\text{ V}$$

e
$$I_2 = \frac{E_1 + E_2}{R_1 + R_2} = \frac{12\text{ V} + 5\text{ V}}{3\ \Omega + 2\ \Omega} = \frac{17\text{ V}}{5\ \Omega} = \mathbf{3{,}4\ A}$$

8.4 FONTES DE CORRENTE EM PARALELO

Descobrimos que fontes de tensão de diferentes tensões terminais não podem ser colocadas em paralelo devido a uma violação da lei de Kirchhoff para tensões. De maneira similar,

fontes de corrente de diferentes valores não podem ser colocadas em série devido a uma violação da lei de Kirchhoff para corrente.

Entretanto, fontes de corrente podem ser colocadas em paralelo da mesma maneira que fontes de tensão podem ser colocadas em série. Em geral,

duas ou mais fontes de corrente em paralelo podem ser substituídas por uma única fonte de corrente tendo um valor absoluto determinado pela diferença da soma das correntes em um sentido e a soma no sentido oposto. A nova resistência interna em paralelo é a resistência total dos elementos resistivos em paralelo resultantes.

Considere os exemplos a seguir.

EXEMPLO 8.6

Reduza as fontes de corrente em paralelo na Figura 8.11 a uma fonte de corrente única.

Solução:

A corrente líquida na fonte é:

$$I = 10\text{ A} - 6\text{ A} = \mathbf{4\ A}$$

sendo o sentido aquele da fonte maior.

A resistência interna líquida é a combinação em paralelo das resistências, R_1 e R_2:

$$R_p = 3\ \Omega \parallel 2\ \Omega = \mathbf{2\ \Omega}$$

O equivalente reduzido aparece na Figura 8.12.

EXEMPLO 8.7

Reduza as fontes de corrente em paralelo na Figura 8.13 a uma fonte de corrente única.

Solução:

A corrente líquida é:

$$I = 7\text{ A} + 4\text{ A} - 3\text{ A} = \mathbf{8\ A}$$

com o sentido mostrado na Figura 8.14. A resistência interna líquida permanece a mesma.

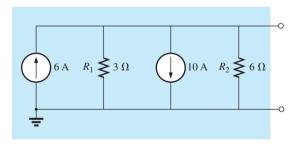



Figura 8.11 Fontes de corrente em paralelo para o Exemplo 8.6.

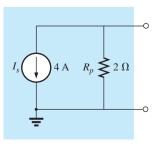



Figura 8.12 Equivalente reduzido para a configuração da Figura 8.11.

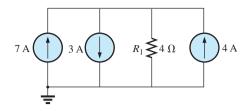



Figura 8.13 Fontes de corrente em paralelo para o Exemplo 8.7.

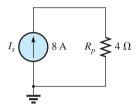



Figura 8.14 Equivalente reduzido para a Figura 8.13.

EXEMPLO 8.8

Reduza o circuito na Figura 8.15 a uma única fonte de corrente e calcule a corrente através de R_L.

Solução:

Nesse exemplo, a fonte de tensão será primeiro convertida a uma fonte de corrente como mostra a Figura 8.16. Combinando as fontes de corrente, temos:

$$I_s = I_1 + I_2 = 4\text{ A} + 6\text{ A} = \mathbf{10\text{ A}}$$

e

$$R_s = R_1 \parallel R_2 = 8\ \Omega \parallel 24\ \Omega = \mathbf{6\ \Omega}$$

Aplicando a regra do divisor de corrente ao circuito resultante na Figura 8.17, temos:

$$I_L = \frac{R_p I_s}{R_p + R_L} = \frac{(6\ \Omega)(10\text{ A})}{6\ \Omega + 14\ \Omega} = \frac{60\text{ A}}{20} = \mathbf{3\text{ A}}$$

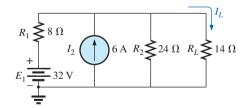



Figura 8.15 Exemplo 8.8.

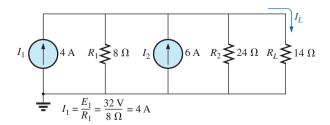



Figura 8.16 Circuito na Figura 8.15 depois da conversão da fonte de tensão em uma fonte de corrente.

8.5 FONTES DE CORRENTE EM SÉRIE

A corrente, em qualquer ramo de um circuito, pode ter apenas um valor. Para a situação indicada no ponto *a* da Figura 8.18, observamos, ao aplicar a lei de Kirchhoff para correntes, que a corrente que sai desse ponto é maior que a corrente que entra — uma situação impossível. Assim,

fontes de correntes de diferentes intensidades não podem ser ligadas em série,

da mesma maneira que fontes de tensão com tensões diferentes não podem ser conectadas em paralelo.

8.6 ANÁLISE DAS CORRENTES NOS RAMOS

Antes de examinar os detalhes do primeiro método importante de análise, examinaremos o circuito na Figura 8.19 para ter certeza de que você compreende a necessidade desses métodos especiais.

Inicialmente, pode parecer que poderíamos usar o método da redução e retorno para retornar para a fonte E_1 e calcular a fonte de corrente I_{s_1}. Infelizmente, entretanto, os elementos em série R_3 e E_2 não podem ser combinados

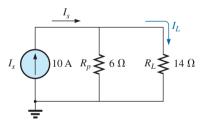



Figura 8.17 Circuito na Figura 8.16 reduzido a sua forma mais simples.

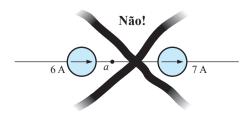



Figura 8.18 Situação inválida.

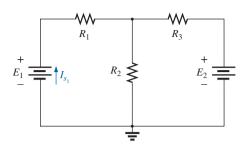



Figura 8.19 Demonstração da necessidade de um método como a análise das correntes nos ramos.

porque são tipos diferentes de elementos. Um exame posterior do circuito revela que não há dois elementos iguais que estejam em série ou em paralelo. Nenhuma combinação de elementos pode ser realizada, e está claro que outro método tem de ser definido.

Deve ser observado que o circuito da Figura 8.19 pode ser solucionado se convertermos cada fonte de tensão em uma fonte de corrente e, então, combinarmos fontes de corrente em paralelo. Entretanto, se uma quantidade específica do circuito original é necessária, seria preciso trabalhá-lo novamente usando as informações determinadas a partir da conversão de fonte. Além disso, teremos circuitos complexos para os quais as conversões de fonte não permitirão uma solução, de maneira que é importante compreender os métodos a serem descritos neste capítulo.

O primeiro método a ser introduzido é chamado de **método das correntes nos ramos**, porque vamos definir e calcular as correntes de cada ramo no circuito. A melhor maneira de introduzir esse método e compreender sua aplicação é seguir uma série de passos, como os listados a seguir. Cada passo é cuidadosamente definido nos exemplos seguintes.

Procedimento da análise das correntes nos ramos

1. *Associe uma corrente distinta de sentido arbitrário a cada ramo de circuito.*
2. *Indique as polaridades de cada resistor, de acordo com o sentido escolhido para a corrente.*
3. *Aplique a lei de Kirchhoff para tensões em cada malha independente e fechada do circuito.*

A melhor maneira de determinar quantas vezes a lei de Kirchhoff para tensões terá de ser aplicada é descobrir o número de 'janelas' no circuito. O circuito do Exemplo 8.9 é claramente similar à configuração de duas janelas mostradas na Figura 8.20(a). Como resultado, a lei de Kirchhoff para tensões será aplicada duas vezes. Para circuitos com três janelas, como o visto na Figura 8.20(b), são necessárias três aplicações da lei de Kirchhoff, e assim por diante.

4. *Aplique a lei de Kirchhoff para correntes ao número mínimo de nós que inclua todas as correntes nos ramos do circuito.*

O número mínimo tem uma unidade a menos que o número de nós independentes do circuito. Para os objetivos dessa análise, um **nó** é uma junção de dois ou mais ramos, enquanto um ramo é qualquer combinação de elementos em série. A Figura 8.21 ilustra o número de aplicações da lei de Kirchhoff para correntes necessárias para cada uma das configurações mostradas na Figura 8.20.

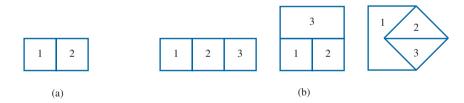



Figura 8.20 Determinação do número de malhas independentes.

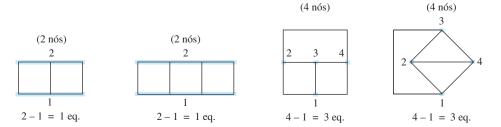



Figura 8.21 Determinação do número de vezes que a lei de Kirchhoff para correntes deve ser aplicada.

5. Resolva as equações lineares simultâneas resultantes para as correntes de ramo escolhidas.

Consideramos que o uso do **método de determinantes** para calcular as correntes I_1, I_2 e I_3 seja conhecido e faz parte da base matemática do estudante. Se esse não for o caso, uma explicação detalhada do processo é apresentada no Apêndice C. Calculadoras e programas de computador como o MATLAB e o Mathcad podem encontrar as soluções de forma rápida e precisa.

EXEMPLO 8.9

Aplique o método das correntes nos ramos ao circuito da Figura 8.22.

Solução 1:

Passo 1: Como há três ramos distintos (*cda*, *cba*, *ca*), são escolhidas três correntes de sentido arbitrário (I_1, I_2, I_3), como indica a Figura 8.22. Os sentidos das correntes I_1 e I_2 foram escolhidos para combinar com a 'pressão' exercida pelas fontes E_1 e E_2, respectivamente. Como I_1 e I_2 estão entrando no nó *a*, I_3 está saindo desse nó.

Passo 2: As polaridades de cada resistor são identificadas de acordo com os sentidos postulados para as correntes, conforme indica a Figura 8.23.

Passo 3: A lei de Kirchhoff para tensões é aplicada em cada malha (1 e 2) no sentido horário:

Elevação potencial

malha 1: $\Sigma_{\circlearrowright} V = +E_1 - V_{R_1} - V_{R_3} = 0$

Queda de potencial

Elevação potencial

malha 2: $\Sigma_{\circlearrowright} V = +V_{R_3} + V_{R_2} - E_2 = 0$

Queda de potencial

e

malha 1: $\Sigma_{\circlearrowright} V = \underbrace{+2\text{ V}}_{\text{Potencial da bateria}} - \underbrace{(2\ \Omega)I_1}_{\text{Queda de tensão entre os terminais do resistor de 2 }\Omega} - \underbrace{(4\ \Omega)I_3}_{\text{Queda de tensão entre os terminais do resistor de 4 }\Omega} = 0$

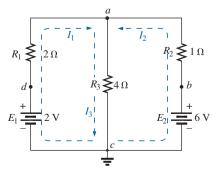



Figura 8.22 Exemplo 8.9.

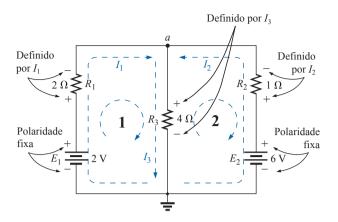



Figura 8.23 Inserção das polaridades das tensões entre os terminais dos elementos resistivos de acordo com as correntes de ramo escolhidas.

malha 2: $\Sigma_{\circlearrowright} V = (4\ \Omega)I_3 + (1\ \Omega)I_2 - 6\text{ V} = 0$

Passo 4: Aplicação da lei de Kirchhoff para correntes ao nó *a* (em um circuito com dois nós, a lei é aplicada somente em um deles):

$$I_1 + I_2 = I_3$$

Passo 5: Há três equações e três incógnitas (as unidades foram removidas para facilitar a leitura):

$$\begin{aligned} 2 - 2I_1 - 4I_3 &= 0 \\ 4I_3 + 1I_2 - 6 &= 0 \\ I_1 + I_2 &= I_3 \end{aligned} \qquad \text{Rearranjando: } \begin{aligned} 2I_1 + 0 + 4I_3 &= 2 \\ 0 + I_2 + 4I_3 &= 6 \\ I_1 + I_2 - I_3 &= 0 \end{aligned}$$

Usando determinantes de terceira ordem (Apêndice C), temos:

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 0 & 4 \\ 6 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & -1 \end{vmatrix}}{D = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix}} = \mathbf{-1\ A}$$

Um sinal negativo associado a uma corrente de ramo indica apenas que a corrente real tem o sentido oposto ao escolhido.

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 2 & 4 \\ 0 & 6 & 4 \\ 1 & 0 & -1 \end{vmatrix}}{D} = \mathbf{2\ A}$$

$$I_3 = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 6 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}}{D} = \mathbf{1\ A}$$

Solução 2:

Em vez de usar um determinante de terceira ordem como na Solução 1, poderíamos reduzir as três equações a duas, substituindo a terceira equação na primeira e na segunda equações:

$$\left.\begin{aligned} 2 - 2I_1 - 4\overbrace{(I_1 + I_2)}^{I_3} &= 0 \\ 4\overbrace{(I_1 + I_2)}^{I_3} + I_2 - 6 &= 0 \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} 2 - 2I_1 - 4I_1 - 4I_2 &= 0 \\ 4I_1 + 4I_2 + I_2 - 6 &= 0 \end{aligned}$$

ou

$$\begin{aligned} -6I_1 - 4I_2 &= -2 \\ +4I_1 + 5I_2 &= +6 \end{aligned}$$

Multiplicando a primeira equação por –1, temos:

$$\begin{aligned} 6I_1 - 4I_2 &= +2 \\ 4I_1 + 5I_2 &= +6 \end{aligned}$$

e usando determinantes, temos:

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 6 & 5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 6 & 4 \\ 4 & 5 \end{vmatrix}} = \frac{10 - 24}{30 - 16} = \frac{-14}{14} = \mathbf{-1\ A}$$

Solução TI-89:

O procedimento para encontrar o determinante no Exemplo 8.9 exige alguma procura para obter as funções matemáticas desejadas, mas com a prática esse procedimento pode ser realizado de maneira bastante rápida. Assim como com qualquer computador ou sistema de calculadora, é fundamental que você insira todos os parâmetros corretamente. Um erro na sequência invalida todo o processo. Para a TI-89, as inserções são mostradas na Figura 8.24(a).

Após selecionada a última tecla ENTER, a tela mostrada na Figura 8.24(b) aparece.

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 6 & 2 \\ 4 & 6 \end{vmatrix}}{14} = \frac{36 - 8}{14} = \frac{28}{14} = \mathbf{2\ A}$$

$$I_3 = I_1 + I_2 = -1 + 2 = \mathbf{1\ A}$$

Agora, é importante que o impacto dos resultados obtidos seja compreendido. As correntes I_1, I_2 e I_3 são as correntes reais nos ramos nas quais elas foram definidas. Um sinal negativo na solução significa que a corrente real tem o sentido oposto do que foi inicialmente definido; o valor absoluto está correto. Uma vez que os sentidos de correntes reais e seus valores absolutos sejam inseridos no circuito original, as várias tensões e níveis de potência podem ser determinados. Para esse exemplo, as direções de correntes reais e seus valores absolutos foram inseridos no circuito original na Figura 8.25. Observe que a corrente através dos elementos em série R_1 e E_1 é 1 A; a corrente através de R_3, é 1 A; e a corrente através dos elementos em série R_2 e E_2 é 2 A. Devido ao sinal de menos na solução, a direção de I_1 é a oposta daquela mostrada na Figura 8.22. Agora, a tensão através de qualquer resistor pode ser calculada usando a lei de Ohm, e a potência fornecida por qualquer uma das fontes ou para qualquer um dos três resistores pode ser calculada usando a equação de potência adequada.

Aplicando a lei de Kirchhoff para tensões para a malha indicada na Figura 8.25, temos:

$$\Sigma_{\circlearrowleft} V = +(4\ \Omega)I_3 + (1\ \Omega)I_2 - 6\ \text{V} = 0$$

ou

$$(4\ \Omega)I_3 + (1\ \Omega)I_2 = 6\ \text{V}$$

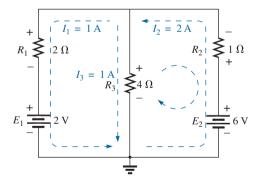



Figura 8.25 Revisão dos resultados da análise do circuito na Figura 8.22.

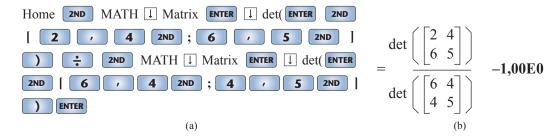



Figura 8.24 Solução TI-89 para a corrente I_1 da Figura 8.22.

e $(4\ \Omega)(1\ A) + (1\ \Omega)(2\ A) = 6\ V$
$$4\ V + 2\ V = 6\ V$$
$$6\ V = 6\ V \quad \text{(confere)}$$

EXEMPLO 8.10

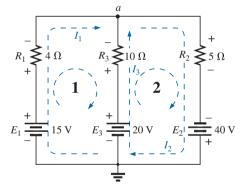
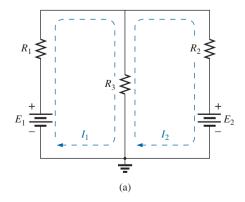
Aplique a análise das correntes nos ramos ao circuito na Figura 8.26.

Solução:

Novamente, os sentidos da corrente foram escolhidos para combinar com a 'pressão' de cada bateria. As polaridades são então acrescentadas, e a lei de Kirchhoff para tensões é aplicada em cada malha no sentido horário. O resultado é o seguinte:

malha 1: $+15\ V - (4\ \Omega)I_1 + (10\ \Omega)I_3 - 20\ V = 0$
malha 2: $+20\ V - (10\ \Omega)I_3 - (5\ \Omega)I_2 + 40\ V = 0$

Aplicando a lei de Kirchhoff para correntes ao nó *a*, temos:

$$I_1 + I_3 = I_2$$

Substituindo a terceira equação nas outras duas (com as unidades removidas para facilitar a leitura), temos:

$$\left.\begin{array}{r} 15 - 4I_1 + 10I_3 - 20 = 0 \\ 20 - 10I_3 - 5(I_1 + I_3) + 40 = 0 \end{array}\right\}$$

Substituindo por I_2 (já que ela aparece uma vez nas duas equações)

ou
$$\begin{array}{r} -4I_1 + 10I_3 = 5 \\ -5I_1 - 15I_3 = -60 \end{array}$$

Multiplicando a segunda equação por –1, temos:

$$\begin{array}{r} -4I_1 + 10I_3 = 5 \\ 5I_1 + 15I_3 = 60 \end{array}$$

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 5 & 10 \\ 60 & 15 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -4 & 10 \\ 5 & 15 \end{vmatrix}} = \frac{75 - 600}{-60 - 50} = \frac{-525}{-110} = \mathbf{4{,}77\ A}$$

$$I_3 = \frac{\begin{vmatrix} -4 & 5 \\ 5 & 60 \end{vmatrix}}{-110} = \frac{-240 - 25}{-110} = \frac{-265}{-110} = \mathbf{2{,}41\ A}$$

$$I_2 = I_1 + I_3 = 4{,}77\ A + 2{,}41\ A = \mathbf{7{,}18\ A}$$

o que mostra que os sentidos supostos eram mesmo os corretos, com I_2 igual à soma de I_1 e I_3.

Figura 8.26 Exemplo 8.10.

8.7 MÉTODO DAS MALHAS (ABORDAGEM GERAL)

O próximo método a ser descrito — o **método das malhas** — é, na realidade, uma extensão do método da análise das correntes nos ramos introduzido há pouco. Ao definir uma disposição específica de correntes para o circuito, a informação fornecida pela aplicação da lei de Kirchhoff para corrente já está incluída quando aplicamos essa lei para tensões. Em outras palavras, não há necessidade de aplicar o passo 4 no método de correntes nos ramos.

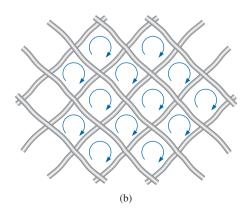



Figura 8.27 Definição da corrente de malha: (a) circuito de 'duas janelas'; (b) analogia da cerca de malha de arame.

As correntes a serem definidas são chamadas de **correntes de malha.** Na Figura 8.27(a), um circuito com duas 'janelas' teve duas correntes de malha definidas. Observe que cada uma forma uma 'malha' fechada em torno do lado de dentro de cada janela; essas malhas são similares às malhas definidas na cerca de malha de arame na Figura 8.27(b); daí o uso do termo para as correntes de malha. Descobriremos que

o número de correntes de malha exigido na análise de um circuito vai ser igual ao número de 'janelas' da configuração.

As correntes de malha definidas podem inicialmente ser um pouco confusas, porque parece que duas correntes foram definidas para o resistor R_3. Não há problema com E_1 e R_1, que têm apenas a corrente I_1, ou com E_2 e R_2, que têm apenas a corrente I_2. Entretanto, definir a corrente através de R_3 pode parecer problemático. Na realidade, é algo bastante direto. A corrente através de R_3 é simplesmente a diferença entre I_1 e I_2, com o sentido sendo o da corrente maior. Isso é demonstrado nos exemplos a seguir.

Como a corrente de malha pode resultar em mais de uma corrente através de um elemento, a análise das correntes nos ramos foi introduzida primeiro. A análise das correntes nos ramos é a aplicação direta das leis básicas de circuitos elétricos. O método das malhas emprega uma manobra (um 'truque', se você preferir) que elimina a necessidade de se aplicar a lei de Kirchhoff para correntes.

Procedimento do método das malhas

1. *Associe uma corrente no sentido horário a cada malha fechada e independente do circuito. Não é necessário escolher o sentido horário para todas as correntes de malha. De fato, podemos escolher qualquer sentido para cada uma dessas correntes sem alterar o resultado, enquanto todos os outros passos são seguidos corretamente. Entretanto, escolhendo o sentido horário como o padrão, podemos desenvolver um método mais rápido (Seção 8.8) para escrever as equações necessárias, o que poupará tempo e possivelmente evitará alguns dos erros mais comuns.*

Esse primeiro passo é realizado com mais eficácia quando colocamos uma corrente de malha *dentro* de cada 'janela' do circuito, como demonstramos na seção anterior, para assegurar que todas sejam independentes. Existe uma variedade de outras correntes de malha que podem ser escolhidas. No entanto, em cada caso, certifique-se de que a informação originária de uma equação não esteja incluída na combinação de outras equações do circuito. Esse é o ponto fundamental do significado do termo *independente*. Não importa como sejam escolhidas suas correntes de malha, o número de correntes deve ser igual ao número de janelas do circuito plano (sem interseções). Podem surgir situações em que o circuito se mostre não plano. Entretanto, ocasionalmente ele pode ser redesenhado de modo a revelar que é, de fato, plano. Esse poderá ser o caso em um ou dois dos problemas apresentados no final do capítulo.

Antes de dar o próximo passo, devemos nos assegurar de que o conceito de corrente de malha foi bem compreendido. Para o circuito mostrado na Figura 8.28, a corrente de malha I_1 é a que percorre o ramo que contém o resistor de 2 Ω e a bateria de 2 V. Entretanto, a corrente no resistor de 4 Ω não é I_1, pois ele também é percorrido pela corrente de malha I_2. Como elas possuem sentidos opostos, $I_{4\Omega}$ é igual à diferença entre as duas, $I_1 - I_2$ ou $I_2 - I_1$, dependendo do sentido escolhido. Em outras palavras, *uma corrente de malha coincide com uma corrente de ramo somente quando ela é a única corrente que percorre esse ramo*.

2. *Indique as polaridades de cada resistor dentro de cada malha de acordo com o sentido da corrente postulado para essa malha. Observe a necessidade de que polaridades sejam estabelecidas para todos os componentes de todas as malhas. Portanto, isso requer, como mostra a Figura 8.28, que o resistor de 4 Ω tenha duas polaridades associadas.*
3. *Aplique a lei de Kirchhoff para tensões em todas as malhas no sentido horário. Novamente, o sentido horário foi escolhido para manter a uniformidade, e com o intuito de nos preparar para o método a ser introduzido na próxima seção.*

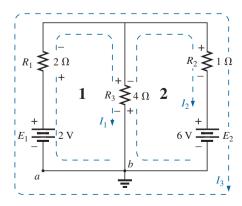



Figura 8.28 Definição das correntes de malha para um circuito de 'duas janelas'.

a) Se um resistor é percorrido por duas ou mais correntes, a corrente total que o atravessa é dada pela corrente da malha à qual a lei de Kirchhoff está sendo aplicada mais às correntes de outras malhas que o percorrem no mesmo sentido e menos às correntes que o atravessam no sentido oposto.

b) A polaridade de uma fonte de tensão não é afetada pela escolha do sentido das correntes nas malhas.

4. Resolva as equações lineares simultâneas resultantes para obter as correntes de malhas.

EXEMPLO 8.11

Considere o mesmo circuito básico do Exemplo 8.9 da seção anterior, reproduzido na Figura 8.28.

Solução:

Passo 1: Duas correntes de malha (I_1 e I_2) são associadas, no sentido horário, às 'janelas' do circuito. Uma terceira malha (I_3) poderia ser incluída ao longo do contorno externo do circuito, mas a informação que obteríamos já está contida nas equações decorrentes da análise das outras duas.

Passo 2: Determinamos as polaridades no interior de cada malha, de acordo com os sentidos estabelecidos para as correntes. Note que, nesse caso, as polaridades entre os terminais do resistor de 4 Ω são opostas para as duas correntes de malha.

Passo 3: Aplica-se a lei de Kirchhoff para tensões a cada malha no sentido horário. Tenha em mente que, enquanto esse passo é realizado, a lei se refere somente à intensidade e à polaridade das tensões na malha, não a um aumento ou a uma queda de tensão devido a uma bateria ou a um elemento resistivo. A tensão entre os terminais de cada resistor é determinada por $V = IR$, e para um resistor percorrido por mais de uma corrente, a corrente resultante é a de malha do ramo em questão mais ou menos as outras correntes de malha, de acordo com os seus sentidos. Se as aplicações da lei de Kirchhoff para tensões forem sempre feitas no sentido horário, as correntes de malha serão sempre subtraídas daquela que está sendo analisada.

malha 1: $+E_1 - V_1 - V_3 = 0$
(sentido horário, a partir do ponto *a*)

$$+2\text{ V} - (2\ \Omega)I_1 - \overbrace{(4\ \Omega)(I_1 - I_2)}^{\text{Queda de tensão no resistor de 4 }\Omega} = 0$$

Corrente total no resistor de 4 Ω ($I_1 - I_2$); Subtraímos, pois I_2 tem sentido oposto ao de I_1.

malha 2: $-V_3 - V_2 - E_2 = 0$
(sentido horário, a partir do ponto *b*)
$-(4\ \Omega)(I_2 - I_1) - (1\ \Omega)I_2 - 6\text{ V} = 0$

Passo 4: As equações são então reescritas como segue (sem as unidades para facilitar a leitura):

malha 1: $+2 - 2I_1 - 4I_1 + 4I_2 = 0$
malha 2: $-4I_2 + 4I_1 - 1I_2 - 6 = 0$

e

malha 1: $+2 - 6I_1 + 4I_2 = 0$
malha 2: $-5I_2 + 4I_1 - 6 = 0$

ou

malha 1: $-6I_1 + 4I_2 = -2$
malha 2: $+4I_1 - 5I_2 = +6$

Aplicando os determinantes, temos:

$$I_1 = \mathbf{-1\ A} \qquad \text{e} \qquad I_2 = \mathbf{-2\ A}$$

O sinal negativo indica que as correntes possuem sentido oposto ao escolhido para as correntes de malha. A corrente real através da fonte de 2 V e do resistor de 2 Ω é, portanto, de 1 A, no sentido oposto ao admitido inicialmente, e a corrente através da fonte de 6 V e o resistor de 1 Ω é de 2 A, também no sentido oposto ao indicado no circuito. A corrente no resistor de 4 Ω é determinada pela seguinte equação do circuito original:

malha 1: $I_{4\Omega} = I_1 - I_2 = -1\text{ A} - (-2\text{ A}) = -1\text{ A} + 2\text{ A}$
$= \mathbf{1\ A}$ (na direção de I_1)

Se tivéssemos utilizado a malha externa (I_3) e *uma* das malhas internas (I_1 ou I_2), também teríamos obtido os resultados corretos. Entretanto, esse método costuma levar a erros, pois as equações das malhas podem ser mais difíceis de serem escritas. O melhor método de se escolher as correntes de malha é o das janelas.

EXEMPLO 8.12

Determine a corrente que percorre cada ramo do circuito visto na Figura 8.29.

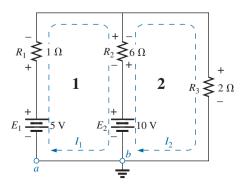



Figura 8.29 Exemplo 8.12.

Solução:

Passos 1 e *2:* Estão indicados no circuito. Note que as polaridades do resistor de 6 Ω são diferentes para cada corrente de malha.

Passo 3: É aplicada a lei de Kirchhoff para tensões a cada malha, no sentido horário:

malha 1: $+E_1 - V_1 - V_2 - E_2 = 0$
(sentido horário, a partir do ponto *a*)

$$+5\text{ V} - (1\ \Omega)I_1 - (6\ \Omega)(I_1 - I_2) - 10\text{ V} = 0$$

I_2 percorre o resistor de 6 Ω no sentido oposto ao de I_1.

malha 2: $E_2 - V_2 - V_3 = 0$
(sentido horário, a partir do ponto *b*)

$$+10\text{ V} - (6\ \Omega)(I_2 - I_1) - (2\ \Omega)I_2 = 0$$

As equações são reescritas como:

$$\left.\begin{array}{r} 5 - I_1 - 6I_1 + 6I_2 - 10 = 0 \\ 10 - 6I_2 + 6I_1 - 2I_2 = 0 \end{array}\right\} \begin{array}{l} -7I_1 + 6I_2 = 5 \\ +6I_1 - 8I_2 = -10 \end{array}$$

Passo 4:

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 5 & 6 \\ -10 & -8 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -7 & 6 \\ 6 & -8 \end{vmatrix}} = \frac{-40+60}{56-36} = \frac{20}{20} = \mathbf{1\ A}$$

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} -7 & 5 \\ 6 & -10 \end{vmatrix}}{20} = \frac{70-30}{20} = \frac{40}{20} = \mathbf{2\ A}$$

Como I_1 e I_2 são positivos e fluem em sentidos opostos através do resistor de 6 Ω e da fonte de 10 V, a corrente total nesse ramo é igual à diferença entre essas duas correntes com o sentido da de maior intensidade:

$$I_2 > I_1 \quad (2\text{ A} > 1\text{ A})$$

Portanto:

$$I_{R_2} = I_2 - I_1 = 2\text{ A} - 1\text{ A} = \mathbf{1\ A} \quad \text{no sentido de } I_2.$$

Algumas vezes não é prático desenhar todos os ramos de um circuito que formam ângulos retos entre si. O próximo exemplo demonstra a aparência, provocada por vários tipos de restrições, que uma parte de um circuito pode ter. O método de análise não varia por causa dessa mudança de configuração.

EXEMPLO 8.13

Determine as correntes nos ramos do circuito mostrado na Figura 8.30.

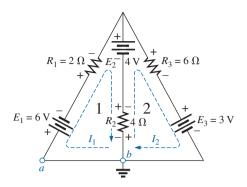



Figura 8.30 Exemplo 8.13.

Solução:

Passos 1 e *2:* Estão indicados no circuito.

Passo 3: Aplicamos a lei de Kirchhoff para tensões ao longo de cada malha:

malha 1: $-E_1 - I_1R_1 - E_2 - V_2 = 0$
(sentido horário, a partir do ponto *a*)

$$-6\text{ V} - (2\ \Omega)I_1 - 4\text{ V} - (4\ \Omega)(I_1 - I_2) = 0$$

malha 2: $-V_2 + E_2 - V_3 - E_3 = 0$
(sentido horário, a partir do ponto *b*)

$$-(4\ \Omega)(I_2 - I_1) + 4\text{ V} - (6\ \Omega)(I_2) - 3\text{ V} = 0$$

que é reescrita como:

$$\left.\begin{array}{r} -10 - 4I_1 - 2I_1 + 4I_2 = 0 \\ +1 + 4I_1 + 4I_2 - 6I_2 = 0 \end{array}\right\} \begin{array}{l} -6I_1 + 4I_2 = +10 \\ +4I_1 - 10I_2 = -1 \end{array}$$

ou, multiplicando a primeira equação por –1, obtemos:

$$\begin{array}{l} 6I_1 - 4I_2 = -10 \\ 4I_1 - 10I_2 = -1 \end{array}$$

Passo 4:

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} -10 & -4 \\ -1 & -10 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 6 & -4 \\ 4 & -10 \end{vmatrix}} = \frac{100-4}{-60+16} = \frac{96}{-44} = \mathbf{-2{,}18\ A}$$

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 6 & -10 \\ 4 & -1 \end{vmatrix}}{-44} = \frac{-6+40}{-44} = \frac{34}{-44} = \mathbf{-0{,}77\ A}$$

A corrente no resistor de 4 Ω e na fonte de 4 V para a malha 1 é:

$$\begin{aligned} I_1 - I_2 &= -2{,}18\text{ A} - (-0{,}77\text{ A}) \\ &= -2{,}18\text{ A} + 0{,}77\text{ A} \\ &= \mathbf{-1{,}41\ A} \end{aligned}$$

o que nos mostra que a intensidade da corrente é 1,41 A no sentido oposto (devido ao sinal negativo) a I_1 na malha 1.

Supermalhas

Ocasionalmente, você descobrirá fontes de corrente em um circuito sem uma resistência em paralelo. Isso elimina a possibilidade de converter a fonte em uma fonte de tensão, como exige o procedimento dado. Nesses casos, você pode optar pela escolha de um entre dois métodos.

O método mais simples e mais direto consiste na colocação de um resistor em paralelo com a fonte de corrente que tem um valor muito mais alto que os outros resistores do circuito. Por exemplo, se a maioria dos resistores do circuito está na faixa de 1 a 10 Ω, escolher um resistor de 100 Ω ou mais forneceria um nível de precisão para a resposta. Entretanto, escolher um resistor de 1.000 Ω ou mais aumentaria ainda mais a precisão da resposta. Você nunca vai conseguir a resposta exata porque o circuito foi modificado por esse elemento introduzido. Entretanto, para a maioria das aplicações, a resposta será suficientemente precisa.

Outra escolha é usar o **método de supermalhas** descrito nos passos a seguir. Apesar de esse método proporcionar a solução exata, ele exige alguma prática até que se obtenha proficiência em seu uso. O procedimento é o seguinte: comece como antes, supondo uma corrente de malha para cada malha independente e incluindo as fontes de corrente, como se fossem resistores ou fontes de tensão. Em seguida, remova mentalmente (redesenhe o circuito se for necessário) as fontes de corrente (substitua por circuito aberto) e aplique a lei de Kirchhoff para tensões a todos os caminhos independentes restantes do circuito, usando as correntes de malha previamente definidas. Qualquer caminho resultante, incluindo duas ou mais correntes de malha, é definido como o caminho de uma **corrente de supermalha**. Relacione então as correntes da malha escolhidas para o circuito às fontes de corrente independentes do circuito e resolva as equações resultantes para obter as correntes de malha. O próximo exemplo tornará mais clara a definição de supermalha e o procedimento usado.

EXEMPLO 8.14

Usando o método das malhas, determine as correntes no circuito mostrado na Figura 8.31.

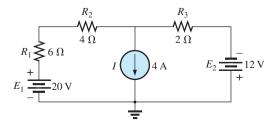



Figura 8.31 Exemplo 8.14.

Solução:

Primeiramente as correntes de malha são definidas, como mostra a Figura 8.32. Em seguida, removemos mentalmente a fonte de corrente, como mostra a Figura 8.33, e aplicamos a lei de Kirchhoff para tensões ao circuito resultante. O caminho único que agora inclui os efeitos das duas correntes de malha é chamado de caminho de uma *corrente de supermalha*.

Aplicando a lei de Kirchhoff, temos:

$$20\text{ V} - I_1(6\ \Omega) - I_1(4\ \Omega) - I_2(2\ \Omega) + 12\text{ V} = 0$$

ou

$$10I_1 + 2I_2 = 32$$

O nó *a* é então usado para relacionar as correntes de malha e a fonte de corrente utilizando a lei de Kirchhoff para correntes:

$$I_1 = I + I_2$$

O resultado é um sistema de duas equações e duas incógnitas:

$$\begin{aligned} 10I_1 + 2I_2 &= 32 \\ I_1 - I_2 &= 4 \end{aligned}$$

Aplicando os determinantes, temos:

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 32 & 2 \\ 4 & -1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 10 & 2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}} = \frac{(32)(-1)-(2)(4)}{10(-1)-(2)(1)} = \frac{40}{12} = \mathbf{3{,}33\ A}$$

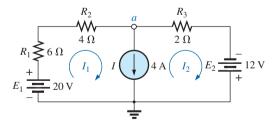



Figura 8.32 Definição das correntes de malha para o circuito da Figura 8.31.

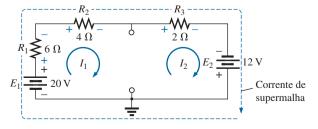



Figura 8.33 Definição da corrente de supermalha.

e $\quad I_2 = I_1 - I = 3{,}33\text{ A} - 4\text{ A} = \mathbf{-0{,}67\text{ A}}$

Na análise anterior, pode parecer que quando a fonte de corrente é removida, $I_1 = I_2$. No entanto, a abordagem de supermalhas requer que nos afinemos com a definição original de cada corrente de malha e não alteremos essas definições quando as fontes de corrente forem removidas.

EXEMPLO 8.15

Usando o método das malhas, determine as correntes no circuito mostrado na Figura 8.34.

Solução:

As correntes de malha são definidas na Figura 8.35. As fontes de corrente são removidas, e o caminho da corrente única da supermalha é definido na Figura 8.36. Aplicando a lei de Kirchhoff para tensões ao longo da supermalha, temos:

$$-V_{2\Omega} - V_{6\Omega} - V_{8\Omega} = 0$$
$$-(I_2 - I_1)\,2\,\Omega - I_2(6\,\Omega) - (I_2 - I_3)\,8\,\Omega = 0$$

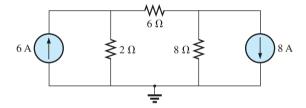



Figura 8.34 Exemplo 8.15.

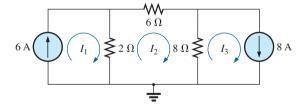



Figura 8.35 Definição das correntes de malha para o circuito da Figura 8.34.

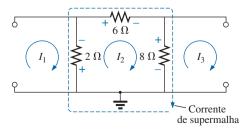



Figura 8.36 Definição da corrente de supermalha para o circuito da Figura 8.34.

$$-2I_2 + 2I_1 - 6I_2 - 8I_2 + 8I_3 = 0$$
$$2I_1 - 16I_2 + 8I_3 = 0$$

A introdução da relação entre as correntes de malha e as fontes de corrente:

$$I_1 = 6\text{ A}$$
$$I_3 = 8\text{ A}$$

resulta nas seguintes soluções:

$$2I_1 - 16I_2 + 8I_3 = 0$$
$$2(6\text{ A}) - 16I_2 + 8(8\text{ A}) = 0$$

e $\quad I_2 = \dfrac{76\text{ A}}{16} = \mathbf{4{,}75\text{ A}}$

Então: $\quad I_{2\Omega}\downarrow = I_1 - I_2 = 6\text{ A} - 4{,}75\text{ A} = \mathbf{1{,}25\text{ A}}$

e $\quad I_{8\Omega}\uparrow = I_3 - I_2 = 8\text{ A} - 4{,}75\text{ A} = \mathbf{3{,}25\text{ A}}$

Novamente, observe que é necessário que você se mantenha fiel a suas definições originais das diversas correntes de malha quando aplicar a lei de Kirchhoff para tensões ao longo dos caminhos da supermalha.

8.8 MÉTODO DAS MALHAS (ABORDAGEM PADRONIZADA)

Agora que a base para o método das malhas foi estabelecida, examinaremos uma técnica usada para escrever as equações de malha mais rapidamente e com menos chance de cometer erros. Para auxiliar na compreensão do procedimento, o circuito do Exemplo 8.12 (veja a Figura 8.29) foi reproduzido na Figura 8.37 com as correntes de malha assinaladas. (Observe que o sentido horário foi escolhido para todas as correntes de malha.)

As equações obtidas são:

$$-7I_1 + 6I_2 = 5$$
$$6I_1 - 8I_2 = -10$$

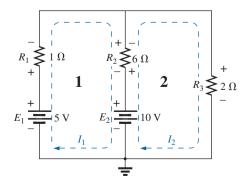



Figura 8.37 Circuito da Figura 8.29 redesenhado com as correntes de ramo assinaladas.

que podem ser reescritas como:

$$\begin{aligned} 7I_1 - 6I_2 &= -5 \\ 8I_2 - 9I_1 &= 10 \end{aligned}$$

e expandidas como:

Col. 1		**Col. 2**		**Col. 3**
$(1 + 6)I_1$	–	$6I_2$	=	$(5 - 10)$
$(2 + 6)I_1$	–	$6I_2$	=	10

Observe nas equações anteriores que a coluna 1 é composta por uma corrente de malha multiplicada pela soma dos resistores através dos quais passa essa mesma corrente de malha. A coluna 2 é o produto dos resistores comuns a uma corrente de malha pela outra corrente. Note que, em cada equação, essa coluna é subtraída da coluna 1. A coluna 3 é a soma *algébrica* das fontes de tensão através das quais passa a corrente de malha que nos interessa. Um sinal positivo é associado à fonte se a corrente de malha passa do terminal negativo para o positivo; se a corrente passa no sentido oposto, o sinal é negativo. Esses comentários somente são válidos se for escolhido um sentido único para todas as correntes em cada malha, nesse caso, o sentido horário.

Essas instruções podem ser estendidas ao desenvolvimento da seguinte *abordagem padronizada* do método das malhas:

Procedimento do método das malhas

1. *Suponha uma corrente de malha para cada malha independente (como na seção anterior), no sentido horário.*
2. *O número de equações necessárias é igual ao número de malhas independentes. A coluna 1 de cada equação é formada pela soma dos valores da resistência dos resistores pelos quais a corrente de malha de interesse passa, multiplicada por essa corrente.*
3. *Agora, temos de considerar os termos comuns, que, como vimos no exemplo anterior, são sempre subtraídos da primeira coluna. Um termo comum é simplesmente qualquer elemento resistivo percorrido por mais de uma corrente de malha. É possível haver mais de um termo comum se a corrente de malha de interesse possuir um elemento em comum com mais de uma corrente de malha. Esse fato será demonstrado mais adiante em um exemplo. Cada termo é o produto da resistência em comum e da outra corrente de malha que passa pelo mesmo elemento.*
4. *A coluna à direita do sinal de igualdade é a soma algébrica das tensões das fontes de tensão através das quais passa a corrente de malha de interesse. Sinais positivos são associados às fontes de tensão com uma polaridade tal que a corrente de malha passe do terminal negativo para o positivo. Sinais negativos são associados às fontes para as quais o inverso acontece.*
5. *Solucione as equações simultâneas resultantes para obter as correntes de malha desejadas.*

Antes de analisar alguns exemplos, saiba que, como a coluna à direita da igualdade é a soma algébrica das fontes de tensão naquela malha, *o método padronizado só pode ser aplicado a circuitos cujas fontes de correntes tenham sido convertidas em fontes de tensão equivalentes.*

EXEMPLO 8.16

Escreva as equações de malha para o circuito mostrado na Figura 8.38 e determine a corrente através do resistor de 7 Ω.

Solução:

Passo 1: Conforme indica a Figura 8.38, todas as correntes de malha têm o sentido horário.

Passos 2 a 4:

$$\begin{aligned} I_1:&\quad (8\ \Omega + 6\ \Omega + 2\ \Omega)I_1 - (2\ \Omega)I_2 = 4\ \text{V} \\ I_2:&\quad (7\ \Omega + 2\ \Omega)I_2 - (2\ \Omega)I_1 = -9\ \text{V} \end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned} 16I_1 - 2I_2 &= 4 \\ 9I_2 - 2I_1 &= -9 \end{aligned}$$

com o uso de determinantes, temos:

$$\begin{aligned} 16I_1 - 2I_2 &= 4 \\ -2I_1 + 9I_2 &= -9 \end{aligned}$$

e

$$I_2 = I_{7\Omega} = \frac{\begin{vmatrix} 16 & 4 \\ -2 & -9 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 16 & -2 \\ -2 & 9 \end{vmatrix}} = \frac{-144 + 8}{144 - 4} = \frac{-136}{140} = \mathbf{-0{,}97\ A}$$

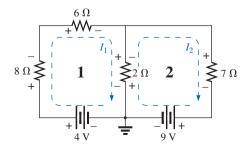



Figura 8.38 Exemplo 8.16.

EXEMPLO 8.17

Escreva as equações de malha para o circuito mostrado na Figura 8.39.

Solução:

Cada 'janela' está associada a uma corrente de malha no sentido horário:

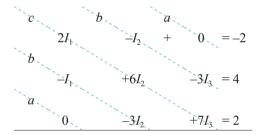
I_1 não atravessa um elemento em comum com I_3.

$$I_1: \quad (1\ \Omega + 1\ \Omega)I_1 - (1\ \Omega)I_2 + 0 = 2\ \text{V} - 4\ \text{V}$$
$$I_2: \quad (1\ \Omega + 2\ \Omega + 3\ \Omega)I_2 - (1\ \Omega)I_1 - (3\ \Omega)I_3 = 4\ \text{V}$$
$$I_3: \quad (3\ \Omega + 4\ \Omega)I_3 - (3\ \Omega)I_2 + 0 = 2\ \text{V}$$

I_3 não atravessa um elemento em comum com I_1.

A soma dos termos resulta em:

$$2I_1 - I_2 + 0 = -2$$
$$6I_2 - I_1 - 3I_3 = 4$$
$$7I_3 - 3I_2 + 0 = 2$$

que reescritos como determinantes resultam em:

Observe que os elementos das diagonais de a e b são iguais. Essa *simetria* em relação ao eixo c será sempre verdadeira para equações escritas a partir da abordagem padronizada. Essa é uma boa maneira de verificar se as equações foram escritas corretamente.

Agora, consideraremos um circuito com apenas uma fonte de tensão para demonstrar que o método das malhas pode ser usado com vantagem mesmo em um circuito simples.

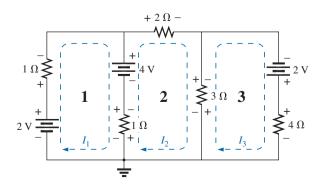



Figura 8.39 Exemplo 8.17.

EXEMPLO 8.18

Determine a corrente no resistor de 10 Ω do circuito mostrado na Figura 8.40.

Solução:

$$I_1: \quad (8\ \Omega + 3\ \Omega)I_1 - (8\ \Omega)I_3 - (3\ \Omega)I_2 = 15\ \text{V}$$
$$I_2: \quad (3\ \Omega + 5\ \Omega + 2\ \Omega)I_2 - (3\ \Omega)I_1 - (5\ \Omega)I_3 = 0$$
$$I_3: \quad (8\ \Omega + 10\ \Omega + 5\ \Omega)I_3 - (8\ \Omega)I_1 - (5\ \Omega)I_2 = 0$$

$$11I_1 - 8I_3 - 3I_2 = 15\ \text{V}$$
$$10I_2 - 3I_1 - 5I_3 = 0$$
$$23I_3 - 8I_1 + 5I_2 = 0$$

ou

$$11I_1 - 3I_2 - 8I_3 = 15\ \text{V}$$
$$-3I_1 + 10I_2 - 5I_3 = 0$$
$$-8I_1 - 5I_2 + 23I_3 = 0$$

e

$$I_3 = I_{10\Omega} = \frac{\begin{vmatrix} 11 & -3 & 15 \\ -3 & 10 & 0 \\ -8 & -5 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 11 & -3 & -8 \\ -3 & 10 & -5 \\ -8 & -5 & 23 \end{vmatrix}} = \mathbf{1{,}22\ A}$$

Solução da calculadora TI-89:

Quando a calculadora TI-89 é usada, o resultado é a sequência mostrada na Figura 8.41(a), o que, de maneira reduzida, aparece como na Figura 8.41(b). Os passos 2ND intermediários e de rolagem não foram incluídos. Essa sequência certamente requer algum cuidado na inserção dos dados no formato exigido, mas, mesmo assim, ainda se trata de um formato simples e preciso. A expressão resultante na Figura 8.42 confirma nossa solução.

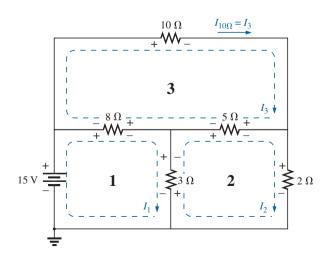



Figura 8.40 Exemplo 8.18.

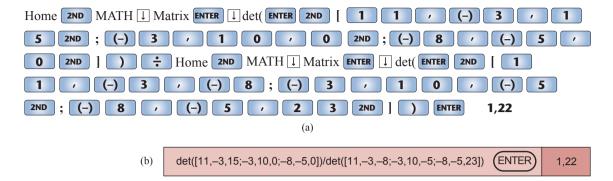



Figura 8.41 Uso da calculadora TI-89 para solucionar a corrente I_3. (a) Inserções do teclado; (b) forma reduzida.

$$\frac{\det\left(\begin{bmatrix} 11 & -3 & 15 \\ -3 & 10 & 0 \\ -8 & -5 & 0 \end{bmatrix}\right)}{\det\left(\begin{bmatrix} 11 & -3 & -8 \\ -3 & 10 & -5 \\ -8 & -5 & 23 \end{bmatrix}\right)} \quad \mathbf{1{,}22E0}$$

Figura 8.42 Expressão resultante após a inserção, de maneira apropriada, dos dados para a corrente I_3.

8.9 MÉTODO DOS NÓS (ABORDAGEM GERAL)

Os métodos introduzidos até o momento serviram para calcular as correntes do circuito. Agora, voltaremos a atenção para o **método dos nós**, método que fornece as tensões nodais de um circuito, isto é, a tensão dos vários **nós** (pontos de junção) do circuito com o terra. O método se desenvolve através da lei de Kirchhoff para correntes de maneira bastante semelhante à qual a lei de Kirchhoff para tensões foi usada para o método das malhas.

Apesar de não ser um requisito, adotamos como regra fazer do terra nosso nó de referência e designar a ele um nível potencial de zero volt. Todos os outros níveis de tensão são então determinados com relação a esse nível de referência. Para um circuito de N nós, ao designar um como sua referência, temos $(N - 1)$ nós, para os quais a tensão tem de ser determinada. Em outras palavras,

o número de nós para os quais a tensão tem de ser determinada usando o método dos nós é 1 a menos que o número total de nós.

O resultado é que existem $(N - 1)$ tensões nodais que precisam ser determinadas, exigindo que $(N - 1)$ equações independentes sejam escritas para calcular as tensões nodais. Em outras palavras,

o número de equações exigidas para solucionar para todas as tensões nodais de um circuito é 1 a menos que o número total de nós independentes.

Tendo em vista que cada equação é o resultado de uma aplicação da lei de Kirchhoff para corrente, a lei de Kirchhoff para corrente tem de ser aplicada $(N - 1)$ vezes para cada circuito.

O método dos nós, da mesma maneira que o método das malhas, pode ser aplicado através de uma série de passos cuidadosamente definidos. Os exemplos a seguir explicam cada passo em detalhe.

Procedimento do método dos nós

1. *Determine o número de nós no circuito.*
2. *Escolha um nó de referência e rotule cada nó restante com um valor subscrito de tensão: V_1, V_2, e assim por diante.*
3. *Aplique a lei de Kirchhoff para correntes a todos os nós, exceto o de referência. Suponha que todas as correntes desconhecidas saiam do nó cada vez que a lei de Kirchhoff para as correntes for aplicada a cada nó. Em outras palavras, não se deixe influenciar pelo sentido que uma corrente desconhecida possa ter tido em outro nó. Cada nó deve ser tratado como uma entidade isolada, independentemente da aplicação da lei de Kirchhoff para a corrente a outros nós.*
4. *Resolva as equações resultantes para obter as tensões dos nós.*

Alguns exemplos tornarão mais claro o procedimento definido pelo passo 3. Será preciso alguma prática, inicialmente, para escrever corretamente as equações decorrentes da aplicação da lei de Kirchhoff para as correntes, mas, com o tempo, a vantagem de considerar que todas as correntes deixam o nó, em vez de escolher um sentido

específico para cada ramo, vai se tornar óbvia. (O mesmo tipo de vantagem foi observado quando consideramos que todas as correntes de malha se movem no sentido horário ao aplicar o método das malhas.)

Assim como com o método das malhas e a análise das correntes nos ramos, o número de circuitos a serem encontrados nessa seção pode ser calculado usando uma simples conversão de fonte. No Exemplo 8.19, por exemplo, o circuito da Figura 8.43 pode ser facilmente resolvido convertendo a fonte de tensão em uma fonte de corrente e combinando as fontes de corrente em paralelo. Entretanto, como observado no método das malhas e na análise das correntes nos ramos, esse método também pode ser aplicado a circuitos mais complexos em que uma conversão de fonte não é possível.

EXEMPLO 8.19

Aplique o método dos nós ao circuito mostrado na Figura 8.43.

Solução:

Passos 1 e 2: O circuito possui dois nós, como vemos na Figura 8.44. O nó inferior foi tomado como referência, potencial terra (zero volt), e o outro nó como V_1, que é a tensão do nó 1 em relação ao terra.

Passo 3: Considera-se que I_1 e I_2 estão deixando o nó na Figura 8.45, e a lei de Kirchhoff para correntes é aplicada como segue:

$$I = I_2 + I_2$$

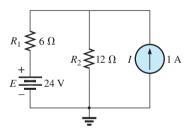



Figura 8.43 Exemplo 8.19.

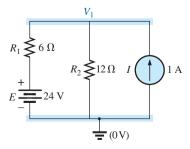



Figura 8.44 Circuito da Figura 8.43 com os nós assinalados.

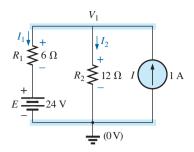



Figura 8.45 Aplicação da lei de Kirchhoff para correntes ao nó V_1.

A corrente I_2 está relacionada à tensão nodal V_1 pela lei de Ohm:

$$I_2 = \frac{V_{R_2}}{R_2} = \frac{V_1}{R_2}$$

A corrente I_1 também é determinada pela lei de Ohm, como segue:

$$I_1 = \frac{V_{R_1}}{R_1}$$

com: $$V_{R_1} = V_1 - E$$

Fazendo a substituição na equação da lei de Kirchhoff para correntes, temos:

$$I = \frac{V_1 - E}{R_1} + \frac{V_1}{R_2}$$

Reagrupando os termos, temos:

$$I = \frac{V_1}{R_1} - \frac{E}{R_1} + \frac{V_1}{R_2} = V_1\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) - \frac{E}{R_1}$$

ou $$V_1\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = \frac{E}{R_1} + 1$$

Substituindo por valores numéricos, obtemos:

$$V_1\left(\frac{1}{6\ \Omega} + \frac{1}{12\ \Omega}\right) = \frac{24\ \text{V}}{6\ \Omega} + 1\ \text{A} = 4\ \text{A} + 1\ \text{A}$$

$$V_1\left(\frac{1}{4\ \Omega}\right) = 5\ \text{A}$$

$$V_1 = \mathbf{20\ V}$$

As correntes I_1 e I_2 podem ser determinadas usando as equações anteriores:

$$I_1 = \frac{V_1 - E}{R_1} = \frac{20\ \text{V} - 24\ \text{V}}{6\ \Omega} = \frac{-4\ \text{V}}{6\ \Omega}$$

$$= \mathbf{-0{,}67\ A}$$

O sinal negativo indica simplesmente que a corrente I_1 possui sentido oposto ao indicado na Figura 8.45. Além disso,

$$I_2 = \frac{V_1}{R_2} = \frac{20\,\text{V}}{12\,\Omega} = \mathbf{1{,}67\ A}$$

EXEMPLO 8.20

Aplique o método dos nós ao circuito mostrado na Figura 8.46.

Solução:

Passos 1 e 2: O circuito possui três nós, como definido na Figura 8.47, e o nó inferior, novamente, é tomado como referência (no potencial terra, ou zero volt), e os outros nós como V_1 e V_2.

Passo 3: Para o nó V_1, as correntes são escolhidas como mostra a Figura 8.48, e aplicando a lei de Kirchhoff para correntes, temos:

$$0 = I_1 + I_2 + I$$

com: $$I_1 = \frac{V_1 - E}{R_1}$$

então $$I_2 = \frac{V_{R_2}}{R_2} = \frac{V_1 - V_2}{R_2}$$

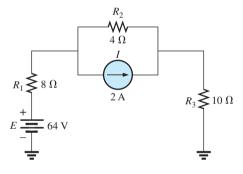



Figura 8.46 Exemplo 8.20.

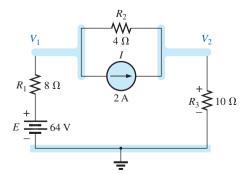



Figura 8.47 Definição dos nós para o circuito na Figura 8.46.

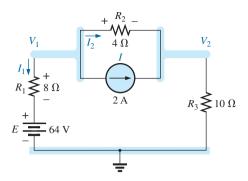



Figura 8.48 Aplicação da lei de Kirchhoff para correntes ao nó V_1.

Assim: $$\frac{V_1 - E}{R_1} + \frac{V_1 - V_2}{R_2} + I = 0$$

ou $$\frac{V_1}{R_1} - \frac{E}{R_1} + \frac{V_1}{R_2} - \frac{V_2}{R_2} + I = 0$$

e $$V_1\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) - V_2\left(\frac{1}{R_2}\right) = -I + \frac{E}{R_1}$$

Substituindo os valores numéricos, temos:

$$V_1\left(\frac{1}{8\,\Omega} + \frac{1}{4\,\Omega}\right) - V_2\left(\frac{1}{4\,\Omega}\right) = -2\,\text{A} + \frac{64\,\text{V}}{8\,\Omega} = 6\,\text{A}$$

Para o nó V_2, as correntes são ilustradas como mostra a Figura 8.49, e a aplicação da lei de Kirchhoff para correntes resulta em:

$$I = I_2 + I_3$$

com $$I = \frac{V_2 - V_1}{R_2} + \frac{V_2}{R_3}$$

ou $$I = \frac{V_2}{R_2} - \frac{V_1}{R_2} + \frac{V_2}{R_3}$$

e $$V_2\left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) - V_1\left(\frac{1}{R_2}\right) = I$$

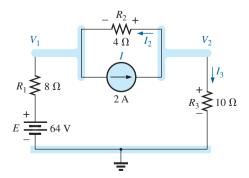



Figura 8.49 Aplicação da lei de Kirchhoff para correntes ao nó V_2.

Substituindo os valores, temos

$$V_2\left(\frac{1}{4\,\Omega}+\frac{1}{10\,\Omega}\right)-V_1\left(\frac{1}{4\,\Omega}\right)=2\,\text{A}$$

Passo 4: O resultado é um sistema de duas equações com duas incógnitas:

$$V_1\left(\frac{1}{8\,\Omega}+\frac{1}{4\,\Omega}\right)-V_2\left(\frac{1}{4\,\Omega}\right)=6\,\text{A}$$
$$-V_1\left(\frac{1}{4\,\Omega}\right)+V_2\left(\frac{1}{4\,\Omega}+\frac{1}{10\,\Omega}\right)=2\,\text{A}$$

que se torna:

$$0{,}375V_1 - 0{,}25V_2 = 6$$
$$-0{,}25V_1 + 0{,}35V_2 = 2$$

Usando determinantes, temos:

$$V_1 = \mathbf{37{,}82\ V}$$
$$V_2 = \mathbf{32{,}73\ V}$$

Como E é maior do que V_1, o sentido da corrente I_1 é do terra para V_1, e sua intensidade é igual a:

$$I_{R_1}=\frac{E-V_1}{R_1}=\frac{64\,\text{V}-37{,}82\,\text{V}}{8\,\Omega}=\mathbf{3{,}27\ A}$$

Como o valor de V_2 é positivo, a corrente I_{R_3} que flui do nó V_2 para o terra é igual a:

$$I_{R_3}=\frac{V_{R_3}}{R_3}=\frac{V_2}{R_3}=\frac{32{,}73\,\text{V}}{10\,\Omega}=\mathbf{3{,}27\ A}$$

Como V_1 é maior do que V_2, o sentido da corrente I_{R_2} é de V_1 para V_2, com intensidade igual a:

$$I_{R_2}=\frac{V_1-V_2}{R_2}=\frac{37{,}82\,\text{V}-32{,}73\,\text{V}}{4\,\Omega}=\mathbf{1{,}27\ A}$$

Os resultados de V_1 = 37,82 V e de V_2 = 32,73 V confirmam a solução teórica.

EXEMPLO 8.21

Determine as tensões nodais para o circuito mostrado na Figura 8.50.

Solução:

Passos 1 e 2: Como indica a Figura 8.51.

Passo 3: Incluído na Figura 8.51 para o nó V_1. Aplicando a lei de Kirchhoff para correntes, temos:

$$4\,\text{A} = I_1 + I_3$$

e $$4\,\text{A}=\frac{V_1}{R_1}+\frac{V_1-V_2}{R_3}=\frac{V_1}{2\,\Omega}+\frac{V_1-V_2}{12\,\Omega}$$

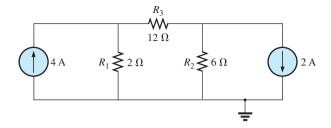



Figura 8.50 Exemplo 8.21.

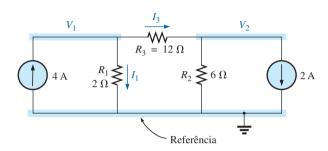



Figura 8.51 Definição dos nós e aplicação da lei de Kirchhoff para correntes ao nó V_1.

Expandindo e reagrupando, temos:

$$V_1\left(\frac{1}{2\,\Omega}+\frac{1}{12\,\Omega}\right)-V_2\left(\frac{1}{12\,\Omega}\right)=4\,\text{A}$$

Para o nó V_2, as correntes são definidas como na Figura 8.52.

Aplicando a lei de Kirchhoff para correntes, temos:

$$0 = I_3 + I_2 + 2\,\text{A}$$

e $$\frac{V_2-V_1}{R_3}+\frac{V_2}{R_2}+2\,\text{A}=0 \rightarrow \frac{V_2-V_1}{12\,\Omega}+\frac{V_2}{2\,\Omega}+2\,\text{A}=0$$

Expandindo e reagrupando:

$$V_2\left(\frac{1}{12\,\Omega}+\frac{1}{6\,\Omega}\right)-V_1\left(\frac{1}{12\,\Omega}\right)=-2\,\text{A}$$

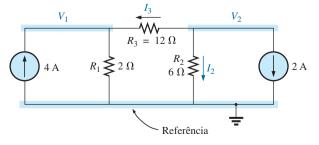



Figura 8.52 Aplicação da lei de Kirchhoff para correntes ao nó V_2.

o que resulta em duas equações e duas incógnitas:

$$\left.\begin{aligned} V_1\left(\frac{1}{2\,\Omega}+\frac{1}{12\,\Omega}\right)-V_2\left(\frac{1}{12\,\Omega}\right)&=+4\text{ A}\\ V_2\left(\frac{1}{12\,\Omega}+\frac{1}{6\,\Omega}\right)-V_1\left(\frac{1}{12\,\Omega}\right)&=-2\text{ A}\end{aligned}\right\} \quad (8.1)$$

o que resulta em:

$$\left.\begin{aligned} \frac{7}{12}V_1-\frac{1}{12}V_2&=+4\\ -\frac{1}{12}V_1+\frac{3}{12}V_2&=-2\end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned}7V_1-V_2&=48\\ -1V_1+3V_2&=-24\end{aligned}$$

e

$$V_1=\frac{\begin{vmatrix}48 & -1\\ -24 & 3\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}7 & -1\\ -1 & 3\end{vmatrix}}=\frac{120}{20}=\mathbf{+6\ V}$$

$$V_2=\frac{\begin{vmatrix}7 & 48\\ -1 & -24\end{vmatrix}}{20}=\frac{-120}{20}=\mathbf{-6\ V}$$

Como V_1 é maior do que V_2, o sentido da corrente em R_3 é de V_1 para V_2. Seu valor é:

$$I_{R_3}=\frac{V_1-V_2}{R_3}=\frac{6\text{ V}-(-6\text{ V})}{12\,\Omega}=\frac{12\text{ V}}{12\,\Omega}=\mathbf{1\ A}$$

Pelo fato de o valor V_1 ser positivo, o sentido da corrente I_{R_1} é de V_1 para o terra, e a intensidade dessa corrente é:

$$I_{R_1}=\frac{V_{R_1}}{R_1}=\frac{V_1}{R_1}=\frac{6\text{ V}}{2\,\Omega}=\mathbf{3\ A}$$

Finalmente, como V_2 é negativo, o sentido da corrente I_{R_2} é do terra para V_2, e é igual a:

$$I_{R_2}=\frac{V_{R_2}}{R_2}=\frac{V_2}{R_2}=\frac{6\text{ V}}{6\,\Omega}=\mathbf{1\ A}$$

Supernó

Ocasionalmente, você pode encontrar fontes de tensão em um circuito que não tem uma resistência interna em série que permitiria uma conversão em uma fonte de corrente. Em tais casos, você tem duas opções.

O método mais simples e direto é *colocar um resistor em série com a fonte de um valor muito pequeno comparado com os outros elementos resistivos do circuito*. Por exemplo, se a maioria dos resistores é de 10 Ω ou mais, colocar um resistor de 1 Ω em série com uma fonte de tensão fornece um nível de precisão a sua resposta. Entretanto, escolher um resistor de 0,1 Ω ou menos aumenta o nível de precisão de sua resposta. Você nunca conseguirá uma resposta exata, pois o circuito foi modificado pelo elemento introduzido. Mas para a maioria das aplicações, a precisão será suficientemente alta.

O outro método é usar o **método do supernó** descrito a seguir. Esse método fornece uma solução exata, mas exige alguma prática antes que se consiga dominá-lo bem.

Comece como anteriormente, associando uma tensão de nó a cada nó independente do circuito, incluindo cada fonte de tensão independente como se fosse um resistor ou uma fonte de corrente. Em seguida, substitua mentalmente as fontes de tensão por curtos-circuitos e aplique a lei de Kirchhoff para correntes na definição dos nós do circuito. Qualquer nó que inclua o efeito de elementos ligados somente a *outros* nós é considerado um *supernó* (pois possuirá um número adicional de termos). Finalmente, relacione os nós às fontes de tensão do circuito e resolva as equações resultantes para obter as tensões de nó. O próximo exemplo tornará mais clara a definição de *supernó*.

EXEMPLO 8.22

Determine as tensões nodais V_1 e V_2 da Figura 8.53 usando o conceito de supernó.

Solução:

Substituindo a fonte de tensão de 12 V por um curto-circuito, obtemos o circuito da Figura 8.54. Embora tenhamos dito anteriormente que a substituição por um curto-circuito pode ser feita mentalmente, é prudente, no estágio inicial de aprendizagem, redesenhar o circuito como foi feito na Figura 8.54. O resultado é um supernó ao qual a lei de Kirchhoff para correntes tem de ser aplicada. Deixe os outros nós em seus lugares e use-os para definir as correntes que saem dessa região do circuito. Note, em particular, que a corrente I_3 deixa o supernó em V_1 e entra no mesmo supernó em V_2. Portanto, ela deve aparecer duas vezes quando aplicamos a lei de Kirchhoff para correntes, conforme mostrado a seguir:

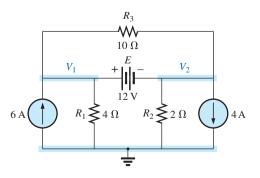



Figura 8.53 Exemplo 8.22.

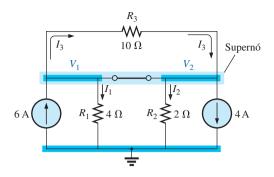



Figura 8.54 Definição do supernó para o circuito da Figura 8.53.

$$\Sigma I_i = \Sigma I_o$$

$$6\text{ A} + I_3 = I_1 + I_2 + 4\text{ A} + I_3$$

ou $$I_1 + I_2 = 6\text{ A} - 4\text{ A} = 2\text{ A}$$

Então $$\frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} = 2\text{ A}$$

e $$\frac{V_1}{4\ \Omega} + \frac{V_2}{2\ \Omega} = 2\text{ A}$$

Relacionando as tensões nodais definidas à fonte de tensão, temos:

$$V_1 - V_2 = E = 12\text{ V}$$

o que resulta em um sistema de duas equações e duas incógnitas:

$$0{,}25V_1 + 0{,}5V_2 = 2$$
$$V_1 - 1V_2 = 12$$

Ao fazermos a substituição, temos:

$$V_1 = V_2 + 12$$
$$0{,}25(V_2 + 12) + 0{,}5V_2 = 2$$

e $$0{,}75V_2 = 2 - 3 = -1$$

assim $$V_2 = \frac{-1}{0{,}75} = \mathbf{-1{,}33\ V}$$

e $$V_1 = V_2 + 12\text{ V} = -1{,}33\text{ V} + 12\text{ V} = \mathbf{-10{,}67\ V}$$

A corrente do circuito pode então ser determinada como segue:

$$I_1\downarrow = \frac{V}{R_1} = \frac{10{,}67\text{ V}}{4\ \Omega} = \mathbf{2{,}67\ A}$$

$$I_2\uparrow = \frac{V_2}{R_2} = \frac{1{,}33\text{ V}}{2\ \Omega} = \mathbf{0{,}67\ A}$$

$$\underset{\rightarrow}{I_3} = \frac{V_1 - V_2}{10\ \Omega} = \frac{10{,}67\text{ V} - (-1{,}33\text{ V})}{10\ \Omega} = \frac{12\ \Omega}{10\ \Omega} = \mathbf{1{,}2\ A}$$

Um exame cuidadoso do circuito no início da análise revelaria que a tensão entre os terminais do resistor R_3 tem de ser 12 V e I_3, igual a 1,2 A.

8.10 MÉTODO DOS NÓS (ABORDAGEM PADRONIZADA)

Um exame minucioso da Equação 8.1 no Exemplo 8.21 revela que a tensão com subscrito associado ao nó, ao qual a lei de Kirchhoff para correntes é aplicada, é multiplicada pela soma das condutâncias ligadas a esse nó. Observe também que as outras tensões nodais presentes na mesma equação são multiplicadas pelo negativo da condutância entre os dois nós. As fontes de corrente são representadas à direita do sinal de igualdade com sinal positivo se eles fornecem corrente ao nó e com sinal negativo se drenam corrente do nó.

Essas conclusões podem ser generalizadas para incluir circuitos com um número qualquer de nós. Isso permite escrever as equações nodais rapidamente e de uma maneira conveniente para o uso de determinantes. No entanto, uma exigência importante é que *todas as fontes de tensão sejam convertidas em fonte de corrente antes que o procedimento anterior seja aplicado*. Note o paralelismo entre os quatro passos seguintes e aqueles necessários à aplicação do método das malhas na Seção 8.8.

Procedimento do método dos nós

1. *Escolha um nó de referência e associe um valor de tensão com subscrito aos (N – 1) nós restantes do circuito.*
2. *O número necessário de equações para a solução é igual ao número das tensões com subscrito definido (N – 1). A coluna 1 de cada equação é formada pela soma das condutâncias ligadas ao nó de interesse, multiplicada pela tensão com subscrito associada ao nó.*
3. *Agora, temos de considerar os termos comuns que, como vimos no exemplo anterior, são sempre subtraídos da primeira coluna. É possível haver mais de um termo comum se a tensão do nó de interesse possuir um elemento em comum com mais de uma tensão nodal. Esse fato será demonstrado mais adiante em um exemplo. Cada termo em comum é o produto da condutância em comum pela outra tensão nodal associada à mesma condutância.*

4. *A coluna à direita da igualdade é a soma algébrica das fontes de corrente conectadas ao nó de interesse. Uma fonte de corrente recebe o sinal positivo se fornecer corrente a um nó, e o sinal negativo, se drenar corrente do nó.*
5. *Resolva as equações simultâneas resultantes para obter as tensões nodais desejadas.*

Examinemos agora alguns exemplos.

EXEMPLO 8.23

Escreva as equações nodais para o circuito mostrado na Figura 8.55.

Solução:

Passo 1: A figura é redesenhada com as tensões pertinentes assinaladas, como vemos na Figura 8.56.

Passos 2 a 4:

$$V_1:\quad \underbrace{\left(\frac{1}{6\,\Omega}+\frac{1}{3\,\Omega}\right)}_{\text{Soma de condutâncias conectadas ao nó 1}}V_1-\underbrace{\left(\frac{1}{3\,\Omega}\right)}_{\text{Condutância mútua}}V_2=\overset{\text{Fornecendo corrente ao nó 1}}{-2\text{ A}}$$

$$V_2:\quad \underbrace{\left(\frac{1}{4\,\Omega}+\frac{1}{3\,\Omega}\right)}_{\text{Soma de condutâncias conectadas ao nó 2}}V_2-\underbrace{\left(\frac{1}{3\,\Omega}\right)}_{\text{Condutância mútua}}V_1=\overset{\text{Fornecendo corrente ao nó 2}}{+3\text{ A}}$$

e

$$\frac{1}{2}V_1-\frac{1}{3}V_2=-2$$
$$-\frac{1}{3}V_1+\frac{7}{12}V_2=3$$

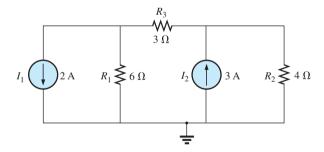



Figura 8.55 Exemplo 8.23.

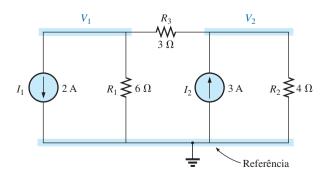



Figura 8.56 Definição dos nós para o circuito da Figura 8.55.

EXEMPLO 8.24

Determine a tensão entre os terminais do resistor de 3 Ω, visto na Figura 8.57, pelo método dos nós.

Solução:

Convertendo as fontes e escolhendo os nós (veja a Figura 8.58), temos

$$\left(\frac{1}{2\,\Omega}+\frac{1}{4\,\Omega}+\frac{1}{6\,\Omega}\right)V_1-\left(\frac{1}{6\,\Omega}\right)V_2=+4\text{ A}$$
$$\left(\frac{1}{10\,\Omega}+\frac{1}{3\,\Omega}+\frac{1}{6\,\Omega}\right)V_2-\left(\frac{1}{6\,\Omega}\right)V_1=-0{,}1\text{ A}$$

$$\frac{11}{12}V_1-\frac{1}{6}V_2=4$$
$$-\frac{1}{6}V_1+\frac{3}{5}V_2=-0{,}1$$

o que resulta em:

$$11V_1-2V_2=+48$$
$$-5V_1+18V_2=-3$$

e

$$V_2=V_{3\Omega}=\frac{\begin{vmatrix}11 & 48\\ -5 & -3\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}11 & -2\\ -5 & 18\end{vmatrix}}=\frac{-33+240}{198-10}=\frac{207}{188}=\mathbf{1{,}10\ V}$$

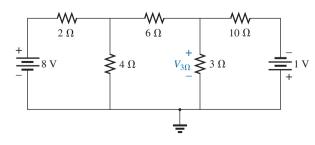



Figura 8.57 Exemplo 8.24.

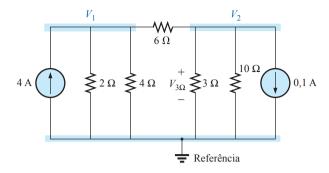



Figura 8.58 Definição dos nós para o circuito da Figura 8.57.

Figura 8.60 Definição dos nós para o circuito da Figura 8.59.

Como foi demonstrado no caso do método das malhas, o método dos nós também pode ser uma técnica muito útil para resolver circuitos com uma única fonte.

EXEMPLO 8.25

Usando o método dos nós, determine a diferença de potencial entre os terminais do resistor de 4 Ω visto na Figura 8.59.

Solução:

O nó de referência e os quatro valores de tensão foram escolhidos como mostra a Figura 8.60. Lembre-se de que para qualquer diferença no potencial entre V_1 e V_3, a corrente e a queda de potencial através de cada resistor 5 Ω são as mesmas. Portanto, V_4 é simplesmente a metade da diferença entre V_1 e V_3, e será conhecida se essas tensões forem determinadas. Por isso, não a incluiremos entre as tensões nodais e redesenharemos o circuito como mostra a Figura 8.61. Entretanto, entenda que V_4 pode ser mantida no circuito se assim desejarmos, caso em que teremos de usar quatro tensões nodais em lugar das três a serem obtidas na solução desse problema. Temos

$$V_1: \quad \left(\frac{1}{2\,\Omega}+\frac{1}{2\,\Omega}+\frac{1}{10\,\Omega}\right)V_1-\left(\frac{1}{2\,\Omega}\right)V_2-\left(\frac{1}{10\,\Omega}\right)V_3 = 0$$

Figura 8.59 Exemplo 8.25.

Figura 8.61 Redução do número de nós para o circuito da Figura 8.59 pela combinação dos dois resistores de 5 Ω.

$$V_2: \quad \left(\frac{1}{2\,\Omega}+\frac{1}{2\,\Omega}\right)V_2-\left(\frac{1}{2\,\Omega}\right)V_1-\left(\frac{1}{2\,\Omega}\right)V_3 = 3\text{ A}$$

$$V_3: \quad \left(\frac{1}{10\,\Omega}+\frac{1}{2\,\Omega}+\frac{1}{4\,\Omega}\right)V_3-\left(\frac{1}{2\,\Omega}\right)V_2-\left(\frac{1}{10\,\Omega}\right)V_1 = 0$$

que podem ser reescritas como:

$$\begin{aligned} 1{,}1V_1 - 0{,}5V_2 - 0{,}1V_3 &= 0 \\ V_2 - 0{,}5V_1 - 0{,}5V_3 &= 3 \\ 0{,}85V_3 - 0{,}5V_2 - 0{,}1V_1 &= 0 \end{aligned}$$

Usando determinantes, temos:

$$\begin{array}{rcrcrl} 1{,}1V_1 & - & 0{,}5V_2 & - & 0{,}1V_3 & = 0 \\ -0{,}5V_1 & + & 1V_2 & - & 0{,}5V_3 & = 3 \\ -0{,}1V_1 & - & 0{,}5V_2 & + & 0{,}85V_3 & = 0 \end{array}$$

(diagonais marcadas *a*, *b*, *c*)

Antes de continuarmos, observe a simetria em relação à diagonal principal na equação mostrada anteriormente.

Lembre-se do resultado semelhante obtido usando o método das malhas. Os exemplos 8.23 e 8.24 também exibem essa propriedade nas equações resultantes. Tenha isso em mente quando testar os resultados de futuras aplicações do método dos nós. Temos:

$$V_3 = V_{4\Omega} = \frac{\begin{vmatrix} 1{,}1 & -0{,}5 & 0 \\ -0{,}5 & +1 & 3 \\ -0{,}1 & -0{,}5 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1{,}1 & -0{,}5 & -0{,}1 \\ 0{,}5 & +1 & -0{,}5 \\ -0{,}1 & -0{,}5 & +0{,}85 \end{vmatrix}} = \mathbf{4{,}65\ V}$$

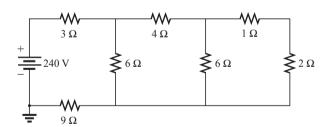
O exemplo a seguir tem apenas uma fonte aplicada a um circuito em cascata.

EXEMPLO 8.26

Escreva as equações nodais e determine a tensão entre os terminais do resistor de 2 Ω do circuito da Figura 8.62.

Solução:

As tensões nodais foram escolhidas conforme mostra a Figura 8.63. Temos:

$$V_1:\quad \left(\frac{1}{12\,\Omega}+\frac{1}{6\,\Omega}+\frac{1}{4\,\Omega}\right)V_1-\left(\frac{1}{4\,\Omega}\right)V_2+0\ = 20\ \text{A}$$

$$V_2:\quad \left(\frac{1}{4\,\Omega}+\frac{1}{6\,\Omega}+\frac{1}{1\,\Omega}\right)V_2-\left(\frac{1}{4\,\Omega}\right)V_1-\left(\frac{1}{1\,\Omega}\right)V_3\ = 0$$

$$V_3:\quad \left(\frac{1}{1\,\Omega}+\frac{1}{2\,\Omega}\right)V_3-\left(\frac{1}{1\,\Omega}\right)V_2+0\ = 0$$

e

$$0{,}5V_1 - 0{,}25V_2 + 0 = 20$$
$$-\,0{,}25V_1 + \frac{17}{12}V_2 - 1V_3 = 0$$
$$0 - 1V_2 + 1{,}5V_3 = 0$$

Note a simetria em relação à diagonal principal. A aplicação de determinantes revela que:

$$V_3 = V_{2\Omega} = \mathbf{10{,}67\ V}$$

Figura 8.62 Exemplo 8.26.

8.11 CIRCUITOS EM PONTE

Essa seção introduz o **circuito em ponte**, uma configuração que possui diversas aplicações. Nos próximos capítulos, ele será empregado em medidores de corrente contínua e alternada. Os cursos de eletrônica introduzem os circuitos em ponte na discussão dos circuitos retificadores empregados para converter sinais alternados em sinais contínuos. Diversas áreas de aplicação exigem certo conhecimento de circuitos alternados; essas áreas serão discutidas mais adiante.

O circuito em ponte pode aparecer em um dos três formatos mostrados na Figura 8.64. O circuito da Figura 8.64(c) é também chamado de *treliça simétrica* se $R_2 = R_3$ e $R_1 = R_4$. A Figura 8.64(c) é um excelente exemplo de como um circuito planar pode parecer não planar. Para fins didáticos, examinaremos o circuito da Figura 8.65 usando o método das malhas e o método dos nós.

O método da malhas (veja a Figura 8.66) leva a

$$(3\ \Omega + 4\ \Omega + 2\ \Omega)I_1 - (4\ \Omega)I_2 - (2\ \Omega)I_3 = 20\ \text{V}$$
$$(4\ \Omega + 5\ \Omega + 2\ \Omega)I_2 - (4\ \Omega)I_1 - (5\ \Omega)I_3 = 0$$
$$(2\ \Omega + 5\ \Omega + 1\ \Omega)I_3 - (2\ \Omega)I_1 - (5\ \Omega)I_2 = 0$$

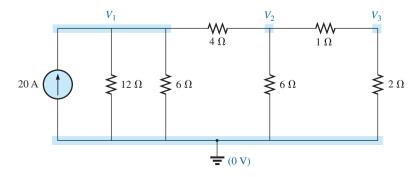



Figura 8.63 Conversão da fonte de tensão em fonte de corrente e definição dos nós para o circuito da Figura 8.62.

Figura 8.64 Vários formatos para um circuito em ponte.

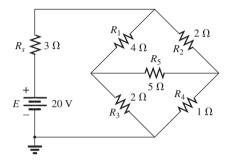



Figura 8.65 Configuração-padrão de um circuito em ponte.

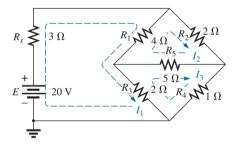



Figura 8.66 Definição das correntes de malha no circuito da Figura 8.65.

e

$$\begin{aligned} 9I_1 - 4I_2 - 2I_3 &= 20 \\ -4I_1 + 11I_2 - 5I_3 &= 0 \\ -2I_1 - 5I_2 + 8I_3 &= 0 \end{aligned}$$

o que resulta em:

$$\begin{aligned} I_1 &= \mathbf{4\ A} \\ I_2 &= \mathbf{2{,}67\ A} \\ I_3 &= \mathbf{2{,}67\ A} \end{aligned}$$

A corrente total através do resistor de 5 Ω é:

$$I_{5\Omega} = I_2 - I_3 = 2{,}67\text{ A} - 2{,}67\text{ A} = 0\text{ A}$$

O método dos nós (veja a Figura 8.67) leva a:

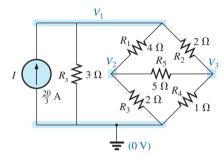



Figura 8.67 Definição das tensões nodais para o circuito da Figura 8.65.

$$\left(\frac{1}{3\,\Omega} + \frac{1}{4\,\Omega} + \frac{1}{2\,\Omega}\right)V_1 - \left(\frac{1}{4\,\Omega}\right)V_2 - \left(\frac{1}{2\,\Omega}\right)V_3 = \frac{20}{3}\text{ A}$$

$$\left(\frac{1}{4\,\Omega} + \frac{1}{2\,\Omega} + \frac{1}{5\,\Omega}\right)V_2 - \left(\frac{1}{4\,\Omega}\right)V_1 - \left(\frac{1}{5\,\Omega}\right)V_3 = 0$$

$$\left(\frac{1}{5\,\Omega} + \frac{1}{2\,\Omega} + \frac{1}{1\,\Omega}\right)V_3 - \left(\frac{1}{2\,\Omega}\right)V_1 - \left(\frac{1}{5\,\Omega}\right)V_2 = 0$$

e

$$\left(\frac{1}{3\,\Omega} + \frac{1}{4\,\Omega} + \frac{1}{2\,\Omega}\right)V_1 - \left(\frac{1}{4\,\Omega}\right)V_2 - \left(\frac{1}{2\,\Omega}\right)V_3 = 6{,}67\text{ A}$$

$$-\left(\frac{1}{4\,\Omega}\right)V_1 + \left(\frac{1}{4\,\Omega} + \frac{1}{2\,\Omega} + \frac{1}{5\,\Omega}\right)V_2 - \left(\frac{1}{5\,\Omega}\right)V_3 = 0$$

$$-\left(\frac{1}{2\,\Omega}\right)V_1 - \left(\frac{1}{5\,\Omega}\right)V_2 + \left(\frac{1}{5\,\Omega} + \frac{1}{2\,\Omega} + \frac{1}{1\,\Omega}\right)V_3 = 0$$

Observe a simetria da solução.

Solução da calculadora TI-89

Com a calculadora TI-89, a parte superior do determinante é indicada pela sequência na Figura 8.68 (preste atenção aos cálculos dentro dos parênteses),

com a parte inferior do determinante estabelecida pela sequência na Figura 8.69.

Finalmente, a divisão simples na Figura 8.70 fornece o resultado desejado.

det([6,67,–1/4,–1/2;0,(1/4+1/2+1/5),–1/5;0,–1/5,(1/5+1/2+1/1)]) (ENTER)	10,51E0

Figura 8.68 Solução TI-89 para o numerador da solução para V_1.

det([(1/3+1/4+1/2),–1/4,–1/2;–1/4,(1/4+1/2+1/5),–1/5;–1/2,–1/5,(1/5+1/2+1/1)]) (ENTER)	1,31E0

Figura 8.69 Solução TI-89 para o denominador da equação para V_1.

10,51/1,31 (ENTER)	8,02

Figura 8.70 Solução TI-89 para V_1.

e $\quad V_1 = \mathbf{8{,}02\ V}$

Similarmente, $\quad V_2 = \mathbf{2{,}67\ V} \quad$ e $\quad V_3 = \mathbf{2{,}67\ V}$

e a tensão entre os terminais do resistor de 5 Ω é:

$$V_{5\Omega} = V_2 - V_3 = 2{,}67\text{ A} - 2.67\text{ A} = \mathbf{0\ V}$$

Como $V_{5\Omega} = 0$ V, podemos inserir um curto no lugar desse ramo da ponte sem afetar o comportamento do circuito. (Certamente $V = IR = I \cdot (0) = 0$ V.) Na Figura 8.71, um curto-circuito substitui o resistor R_5, e a tensão entre os terminais de R_4 pode ser determinada. O circuito é redesenhado na Figura 8.72, e:

$$V_{1\Omega} = \frac{(2\,\Omega \| 1\,\Omega)20\text{ V}}{(2\,\Omega \| 1\,\Omega) + (4\,\Omega \| 2\,\Omega) + 3\,\Omega} \quad \text{(regra do divisor de tensão)}$$

$$= \frac{\frac{2}{3}(20\text{ V})}{\frac{2}{3} + \frac{8}{6} + 3} = \frac{\frac{2}{3}(20\text{ V})}{\frac{2}{3} + \frac{4}{3} + \frac{9}{3}}$$

$$= \frac{2(20\text{ V})}{2+4+9} = \frac{40\text{ V}}{15} = \mathbf{2{,}67\ V}$$

como obtido anteriormente.

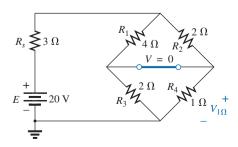



Figura 8.71 Substituição do ramo central de uma ponte equilibrada por um curto-circuito.

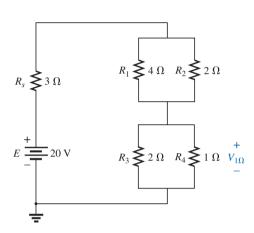



Figura 8.72 Redesenho do circuito na Figura 8.71.

Concluímos, por meio do método das malhas, que $I_{5\Omega} = 0$ A, o que é equivalente ao circuito aberto que aparece na Figura 8.73(a). (Certamente $I = V/R = 0/(\infty\ \Omega) = 0$ A.) A tensão entre os terminais do resistor R_4 pode ser novamente determinada e comparada com o resultado anterior.

O circuito é redesenhado após combinar os elementos em série conforme mostra a Figura 8.73(b), e:

$$V_{3\Omega} = \frac{(6\,\Omega \| 3\,\Omega)(20\text{ V})}{6\,\Omega \| 3\,\Omega + 3\,\Omega} = \frac{2\,\Omega(20\text{ V})}{2\,\Omega + 3\,\Omega} = 8\text{ V}$$

e

$$V_{1\Omega} = \frac{1\,\Omega(8\text{ V})}{1\,\Omega + 2\,\Omega} = \frac{8\text{ V}}{3} = \mathbf{2{,}67\ V}$$

como anteriormente.

A condição $V_{5\Omega} = 0$ ou $I_{5\Omega} = 0$ A existe somente para uma relação particular entre os resistores do circuito. Agora, deduziremos essa relação usando o circuito visto na Figura 8.74, no qual é indicado que $I = 0$ A e $V = 0$ V. Observe que o resistor R_s do circuito da Figura 8.73 não aparece na análise a seguir.

Dizemos que um circuito em ponte está *equilibrado* (*balanceado*) quando a condição $I = 0$ A ou $V = 0$ V é satisfeita.

Se $V = 0$ V (curto-circuito entre *a* e *b*), então:

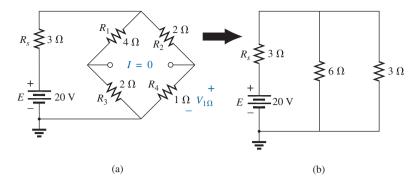



Figura 8.73 Substituição do ramo central de uma ponte equilibrada por um circuito aberto.

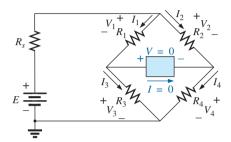



Figura 8.74 Determinação da condição de equilíbrio para um circuito em ponte.

Figura 8.75 Método visual para relembrar a condição de equilíbrio.

$$V_1 = V_2$$

e
$$I_1R_1 = I_2R_2$$

ou
$$I_1 = \frac{I_2R_2}{R_1}$$

Além disso, quando $V = 0$ V:

$$V_3 = V_4$$

e
$$I_3R_3 = I_4R_4$$

Se fizermos $I = 0$ A, então $I_3 = I_1$ e $I_4 = I_2$, o que faz com que a equação anterior se transforme em:

$$I_1R_3 = I_2R_4$$

Substituindo I_1, temos:

$$\left(\frac{I_2R_2}{R_1}\right)R_3 = I_2R_4$$

ou, reagrupando, temos:

$$\frac{R_1}{R_3} = \frac{R_2}{R_4} \tag{8.2}$$

Essa equação mostra que se a razão entre R_1 e R_3 for igual à razão entre R_2 e R_4, a ponte estará equilibrada, e $I =$ 0 A ou $V = 0$ V. Um método para memorizar essa fórmula é mostrado na Figura 8.75.

Para o exemplo anteriormente citado, $R_1 = 4\ \Omega$, $R_2 = 2\ \Omega$, $R_3 = 2\ \Omega$, $R_4 = 1\ \Omega$ e:

$$\frac{R_1}{R_3} = \frac{R_2}{R_4} \rightarrow \frac{4\ \Omega}{2\ \Omega} = \frac{2\ \Omega}{1\ \Omega} = 2$$

A ênfase dada nessa seção foi para o caso de pontes equilibradas. Entenda que, se a relação anterior não for satisfeita, haverá uma diferença de potencial no braço central e ele será atravessado por uma corrente. Os métodos que acabamos de descrever (método das malhas e método dos nós) podem ser usados para determinar as tensões e as correntes no circuito, mesmo que a ponte não esteja equilibrada.

8.12 CONVERSÕES Y-Δ (T-π) E Δ-Y (π-T)

Frequentemente, pode-se encontrar configurações de circuitos nas quais os resistores não estejam em série ou em paralelo. Nessas condições, pode ser interessante converter o circuito de uma maneira em outra mais conveniente para determinar os valores das tensões e das correntes sem usar o método das malhas, nem o método dos nós. Duas configurações usualmente responsáveis por esse tipo de dificuldades são **ípsilon (Y)** e **delta (Δ)**, ilustradas na Figura 8.76(a). Elas também são identificadas como **tê (T)**

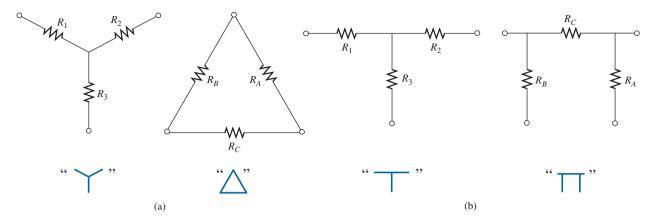



Figura 8.76 Configurações Y (T) e Δ (π).

e **pi (π)**, respectivamente, como indica a Figura 8.76(b). Observe que o pi é representado como um delta invertido.

O objetivo desta seção é desenvolver as equações para conversões do tipo Δ no tipo Y e vice-versa. Esse tipo de conversão normalmente leva a um circuito que pode ser resolvido usando técnicas como as descritas no Capítulo 7. Em outras palavras, na Figura 8.77, com os terminais *a*, *b* e *c* fixos, se desejarmos a configuração Y *em vez da* Δ, tudo que temos a fazer é aplicar diretamente as equações que serão deduzidas a seguir. O termo *em vez de* é enfatizado porque queremos assegurar que ficou entendido que somente uma dessas configurações pode aparecer de cada vez entre os terminais indicados.

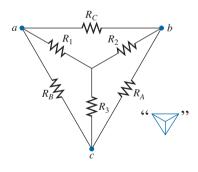



Figura 8.77 Introdução dos conceitos de conversões Δ-Y e Y-Δ.

Nosso objetivo (em relação à Figura 8.77) é determinar uma expressão para R_1, R_2 e R_3 em função de R_A, R_B e R_C, e vice-versa, que irá nos garantir que a resistência entre dois terminais quaisquer da configuração Y será a mesma que a da configuração Δ equivalente (e vice-versa). Para que os dois circuitos sejam equivalentes, a resistência total entre dois terminais quaisquer precisa ser a mesma. Considere os terminais *a*-*c* na configuração Δ-Y mostrada na Figura 8.78.

Primeiro, vamos supor que queiramos converter Δ (R_A, R_B e R_C) em Y (R_1, R_2 e R_3). Isso exige que tenhamos uma expressão para R_1, R_2 e R_3 em função de R_A, R_B e R_C. Se a resistência entre os terminais *a*-*c* tem de ser a mesma para Δ e Y, a seguinte equação deve ser verdadeira:

$$R_{a\text{-}c}(\text{Y}) = R_{a\text{-}c}(\Delta)$$

de modo que:

$$R_{a\text{-}c} = R_1 + R_3 = \frac{R_B\left(R_A + R_C\right)}{R_B + \left(R_A + R_C\right)} \tag{8.3a}$$

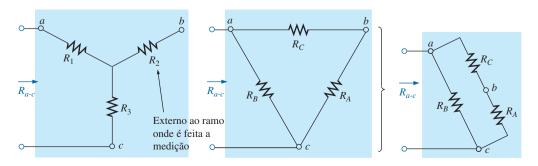



Figura 8.78 Obtenção da resistência $R_{a\text{-}c}$ para as configurações Y e Δ.

Usando a mesma abordagem para *a-b* e *b-c*, obtemos as seguintes expressões:

$$R_{a\text{-}b} = R_1 + R_2 = \frac{R_C(R_A + R_B)}{R_C + (R_A + R_B)} \quad (8.3b)$$

e $$R_{b\text{-}c} = R_2 + R_3 = \frac{R_A(R_B + R_C)}{R_A + (R_B + R_C)} \quad (8.3c)$$

Subtraindo a Equação 8.3(a) da Equação 8.3(b), temos:

$$(R_1 + R_2) - (R_1 + R_3) = \left(\frac{R_C R_B + R_C R_A}{R_A + R_B + R_C}\right) - \left(\frac{R_B R_A + R_B R_A}{R_A + R_B + R_C}\right)$$

de modo que: $$R_2 - R_3 = \frac{R_A R_C - R_B R_A}{R_A + R_B + R_C} \quad (8.4)$$

Subtraindo a Equação 8.4 da Equação 8.3(c), temos:

$$(R_2 + R_3) - (R_2 - R_3) = \left(\frac{R_A R_B + R_A R_C}{R_A + R_B + R_C}\right) - \left(\frac{R_A R_C - R_B R_A}{R_A + R_B + R_C}\right)$$

logo $$2R_3 = \frac{2R_B R_A}{R_A + R_B + R_C}$$

o que resulta na seguinte expressão para R_3, em função de R_A, R_B e R_C:

$$R_3 = \frac{R_A R_B}{R_A + R_B + R_C} \quad (8.5a)$$

Seguindo o mesmo procedimento para R_1 e R_2, temos:

$$R_1 = \frac{R_B R_C}{R_A + R_B + R_C} \quad (8.5b)$$

e $$R_2 = \frac{R_A R_C}{R_A + R_B + R_C} \quad (8.5c)$$

Note que cada resistor de Y é igual ao produto dos resistores nos dois ramos mais próximos do Δ dividido pela soma dos resistores do Δ.

Para obter a expressão necessária para converter de Y em Δ, primeiro dividimos a Equação 8.5(a) pela Equação 8.5(b):

$$\frac{R_3}{R_1} = \frac{(R_A R_B)/(R_A + R_B + R_C)}{(R_B R_C)/(R_A + R_B + R_C)} = \frac{R_A}{R_C}$$

ou $$R_A = \frac{R_C R_3}{R_1}$$

Em seguida, dividimos a Equação 8.5(a) pela Equação 8.5(c):

$$\frac{R_3}{R_2} = \frac{(R_A R_B)/(R_A + R_B + R_C)}{(R_A R_C)/(R_A + R_B + R_C)} = \frac{R_B}{R_C}$$

ou $$R_B = \frac{R_3 R_C}{R_2}$$

Substituindo R_A e R_B por esses valores na Equação 8.5(c), temos:

$$R_2 = \frac{(R_C R_3/R_1)R_C}{(R_3 R_C/R_2) + (R_C R_3/R_1) + R_C} = \frac{(R_3/R_1)R_C}{(R_3/R_2) + (R_3/R_1) + 1}$$

Reduzindo a um denominador comum, obtemos:

$$R_2 = \frac{(R_3 R_C/R_1)}{(R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3)/(R_1 R_2)} = \frac{R_2 R_3 R_C}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}$$

e $$R_C = \frac{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}{R_3} \quad (8.6a)$$

Seguimos o mesmo procedimento para R_B e R_A:

$$R_A = \frac{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}{R_1} \quad (8.6b)$$

e $$R_B = \frac{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}{R_2} \quad (8.6c)$$

Note que o valor de cada resistor do Δ é igual à soma das possíveis combinações dos produtos das resistências do Y dividida pela resistência do Y mais distante do resistor a ser determinado.

Vamos considerar o que poderia ocorrer se todos os valores de um Δ ou Y fossem iguais. Se $R_A = R_B = R_C$, a Equação 8.5(a) se transformaria em (usando-se apenas R_A):

$$R_3 = \frac{R_A R_B}{R_A + R_B + R_C} = \frac{R_A R_A}{R_A + R_A + R_A} = \frac{R_A^2}{3R_A} = \frac{R_A}{3}$$

e, seguindo o mesmo procedimento:

$$R_1 = \frac{R_A}{3} \quad R_2 = \frac{R_A}{3}$$

Portanto, em geral:

$$R_Y = \frac{R_\Delta}{3} \quad (8.7)$$

ou

$$R_\Delta = 3R_Y \quad (8.8)$$

o que indica que, *para um* Y *de três resistores iguais, o valor de cada resistor de* Δ *é igual a três vezes o valor de um dos resistores do* Y. Se somente dois elementos de Y ou de Δ forem iguais, o Δ ou o Y correspondente de cada um também terá dois elementos iguais. A conversão das equações será deixada como um exercício para o leitor.

Os circuitos Y e Δ aparecem com frequência, como mostra a Figura 8.79. Nesse caso, eles são denominados circuitos **tê (T)** e **pi (π)**, respectivamente. As equações usadas para converter uma forma em outra são exatamente as mesmas que desenvolvemos para as transformações Y e Δ.

EXEMPLO 8.27

Converta o circuito Δ da Figura 8.80 em um circuito Y.

Solução:

$$R_1 = \frac{R_B R_C}{R_A + R_B + R_C} = \frac{(20\,\Omega)(10\,\Omega)}{30\,\Omega + 20\,\Omega + 10\,\Omega} = \frac{200\,\Omega}{60} = \mathbf{3\tfrac{1}{3}\ \Omega}$$

$$R_2 = \frac{R_A R_C}{R_A + R_B + R_C} = \frac{(30\,\Omega)(10\,\Omega)}{60\,\Omega} = \frac{300\,\Omega}{60} = \mathbf{5\ \Omega}$$

$$R_3 = \frac{R_A R_B}{R_A + R_B + R_C} = \frac{(20\,\Omega)(30\,\Omega)}{60\,\Omega} = \frac{600\,\Omega}{60} = \mathbf{10\ \Omega}$$

O circuito equivalente é visto na Figura 8.81.

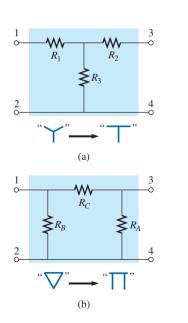



Figura 8.79 Relações entre as configurações Y e T e entre as configurações Δ e π.

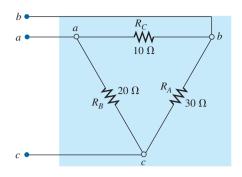



Figura 8.80 Exemplo 8.27.

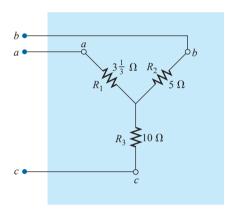



Figura 8.81 Y equivalente a Δ da Figura 8.80.

EXEMPLO 8.28

Converta o circuito Y da Figura 8.82 em um circuito Δ:

Solução:

$$R_A = \frac{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3}{R_1} = \frac{(60\ \Omega)(60\ \Omega) + (60\ \Omega)(60\ \Omega) + (60\ \Omega)(60\ \Omega)}{60\ \Omega}$$

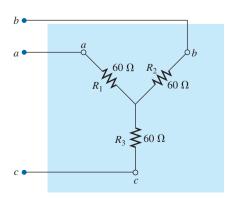



Figura 8.82 Exemplo 8.28.

$$= \frac{3.600\ \Omega + 3.600\ \Omega + 3.600\ \Omega}{60\ \Omega} = \frac{10.800\ \Omega}{60\ \Omega}$$

$R_A = \mathbf{180\ \Omega}$

Entretanto, os três resistores de Y são iguais, permitindo o uso da Equação 8.8, o que resulta em:

$$R_\Delta = 3R_Y = 3(60\ \Omega) = 180\ \Omega$$

e $$R_B = R_C = \mathbf{180\ \Omega}$$

O circuito equivalente pode ser visto na Figura 8.83.

EXEMPLO 8.29

Determine a resistência total do circuito da Figura 8.84, onde $R_A = 3\ \Omega$, $R_B = 3\ \Omega$ e $R_C = 6\ \Omega$.

Solução:

Dois resistores de Δ são iguais; portanto, dois resistores de Y serão iguais.

$$R_1 = \frac{R_B R_C}{R_A + R_B + R_C} = \frac{(3\Omega)(6\Omega)}{3\Omega + 3\Omega + 6\Omega} = \frac{18\Omega}{12} = \mathbf{1{,}5\ \Omega}$$

$$R_2 = \frac{R_A R_C}{R_A + R_B + R_C} = \frac{(3\Omega)(6\Omega)}{12\Omega} = \frac{18\Omega}{12} = \mathbf{1{,}5\ \Omega}$$

$$R_3 = \frac{R_A R_B}{R_A + R_B + R_C} = \frac{(3\Omega)(3\Omega)}{12\Omega} = \frac{9\Omega}{12} = \mathbf{0{,}75\ \Omega}$$

Substituindo o circuito Δ pelo Y equivalente, como na Figura 8.85, temos:

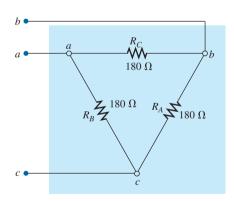



Figura 8.83 Δ equivalente a Y da Figura 8.82.

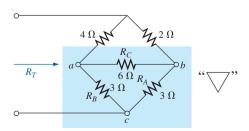



Figura 8.84 Exemplo 8.29.

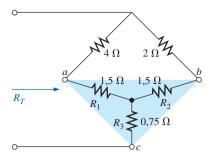



Figura 8.85 Substituindo Δ na parte inferior da Figura 8.84 pelo Y equivalente.

$$R_T = 0{,}75\ \Omega + \frac{(4\ \Omega + 1{,}5\ \Omega)(2\ \Omega + 1{,}5\ \Omega)}{(4\ \Omega + 1{,}5\ \Omega) + (2\ \Omega + 1{,}5\ \Omega)}$$

$$= 0{,}75\ \Omega + \frac{(5{,}5\ \Omega)(3{,}5\ \Omega)}{5{,}5\ \Omega + 3{,}5\ \Omega}$$

$$= 0{,}75\ \Omega + 2{,}139\ \Omega$$

$R_T = \mathbf{2{,}89\ \Omega}$

EXEMPLO 8.30

Determine a resistência total do circuito mostrado na Figura 8.86.

Soluções:

Como todos os resistores de Δ e Y são iguais, as equações 8.7 e 8.8 podem ser usadas para converter uma forma em outra.

a) *Conversão de Δ em Y*. Nota: quando isso é feito, o ponto *d'* do novo circuito Y coincide com o ponto *d* da figura original apenas porque os sistemas estão 'equilibrados'. Isso quer dizer que as resistências dos três ramos possuem o mesmo valor:

$$R_Y = \frac{R_\Delta}{3} = \frac{6\ \Omega}{3} = 2\ \Omega \qquad \text{(Figura 8.87)}$$

O circuito, então, será como o que se vê na Figura 8.88. Temos:

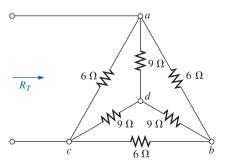



Figura 8.86 Exemplo 8.30.

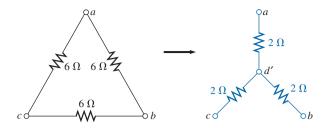



Figura 8.87 Conversão da configuração Δ da Figura 8.86 em uma configuração Y.

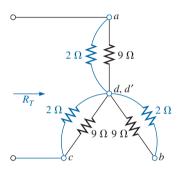



Figura 8.88 Substituição da configuração Δ pela Y no circuito da Figura 8.86.

$$R_T = 2\left[\frac{(2\ \Omega)(9\ \Omega)}{2\ \Omega + 9\ \Omega}\right] = \mathbf{3{,}27\ \Omega}$$

b) *Convertendo Y em Δ:*

$$R_\Delta = 3R_Y = (3)(9\ \Omega) = 27\ \Omega \qquad \text{(Figura 8.89)}$$

$$R'_T = \frac{(6\ \Omega)(27\ \Omega)}{6\ \Omega + 27\ \Omega} = \frac{162\ \Omega}{33} = 4{,}91\ \Omega$$

$$R_T = \frac{R'_T\left(R'_T + R'_T\right)}{R'_T + \left(R'_T + R'_T\right)} = \frac{R'_T\,2R'_T}{3R'_T} = \frac{2R'_T}{3}$$

$$= \frac{2(4{,}91\ \Omega)}{3} = \mathbf{3{,}27\ \Omega}$$

o que confirma a solução anterior.

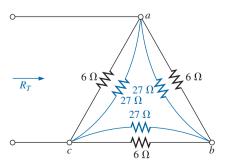



Figura 8.89 Substituição da configuração Y no circuito da Figura 8.86.

8.13 APLICAÇÕES

Nesta seção, discutiremos a aplicação da característica da corrente constante no projeto de sistemas de segurança, os circuitos em ponte usados em um detector de fumaça de uso residencial comum e as tensões nodais de uma ponta de prova lógica.

Sistema de alarme com corrente constante

Os componentes básicos de um sistema de alarme que usa uma fonte de corrente constante são mostrados na Figura 8.90. Esse projeto é uma versão melhorada daquele apresentado no Capítulo 5, no sentido de ser menos sensível às variações de resistência no circuito devido a aquecimento, umidade, variações no comprimento dos fios dos sensores, entre outros fatores. O reostato de 1,5 kΩ (resistência total entre os pontos *a* e *b*) é ajustado para garantir uma corrente de 5 mA através do circuito único de segurança. O reostato ajustável é necessário para compensar as variações relativas a fios, sensores, relé, sensor e miliamperímetro na resistência do circuito. O miliamperímetro foi incluído para garantir que o valor de corrente seja de 5 mA ao se ajustar o reostato.

Se qualquer um dos sensores abrir, a corrente através do circuito cairá para zero, a bobina do relé liberará o êmbolo e o contato passará para a posição N/F (normal fechado). Essa ação fecha o circuito da campainha, fazendo soar o alarme. Para análises futuras, tenha em mente que as posições do contato do relé são sempre mostradas como se ele não estivesse energizado, o que resulta na posição N/F vista na Figura 8.90. Quando o relé é energizado, o contato passa a ter a posição indicada pela linha tracejada. Ou seja, diversos fatores, como a variação na resistência de qualquer um dos elementos devido a aquecimento, umidade, entre outros, poderiam fazer com que a tensão aplicada se redistribuísse criando uma situação de instabilidade. Com uma corrente ajustada em 5 mA, a carga pode variar, mas a corrente sempre será 5 mA, e a chance de um acionamento falso é reduzida. Note que o relé é especificado como de 5 V a 5 mA, o que indica que, no estado ligado, a tensão nos terminais da bobina do relé é 5 V e a corrente é 5 mA. Sua resistência interna é, portanto, 5 V/5 mA = 1 kΩ nesse estado.

Um sistema de alarme mais avançado que usa uma corrente constante é mostrado na Figura 8.91. Nesse caso, o sistema eletrônico emprega um único transistor, resistores de polarização e uma bateria CC para estabelecer uma corrente de 4 mA através dos sensores em série conectados na entrada positiva (não inversora) de um amplificador operacional (amp-op). Talvez o transistor e o amp-op sejam dispositivos novos para você (eles são estudados em detalhes nos cursos de eletrônica), e por enquanto

Figura 8.90 Sistema de alarme com corrente constante.

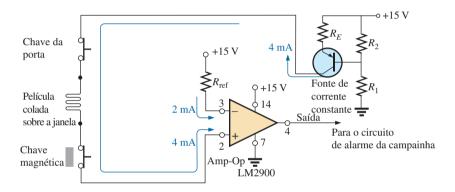



Figura 8.91 Sistema de alarme com corrente constante usando componentes eletrônicos.

você só precisa saber que o transistor está sendo usado nessa aplicação como parte do projeto que estabelece uma corrente constante através do circuito, e não como um amplificador. O amp-pop é um componente bastante útil em diversos sistemas eletrônicos, e tem importantes características determinadas por uma variedade de componentes usados em seu projeto interno. O amplificador operacional LM2900, mostrado na Figura 8.91, é um dos quatro amplificadores contidos em um circuito integrado com encapsulamento DIP (*Dual-in-line package*) que aparece na Figura 8.92(a). Os pinos 2, 3, 4, 7 e 14 foram usados no projeto mostrado na Figura 8.91. Observe na Figura 8.92(b) o número de elementos necessários para estabelecer as características desejadas; os detalhes serão estudados em seus cursos de eletrônica.

Na Figura 8.91, a fonte de tensão CC de 15 V indicada, os resistores de polarização e o transistor localizados no canto superior direito do esquema estabelecem uma corrente constante de 4 mA através do circuito. Essa parte do circuito é denominada *fonte de corrente constante* porque a corrente é mantida constante em 4 mA, ainda que possam ocorrer variações moderadas na resistência total do circuito com os sensores em série conectados ao transistor. Percorrendo o caminho seguido pela corrente de 4 mA, vemos que esta entra pelo terminal 2 (entrada positiva) do amp-op. Uma segunda corrente de 2 mA, denominada *corrente de referência*, é estabelecida pela fonte de 15 V juntamente com a resistência R entrando pelo terminal 3 (entrada negativa) do amp-op. A corrente de referência de 2 mA é necessária para estabelecer uma corrente de modo a ser comparada com a corrente de 4 mA no circuito. Enquanto existir a corrente de 4 mA, o amplificador operacional fornecerá uma saída em nível 'alto' que excede a 13,5 V, sendo típico o valor de 14,2 V (de acordo com as especificações obtidas das folhas de dados do amp-op). Entretanto, se a corrente do sensor cair de 4 mA para um nível abaixo do de referência de 2 mA, o amp-op responde com uma tensão de saída de nível 'baixo', cujo valor gira, tipicamente, em torno de 0,1 V. A saída do amplificador operacional sinalizará o distúrbio para o circuito de alarme. Observe, a partir do que foi dito, que não é necessário que a corrente do sensor caia a zero para sinalizar ao circuito de alarme; basta uma variação em torno do valor de referência que pareça incomum.

Uma característica muito importante desse amp-op em particular é que sua impedância de entrada é relativa-

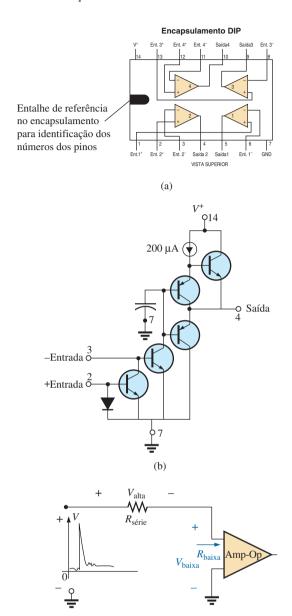



Figura 8.92 Amplificador operacional LM2900: (a) encapsulamento DIP; (b) componentes; (c) efeito da impedância de entrada baixa.

mente baixa. Essa característica é importante porque não se deseja que os circuitos de alarme reajam a um surto (*spike*) de tensão ou de perturbação que venha a interferir no circuito dos sensores devido a chaveamentos externos ou efeitos de forças externas como relâmpagos. Na Figura 8.92(c), por exemplo, se aparecesse uma tensão alta na entrada da configuração em série, a maior parte da tensão seria absorvida pelas resistências em série do circuito de sensores em vez de percorrer o circuito até os terminais de entrada do amplificador operacional, o que evitaria uma saída falsa e uma ativação do alarme.

Detector de fumaça que usa ponte de Wheatstone

A ponte de Wheatstone é uma configuração de circuito popular usada sempre que é necessário detectar uma pequena variação em uma grandeza. Na Figura 8.93(a), a configuração em ponte CC usa um dispositivo fotoelétrico para detectar a presença de fumaça e fazer soar um alarme. Uma foto de um detector de fumaça comercial aparece na Figura 8.93(b), e sua construção interna é mostrada na Figura 8.93(c). Primeiro, observe que as passagens de ar (respiradouros) são inseridas para permitir que a fumaça entre na câmara abaixo do plástico transparente. Esse plástico evita que a fumaça entre na câmara superior, porém permite que a luz da lâmpada, localizada na câmara superior, ricocheteie no refletor inferior até o sensor luminoso feito de material semicondutor (uma fotocélula de cádmio) localizada ao lado esquerdo da câmara inferior. A separação entre as câmaras, feita pelo plástico transparente, garante que a luz que atinge o sensor na câmara superior não seja afetada pela entrada de fumaça. Isso estabelece um nível de referência para ser comparado com a câmara na qual a fumaça entra. Se não houver fumaça, a diferença entre as respostas das células sensoras será registrada como uma situação normal. É claro que, se as duas células forem idênticas, e se o plástico transparente não reduzir a passagem de luz, os dois sensores estabelecerão o mesmo nível de referência, sendo a diferença entre eles nula. Entretanto, isso é um caso raro, de modo que uma diferença em relação à referência é reconhecida como um sinal que indica a ausência de fumaça. Entretanto, uma vez que haja fumaça, haverá uma nítida diferença na reação do sensor em relação à situação normal, e o alarme será ativado.

Na Figura 8.93(a), vemos que os dois sensores estão localizados em braços opostos da ponte. Sem a presença de fumaça, o reostato de ajuste de balanceamento será usado para garantir que a tensão V entre os pontos a e b seja nula e que a corrente resultante através da bobina do relé sensor seja zero. Observando o relé, vemos que a ausência de tensão entre a e b deixa a bobina do relé sem energia, e o contato na posição N/A (lembre-se de que o contato de um relé é desenhado sempre na posição relativa ao estado desenergizado). Uma situação de desbalanceamento resulta em uma tensão nos terminais da bobina com a ativação do relé e a movimentação do contato para a posição N/F, fechando o circuito do alarme e ativando-o. Relés com dois contatos e um braço móvel são denominados *relés com contato comutador* (SPDT, do inglês, *single-pole-double-throw*). A fonte CC é necessária para ajustar a situação de balanceamento, energizar a lâmpada em paralelo para que saibamos que o sistema está ligado, e fornecer a tensão entre a e b caso ocorra uma situação de desbalanceamento.

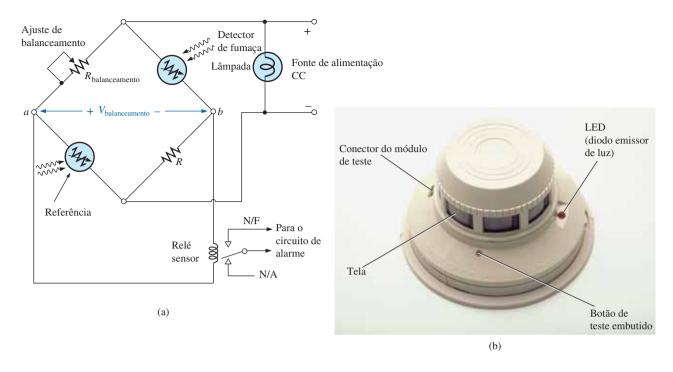
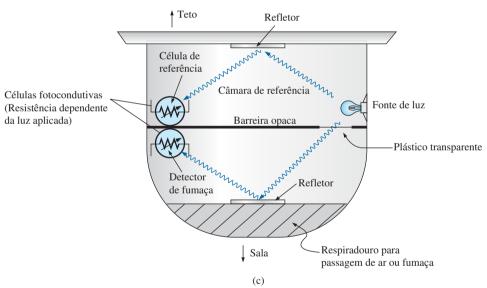



Figura 8.93 Detector com ponte de Wheatstone: (a) configuração de uma ponte CC; (b) aparência externa; (c) construção interna.

Alguém poderia perguntar por que não é usado apenas um sensor, já que sua resistência poderia detectar a presença de fumaça. A resposta baseia-se no fato de que o detector de fumaça poderia gerar uma resposta falsa se a tensão de alimentação ou a intensidade luminosa da lâmpada variasse. Os detectores de fumaça do tipo descrito têm de ser usados em estações de gás, cozinhas, consultórios dentários etc. em que a faixa de emanações de gás presente pode situar-se fora da faixa de atuação de um detector de fumaça do tipo ionização.

Diagrama esquemático com tensões nodais

Quando um responsável pela manutenção está diante de um sistema que não funciona adequadamente de maneira parcial ou total, uma das primeiras opções é verificar as tensões especificadas no diagrama esquemático. Os níveis dessas tensões são na realidade as tensões nodais abordadas neste capítulo. *Tensão nodal* é simplesmente um termo especial para uma tensão medida a partir de um ponto em relação a GND. Para efetuar essa medida, o

técnico fixa a ponta de prova negativa no terra (GND) do circuito (geralmente o chassi) e então coloca a ponta de prova positiva nos pontos especificados no circuito para verificar as tensões nodais. Se o valor medido for igual ao especificado, é um bom sinal de que aquela seção do sistema está operando adequadamente. Se uma ou mais medições não forem iguais aos valores indicados, a área com problema geralmente pode ser identificada. Saiba que uma leitura de −15,87 V é significativamente diferente de uma leitura esperada de +16 V se as pontas de prova forem conectadas adequadamente. Embora os números pareçam próximos, a diferença é, na realidade, maior que 30 V. Pode se esperar algum desvio em relação ao valor mostrado no diagrama, mas ele é sempre muito próximo do sinal resultante da leitura.

O diagrama esquemático mostrado na Figura 8.94(a) inclui as tensões nodais para uma ponta de prova lógica usada para medir os estados de entradas e de saídas de chips (CIs) digitais. Em outras palavras, a ponta de prova lógica indica se a medida da tensão está em um dos dois estados: alto ou baixo (frequentemente referido como 'on' ou 'off', ou então 1 ou 0). Se o terminal ENTRADA LÓGICA da ponta de prova lógica for colocado em um pino de um CI no qual a tensão esteja entre 0 e 1,2 V, a tensão será considerada um nível baixo e o LED verde acenderá. (LEDs são diodos semicondutores que emitem luz quando atravessados por uma corrente elétrica.) Se a medida de tensão estiver entre 1,8 e 5 V, a leitura será considerada nível alto, e o LED vermelho acenderá. Qualquer tensão entre 1,2 e 1,8 V é considerada uma 'tensão de flutuação', e é uma indicação de que o sistema que está sendo medido não está operando corretamente. Observe que os níveis de referência mencionados antes são estabelecidos pelo circuito divisor de tensão no lado esquerdo do diagrama. Os amp-ops empregados são dispositivos que apresentam uma impedância alta de entrada, de forma que o efeito de carga no circuito divisor de tensão pode ser ignorado, fazendo, assim, com que o circuito divisor de tensão seja considerado um circuito isolado. Embora três fontes de alimentação CC de 5,5 V tenham sido indicadas no diagrama, saiba que os três pontos estão conectados na mesma fonte de alimentação. As outras tensões fornecidas (tensões nodais) correspondem aos níveis de tensão que devem estar presentes no ponto considerado em relação a GND se o sistema estiver funcionando adequadamente.

Os amplificadores operacionais são usados para 'sentir' a diferença entre as tensões de referência nos pontos 3 e 6 e as tensões presentes na ENTRADA LÓGICA. Qualquer diferença resultará em uma saída com o LED verde ou com o vermelho aceso. Saiba que, devido à conexão direta, a tensão no ponto 3 é a mesma que à esquerda, ou seja, 1,8 V. Da mesma maneira, a tensão no ponto 6 é 1,2 V, que é comparada com as tensões nos pontos 5 e 2, refletindo a tensão medida. Se acontecer de a tensão de entrada ser de 1,0 V, a diferença entre as tensões nos pontos 5 e 6 será 0,2 V, a qual idealmente aparecerá no ponto 7. Esse potencial baixo no ponto 7 resultaria em uma corrente fluindo do potencial mais alto, 5,5 V, através do LED verde, fazendo com que ele acendesse como indicação de uma condição de nível baixo. A propósito, os LEDs, assim como os diodos, permitem a passagem de corrente apenas na direção da seta que é vista em seu símbolo. Observe também que a tensão no ponto 6 tem de ser maior que a tensão no ponto 5 para que a saída ligue o LED. O mesmo é verdade para o ponto 2 sobre o ponto 3, que revela por que o LED vermelho não acende quando uma tensão de 1,0 V é medida.

Frequentemente, é impraticável desenhar todo o circuito como mostra a Figura 8.94(b) por existirem limitações de espaço ou porque o mesmo circuito divisor de tensão pode ser usado em outras partes do sistema. Nesses casos, temos de reconhecer que os pontos que têm o mesmo desenho simbólico são conectados entre si, e os números na figura revelam quantas conexões aquele ponto tem.

A Figura 8.94(c) mostra uma foto das partes interna e externa de uma ponta de prova lógica disponível comercialmente. Note o aumento na complexidade do sistema devido à variedade de funções que a ponta de prova lógica realiza.

8.14 ANÁLISE COMPUTACIONAL

PSpice

O circuito em ponte mostrado na Figura 8.67 será analisado agora com o uso do PSpice para nos certificar de seu estado de balanceamento. O único componente que ainda não foi apresentado em capítulos anteriores é a fonte de corrente CC. Ela pode ser obtida ativando-se primeiro o botão **Place a part** e, em seguida, a biblioteca **SOURCE**. Use a barra de rolagem em **Part List** até encontrar a opção **IDC**. Um clique com o botão esquerdo do mouse em **IDC** seguido de um clique no botão **OK** seleciona a fonte de corrente CC cujo sentido da corrente está voltado para a parte de baixo. Um clique com o botão esquerdo do mouse (para torná-la vermelha — ativa) seguido de um clique com o botão direito do mouse faz aparecer uma lista contendo a opção **Mirror Vertically**. Ao selecionar essa opção, a fonte será posicionada na direção mostrada na Figura 8.67.

Os componentes (partes) restantes dessa análise que usa o PSpice são fáceis de serem inseridos, e resultam no circuito mostrado na Figura 8.95, que é funcionalmente igual ao obtido na análise do circuito mostrado na Figura

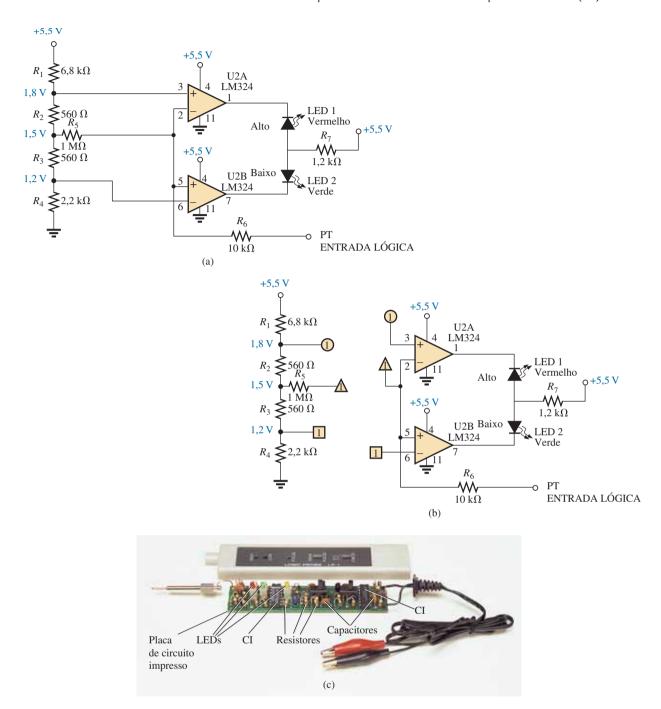



Figura 8.94 Ponta de prova lógica: (a) diagrama esquemático com tensões nodais; (b) circuito com todas as conexões; (c) foto de uma unidade comercialmente disponível.

8.67. A tensão entre os terminais da fonte de corrente é de 8 V positivo em relação a GND, e a tensão nas duas extremidades dos braços da ponte é de 2,667 V. A tensão entre os terminais de R_5 é obviamente 0 V para o nível de precisão mostrado, e a corrente tem um valor tão pequeno comparado aos outros níveis de corrente do circuito que pode ser essencialmente considerada nula. Observe também que para se ter a ponte balanceada, as correntes através de R_1 e R_3 devem ser iguais, assim como as correntes através de R_2 e R_4.

Multisim

Agora, o Multisim será usado para verificar os resultados do Exemplo 8.18. Todos os elementos usados na construção do diagrama esquemático visto na Figura 8.96 foram apresentados nos capítulos anteriores; assim,

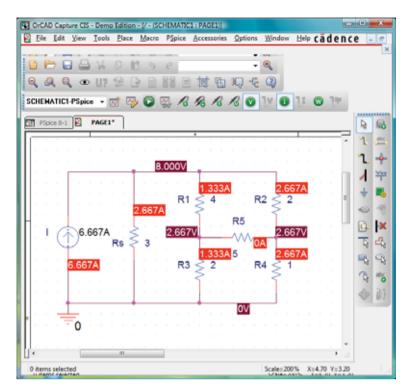



Figura 8.95 Uso do PSpice na análise do circuito em ponte mostrado na Figura 8.67.

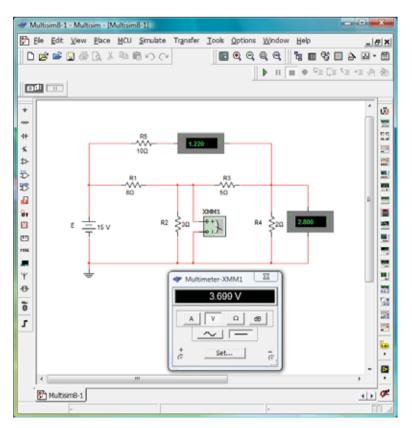



Figura 8.96 Uso do Multisim na verificação dos resultados no Exemplo 8.18.

isso não será feito aqui, o que demonstrará que agora é necessário pouca ajuda para guiá-lo através de um circuito razoavelmente complexo.

Nessa análise, tanto o **Multímetro-padrão** quanto os medidores da **Show Measurement Family** da lista da **BASIC toolbar** foram empregados. Para a corrente através do resistor R_5, o **Place Ammeter (Horizontal)** foi usado, enquanto para a tensão através do resistor R_4, o **Place Voltmeter (Vertical)** foi usado. O **Multímetro** lê a tensão através do resistor R_2. Na realidade, um amperímetro lê a corrente de malha daquele ramo e os voltímetros mostram as tensões nodais do circuito.

Após a simulação, os resultados mostrados são exatamente iguais aos obtidos no Exemplo 8.18.

PROBLEMAS

Seção 8.2 Fontes de corrente

1. Considerando o circuito da Figura 8.97:
   - **a)** calcule as correntes I_1 e I_2;
   - **b)** determine a tensão V_s.
2. Considerando o circuito da Figura 8.98:
   - **a)** determine as correntes I_1 e I_2;
   - **b)** calcule as tensões V_2 e V_s.
3. Calcule a tensão V_s (com polaridade) através da fonte de corrente ideal na Figura 8.99.
4. Considerando o circuito na Figura 8.100:
   - **a)** determine a tensão V_s;
   - **b)** calcule a corrente I_2;
   - **c)** determine a fonte de corrente I_s.
5. Calcule a tensão V_3 e a corrente I_2 para o circuito na Figura 8.101.
6. Considerando o circuito na Figura 8.102:
   - **a)** calcule as correntes I_1 e I_s;
   - **b)** calcule as tensões V_s e V_3.

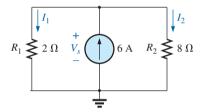



Figura 8.97 Problema 1.

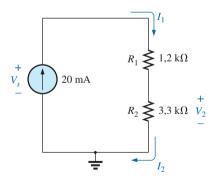



Figura 8.98 Problema 2.

Figura 8.99 Problema 3.

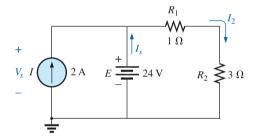



Figura 8.100 Problema 4.

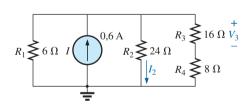



Figura 8.101 Problema 5.

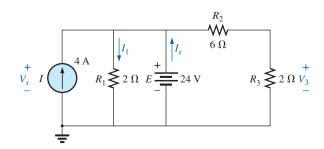



Figura 8.102 Problema 6.

Seção 8.3 Conversões de fonte

7. Converta as fontes de tensão na Figura 8.103 para fontes de corrente.

8. Converta as fontes de corrente na Figura 8.104 para fontes de tensão.

9. Considerando o circuito na Figura 8.105:

a) Determine a corrente através do resistor de 10 Ω. Observando que a resistência R_L é significativamente mais baixa do que R_p, qual foi o impacto sobre a corrente através de R_L?

b) Converta a fonte de corrente para uma fonte de tensão e recalcule a corrente através do resistor de 10 Ω.

Você obteve o mesmo resultado?

10. Considerando a configuração da Figura 8.106:

a) converta a fonte de corrente em uma fonte de tensão;

b) combine as duas fontes de tensão em série em uma fonte;

c) calcule a corrente através do resistor de 91 Ω.

Seção 8.4 Fontes de corrente em paralelo

11. Considerando o circuito na Figura 8.107:

a) substitua todas as fontes de corrente por uma única fonte de corrente;

b) Calcule a tensão da fonte V_s.

12. Calcule a tensão V_s e a corrente I_l para o circuito na Figura 8.108.

13. Converta as fontes de tensão na Figura 8.109 para fontes de corrente.

a) Calcule a tensão V_{ab} e a polaridade dos pontos *a* e *b*.

b) Calcule a intensidade e o sentido da corrente I_3.

14. Considerando o circuito na Figura 8.110:

a) converta a fonte de tensão em uma fonte de corrente;

b) reduza o circuito para uma única fonte de corrente e determine a tensão V_1;

c) usando os resultados da parte (b), determine V_2;

d) calcule a corrente I_2.

Seção 8.6 Análise das correntes nos ramos

15. **a)** Usando a análise das correntes nos ramos, determine a intensidade e o sentido das correntes nos resistores dos circuitos da Figura 8.111.

b) Calcule a tensão V_a.

16. Considerando o circuito da Figura 8.112, faça o que se pede.

a) Determine a corrente através do resistor de 12 Ω usando a análise das correntes nos ramos.

Figura 8.103 Problema 7.

Figura 8.104 Problema 8.

Figura 8.105 Problema 9.

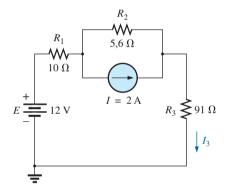



Figura 8.106 Problema 10.

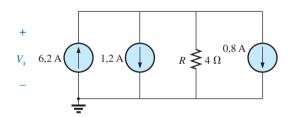



Figura 8.107 Problema 11.

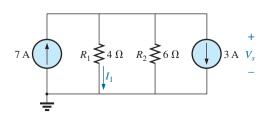



Figura 8.108 Problema 12.

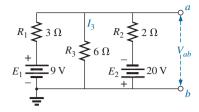



Figura 8.109 Problemas 13 e 37.

Figura 8.111 Problemas 15, 20, 32 e 70.

Figura 8.110 Problema 14.

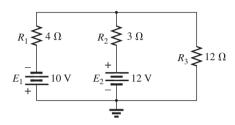



Figura 8.112 Problemas 16, 21 e 33.

b) Converta as duas fontes de tensão em fontes de corrente, e então determine a corrente através do resistor de 12 Ω.

c) Compare os resultados das partes (a) e (b).

***17.** Usando a análise das correntes nos ramos, calcule a corrente através de cada resistor para o circuito da Figura 8.113. Os resistores têm valores padronizados.

***18. a)** Usando a análise das correntes nos ramos, calcule a corrente através do resistor de 9,1 kΩ na Figura 8.114. Observe que todos os resistores têm valores padronizados.

b) Usando os resultados da parte (a), determine a tensão V_a.

***19.** Para o circuito na Figura 8.115:

a) Escreva as equações necessárias para resolver as correntes nos ramos.

b) Por substituição da lei de Kirchhoff para correntes, reduza o conjunto para três equações.

c) Reescreva as equações em um formato que possa ser solucionado usando determinantes de terceira ordem.

d) Calcule a corrente nos ramos através do resistor R_3.

Seção 8.7 Método das malhas (abordagem geral)

20. a) Usando a abordagem geral para o método das malhas, determine a corrente através de cada resistor da Figura 8.111.

b) Usando os resultados da parte (a), calcule a tensão V_a.

21. a) Usando a abordagem geral para o método das malhas, determine a corrente através de cada fonte de tensão na Figura 8.112.

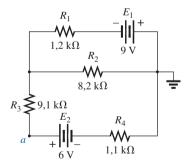



Figura 8.114 Problemas 18 e 23.

Figura 8.113 Problemas 17, 22 e 34.

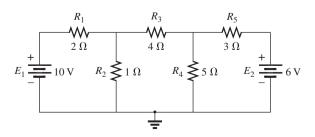



Figura 8.115 Problemas 19, 24 e 35.

b) Usando os resultados da parte (a), calcule a potência fornecida pela fonte E_2 e para o resistor R_3.

22. a) Usando a abordagem geral para o método das malhas, determine a corrente através de cada resistor da Figura 8.113.

b) Usando os resultados da parte (a), determine a tensão através do resistor de 3,3 kΩ.

23. a) Usando a abordagem geral para o método das malhas, determine a corrente através de cada resistor da Figura 8.114.

b) Usando os resultados da parte (a), calcule a tensão V_a.

***24. a)** Determine as correntes de malha para o circuito da Figura 8.115 usando a abordagem geral.

b) Através do uso adequado da lei de Kirchhoff para correntes, reduza o conjunto de equações resultante para três.

c) Use determinantes para calcular as três correntes de malha.

d) Determine a corrente através de cada fonte, usando os resultados da parte (c).

***25. a)** Escreva as equações de malha para o circuito da Figura 8.116 usando a abordagem geral.

b) Usando determinantes, calcule as correntes de malha.

c) Usando os resultados da parte (b), calcule a corrente através de cada fonte.

***26. a)** Escreva as equações de malha para o circuito da Figura 8.117 usando a abordagem geral.

b) Usando determinantes, calcule as correntes das malhas.

c) Usando os resultados da parte (b), calcule a corrente através do resistor R_5.

***27. a)** Escreva as correntes de malha para o circuito da Figura 8.118 usando a abordagem geral.

b) Usando determinantes, calcule as correntes de malha.

c) Usando os resultados da parte (b), calcule a potência fornecida pela fonte de 6 V.

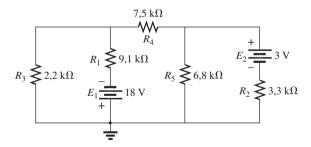



Figura 8.116 Problemas 25 e 36.

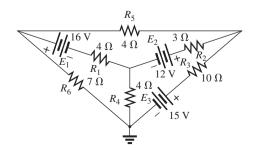



Figura 8.117 Problema 26.

***28. a)** Redesenhe o circuito da Figura 8.119 de maneira a remover o cruzamento.

b) Escreva as equações de malha para o circuito usando a abordagem geral.

c) Calcule as correntes de malha para o circuito.

d) Determine a potência total fornecida pelas duas fontes.

***29.** Considerando a configuração de transistor na Figura 8.120:

a) Calcule as correntes I_B, I_C e I_E, usando o fato de que V_{BE} = 0,7 V e V_{CE} = 8 V.

b) Calcule as tensões V_B, V_C e V_E com relação ao terra.

c) Qual é a razão de corrente de saída I_C para a corrente de entrada I_B? [*Nota:* na análise de transistores, essa razão é referida como *beta CC* do transistor (β_{cc}).]

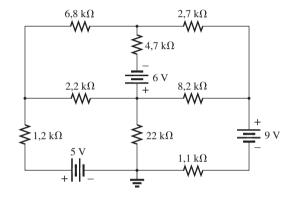



Figura 8.118 Problemas 27, 38 e 71.

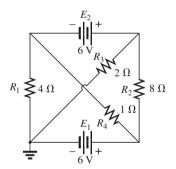



Figura 8.119 Problema 28.

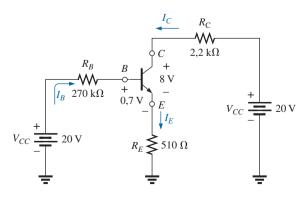



Figura 8.120 Problema 29.

***30.** Usando a abordagem da supermalha, calcule a corrente através de cada elemento do circuito da Figura 8.121.

***31.** Usando a abordagem da supermalha, calcule a corrente através de cada elemento do circuito da Figura 8.122.

Seção 8.8 Método das malhas (abordagem padronizada)

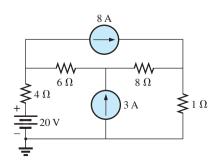
32. **a)** Usando a abordagem padronizada para o método das malhas, escreva as equações de malha para o circuito da Figura 8.111.
b) Determine a corrente através do resistor de 8 Ω.

33. **a)** Usando a abordagem padronizada para o método das malhas, escreva as equações de malha para o circuito da Figura 8.112.
b) Determine a corrente através do resistor de 3 Ω.

34. **a)** Usando a abordagem padronizada para o método das malhas, escreva as equações de malha para o circuito da Figura 8.113 com três fontes independentes.
b) Calcule a corrente através de cada fonte do circuito.

***35.** **a)** Escreva as equações de malha para o circuito da Figura 8.115 usando a abordagem padronizada para o método das malhas.
b) Determine as três correntes de malha, usando determinantes.
c) Determine a corrente através do resistor de 1 Ω.

***36.** **a)** Escreva as equações de malha para o circuito da Figura 8.116 usando a abordagem padronizada para o método das malhas.
b) Determine as três correntes de malha, usando determinantes.
c) Calcule a corrente através de cada fonte do circuito.

37. **a)** Escreva as equações de malha para o circuito da Figura 8.109 usando a abordagem padronizada.
b) Calcule a tensão V_{ab} usando o resultado da parte (a).

***38.** **a)** Escreva as equações de malha para o circuito da Figura 8.18 usando a abordagem padronizada para o método das malhas.
b) Calcule as quatro correntes de malha usando determinantes.
c) Calcule a tensão na conexão comum no centro do diagrama.

***39.** **a)** Escreva as equações de malha para o circuito da Figura 8.123 usando a abordagem padronizada para o método das malhas.
b) Use os determinantes para definir as correntes de malha.
c) Calcule as tensões V_a e V_b.
d) Determine a tensão V_{ab}.

Seção 8.9 Método dos nós (abordagem geral)

40. **a)** Escreva as equações nodais usando a abordagem geral para o circuito da Figura 8.124.
b) Calcule as tensões nodais usando determinantes.
c) Use os resultados da parte (b) para calcular a tensão através do resistor de 8 Ω.
d) Use os resultados da parte (b) para calcular a corrente através dos resistores de 2 Ω e 4 Ω.

41. **a)** Escreva as equações nodais usando a abordagem geral para o circuito da Figura 8.125.
b) Calcule as tensões nodais usando determinantes.
c) Usando os resultados da parte (a), calcule a corrente através do resistor de 20 Ω.

42. **a)** Escreva as equações nodais usando a abordagem geral para o circuito da Figura 8.126.
b) Calcule as tensões nodais usando determinantes.
c) Qual é a potência total fornecida pelas fontes da corrente?

Figura 8.121 Problema 30.

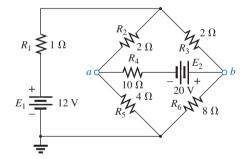



Figura 8.123 Problemas 39 e 56.

Figura 8.122 Problema 31.

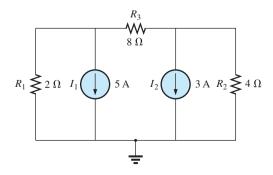



Figura 8.124 Problemas 40 e 51.

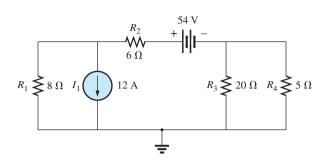



Figura 8.125 Problemas 41 e 52.

Figura 8.126 Problema 42.

***43.** **a)** Escreva as equações nodais para o circuito da Figura 8.127 usando a abordagem geral.
b) Usando determinantes, determine as tensões nodais.
c) Determine a intensidade e a polaridade da tensão através de cada resistor.

***44.** **a)** Escreva as equações nodais para o circuito da Figura 8.128 usando a abordagem geral.
b) Determine as tensões nodais usando determinantes.
c) Calcule a corrente através do resistor de 6 Ω.

***45.** **a)** Escreva as equações nodais para o circuito da Figura 8.129 usando a abordagem geral.
b) Determine as tensões nodais usando os determinantes.
c) Calcule a tensão através do resistor de 5 Ω.

***46.** **a)** Escreva as equações nodais para o circuito da Figura 8.130 usando a abordagem geral.
b) Determine as tensões nodais usando determinantes.
c) Calcule a tensão através do resistor R_6.

***47.** **a)** Escreva as equações nodais para o circuito da Figura 8.131 usando a abordagem geral.
b) Calcule as tensões nodais usando determinantes.
c) Determine a corrente através do resistor de 9 Ω.

***48.** **a)** Escreva as equações nodais para o circuito da Figura 8.132 usando a abordagem geral e calcule as tensões nodais. Então, calcule a corrente através do resistor de 4 Ω.

***49.** Usando a abordagem do supernó, determine as tensões nodais para o circuito da Figura 8.133.

***50.** Usando a abordagem do supernó, determine as tensões nodais para o circuito da Figura 8.134.

Seção 8.10 Método dos nós (abordagem padronizada)

51. **a)** Determine as tensões nodais da Figura 8.124 usando a abordagem padronizada para a análise nodal.
b) A seguir, calcule a tensão através de cada fonte de corrente.

52. **a)** Converta a fonte de tensão da Figura 8.125 em uma fonte de corrente, e então calcule as tensões nodais

Figura 8.127 Problema 43.

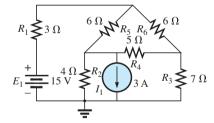



Figura 8.129 Problema 45.

Figura 8.128 Problema 44.

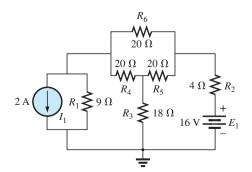



Figura 8.130 Problemas 46 e 53.

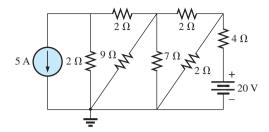



Figura 8.131 Problemas 47, 54 e 72.

Figura 8.133 Problema 49.

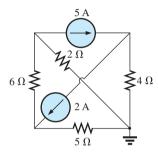



Figura 8.132 Problemas 48 e 55.

Figura 8.134 Problema 50.

usando a abordagem padronizada para o método dos nós.

b) Use os resultados da parte (a) para calcular a tensão através do resistor de 6 Ω da Figura 8.125.

***53.** **a)** Converta a fonte de tensão da Figura 8.130 para uma fonte de corrente, e, a seguir, aplique a abordagem padronizada ao método dos nós para determinar as tensões nodais.

b) Use os resultados da parte (a) para calcular a corrente através do resistor de 4 Ω.

***54.** **a)** Converta a fonte de tensão da Figura 8.131 em uma fonte de corrente, e então aplique a abordagem padronizada ao método dos nós para calcular as tensões nodais.

b) Use os resultados da parte (a) para calcular a corrente através do resistor de 9 Ω.

***55.** **a)** Usando a abordagem padronizada, calcule as tensões nodais da Figura 8.132 usando a análise nodal.

b) Usando os resultados da parte (a), calcule a corrente através do resistor de 2 Ω.

***56.** **a)** Converta as fontes de tensão da Figura 8.123 em fontes de corrente, e então determine as tensões nodais do circuito resultante usando a abordagem padronizada para o método dos nós.

b) Usando os resultados da parte (a), determine a tensão entre os pontos *a* e *b*.

Seção 8.11 Circuitos em ponte

57. Considerando o circuito em ponte mostrado na Figura 8.135.

a) Escreva as equações de malha usando a abordagem padronizada.

b) Determine a corrente em R_5.

c) A ponte está balanceada?

d) A Equação 8.2 foi satisfeita?

58. Considerando o circuito na Figura 8.135:

a) Escreva as equações nodais usando a abordagem padronizada.

b) Determine a tensão através de R_5.

c) O circuito está equilibrado?

d) A Equação 8.2 foi satisfeita?

59. Considerando a ponte na Figura 8.136:

a) Escreva as equações de malha usando a abordagem padronizada.

b) Determine a corrente através de R_5.

c) O circuito está equilibrado?

d) A Equação 8.2 foi satisfeita?

60. Para o circuito em ponte na Figura 8.136:

a) Escreva as equações nodais usando a abordagem padronizada.

b) Determine a corrente através de R_5.

c) A ponte está equilibrada?

d) A Equação 8.2 foi satisfeita?

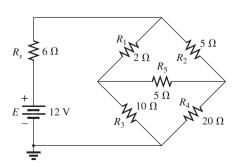



Figura 8.135 Problemas 57 e 58.

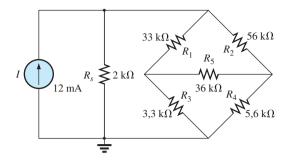



Figura 8.136 Problemas 59 e 60.

***61.** Determine a corrente através do resistor da fonte R_s na Figura 8.137 usando os métodos das malhas ou dos nós. Explique por que você escolheu um método em vez do outro.

***62.** Repita o Problema 61 para o circuito da Figura 8.138.

Seção 8.12 Conversões Y-Δ (T-π) e Δ-Y (π-T)

63. Usando uma conversão Δ-Y ou Y-Δ, calcule a corrente I para o circuito da Figura 8.139.

64. Converta o Δ dos resistores de 6,8 kΩ na Figura 8.140 para uma configuração T e calcule a corrente I.

65. Para o circuito da Figura 8.141, calcule a corrente I sem usar a conversão Y-Δ.

66. a) Usando uma conversão Δ-Y ou Y-Δ, calcule a corrente I no circuito na Figura 8.142.

b) Qual outro método poderia ser usado para determinar a corrente I?

67. O circuito da Figura 8.143 é muito semelhante aos circuitos de duas fontes determinados usando os métodos das malhas e dos nós. Usaremos agora uma conversão *Y*-Δ para determinar o mesmo circuito. Calcule a corrente da fonte I_{s_1} usando uma conversão Y-Δ.

68. a) Substitua a configuração π na Figura 8.144 (composta de resistores de 3 Ω) por uma configuração T.

b) Determine a corrente da fonte I_s.

***69.** Usando a conversão Y-Δ ou Δ-Y, determine a resistência total do circuito na Figura 8.145.

Seção 8.14 Análise computacional

PSpice ou Multisim

70. Usando um diagrama esquemático, calcule a corrente através de cada elemento da Figura 8.111.

Figura 8.137 Problema 61.

Figura 8.138 Problema 62.

Figura 8.139 Problema 63.

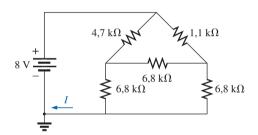



Figura 8.140 Problema 64.

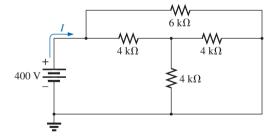



Figura 8.141 Problema 65.

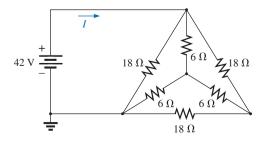



Figura 8.142 Problema 66.

Figura 8.143 Problema 67.

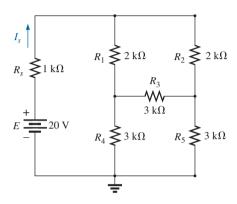



Figura 8.144 Problema 68.

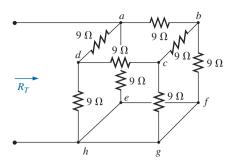



Figura 8.145 Problema 69.

***71.** Usando um diagrama esquemático, calcule as correntes de malha para o circuito na Figura 8.118.

***72.** Usando um diagrama esquemático, determine as tensões nodais para o circuito na Figura 8.131.

GLOSSÁRIO

Circuitos em ponte: Configuração de circuito desenhada tipicamente em um formato similar ao do diamante, no qual não existem dois elementos em série ou paralelo.

Configuração delta (Δ) ou pi (π): Estrutura de circuito que consiste em três ramos e tem a aparência das letras gregas delta (Δ) e pi (π).

Configuração ípsilon (Y) ou tê (T): Estrutura de circuito que consiste em três ramos e tem a aparência das letras maiúsculas Y e T.

Corrente de malha: Corrente que associamos a cada malha distinta de um circuito que pode, individualmente ou em combinação com outras correntes de malha, definir todas as correntes nos ramos de um circuito.

Corrente de supermalha: Corrente definida em um circuito com fontes de corrente ideais que permitem o uso do método das malhas.

Fontes de corrente: Fontes que fornecem uma corrente fixa a um circuito e têm uma tensão entre seus terminais que depende do circuito ao qual estão conectadas.

Método das correntes nos ramos: Técnica para determinar as correntes nos ramos de um circuito com mais de uma malha.

Método das malhas: Técnica para determinar as correntes de malha de um circuito que resulta em um número reduzido de equações comparado com o método das correntes nos ramos.

Método dos determinantes: Técnica matemática usada para o cálculo de incógnitas de duas ou mais equações lineares simultâneas.

Método dos nós: Técnica para determinar as tensões nodais de um circuito.

Nó: Junção de dois ou mais ramos de um circuito.

Supernó: Nó definido em um circuito com fontes de tensão ideais que permitem o uso no método dos nós.

Teoremas para análise de circuito

Objetivos

- Familiarizar-se com o teorema da superposição e sua capacidade única de isolar o efeito de cada fonte sobre a grandeza de interesse.
- Ser capaz de aplicar o teorema de Thévenin para reduzir qualquer circuito em série-paralelo de dois terminais com qualquer número de fontes a uma única fonte de tensão e um resistor em série.
- Familiarizar-se com o teorema de Norton e com o modo com que ele pode ser usado para reduzir qualquer circuito em série-paralelo de dois terminais com qualquer número de fontes a uma única fonte de corrente e um resistor em paralelo.
- Compreender como aplicar o teorema da máxima transferência de potência para uma carga e escolher uma carga que receba a máxima potência.
- Tornar-se consciente dos poderes de redução do teorema de Millman e das poderosas implicações dos teoremas da substituição e da reciprocidade.

9.1 INTRODUÇÃO

Este capítulo introduz uma série de teoremas que têm aplicação em todo o campo da eletroeletrônica. Eles não apenas podem ser usados para resolver circuitos como os encontrados no capítulo anterior, mas também proporcionam uma oportunidade para determinar o impacto de uma fonte ou de um elemento em particular sobre a resposta de todo o sistema. Na maioria dos casos, o circuito a ser analisado e a matemática necessária para encontrar a solução são simplificados. Todos os teoremas aparecem novamente na análise dos circuitos CA. Na realidade, a aplicação de cada teorema para circuitos CA é muito similar em conteúdo com aquela encontrada neste capítulo.

O primeiro teorema a ser introduzido é o teorema da superposição, seguido pelo teorema de Thévenin, pelo teorema de Norton e pelo teorema da máxima transferência de potência. O capítulo conclui com uma breve introdução sobre o teorema de Millman e sobre os teoremas da substituição e da reciprocidade.

9.2 TEOREMA DA SUPERPOSIÇÃO

O **teorema da superposição** é inquestionavelmente um dos mais poderosos nesse campo. Ele tem uma aplicação tão ampla que as pessoas frequentemente o aplicam sem perceber que suas manobras são válidas apenas por causa desse teorema.

Em geral, o teorema pode ser usado para fazer o seguinte:

- *Analisar circuitos como os introduzidos no capítulo anterior que tenham duas ou mais fontes que não estejam em série ou em paralelo.*
- *Revelar o efeito de cada fonte sobre uma quantidade em particular de interesse.*
- *Para fontes de diferentes tipos (como CC e CA, que afetam os parâmetros do circuito de uma maneira diferente) e para aplicar uma análise em separado para cada tipo, tendo como resultado total simplesmente a soma algébrica dos resultados.*

As primeiras duas áreas de aplicação são descritas em detalhe nessa seção. As últimas são abordadas na discussão do teorema da superposição na porção CA do texto.

O teorema da superposição declara o seguinte:

A corrente, ou tensão, através de qualquer elemento é igual à soma algébrica das correntes ou tensões produzidas independentemente por cada fonte.

Em outras palavras, esse teorema nos permite encontrar uma solução para uma corrente ou para uma tensão usando *apenas uma fonte por vez*. Encontrando a solução para cada fonte, podemos combinar os resultados para obter a solução total. O termo *algébrico* aparece na declaração do teorema acima porque as correntes que resultam das fontes do circuito podem ter diferentes sentidos, da mesma maneira que tensões resultantes podem ter polaridades opostas.

Se fossemos considerar os efeitos de cada fonte, as outras fontes obviamente teriam de ser removidas. Configurar uma fonte de tensão em zero volt é como colocar um curto-circuito nos seus terminais. Portanto,

ao remover uma fonte de tensão de um diagrama esquemático de um circuito, substitua-a por uma conexão direta (curto-circuito) de zero ohm. Qualquer resistência interna associada à fonte tem de permanecer no circuito.

Configurar uma fonte de corrente em zero ampères é como substituí-la com um circuito aberto. Portanto,

ao remover uma fonte de corrente de um diagrama esquemático de um circuito, substitua-a por um circuito aberto de infinitos ohms. Qualquer resistência interna associada à fonte tem de permanecer no circuito.

As afirmações acima são ilustradas na Figura 9.1.

Tendo em vista que o efeito de cada fonte será determinado de maneira independente, o número de circuitos a ser analisado será igual ao número de fontes.

Se uma corrente em particular de um circuito deve ser determinada, a contribuição para aquela corrente tem de ser determinada para *cada fonte*. Quando o efeito de cada fonte foi determinado, as correntes que têm mesmo sentido são adicionadas, e as que têm sentido oposto são subtraídas; a soma algébrica está sendo determinada. O resultado total é o sentido da soma maior e o valor absoluto da diferença.

Similarmente, se uma tensão em particular de um circuito deve ser determinada, a contribuição para aquela tensão tem de ser determinada para cada fonte. Quando o efeito de cada fonte é determinado, aquelas tensões com a mesma polaridade são adicionadas, e aquelas com a polaridade oposta são subtraídas; a soma algébrica está sendo determinada. O resultado total tem a polaridade da soma maior e o valor absoluto da diferença.

O princípio da superposição não pode ser aplicado para calcular a potência fornecida em um circuito, já que a dissipação de potência em um resistor varia de acordo com o quadrado da tensão aplicada ao resistor ou à corrente. O termo ao quadrado resulta em uma relação não linear (uma linha curva, não linear) entre a potência e a corrente ou tensão determinantes. Por exemplo, dobrar a corrente através de um resistor não dobra a potência fornecida para o resistor (como definido por uma relação linear), mas, na realidade, a aumenta por um fator de 4 (devido ao termo ao quadrado). Triplicar a corrente aumenta o nível da potência por um fator de 9. O Exemplo 9.1 demonstra as diferenças entre uma relação linear e uma não linear.

Alguns exemplos esclarecem como as fontes são removidas e como as soluções totais são obtidas.

EXEMPLO 9.1

a) Usando o teorema da superposição, determine a corrente através do resistor R_2 para o circuito na Figura 9.2.

b) Demonstre que o teorema da superposição não é aplicável aos níveis de potência.

Soluções:

a) A fim de determinar o efeito da fonte de tensão de 36 V, a fonte de corrente tem de ser substituída por

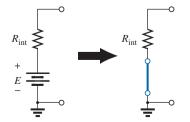
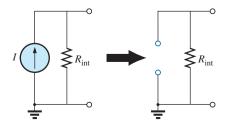



Figura 9.1 Remoção de uma fonte de tensão e de uma fonte de corrente para permitir a aplicação do teorema da superposição.

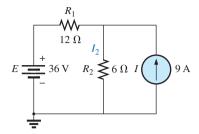



Figura 9.2 Circuito a ser analisado no Exemplo 9.1 usando o teorema da superposição.

um equivalente de circuito aberto, como mostra a Figura 9.3. O resultado é um circuito em série simples com uma corrente igual a:

$$I_2' = \frac{E}{R_T} = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{36\text{ V}}{12\,\Omega + 6\,\Omega} = \frac{36\text{ V}}{18\,\Omega} = 2\text{A}$$

O exame do efeito de uma fonte de corrente de 9 A exige a substituição da fonte de tensão de 36 V por um equivalente de curto-circuito, como mostra a Figura 9.4. O resultado é uma combinação em paralelo dos resistores R_1 e R_2. Aplicando a regra do divisor de corrente, temos:

$$I_2'' = \frac{R_1(I)}{R_1 + R_2} = \frac{(12\,\Omega)(9\text{ A})}{12\,\Omega + 6\,\Omega} = 6\text{ A}$$

Tendo em vista que a contribuição para a corrente I_2 tem o mesmo sentido em cada fonte, como mostra a Figura 9.5, a solução total para a corrente I_2 é a soma das correntes estabelecidas pelas duas fontes. Isto é:

$$I_2 = I'_2 + I''_2 = 2\text{ A} + 6\text{ A} = \mathbf{8\text{ A}}$$

b) Usando a Figura 9.3 e os resultados obtidos, calculamos a potência fornecida para o resistor de 6 Ω:

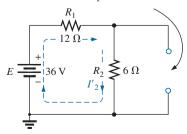



Figura 9.3 Substituição da fonte de corrente de 9 A na Figura 9.2 por um circuito aberto para determinar o efeito da fonte de tensão de 36 V sobre a corrente I_2.

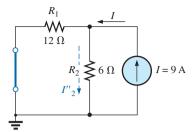



Figura 9.4 Substituição da fonte de tensão de 36 V por um equivalente de curto-circuito para determinar o efeito da fonte de corrente de 9 A sobre a corrente I_2.

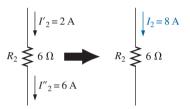



Figura 9.5 Uso dos resultados das figuras 9.3 e 9.4 para determinar a corrente I_2 para o circuito na Figura 9.2.

$$P_1 = (I'_2)^2(R_2) = (2\text{ A})^2(6\,\Omega) = \mathbf{24\text{ W}}$$

Usando a Figura 9.4 e os resultados obtidos, calculamos a potência fornecida para o resistor de 6 Ω:

$$P_2 = (I''_2)^2(R_2) = (6\text{ A})^2(6\,\Omega) = \mathbf{216\text{ W}}$$

Da Figura 9.5, obtemos a potência fornecida para o resistor de 6 Ω:

$$P_T = I_2^2R_2 = (8\text{ A})^2\,(6\,\Omega) = \mathbf{384\text{ W}}$$

Agora, está bastante claro que a potência fornecida para o resistor de 6 Ω que usa a corrente total de 8 A não é igual à soma dos níveis de potência devido, independentemente, a cada fonte. Isto é:

$$P_1 + P_2 = 24\text{ W} + 216\text{ W} = 240\text{ W} \neq P_T = \mathbf{348\text{ W}}$$

Para ampliar a conclusão acima e demonstrar mais ainda o que se quer dizer com uma *relação não linear*, a potência para o resistor de 6 Ω em função da corrente através do resistor de 6 Ω é colocada em um gráfico na Figura 9.6. Observe que a curva não é uma linha reta, mas uma linha cuja elevação torna-se mais íngreme com o aumento no nível da corrente.

Lembre-se da Figura 9.4, em que o nível de potência era de 24 W para uma corrente de 2 A desenvolvida pela fonte de tensão de 36 V, mostrada na Figura 9.6. Analisando a Figura 9.5, descobrimos que o nível de corrente

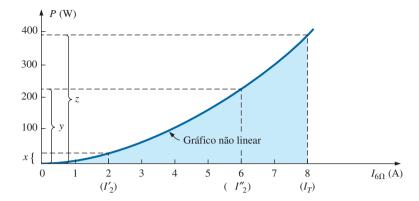



Figura 9.6 Gráfico da inserção de potência fornecida para o resistor de 6 Ω em função da corrente através do resistor.

era de 6 A para um nível de potência de 216 W mostrado na Figura 9.6. Usando a corrente total de 8 A, calculamos que o nível de potência é 384 W, como mostra a Figura 9.6. De maneira bastante clara, a soma dos níveis de potência nos níveis de corrente de 2 A e 6 A não é igual àquela do nível de 8 A. Isto é,

$$x + y \neq z$$

Agora, a relação entre a tensão de um resistor e a corrente de um resistor é uma relação linear (linha reta), como mostra a Figura 9.7, com:

$$c = a + b$$

EXEMPLO 9.2

Usando o teorema da superposição, determine a corrente através do resistor de 12 Ω na Figura 9.8. Observe que esse é um circuito de duas fontes do tipo que examinamos no capítulo anterior, quando aplicamos a análise das correntes nos ramos e o método das malhas.

Soluções:

Considerar os efeitos de uma fonte de 54 V requer a substituição da fonte de 48 V por um equivalente de curto-circuito como mostra a Figura 9.9. O resultado é de que os resistores de 12 Ω e 4 Ω estão em paralelo. A resistência total vista pela fonte é, portanto:

$$R_T = R_1 + R_2 \parallel R_3$$
$$= 24\ \Omega + 12\ \Omega \parallel 4\ \Omega = 24\ \Omega + 3\ \Omega = \mathbf{27\ \Omega}$$

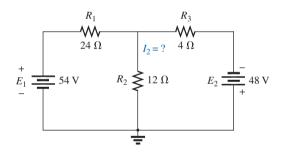



Figura 9.8 Uso do teorema da superposição para determinar a corrente através do resistor de 12 Ω (Exemplo 9.2).

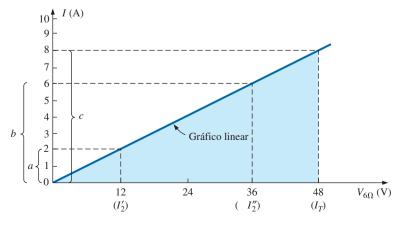



Figura 9.7 Gráfico de I em função de V para o resistor de 6 Ω.

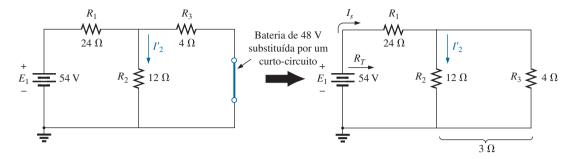



Figura 9.9 Uso do teorema da superposição para determinar o efeito da fonte de tensão de 54 V sobre a corrente I_2 na Figura 9.8.

e a fonte de corrente é:

$$I_S = \frac{E_1}{R_T} = \frac{54\text{ V}}{27\ \Omega} = 2\text{ A}$$

O uso da regra do divisor de corrente resulta na contribuição para I_2 devido à fonte de 54 V:

$$I'_2 = \frac{R_3 I_S}{R_3 + R_2} = \frac{(4\ \Omega)(2\text{ A})}{4\ \Omega + 12\ \Omega} = 0{,}5\text{ A}$$

Se agora substituirmos a fonte de 54 V por um equivalente de curto-circuito, teremos o circuito na Figura 9.10. O resultado é uma conexão em paralelo para os resistores de 12 Ω e de 24 Ω.
Portanto, a resistência total vista pela fonte de 48 V é:

$$R_T = R_3 + R_2 \parallel R_1 = 4\ \Omega + 12\ \Omega \parallel 24\ \Omega = 4\ \Omega + 8\ \Omega = 12\ \Omega$$

e a fonte da corrente é:

$$I_S = \frac{E_2}{R_T} = \frac{48\text{ V}}{12\ \Omega} = 4\text{ A}$$

Aplicando a regra do divisor de corrente, temos:

$$I''_2 = \frac{R_1(I_S)}{R_1 + R_2} = \frac{(24\ \Omega)(4\text{ A})}{24\ \Omega + 12\ \Omega} = 2{,}67\text{ A}$$

É importante perceber agora que a corrente I_2 devido a cada fonte tem um sentido diferente, como mostra a Figura 9.11. A corrente líquida é, portanto, a diferença entre as duas, e no sentido da maior, como vemos a seguir:

$$I_2 = I''_2 - I'_2 = 2{,}67\text{ A} - 0{,}5\text{ A} = \mathbf{2{,}17\text{ A}}$$

Usando as figuras 9.9 e 9.10 do Exemplo 9.2, podemos determinar as outras correntes do circuito com pouco esforço adicional. Isto é, podemos determinar todas as correntes nos ramos do circuito, combinando uma

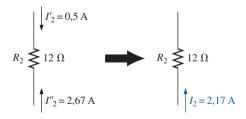



Figura 9.11 Uso dos resultados das figuras 9.9 e 9.10 para determinar a corrente I_2 para o circuito na Figura 9.8.

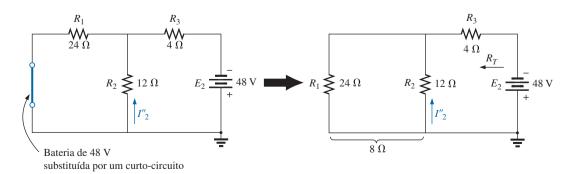



Figura 9.10 Uso do teorema da superposição para determinar o efeito da fonte de tensão de 48 V sobre a corrente I_2 na Figura 9.8.

aplicação da análise das correntes nos ramos ou o método das malhas. Em geral, portanto, não apenas o teorema da superposição pode fornecer uma solução completa para o circuito, como ele também revela o efeito de cada fonte sobre a quantidade desejada.

EXEMPLO 9.3

Usando o teorema da superposição, determine a corrente I_1 para o circuito na Figura 9.12.

Soluções:

Tendo em vista que duas fontes estão presentes, há dois circuitos a serem analisados. Primeiro, determinaremos os efeitos da fonte de tensão, estabelecendo a fonte de corrente para zero ampères, como mostra a Figura 9.13. Observe que a corrente resultante é definida como I_1', porque se trata da corrente pelo resistor R_1 decorrente da fonte de tensão.

Com o circuito aberto, o resistor R_1 está em série (e, na realidade, em paralelo) com a fonte de tensão E. A tensão através do resistor é a tensão aplicada, e a corrente I_1' é determinada por:

$$I_1' = \frac{V_1}{R_1} = \frac{E}{R_1} = \frac{30\text{ V}}{6\,\Omega} = 5\text{ A}$$

Agora, podemos nos concentrar na contribuição da fonte de corrente. A definição da fonte de tensão em zero volt resulta no circuito da Figura 9.14, o que apresenta uma situação interessante. A fonte de corrente foi substituída por um equivalente de curto-circuito que foi colocado diretamente entre a fonte de corrente e o resistor R_1. Tendo em vista que a corrente da fonte toma o caminho da menor resistência, ela escolhe o caminho de zero ohm do equivalente de curto-circuito inserido, e a corrente através de R_1 é zero ampères. Isso é claramente demonstrado por uma aplicação da regra do divisor de corrente, como é feito a seguir:

$$I_1'' = \frac{R_{SC}I}{R_{SC}+R_1} = \frac{(0\,\Omega)I}{0\,\Omega + 6\,\Omega} = 0\text{ A}$$

Tendo em vista que I'_1 e I''_1 têm o mesmo sentido definido nas figuras 9.13 e 9.14, a corrente total é definida por:

$$I_1 = I'_1 + I''_1 = 5\text{ A} + 0\text{ A} = \mathbf{5\text{ A}}$$

Apesar de essa ter sido uma excelente introdução à aplicação do teorema da superposição, deve ficar claro na Figura 9.12 que a fonte de tensão está em paralelo com a fonte de corrente e com o resistor de carga R_1, de maneira que a tensão através de cada um tem de ser 30 V. O resultado é que I_1 deve ser determinado somente por:

$$I_1 = \frac{V_1}{R_1} = \frac{E}{R_1} = \frac{30\text{ V}}{6\,\Omega} = \mathbf{5\text{ A}}$$

Figura 9.12 Circuito de duas fontes a ser analisado usando o teorema da superposição do Exemplo 9.3.

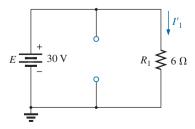



Figura 9.13 Determinação do efeito da fonte de 30 V sobre a corrente I_1 na Figura 9.12.

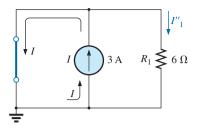



Figura 9.14 Determinação do efeito de fonte de corrente de 3 A sobre a corrente I_1 na Figura 9.12.

EXEMPLO 9.4

Usando o princípio da superposição, calcule a corrente I_2 através do resistor de 12 kΩ na Figura 9.15.

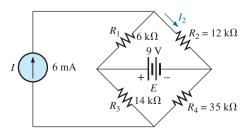



Figura 9.15 Exemplo 9.4.

Solução:
Considere o efeito da fonte de corrente de 6 mA (Figura 9.16).
A aplicação da regra do divisor de corrente resulta em:

$$I_2' = \frac{R_1 I}{R_1 + R_2} = \frac{(6\ \text{k}\Omega)(6\ \text{mA})}{6\ \text{k}\Omega + 12\ \text{k}\Omega} = 2\ \text{mA}$$

Considerando o efeito da fonte de tensão de 9 V (Figura 9.17), temos:

$$I_2'' = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{9\ \text{V}}{6\ \text{k}\Omega + 12\ \text{k}\Omega} = 0{,}5\ \text{mA}$$

Tendo em vista que I'_2 e I''_2 têm o mesmo sentido através de R_2, a corrente desejada é a soma das duas:

$$I_2 = I'_2 + I''_2 = 2\ \text{mA} + 0{,}5\ \text{mA} = \mathbf{2{,}5\ mA}$$

EXEMPLO 9.5

Calcule a corrente através do resistor de 2 Ω do circuito na Figura 9.18. A presença das três fontes resulta em três circuitos diferentes para serem analisados.

Solução:
Considere o efeito da fonte de 12 V (Figura 9.19):

$$I_1' = \frac{E_1}{R_1 + R_2} = \frac{12\ \text{V}}{2\ \Omega + 4\ \Omega} = \frac{12\ \text{V}}{6\ \Omega} = 2\ \text{A}$$

Considere o efeito da fonte de 6 V (Figura 9.20):

$$I_1'' = \frac{E_2}{R_1 + R_2} = \frac{6\ \text{V}}{2\ \Omega + 4\ \Omega} = \frac{6\ \text{V}}{6\ \Omega} = 1\ \text{A}$$

Considere o efeito da fonte de 3 A (Figura 9.21). Aplicando a regra do divisor de corrente, temos:

$$I_1''' = \frac{R_2 I}{R_1 + R_2} = \frac{(4\ \Omega)(3\ \text{A})}{2\ \Omega + 4\ \Omega} = \frac{12\ \text{A}}{6} = 2\ \text{A}$$

A corrente total através do resistor de 2 Ω aparece na Figura 9.22, e:

Mesmo sentido que I_1 na Figura 9.18. / Sentido oposto a I_1 na Figura 9.18.

$$I_1 = \underbrace{I''_1 + I'''_1}_{} - I'_1 = 1\ \text{A} + 2\ \text{A} - 2\ \text{A} = \mathbf{1\ A}$$

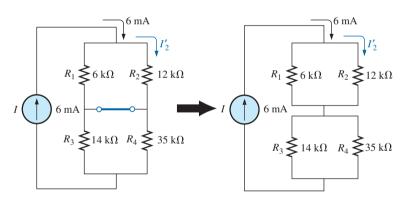



Figura 9.16 Efeito da fonte de corrente I sobre a corrente I_2.

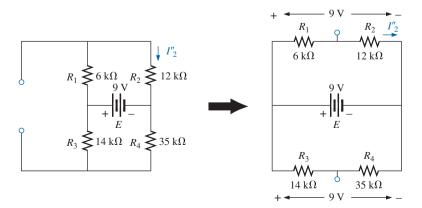



Figura 9.17 Efeito da fonte de tensão E sobre a corrente I_2.

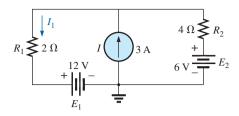



Figura 9.18 Exemplo 9.5.

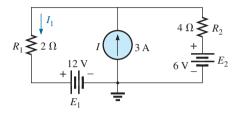



Figura 9.19 Efeito de E_1 sobre a corrente I.

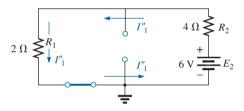



Figura 9.20 Efeito de E_2 sobre a corrente I_1.

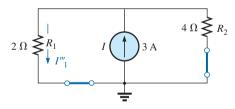



Figura 9.21 Efeito de I sobre a corrente I_1.

Figura 9.22 Corrente resultante I_1.

9.3 TEOREMA DE THÉVENIN

O próximo teorema a ser introduzido, o **teorema de Thévenin**, é provavelmente um dos mais interessantes, na medida em que permite a redução de circuitos complexos para uma forma mais simples de análise e projeto.

Em geral, o teorema pode ser usado para realizar o seguinte:

- *Analisar circuitos com fontes que não estão em série ou em paralelo.*
- *Reduzir o número de componentes necessários para estabelecer as mesmas características nos terminais de saída.*
- *Investigar o efeito da mudança de um componente em particular sobre o comportamento de um circuito sem ter de analisar o circuito inteiro após cada mudança.*

As três áreas de aplicação são demonstradas nos exemplos a seguir.

O teorema de Thévenin afirma o seguinte:

Qualquer circuito de corrente contínua de dois terminais pode ser substituído por um circuito equivalente que consista somente de uma fonte de tensão e de um resistor em série, como mostra a Figura 9.23.

Figura 9.23 Circuito equivalente de Thévenin.

O teorema foi desenvolvido pelo Comandante Leon--Charles Thévenin em 1883, como descreve a Figura 9.24.

Para demonstrar o poder do teorema, considere o circuito relativamente complexo da Figura 9.25(a) com suas duas fontes e conexões em série-paralelo. O teorema declara que o circuito inteiro dentro da área sombreada pode ser substituído por uma fonte de tensão e um resistor, como mostra a Figura 9.25(b). Se a substituição for realizada adequadamente, a corrente e a tensão que atravessam o resistor R_L serão as mesmas em cada circuito. O valor de R_L pode ser modificado para qualquer valor, e a tensão, a corrente e a potência para o resistor de carga serão as mesmas para cada configuração. Essa afirmação será verificada nos exemplos a seguir.

Figura 9.24 Leon-Charles Thévenin.
Cortesia da Bibliothèque École Polytechnique, Paris, França.

Francês (Meaux, Paris)
(1857-1927) Engenheiro telegráfico, oficial e educador
École Polytechnique e École Supérieure de Télegraphie.

Embora tenha trabalhado ativamente no estudo e no projeto de sistemas telegráficos (incluindo transmissões subterrâneas), capacitores cilíndricos e eletromagnetismo, Thévenin é mais conhecido por um teorema publicado pela primeira vez em 1883 na revista científica francesa, *Journal of Physics: Theory and Applications*. O título do artigo era 'Sur un nouveau théorème d'électricité dynamique' ('Sobre um novo teorema da eletricidade dinâmica'), e foi originalmente denominado *teorema do gerador equivalente*. Existem indícios de que um teorema semelhante foi introduzido por Hermann von Helmholtz em 1853. Entretanto, o professor Helmholtz aplicou o teorema somente à fisiologia animal, não a sistemas de comunicação ou de geração, não recebendo, portanto, o crédito que merecia nesse campo. No início da década de 1920, a AT&T realizou alguns trabalhos pioneiros utilizando o conceito de circuito equivalente, e seus empregados podem ter sido os primeiros a chamar o teorema de teorema de Thévenin. Na verdade, Edward L. Norton, um engenheiro da AT&T na época, apresentou o teorema equivalente ao teorema de Thévenin para fontes de corrente, hoje conhecido como circuito equivalente de Norton. O comandante Thévenin era também um exímio esquiador, e chegou a trabalhar como fiscal em uma competição internacional de esqui realizada em Chamonix, na França, em 1912.

A questão então é: como você pode determinar os valores adequados da tensão e da resistência de Thévenin? Em geral, calcular o valor de *resistência* de Thévenin é algo bastante direto. Calcular a *tensão* de Thévenin pode ser um desafio maior e, na realidade, pode exigir o uso do teorema da superposição ou um dos métodos descritos no Capítulo 8.

Felizmente, há uma série de passos que levarão ao valor adequado de cada parâmetro. Apesar de alguns passos parecerem triviais em um primeiro momento, eles podem se tornar bastante importantes quando o circuito se tornar complexo.

Procedimento do teorema de Thévenin

Passos preliminares:

1. *Remova a parte do circuito para a qual deseje obter um equivalente de Thévenin. No caso da Figura 9.25(a), é necessário remover temporariamente o resistor* R_L.
2. *Assinale os terminais do circuito remanescente. (A importância desse passo ficará óbvia à medida que avançarmos em direção a circuitos mais complexos.)*

R_{Th}:

3. *Calcule* R_{Th}*, colocando primeiro todas as fontes em zero (substituindo as fontes de tensão por curtos-circuitos e as fontes de corrente por circuitos abertos), e, em seguida, determine a resistência equivalente entre os dois terminais escolhidos. (Se o circuito original incluir as resistências internas de fontes de tensão e/ou fontes de corrente, essas resistências devem ser mantidas quando as fontes forem colocadas em zero.)*

E_{Th}:

4. *Calcule* E_{Th} *retornando primeiro todas as fontes às suas posições originais no circuito, e, em seguida, determine a tensão entre os dois terminais escolhidos. (Esse passo é invariavelmente um dos que costuma causar a maior parte de confusões e erros. Tenha sempre em mente que a diferença de potencial deve ser calculada com o circuito aberto entre os terminais assinalados no passo 2.)*

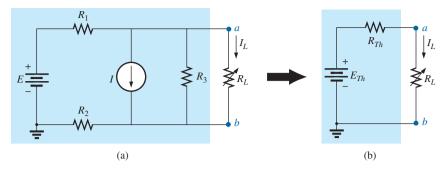



Figura 9.25 Substituição de um circuito complexo pelo circuito equivalente de Thévenin.

Conclusão:

5. Desenhe o circuito equivalente de Thévenin e recoloque entre os terminais do circuito equivalente a parte que foi previamente removida. Esse passo é indicado pela inserção do resistor R_L entre os terminais do circuito equivalente de Thévenin, como indicado pela Figura 9.25(b).

EXEMPLO 9.6

Determine o circuito equivalente de Thévenin para a parte sombreada do circuito da Figura 9.26. Em seguida, determine a corrente em R_L considerando que essa resistência tenha valores de 2 Ω, 10 Ω e 100 Ω.

Soluções:

Os *passos 1 e 2* levam ao circuito da Figura 9.27. Observe que o resistor de carga R_L foi removido, e os dois terminais foram rotulados como *a* e *b*.

Passo 3: Substituindo a fonte de tensão E_1 por um curto-circuito, obtemos o circuito da Figura 9.28(a), no qual:

$$R_{Th} = R_1 \parallel R_2 = \frac{(3\,\Omega)(6\,\Omega)}{3\,\Omega + 6\,\Omega} = \mathbf{2\,\Omega}$$

A importância de assinalar os dois terminais começa a se tornar mais clara. É entre eles que medimos a resistência de Thévenin. Essa não é a resistência total 'vista' pela fonte, como na maior parte dos problemas do Capítulo 7. Se houver alguma dificuldade durante o cálculo de R_{Th} em perceber se as resistências estão em

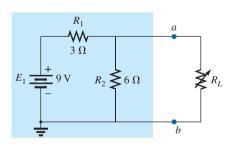



Figura 9.26 Exemplo 9.6.

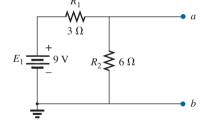



Figura 9.27 Identificação dos terminais de interesse para a aplicação do teorema de Thévenin.

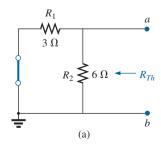
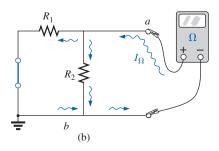



Figura 9.28 Determinação de R_{Th} para o circuito da Figura 9.27.

série ou em paralelo, lembre-se de que o ohmímetro determina o valor da resistência submetendo o circuito a uma pequena corrente e medindo o valor da tensão resultante. Essa corrente gerada pelo ohmímetro entra no circuito da Figura 9.28(b) pelo terminal *a* e, ao chegar à junção entre R_1 e R_2, a corrente se divide como mostra a figura. O fato de a corrente se dividir em duas e voltar a se combinar na junção inferior mostra como os resistores estão conectados aos dois terminais de interesse, e como a resistência de Thévenin deve ser determinada. Tenha isso em mente à medida que forem analisados os diversos exemplos dessa seção.

Passo 4: Introduza novamente a fonte de tensão (veja a Figura 9.29). Nesse exemplo, a tensão de circuito aberto E_{Th} é a mesma que a queda de tensão entre os terminais da resistência de 6 Ω. Aplicando a regra dos divisores de tensão, temos:

$$E_{Th} = \frac{R_2E_1}{R_2+R_1} = \frac{(6\,\Omega)(9\,\text{V})}{6\,\Omega+3\,\Omega} = \frac{54\,\text{V}}{9} = \mathbf{6\,V}$$

É de particular importância reconhecer que E_{Th} é a diferença de potencial do circuito aberto entre os pontos *a* e *b*. Lembre-se de que um circuito aberto pode apresentar qualquer valor de tensão entre seus terminais, mas a corrente tem de ser zero. Na realidade, a corrente através de qualquer elemento em série com um circuito aberto também tem de ser zero. O uso de um voltímetro para medir E_{Th} é ilustrado na Figura 9.30. Note que o medidor está conectado aos terminais de R_2, pois E_{Th} e V_{R_2} estão em paralelo.

Passo 5 (veja a Figura 9.31):

$$I_L = \frac{E_{Th}}{R_{Th}+R_L}$$

$$R_L = 2\,\Omega: \quad I_L = \frac{6\,\text{V}}{2\,\Omega+2\,\Omega} = \mathbf{1{,}5\,A}$$

$$R_L = 10\,\Omega: \quad I_L = \frac{6\,\text{V}}{2\,\Omega+10\,\Omega} = \mathbf{0{,}5\,A}$$

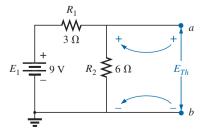



Figura 9.29 Determinação de E_{Th} para o circuito da Figura 9.27.

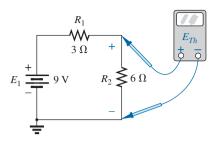



Figura 9.30 Medição de E_{Th} para o circuito da Figura 9.27.

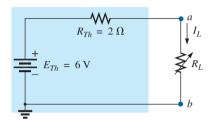



Figura 9.31 Substituição do circuito externo a R_L na Figura 9.26 pelo circuito equivalente de Thévenin.

$$R_L = 100\,\Omega: \quad I_L = \frac{6\,\text{V}}{2\,\Omega+100\,\Omega} = \mathbf{0{,}06\,A}$$

Se não pudéssemos usar o teorema de Thévenin, a cada mudança no valor de R_L seria necessário que todo o circuito mostrado na Figura 9.26 fosse analisado para que os valores de tensão e de corrente em R_L fossem determinados.

EXEMPLO 9.7

Determine o circuito equivalente de Thévenin para a parte sombreada do circuito mostrado na Figura 9.32.

Soluções:

Os *passos 1 e 2* são mostrados na Figura 9.33.

O *passo 3* é mostrado na Figura 9.34. A fonte de corrente foi substituída por um circuito aberto, e a resistência entre os terminais *a* e *b* pode ser calculada.

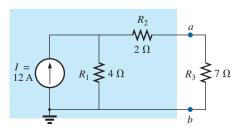



Figura 9.32 Exemplo 9.7.

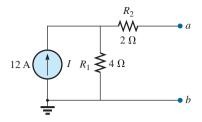



Figura 9.33 Identificação dos terminais de interesse para o circuito da Figura 9.32.

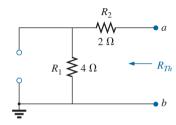



Figura 9.34 Determinação de R_{Th} para o circuito da Figura 9.33.

Nesse caso, um ohmímetro conectado entre os terminais *a* e *b* enviaria uma corrente de prova que passaria diretamente por R_1 e R_2 (com a mesma intensidade). Conclui-se que R_1 e R_2 estão em série, e a resistência de Thévenin é a soma das duas resistências.

$$R_{Th} = R_1 + R_2 = 4\ \Omega + 2\ \Omega = \mathbf{6\ \Omega}$$

Passo 4 (veja a Figura 9.35): Nesse caso, como existe um circuito aberto entre os dois terminais assinalados, a corrente entre eles é nula, assim como a que percorre o resistor de 2 Ω. Portanto, a queda de tensão em R_2 é:

$$V_2 = I_2 R_2 = (0)\ R_2 = 0\ \text{V}$$
$$\text{e } E_{Th} = V_1 = I_1\ R_1 = IR_1 = (12\ \text{A})\ (4\ \Omega) = \mathbf{48\ V}$$

Passo 5: Veja a Figura 9.36.

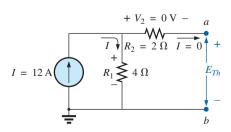



Figura 9.35 Determinação de E_{Th} para o circuito da Figura 9.33.

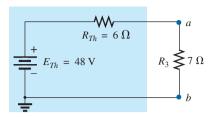



Figura 9.36 Substituição do circuito externo ao resistor R_3 na Figura 9.32 pelo circuito equivalente de Thévenin.

EXEMPLO 9.8

Determine o circuito equivalente de Thévenin para a parte sombreada do circuito da Figura 9.37. Observe nesse exemplo que não há necessidade de que a parte do circuito a ser preservada esteja em uma das extremidades do circuito.

Soluções:

Passos 1 e 2: Veja a Figura 9.38.

Passo 3: Veja a Figura 9.39. Os passos 1 e 2 são relativamente fáceis de aplicar, mas agora temos de tomar o cuidado de analisar o circuito do 'ponto de vista' dos terminais *a* e *b* ao calcularmos a resistência e a tensão de Thévenin. Na Figura 9.39, todos os elementos remanescentes estão em paralelo, e o circuito pode ser redesenhado conforme é mostrado. Teremos:

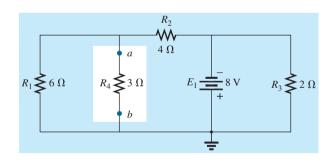



Figura 9.37 Exemplo 9.8.

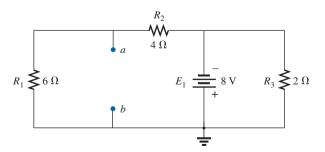



Figura 9.38 Identificação dos terminais de interesse para o circuito da Figura 9.37.

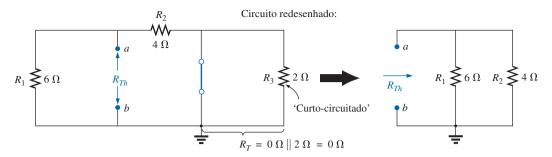



Figura 9.39 Determinação de R_{Th} para o circuito da Figura 9.38.

$$R_{Th} = R_1 \| R_2 = \frac{(6\,\Omega)(4\,\Omega)}{6\,\Omega + 4\,\Omega} = \frac{24\,\Omega}{10} = \mathbf{2{,}4\,\Omega}$$

Passo 4: Veja a Figura 9.40. Nesse caso, o circuito pode ser redesenhado como mostra a Figura 9.41, e sendo a tensão a mesma entre os terminais de elementos em paralelo, a tensão sobre os resistores R_1 e R_2 em série será E_1 ou 8 V. Aplicando a regra dos divisores de tensão, temos:

$$E_{Th} = \frac{R_1E_1}{R_1 + R_2} = \frac{(6\,\Omega)(8\,\text{V})}{6\,\Omega + 4\,\Omega} = \frac{48\,\text{V}}{10} = \mathbf{4{,}8\,V}$$

Passo 5: Veja a Figura 9.42.

A importância de assinalar os terminais deve ficar óbvia após o Exemplo 9.8. Observe que não há necessidade de a tensão de Thévenin ter a mesma polaridade que o circuito equivalente inicial.

EXEMPLO 9.9

Determine o circuito equivalente de Thévenin para a parte sombreada do circuito em ponte da Figura 9.43.

Soluções:

Passos 1 e 2: Veja a Figura 9.44.

Passo 3: Veja a Figura 9.45. Nesse caso, a substituição da fonte de tensão E por um curto-circuito estabelece uma conexão direta entre os pontos c e c' na Figura 9.45(a), o que permite 'dobrar' o circuito tendo como eixo a reta horizontal que liga a e b, resultando no circuito mostrado na Figura 9.45(b).

Figura 9.40 Determinação de E_{Th} para o circuito da Figura 9.38.

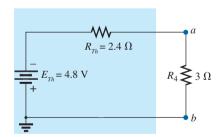



Figura 9.42 Substituição do circuito externo ao resistor R_4 na Figura 9.37 pelo circuito equivalente de Thévenin.

Figura 9.41 Circuito da Figura 9.40 redesenhado.

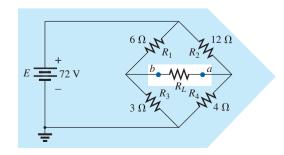



Figura 9.43 Exemplo 9.9.

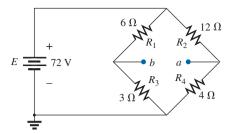



Figura 9.44 Identificação dos terminais de interesse para a aplicação do teorema de Thévenin ao circuito da Figura 9.43.

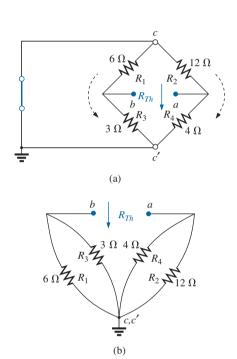



Figura 9.45 Determinação de R_{Th} para o circuito da Figura 9.44.

$$R_{Th} = R_{a\text{–}b} = R_1 \parallel R_3 + R_2 \parallel R_4$$
$$= 6\ \Omega \parallel 3\ \Omega + 4\ \Omega \parallel 12\ \Omega$$
$$= 2\ \Omega + 3\ \Omega = \mathbf{5\ \Omega}$$

Passo 4: O circuito redesenhado é mostrado na Figura 9.46. A ausência de uma conexão direta entre *a* e *b* resulta em um circuito com três ramos em paralelo. Portanto, as tensões V_1 e V_2 podem ser determinadas usando a regra dos divisores de tensão:

$$V_1 = \frac{R_1 E}{R_1 + R_3} = \frac{(6\ \Omega)(72\ \text{V})}{6\ \Omega + 3\ \Omega} = \frac{432\ \text{V}}{9} = 48\ \text{V}$$

$$V_2 = \frac{R_2 E}{R_2 + R_4} = \frac{(12\ \Omega)(72\ \text{V})}{12\ \Omega + 4\ \Omega} = \frac{864\ \text{V}}{16} = 54\ \text{V}$$

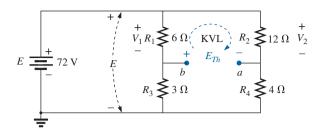



Figura 9.46 Determinação de E_{Th} para o circuito da Figura 9.44.

Considerando a polaridade indicada na figura para E_{Th} e aplicando a lei de Kirchhoff para tensões à malha superior no sentido horário, obtemos:

$$\Sigma_C\ V = +\,E_{Th} + V_1 - V_2 = 0$$

e
$$E_{Th} = V_2 - V_1 = 54\ \text{V} - 48\ \text{V} = \mathbf{6\ V}$$

Passo 5: Veja a Figura 9.47.

A aplicação do teorema de Thévenin não se restringe a apenas um elemento passivo, como mostram os exemplos anteriores, pois ele pode ser aplicado em fontes, ramos inteiros, partes dos circuitos ou qualquer configuração de circuito, como mostra o exemplo a seguir. Pode acontecer também que tenhamos de utilizar um dos métodos que estudamos anteriormente, como o das malhas ou da superposição, para determinar o circuito equivalente de Thévenin.

EXEMPLO 9.10

(Duas fontes) Determine o circuito equivalente de Thévenin para a parte sombreada do circuito da Figura 9.48.

Soluções:

O circuito é redesenhado, e os *passos 1 e 2* são aplicados, conforme mostra a Figura 9.49.

Passo 3: Veja a Figura 9.50.

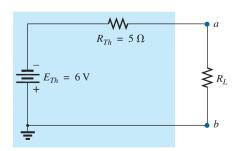



Figura 9.47 Substituição do circuito externo ao resistor R_L, visto na Figura 9.43, pelo circuito equivalente de Thévenin.

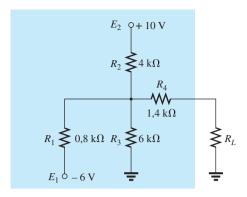



Figura 9.48 Exemplo 9.10.

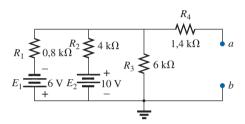



Figura 9.49 Identificação dos terminais de interesse para o circuito da Figura 9.48.

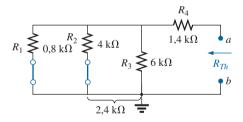



Figura 9.50 Determinação de R_{Th} para o circuito mostrado na Figura 9.49.

$$
\begin{aligned}
R_{Th} &= R_4 + R_1 \parallel R_2 \parallel R_3 \\
&= 1{,}4\text{ k}\Omega + 0{,}8\text{ k}\Omega \parallel 4\text{ k}\Omega \parallel 6\text{ k}\Omega \\
&= 1{,}4\text{ k}\Omega + 0{,}8\text{ k}\Omega \parallel 2{,}4\text{ k}\Omega \\
&= 1{,}4\text{ k}\Omega + 0{,}6\text{ k}\Omega \\
&= \mathbf{2\text{ k}\Omega}
\end{aligned}
$$

Passo 4: Aplicando o teorema da superposição, consideraremos primeiro os efeitos da fonte de tensão E_1. Observe a Figura 9.51. O circuito aberto faz com que tenhamos $V_4 = I_4R_4 = (0)R_4 = 0$ V, e:

$$E'_{Th} = V_3$$
$$R'_T = R_2 \parallel R_3 = 4\text{ k}\Omega \parallel 6\text{ k}\Omega = 2{,}4\text{ k}\Omega$$

Aplicando a regra dos divisores de tensão, temos:

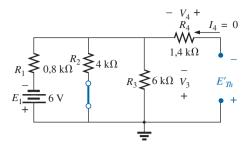



Figura 9.51 Contribuição da fonte E_1 para E_{Th} no circuito mostrado na Figura 9.49.

$$V_3 = \frac{R'_T E_1}{R'_T} = \frac{(2{,}4\text{ k}\Omega)(6\text{ V})}{2{,}4\text{ k}\Omega + 0{,}8\text{ k}\Omega} = \frac{14{,}4\text{ V}}{3{,}2} = 4{,}5\text{ V}$$
$$E'_{Th} = V_3 = 4{,}5\text{ V}$$

A aplicação do método da superposição para a fonte E_2 resulta no circuito mostrado na Figura 9.52. Novamente, temos $V_4 = I_4R_4 = (0)R_4 = 0$ V, e:

$$E''_{Th} = V_3$$
$$R'_T = R_1 \parallel R_3 = 0{,}8\text{ k}\Omega \parallel 6\text{ k}\Omega = 0{,}706\text{ k}\Omega$$

e $$V_3 = \frac{R'_T E_2}{R'_T + R_2} = \frac{(0{,}706\text{ k}\Omega)(10\text{ V})}{0{,}706\text{ k}\Omega + 4\text{ k}\Omega} = \frac{7{,}06\text{ V}}{4{,}706} = 1{,}5\text{ V}$$
$$E''_{Th} = V_3 = 1{,}5\text{ V}$$

Como E'_{Th} e E''_{Th} têm polaridades opostas:

$$
\begin{aligned}
E_{Th} &= E'_{Th} - E''_{Th} \\
&= 4{,}5\text{ V} - 1{,}5\text{ V} \\
&= \mathbf{3\text{ V}}\text{ (polaridade de } E'_{Th})
\end{aligned}
$$

Passo 5: Veja a Figura 9.53.

Métodos experimentais

Agora que o procedimento analítico foi descrito em detalhes e um sentido para a impedância de Thévenin foi estabelecido, assim como a tensão, é chegado o momento

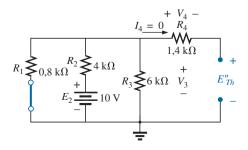



Figura 9.52 Contribuição de E_2 para E_{Th} no circuito da Figura 9.49.

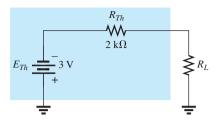



Figura 9.53 Substituição do circuito externo ao resistor R_L da Figura 9.48 pelo circuito equivalente de Thévenin.

de investigar como ambas as quantidades podem ser determinadas usando um método experimental.

Apesar de a resistência de Thévenin ser normalmente a mais fácil de determinar analiticamente, a tensão de Thévenin é frequentemente a mais fácil de determinar experimentalmente e, portanto, será examinada primeiro.

Medição de E_{Th}. O circuito de Thévenin equivalente ao circuito da Figura 9.54(a) aparece na Figura 9.54(b). A tensão de Thévenin de circuito aberto pode ser determinada simplesmente colocando um voltímetro nos terminais de saída na Figura 9.54(a), como mostrado. Isso decorre do fato de o circuito aberto na Figura 9.54(b) estabelecer que a tensão e a corrente através da resistência de Thévenin têm de ser zero. O resultado para a Figura 9.54(b) é:

$$V_{OC} = E_{Th} = \mathbf{4{,}5\ V}$$

Em geral, portanto,

a tensão de Thévenin é determinada conectando um voltímetro aos terminais de saída do circuito. Certifique-se de que a resistência interna do voltímetro seja significativamente maior que o nível esperado de R_{Th}.

Medição de R_{Th}

Uso do ohmímetro. Na Figura 9.55, as fontes na Figura 9.54(a) foram configuradas em zero, e um ohmímetro foi aplicado para medir a resistência de Thévenin. Na Figura 9.54(b), está claro que, se a tensão de Thévenin for configurada em zero volt, o ohmímetro lerá a resistência de Thévenin diretamente.

Em geral, portanto,

a resistência de Thévenin pode ser medida configurando-se todas as fontes em zero e medindo-se a resistência nos terminais de saída.

É importante lembrar, entretanto, que ohmímetros não podem ser usados em circuitos eletrizados, e você não pode configurar uma fonte de tensão colocando um curto-circuito através dela; isso causará um dano instantâneo. A fonte deve ser configurada em zero ou removida inteiramente e, então, substituída por uma conexão direta. Para a fonte de corrente, a condição de circuito aberto tem de ser claramente estabelecida; de outra maneira, a resistência medida será incorreta. Para a maioria das situações, normalmente é melhor remover as fontes e substituí-las pelo equivalente apropriado.

Uso do potenciômetro. Se usarmos um potenciômetro para medir a resistência de Thévenin, as fontes podem ser deixadas como estão. Por isso, essa é uma das abordagens mais populares. Na Figura 9.56(a), um potenciômetro foi conectado através dos terminais de saída do circuito para estabelecer a condição que aparece na Figura 9.56(b) para o equivalente de Thévenin. Se a resistência do potenciômetro é agora ajustada de maneira que a tensão através do potenciômetro seja metade da tensão de Thévenin medida, a resistência de Thévenin tem de ser igualada àquela do potenciômetro. Lembre-se de que para um circuito em

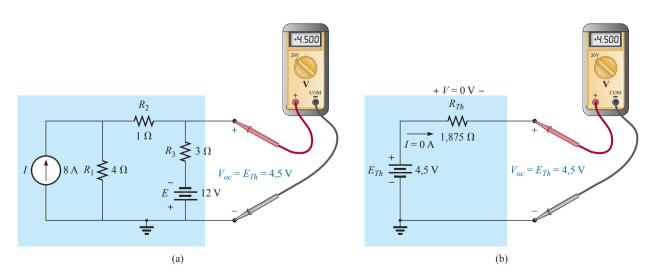



Figura 9.54 Medição da tensão de Thévenin usando um voltímetro: (a) circuito real; (b) equivalente de Thévenin.

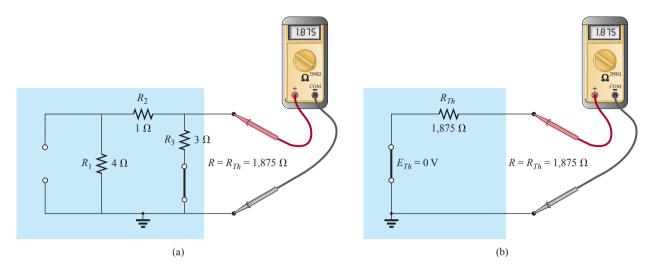



Figura 9.55 Medindo R_{Th} com um ohmímetro: (a) circuito real; (b) equivalente de Thévenin.

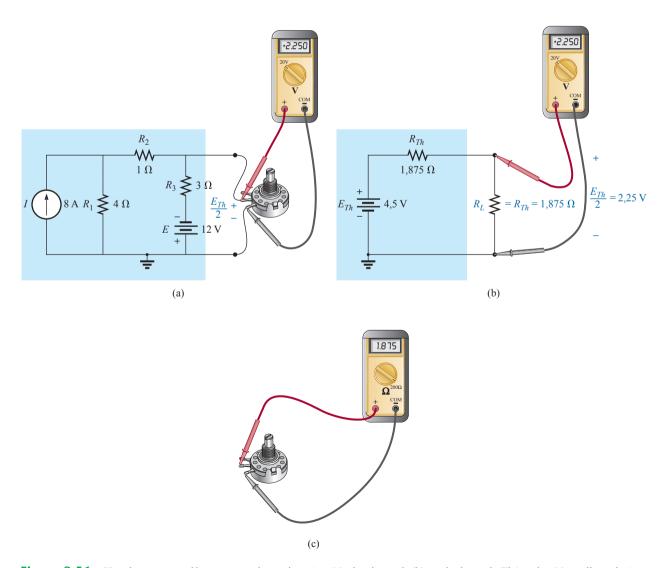



Figura 9.56 Uso de um potenciômetro para determinar R_{Th}: (a) circuito real; (b) equivalente de Thévenin; (c) medição de R_{Th}.

série, a tensão aplicada se dividirá igualmente através de dois resistores em série iguais.

Se o potenciômetro for então desconectado e a resistência for medida usando-se um ohmímetro, como mostra a Figura 9.56(c), o ohmímetro exibe a resistência de Thévenin do circuito. Em geral, portanto,

a resistência de Thévenin pode ser medida aplicando um potenciômetro aos terminais de saída e variando a resistência até que a tensão de saída seja a metade da tensão de Thévenin medida. A resistência do potenciômetro é a resistência de Thévenin para o circuito.

Uso da corrente de curto-circuito. A resistência de Thévenin também pode ser determinada colocando um curto-circuito nos terminais de saída e calculando a corrente do curto-circuito. Tendo em vista que amperímetros idealmente têm zero ohm interno entre seus terminais, conectar um amperímetro, como mostra a Figura 9.57(a), tem o efeito tanto de conectar um curto-circuito através dos terminais quanto de medir a corrente resultante. O mesmo amperímetro foi conectado no circuito equivalente de Thévenin na Figura 9.57(b).

Em termos práticos, presume-se, é claro, que a resistência interna do amperímetro é de aproximadamente zero ohm em comparação com outros resistores do circuito. Também é importante ter certeza de que a corrente resultante não excede a corrente máxima para a escala do amperímetro escolhida.

Na Figura 9.57(b), já que a corrente de curto-circuito é:

$$I_{SC} = \frac{E_{Th}}{R_{Th}}$$

a resistência de Thévenin pode ser determinada por:

$$R_{Th} = \frac{E_{Th}}{I_{SC}}$$

Em geral, portanto,

a resistência de Thévenin pode ser determinada conectando um amperímetro através dos terminais de saída para medir a corrente de curto-circuito e então usar a tensão de circuito aberto para calcular a resistência de Thévenin da seguinte maneira:

$$R_{Th} = \frac{V_{OC}}{I_{SC}} \tag{9.1}$$

Consequentemente, teremos três maneiras de medir a resistência de Thévenin de uma configuração. Pela preocupação de configurar as fontes em zero no primeiro procedimento e dos níveis de corrente no último, o segundo método é frequentemente escolhido.

9.4 TEOREMA DE NORTON

Foi demonstrado na Seção 8.3 que, para qualquer fonte de tensão em série, com uma resistência interna, é possível determinar uma fonte de corrente equivalente. O circuito com fonte de corrente equivalente pode ser obtido com o auxílio do **teorema de Norton** (Figura 9.58). Ele também pode ser obtido com as técnicas de conversão descritas na Seção 8.3.

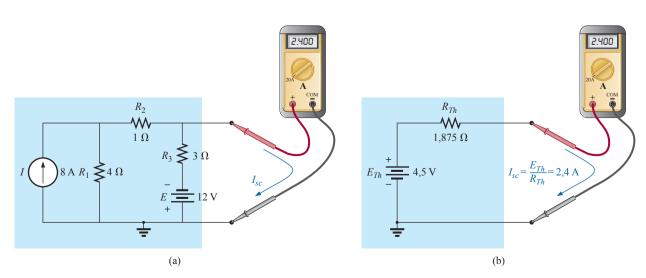



Figura 9.57 Determinação de R_{Th} usando a corrente de curto-circuito: (a) circuito real; (b) equivalente de Thévenin.

Figura 9.58 Edward L. Norton.
Reimpresso com permissão de Lucent Technologies, Inc./ Bell Labs.

Norte-americano (Rockland, Maine; Summit, Nova Jersey) (1898-1983)
Engenheiro eletricista, cientista, inventor.
Chefe de departamento: Bell Laboratories.
Membro: Acoustical Society e Institute of Radio Engineers.

Embora tivesse inicialmente interesse na teoria de circuitos de comunicação e na transmissão de dados em altas velocidades através de linhas telefônicas, Edward L. Norton ficou mais conhecido pelo desenvolvimento do dual do circuito equivalente de Thévenin, normalmente denominado *circuito equivalente de Norton*. Na realidade, Norton e seus colaboradores na AT&T, no começo da década de 1920, estiveram entre os primeiros a usar o circuito equivalente de Thévenin e a se referirem ao teorema como teorema de Thévenin. Em 1926, Norton propôs o circuito equivalente com uma fonte de corrente e um resistor em paralelo para facilitar o projeto de instrumentos de gravação que eram essencialmente acionados por corrente. Ele começou sua carreira em telefonia em 1922, no Departamento de Engenharia da Western Electric Company, que mais tarde se transformou na Bell Laboratories. As áreas de pesquisa de seu interesse incluíam teoria de circuitos, sistemas acústicos, instrumentos eletromagnéticos e transmissão de dados. Graduado pelo MIT e pela Columbia University, obteve dezenove patentes com seus trabalhos.

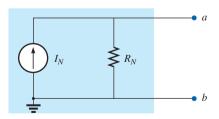



Figura 9.59 Circuito equivalente de Norton.

O teorema de Norton afirma que:

Qualquer circuito de corrente contínua linear bilateral de dois terminais pode ser substituído por um circuito equivalente formado por uma fonte de corrente e por um resistor em paralelo, como mostra a Figura 9.59.

A discussão do teorema de Thévenin com relação ao circuito equivalente também pode ser aplicada ao circuito equivalente de Norton. Os passos que conduzem aos valores apropriados de R_N e I_N são apresentados a seguir.

Procedimento do Teorema de Norton

Passos preliminares:

1. *Remova a parte do circuito para a qual deseja obter o equivalente de Norton.*
2. *Assinale os dois terminais do circuito remanescente.*

R_N:

3. *Para calcular R_N, configure todas as fontes em zero (substituindo as fontes de tensão por curtos-circuitos e as fontes de corrente por circuitos abertos) e em seguida determine a resistência equivalente entre os dois terminais assinalados. (Se o circuito original incluir as resistências internas de fontes de tensão e/ou fontes de correntes, essas resistências devem ser mantidas quando as fontes forem configuradas em zero.) Como $R_N = R_{Th}$, esse passo é idêntico ao que foi descrito quando discutimos o teorema de Thévenin.*

I_N:

4. *Para calcular I_N, retorne todas as fontes às suas posições originais e em seguida determine a corrente de curto-circuito entre os dois terminais assinalados. Essa corrente é a mesma que seria medida por um amperímetro conectado entre os terminais assinalados.*

Conclusão:

5. *Desenhe o circuito equivalente de Norton e recoloque entre os terminais do circuito equivalente a parte que foi previamente removida.*

Podemos também obter o circuito equivalente de Norton a partir do circuito equivalente de Thévenin e vice-versa, utilizando as técnicas de transformação discutidas anteriormente neste capítulo e reproduzidas na Figura 9.60.

EXEMPLO 9.11

Determine o circuito equivalente de Norton para a parte sombreada do circuito mostrado na Figura 9.61.

Soluções:

Os *passos 1 e 2* são mostrados na Figura 9.62.

O *passo 3* é mostrado na Figura 9.63, e

$$R_N = R_1 \parallel R_2 = 3\,\Omega \parallel 6\,\Omega = \frac{(3\,\Omega)(6\,\Omega)}{3\,\Omega + 6\,\Omega} = \frac{18\,\Omega}{9} = \mathbf{2\,\Omega}$$

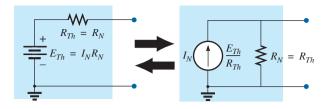



Figura 9.60 Conversão entre os circuitos equivalentes de Norton e de Thévenin.

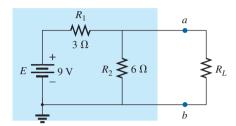



Figura 9.61 Exemplo 9.11.

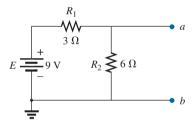



Figura 9.62 Identificação dos terminais de interesse para o circuito mostrado na Figura 9.61.

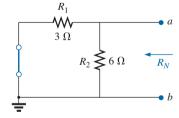



Figura 9.63 Determinação de R_N para o circuito da Figura 9.62.

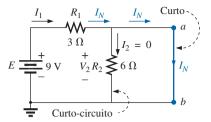



Figura 9.64 Determinação de I_N para o circuito da Figura 9.62.

O *passo 4* é mostrado na Figura 9.64, que indica claramente que o curto-circuito entre os terminais *a* e *b* está em paralelo com R_2, eliminando qualquer efeito dessa resistência. Portanto I_N é a corrente que atravessa R_1, e toda tensão da bateria aparece entre os terminais de R_1, já que:

$$V_2 = I_2 R_2 = (0)6\ \Omega = 0\ \text{V}$$

Portanto,

$$I_N = \frac{E}{R_1} = \frac{9\ \text{V}}{3\ \Omega} = \mathbf{3\ A}$$

Passo 5: Veja a Figura 9.65. Esse circuito é o mesmo ao qual aplicamos o teorema de Thévenin inicialmente. Uma simples conversão indica que os circuitos de Thévenin são, de fato, os mesmos (veja a Figura 9.66).

EXEMPLO 9.12

Determine o circuito equivalente de Norton para o circuito externo ao resistor de 9 Ω visto na Figura 9.67.

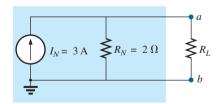



Figura 9.65 Substituição do circuito externo ao resistor R_L na Figura 9.61 pelo circuito equivalente de Norton.

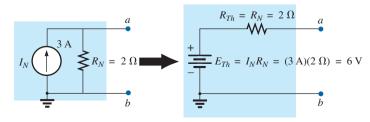



Figura 9.66 Conversão do circuito equivalente de Norton da Figura 9.65 em um circuito equivalente de Thévenin.

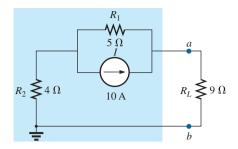



Figura 9.67 Exemplo 9.12.

Solução:

Passos 1 e 2: Veja a Figura 9.68.

Passo 3: Veja a Figura 9.69 e

$$R_N = R_1 + R_2 = 5\ \Omega + 4\ \Omega = \mathbf{9\ \Omega}$$

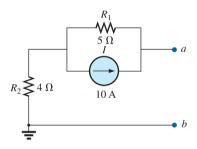



Figura 9.68 Identificação dos terminais de interesse para o circuito mostrado na Figura 9.67.

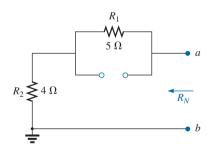



Figura 9.69 Determinação de R_N para o circuito da Figura 9.68.

Passo 4: Como mostra a Figura 9.70, a corrente de Norton é a mesma corrente através do resistor de 4 Ω. Aplicando a regra dos divisores de corrente, temos:

$$I_N = \frac{R_1 I}{R_1 + R_2} = \frac{(5\ \Omega)(10\ \text{A})}{5\ \Omega + 4\ \Omega} = \frac{50\ \text{A}}{9} = \mathbf{5{,}56\ A}$$

Passo 5: Ver Figura 9.71.

Figura 9.71 Substituição do circuito externo ao resistor R_L visto na Figura 9.67 pelo circuito equivalente de Norton.

EXEMPLO 9.13

(Duas fontes) Determine o circuito equivalente de Norton para a parte do circuito à esquerda dos pontos *a* e *b* vistos na Figura 9.72.

Soluções:

Passos 1 e 2: Veja a Figura 9.73.

O *passo 3* é mostrado na Figura 9.74, e

$$R_N = R_1 \parallel R_2 = 4\ \Omega \parallel 6\ \Omega = \frac{(4\ \Omega)(6\ \Omega)}{4\ \Omega + 6\ \Omega} = \frac{24\ \Omega}{10} = \mathbf{2{,}4\ \Omega}$$

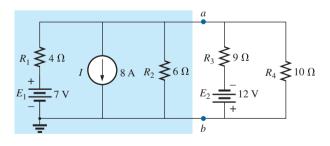



Figura 9.72 Exemplo 9.13.

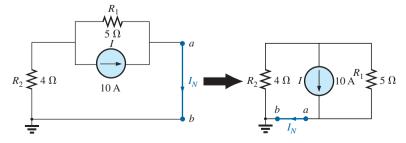



Figura 9.70 Determinação de I_N para o circuito visto na Figura 9.68.

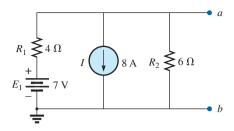



Figura 9.73 Identificação dos terminais de saída do circuito visto na Figura 9.72.

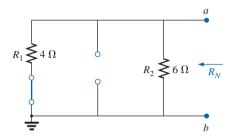



Figura 9.74 Determinação de R_N para o circuito visto na Figura 9.73.

Passo 4: (Uso do teorema de superposição) No caso da bateria de 7 V (veja a Figura 9.75):

$$I'_N = \frac{E_1}{R_1} = \frac{7\text{ V}}{4\ \Omega} = 1{,}75\text{ A} \;= 1{,}75\text{ A}$$

No caso da fonte de 8 A (veja a Figura 9.76), vemos que tanto R_1 quanto R_2 foram 'curto-circuitadas' pela ligação direta entre *a* e *b*, e:

$$I''_N = I = 8\text{ A}$$

O resultado é:

$$I_N = I''_N - I'_N = 8\text{ A} - 1{,}75\text{ A} = \mathbf{6{,}25\text{ A}}$$

Passo 5: Veja a Figura 9.77.

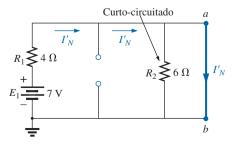



Figura 9.75 Contribuição da fonte de tensão E_1 para I_N.

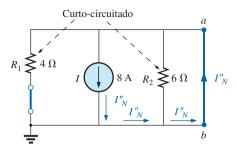



Figura 9.76 Contribuição da fonte de corrente I para I_N.

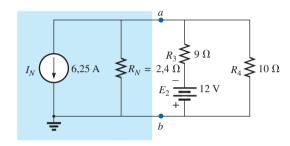



Figura 9.77 Substituição do circuito à esquerda dos terminais *a-b* na Figura 9.72 pelo circuito equivalente de Norton.

Método experimental

A corrente de Norton é medida utilizando a técnica já descrita para medir a corrente de curto-circuito (I_{sc}) no caso do circuito equivalente de Thévenin. Como as resistências de Norton e Thévenin são iguais, o mesmo método experimental pode ser usado nos dois casos.

9.5 TEOREMA DA MÁXIMA TRANSFERÊNCIA DE POTÊNCIA

Ao se projetar um circuito, muitas vezes é importante ser capaz de responder a uma das perguntas a seguir:

Qual carga deve ser aplicada a um sistema para assegurar que ela esteja recebendo a potência máxima do sistema?

De maneira contrária,

Para uma carga em particular, quais condições devem ser impostas sobre a fonte para assegurar que ela vá transferir a máxima potência disponível?

Mesmo que uma carga não possa ser configurada no valor que resultaria na máxima transferência de potência, muitas vezes é interessante ter alguma ideia do valor que solicita a máxima potência, de maneira que você possa compará-lo com a carga aplicada. Por exemplo, se um

projeto pede uma carga de 100 Ω para assegurar que a carga receba a potência máxima, o uso de um resistor de 1 Ω ou 1 kΩ resulta em uma transferência de potência que é muito menor que a máxima possível. Entretanto, o uso de uma carga de 82 Ω ou 120 Ω provavelmente resultaria em um nível relativamente bom de transferência de potência.

Felizmente, o processo de descoberta da carga que receberá a potência máxima de um sistema em particular é bastante direto pelo **teorema da máxima transferência de potência**, que declara o seguinte:

A potência transferida a uma carga por um circuito será máxima quando a resistência dessa carga for exatamente igual à resistência de Thévenin do circuito ligado a essa carga. Isto é,

$$R_L = R_{Th} \tag{9.2}$$

Em outras palavras, para o circuito equivalente de Thévenin na Figura 9.78, quando a carga for regulada igual à resistência de Thévenin, receberá a potência máxima do circuito.

Usando a Figura 9.78 com $R_L = R_{Th}$, podemos determinar a potência máxima transferida para a carga ao primeiro calcular a corrente:

$$I_L = \frac{E_{Th}}{R_{Th} + R_L} = \frac{E_{Th}}{R_{Th} + R_{Th}} = \frac{E_{Th}}{2R_{Th}}$$

Então, substituímos em uma equação de potência:

$$P_L = I_L^2 R_L = \left(\frac{E_{Th}}{2R_{Th}}\right)^2 (R_{Th}) = \frac{E_{Th}^2 R_{Th}}{4R_{Th}^2}$$

e
$$P_{L_{máx}} = \frac{E_{Th}^2}{4R_{Th}} \tag{9.3}$$

Para demonstrar que a potência máxima é realmente transferida para a carga sob as condições definidas acima, considere o circuito equivalente de Thévenin na Figura 9.79.

Antes de entrar em detalhes, entretanto, se você fosse adivinhar qual valor de R_L resultaria na máxima transferência de potência para R_L, poderia achar que quanto menor o valor de R_L, melhor, pois a corrente chega ao seu ponto máximo quando é colocada ao quadrado na equação de potência. Entretanto, o problema é que, na equação $P_L = I_L^2 R_L$, a resistência da carga é um multiplicador. Na medida em que ele fica menor, forma um produto menor. Então, novamente, você poderia sugerir valores maiores para R_L, porque a tensão de saída aumenta, e a potência é determinada por $P_L = V_L^2/R_L$. Dessa vez, entretanto, a resistência da carga está no denominador da equação, e faz com que a potência resultante diminua. Obviamente, um equilíbrio deve ser alcançado entre a resistência da carga e a corrente ou a tensão resultantes. A discussão a seguir mostra que

a máxima transferência de potência ocorre quando a tensão e a corrente da carga estão na metade dos seus valores possíveis máximos.

Para o circuito na Figura 9.79, a corrente através da carga é determinada por:

$$I_L = \frac{E_{Th}}{R_{Th} + R_L} = \frac{60\text{ V}}{9\,\Omega + R_L}$$

A tensão é determinada por:

$$V_L = \frac{R_L E_{Th}}{R_L + R_{Th}} = \frac{R_L(60\text{ V})}{R_L + R_{Th}}$$

e a potência por:

$$P_L = I_L^2 R_L = \left(\frac{60\text{ V}}{9\,\Omega + R_L}\right)^2 (R_L) = \frac{3600 R_L}{(9\,\Omega + R_L)^2}$$

Se colocarmos em uma tabela as três quantidades em função de uma faixa de valores para R_L de 0,1 Ω a 30 Ω, obteremos os resultados que aparecem na Tabela 9.1. Ob-

Figura 9.78 Ilustração das condições para máxima transferência de potência a uma carga usando o circuito equivalente de Thévenin.

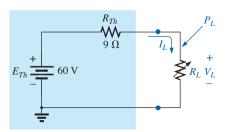



Figura 9.79 Circuito equivalente de Thévenin usado para confirmar a validade do teorema da máxima transferência de potência.

serve em particular que quando R_L é igual à resistência de Thévenin de 9 Ω, a potência tem um valor máximo de 100 W, a corrente é 3,33 A, ou metade do seu valor máximo de 6,60 A (como resultaria com um curto-circuito através dos terminais de saída), e a tensão através da carga é 30 V, ou a metade do seu valor máximo de 60 V (resultado que seria obtido usando um circuito aberto através dos seus terminais de saída). Como você pode ver, não há dúvida de que a potência máxima é transferida para a carga quando a carga se iguala ao valor de Thévenin.

A potência para a carga em função da gama de valores de resistores é fornecida na Figura 9.80. Observe em particular que para valores de resistência de carga menores que o valor de Thévenin, a mudança é dramática na medida em que eles se aproximam do valor máximo. Entretanto, para valores maiores que o valor de Thévenin, a queda é bem mais gradual. Isso é importante porque nos diz o seguinte:

Se a carga aplicada é menor que a resistência de Thévenin, a potência para a carga cairá rapidamente na medida em que ela fica menor. Entretanto, se a carga aplicada é maior que a resistência de Thévenin, a potência para a carga não cairá tão rapidamente na medida em que ela aumenta.

Tabela 9.1

R_L (Ω)	P_L (W)		I_L (A)		V_L (V)	
0,1	4,35	↓	6,60	↓	0,66	↓
0,2	8,51		6,52		1,30	
0,5	19,94		6,32		3,16	
1	36,00		6,00		6,00	
2	59,50		5,46		10,91	
3	75,00		5,00		15,00	
4	85,21		4,62		18,46	
5	91,84		4,29		21,43	
6	96,00		4,00		24,00	
7	98,44	Aumenta	3,75	Diminui	26,25	Aumenta
8	99,65	↓	3,53	↓	28,23	↓
9 (R_{Th})	**100,00 (Máximo)**		**3,33 ($I_{máx}/2$)**		**30,00 ($E_{Th}/2$)**	
10	99,72	↓	3,16	↓	31,58	↓
11	99,00		3,00		33,00	
12	97,96		2,86		34,29	
13	96,69		2,73		35,46	
14	95,27		2,61		36,52	
15	93,75		2,50		37,50	
16	92,16		2,40		38,40	
17	90,53		2,31		39,23	
18	88,89		2,22		40,00	
19	87,24		2,14		40,71	
20	85,61		2,07		41,38	
25	77,86		1,77		44,12	
30	71,00		1,54		46,15	
40	59,98		1,22		48,98	
100	30,30		0,55		55,05	
500	6,95	Diminui	0,12	Diminui	58,94	Aumenta
1000	3,54	↓	0,06	↓	59,47	↓

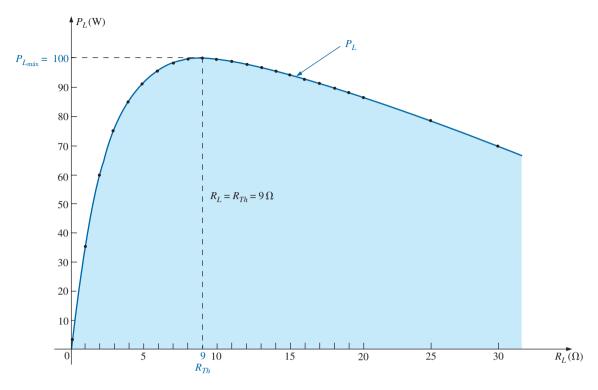



Figura 9.80 P_L em função de R_L para o circuito mostrado na Figura 9.79.

Por exemplo, a potência para a carga é de pelo menos 90 W para a faixa que está em torno de 4,5 Ω a 9 Ω abaixo do valor máximo, mas é ao menos do mesmo nível para uma faixa em torno de 9 Ω a 18 Ω acima do valor máximo. A faixa abaixo do pico é 4,5 Ω, enquanto a faixa acima do pico é quase duas vezes 9 Ω. Como mencionado, se as condições de transferência máxima não podem ser estabelecidas, pelo menos sabemos agora, baseados na Figura 9.80, que qualquer resistência relativamente próxima do valor de Thévenin resulta em uma forte transferência de potência. Valores mais distantes como 1 Ω e 100 Ω resultam em níveis muito mais baixos.

É particularmente interessante traçar um gráfico da potência fornecida para a carga em função da resistência da carga usando uma escala logarítmica, como mostra a Figura 9.81. Logaritmos serão discutidos em detalhes no Capítulo 21, mas por ora observe que o espaçamento entre os valores de R_L não é linear, mas as distâncias entre as

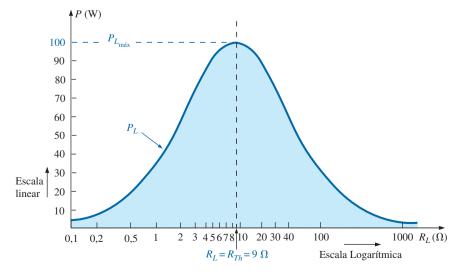



Figura 9.81 P_L em função de R_L para o circuito na Figura 9.79.

potências de dez (como 0,1 e 1, 1 e 10 e 100) são todas iguais. A vantagem da escala logarítmica é que uma ampla faixa de resistência pode ser representada graficamente em um gráfico relativamente pequeno.

Observe na Figura 9.81 que uma curva suave, em forma de sino, é obtida e é simétrica em torno da resistência de Thévenin de 9 Ω. Em 0,1 Ω, a potência caiu aproximadamente para o mesmo nível que a de 1.000 Ω, e de 1 Ω e em 100 Ω, a potência caiu para a faixa de 30 W.

Apesar de toda essa discussão estar centrada na potência para a carga, é importante lembrar-se do seguinte:

A potência total fornecida por uma fonte como E_{Th} é absorvida tanto pela resistência equivalente de Thévenin quanto pela resistência da carga. Qualquer potência fornecida pela fonte que não chegue à carga é perdida para a resistência de Thévenin.

Sob condições de potência máxima, apenas a metade da potência fornecida pela fonte chega à carga. Bem, isso soa desastroso, mas lembre-se de que estamos partindo de uma tensão e de uma resistência de Thévenin fixas, e a sentença acima simplesmente nos diz que devemos tornar os dois níveis de resistência iguais se quisermos uma potência máxima para a carga. Em uma base de eficiência, estamos trabalhando a um nível de apenas 50 por cento, mas estamos satisfeitos porque *assim obtemos a potência máxima do nosso sistema*.

A eficiência operacional CC é definida como a razão da potência fornecida para a carga (P_L) para a potência fornecida pela fonte (P_s). Isto é:

$$\eta\% = \frac{P_L}{P_s} \times 100\% \qquad (9.4)$$

Para a situação em que $R_L = R_{Th}$,

$$\eta\% = \frac{I_L^2 R_L}{I_L^2 R_T} \times 100\% = \frac{R_L}{R_T} \times 100\% = \frac{R_{Th}}{R_{Th} + R_{Th}} \times 100\%$$

$$= \frac{R_{Th}}{2R_{Th}} \times 100\% = \frac{1}{2} \times 100\% = \mathbf{50\%}$$

No caso do circuito na Figura 9.79, se representarmos graficamente a eficiência da operação em função da resistência da carga, obteremos o gráfico na Figura 9.82, que mostra claramente que a eficiência continua a aumentar a um nível de 100 por cento na medida em que R_L fica maior. Observe em particular que a eficiência é de 50 por cento quando $R_L = R_{Th}$.

Para assegurar que compreendeu completamente o efeito do teorema da máxima transferência de potência, assim como os critérios de eficiência, considere o circuito na Figura 9.83, onde a resistência da carga é estabelecida em 100 Ω e a potência para a resistência de Thévenin e para a carga são calculadas como a seguir:

$$I_L = \frac{E_{Th}}{R_{Th} + R_L} = \frac{60 \text{ V}}{9\,\Omega + 100\,\Omega} = \frac{60 \text{ V}}{109\,\Omega} = 550{,}5 \text{ mA}$$

com $\quad P_{R_{Th}} = I_L^2 R_{Th} = (550{,}5 \text{ mA})^2 (9\,\Omega) \cong \mathbf{2{,}73\ W}$

e $\quad P_L = I_L^2 R_L = (550{,}5 \text{ mA})^2 (100\,\Omega) \cong \mathbf{30{,}3\ W}$

Os resultados mostram claramente que a maior parte da potência fornecida pela bateria está chegando à carga; um atributo desejável, sob o ponto de vista da eficiência. Entretanto, a potência que chega à carga é de apenas 30,3 W em comparação com os 100 W obtidos sob condições de potência máxima. Em geral, portanto, as diretrizes a seguir se aplicam:

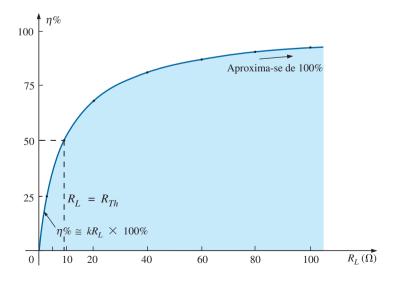



Figura 9.82 Eficiência de operação em função do aumento no valor de R_L.

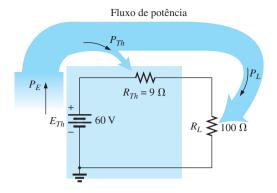



Figura 9.83 Exame de um circuito com alta eficiência, mas nível relativamente baixo de potência para a carga.

Se a eficiência é o fator predominante, então a carga deve ser muito maior do que a resistência interna da fonte. Se uma transferência de potência máxima for desejada e a eficiência for uma preocupação menor, então as condições ditadas pelo teorema da máxima transferência de potência devem ser aplicadas.

Uma eficiência relativamente baixa de 50 por cento pode ser tolerada em situações em que os níveis de potência são relativamente baixos, como em uma ampla variedade de sistemas eletrônicos, nos quais a transferência de potência máxima para esse sistema é normalmente mais importante. Entretanto, quando grandes níveis de potência estão envolvidos, como em plantas geradoras de eletricidade, eficiências de 50 por cento não podem ser toleradas. Na realidade, um montante considerável de investimentos e pesquisas é feito para elevar as eficiências de geração e transmissão de energia em alguns pontos percentuais. Elevar o nível de eficiência de uma planta geradora de energia elétrica de 10 MkW de 94 para 95 por cento (um aumento de 1 por cento) pode poupar 0,1 MkW, ou 100 milhões de watts de energia — uma economia considerável.

Em todas as discussões acima, o efeito de modificar a carga foi discutido para uma resistência de Thévenin fixa. Olhando para a situação de um ponto de vista diferente, podemos dizer que

se a resistência de carga é fixa e não se iguala à resistência equivalente de Thévenin aplicada, então algum esforço deve ser feito (se possível) para reprojetar o sistema de maneira que a resistência equivalente de Thévenin esteja mais próxima da carga aplicada fixa.

Em outras palavras, se um(a) projetista enfrenta uma situação em que a resistência de carga é fixa, ele ou ela deve investigar se a seção da fonte deve ser substituída ou redesenhada para aproximar os níveis de resistência a fim de produzir níveis mais altos de potência para a carga.

Para o circuito equivalente de Norton na Figura 9.84, a potência máxima será fornecida para a carga quando:

$$R_L = R_N \tag{9.5}$$

Esse resultado [Equação 9.5] será usado para sua máxima vantagem na análise dos circuitos de transistores, em que o modelo de circuito de transistor aplicado com a maior frequência utiliza uma fonte de corrente em vez de uma fonte de tensão.

Para o circuito de Norton na Figura 9.84,

$$P_{L_{máx}} = \frac{I_N^2 R_N}{4} \quad \text{(W)} \tag{9.6}$$

EXEMPLO 9.14

Um gerador CC, uma bateria e uma fonte de alimentação de laboratório estão conectados a uma carga resistiva R_L na Figura 9.85.

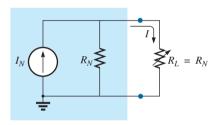



Figura 9.84 Definição das condições para a potência máxima de uma carga usando o circuito equivalente de Norton.

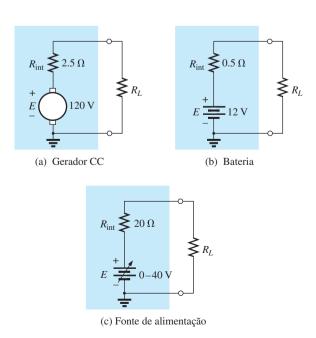



Figura 9.85 Exemplo 9.14.

a) Em cada um dos casos, determine o valor de R_L para que a potência fornecida à carga seja máxima.
b) Sob condições de potência máxima, quais são o nível de corrente e a potência para a carga em cada configuração?
c) Qual é a eficiência de operação para cada fonte na parte (b)?
d) Se uma carga de 1 kΩ fosse aplicada à fonte de alimentação de laboratório, qual seria a potência fornecida para a carga? Compare sua resposta com o nível da parte (b). Qual é o nível de eficiência?
e) Para cada fonte, determine o valor de R_L para que a eficiência seja de 75 por cento.

Soluções:

a) Para o gerador CC:

$$R_L = R_{Th} = R_{int} = \mathbf{2{,}5\ \Omega}$$

Para a bateria de carro de 12 V:

$$R_L = R_{Th} = R_{int} = \mathbf{0{,}05\ \Omega}$$

Para a fonte de alimentação de laboratório CC:

$$R_L = R_{Th} = R_{int} = \mathbf{20\ \Omega}$$

b) Para o gerador CC:

$$P_{L_{máx}} = \frac{E_{Th}^2}{4R_{Th}} = \frac{E^2}{4R_{int}} = \frac{(120\ \text{V})^2}{4(2{,}5\ \Omega)} = \mathbf{1{,}44\ kW}$$

Para a bateria de carro de 12 V:

$$P_{L_{máx}} = \frac{E_{Th}^2}{4R_{Th}} = \frac{E^2}{4R_{int}} = \frac{(12\ \text{V})^2}{4(0{,}05\ \Omega)} = \mathbf{720\ W}$$

Para a fonte de alimentação de laboratório CC:

$$P_{L_{máx}} = \frac{E_{Th}^2}{4R_{Th}} = \frac{E^2}{4R_{int}} = \frac{(40\ \text{V})^2}{4(20\ \Omega)} = \mathbf{20\ W}$$

c) Eles estão operando sob um nível de eficiência de 50 por cento porque $R_L = R_{Th}$.
d) A potência para a carga é determinada como a seguir:

$$I_L = \frac{E}{R_{int} + R_L} = \frac{40\ \text{V}}{20\ \Omega + 1000\ \Omega} = \frac{40\ \text{V}}{1020\ \Omega} = 39{,}22\ \text{mA}$$

e $$P_L = I_L^2 R_L = (39{,}22\ \text{mA})^2(1000\ \Omega) = \mathbf{1{,}54\ W}$$

O nível de potência é significativamente menor que os 20 W conseguidos na parte (b). O nível de eficiência é:

$$\eta\% = \frac{P_L}{P_s} \times 100\% = \frac{1{,}54\ \text{W}}{EI_s} \times 100\% = \frac{1{,}54\ \text{W}}{(40\ \text{V})(39{,}22\ \text{mA})} \times 100\% = \frac{1{,}54\ \text{W}}{1{,}57\ \text{W}} \times 100\% = \mathbf{98{,}09\%}$$

que é notadamente mais alto que o obtido sob condições de potência máxima, embora à custa do nível de potência.

e) Para o gerador CC:

$$\eta = \frac{P_o}{P_s} = \frac{R_L}{R_{Th} + R_L} \quad (\eta \text{ em forma decimal})$$

e $$\eta = \frac{R_L}{R_{Th} + R_L}$$

$$\eta(R_{Th} + R_L) = R_L$$
$$\eta R_{Th} + \eta R_L = R_L$$
$$R_L(1 - \eta) = \eta R_{Th}$$

e $$R_L = \frac{\eta R_{Th}}{1 - \eta} \tag{9.7}$$

$$R_L = \frac{0{,}75(2{,}5\ \Omega)}{1 - 0{,}75} = \mathbf{7{,}5\ \Omega}$$

Para a bateria:

$$R_L = \frac{0{,}75(0{,}05\ \Omega)}{1 - 0{,}75} = \mathbf{0{,}15\ \Omega}$$

Para a fonte de alimentação de laboratório:

$$R_L = \frac{0{,}75(20\ \Omega)}{1 - 0{,}75} = \mathbf{60\ \Omega}$$

EXEMPLO 9.15

A análise de um circuito de transistor resultou no equivalente reduzido mostrado na Figura 9.86.

a) Calcule a resistência da carga que resultará na transferência de potência máxima para a carga, e calcule a potência máxima dissipada.
b) Se a carga fosse modificada para 68 kΩ, você esperaria um nível de transferência de potência relativamente alto para a carga baseado nos resultados da parte (a)? Qual seria o novo nível de potência? A sua suposição inicial foi confirmada?
c) Se a carga fosse modificada para 8,2 kΩ, você esperaria um nível de transferência de potência relativamente alto para a carga baseado nos resultados da parte (a)? Qual seria o novo nível de potência? A sua suposição inicial foi confirmada?

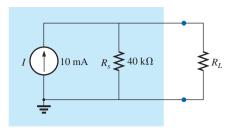



Figura 9.86 Exemplo 9.15.

Soluções:

a) Substituindo a fonte de corrente por um equivalente de circuito aberto, temos:

$$R_{Th} = R_s = 40\ \text{k}\Omega$$

Restabelecendo a fonte de corrente e calculando a tensão de circuito aberto nos terminais de saída, temos:

$$E_{Th} = V_{oc} = IR_s = (10\ \text{mA})\ (40\ \text{k}\Omega) = 400\ \text{V}$$

Para a transferência de potência máxima para a carga:

$$R_L = R_{Th} = \mathbf{40\ k\Omega}$$

com um nível de potência máxima de:

$$P_{L_{\text{máx}}} = \frac{E_{Th}^2}{4R_{Th}} = \frac{(400\ \text{V})^2}{4(40\ \text{k}\Omega)} = \mathbf{1\ W}$$

b) Sim, pois a carga de 68 kΩ é maior (observe a Figura 9.80) que a carga de 40 kΩ, mas relativamente próxima em valor absoluto.

$$I_L = \frac{E_{Th}}{R_{Th} + R_L} = \frac{400\ \text{V}}{40\ \text{k}\Omega + 68\ \text{k}\Omega} = \frac{400}{108\ \text{k}\Omega} \cong 3{,}7\ \text{mA}$$
$$P_L = I_L^2 R_L = (3{,}7\ \text{mA})^2 (68\ \text{k}\Omega) \cong \mathbf{0{,}93\ W}$$

Sim, o nível de potência de 0,93 W comparado com o nível de 1 W da parte (a) confirma a suposição.

c) Não, 8,2 kΩ é bem menor (observe a Figura 9.80) do que o valor de 40 kΩ.

$$I_L = \frac{E_{Th}}{R_{Th} + R_L} = \frac{400\ \text{V}}{40\ \text{k}\Omega + 8{,}2\ \text{k}\Omega} = \frac{400\ \text{V}}{48{,}2\ \text{k}\Omega} \cong 8{,}3\ \text{mA}$$
$$P_L = I_L^2 R_L = (8{,}3\ \text{mA})^2 (8{,}2\ \text{k}\Omega) \cong \mathbf{0{,}57\ W}$$

Sim, o nível de potência de 0,57 W comparado com o nível de 1 W da parte (a) confirma a suposição.

EXEMPLO 9.16

Na Figura 9.87, uma carga fixa de 16 Ω é aplicada a uma fonte de 48 V com uma resistência interna de 36 Ω.

a) Para as condições na Figura 9.87, qual é a potência fornecida para a carga e perdida para a resistência interna da fonte?

b) Se o(a) projetista tivesse algum controle sobre o nível de resistência interna da fonte, qual valor ele(a) deveria estabelecer para a potência máxima da carga? Como ele se compara com o nível obtido na parte (a)?

c) Sem fazer um único cálculo, calcule o valor que resultaria em mais potência para a carga se o(a) projetista pudesse mudar a resistência interna para 22 Ω ou 8,2 Ω. Verifique sua conclusão calculando a potência para a carga para cada valor.

Soluções:

a) $$I_L = \frac{E}{R_s + R_L} = \frac{48\ \text{V}}{36\ \Omega + 16\ \Omega} = \frac{48\ \text{V}}{52\ \Omega} = 923{,}1\ \text{mA}$$
$$P_{R_s} = I_L^2 R_s = (923{,}1\ \text{mA})^2 (36\ \Omega) = \mathbf{30{,}68\ W}$$
$$P_L = I_L^2 R_L = (923{,}1\ \text{mA})^2 (16\ \Omega) = \mathbf{13{,}63\ W}$$

b) Tenha cuidado aqui. A resposta rápida é tornar a resistência da fonte R_s igual à resistência de carga para satisfazer os critérios do teorema da máxima transferência de potência. Entretanto, esse é um tipo totalmente diferente de problema daquele que foi examinado anteriormente nessa seção. Se a carga for fixa, quanto menor a resistência da fonte R_s, mais tensão aplicada chegará à carga e menos será perdido no resistor em série interno. Na realidade, a resistência da fonte deve ser mantida tão baixa quanto o possível. Se zero ohm fosse possível para R_s, a tensão através da carga seria a tensão total da fonte, e a potência fornecida para a carga seria igual a:

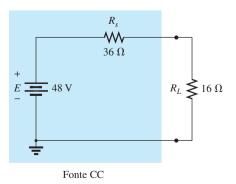



Figura 9.87 Fonte CC com uma carga de 16 Ω fixa (Exemplo 9.16).

$$P_L = \frac{V_L^2}{R_L} = \frac{(48\text{ V})^2}{16\ \Omega} = \mathbf{144\ W}$$

o que é mais de 10 vezes o valor com a resistência da fonte de 36 Ω.

c) Novamente, esqueça o impacto na Figura 9.80: quanto menor a resistência da fonte, maior é a potência para a carga de 16 Ω fixa. Portanto, o nível de resistência de 8,2 Ω resulta em uma transferência de potência mais alta para a carga que o resistor de 22 Ω.

Para $R_s = 8{,}2\ \Omega$

$$I_L = \frac{E}{R_s + R_L} = \frac{48\text{ V}}{8{,}2\ \Omega + 16\ \Omega} = \frac{48\text{ V}}{24{,}2\ \Omega} = 1{,}983\text{ A}$$

e $P_L = I_L^2 R_L = (1{,}983\text{ A})^2(16\ \Omega) \cong \mathbf{62{,}92\ W}$

Para $R_s = 22\ \Omega$

$$I_L = \frac{E}{R_s + R_L} = \frac{48\text{ V}}{22\ \Omega + 16\ \Omega} = \frac{48\text{ V}}{38\ \Omega} = 1{,}263\text{ A}$$

e $P_L = I_L^2 R_L = (1{,}263\text{ A})^2(16\ \Omega) \cong \mathbf{25{,}52\ W}$

EXEMPLO 9.17

Dado o circuito na Figura 9.88, calcule o valor de R_L para a potência máxima da carga, e calcule a potência máxima da carga.

Solução:

A resistência de Thévenin é determinada com base na Figura 9.89:

$$R_{Th} = R_1 + R_2 + R_3 = 3\ \Omega + 10\ \Omega + 2\ \Omega = 15\ \Omega$$

de maneira que $R_L = R_{Th} = \mathbf{15\ \Omega}$

A tensão de Thévenin é determinada por meio da Figura 9.90, na qual:

$$V_1 = V_3 = 0\text{ V}$$

e $V_2 = I_2R_2 = IR_2 = (6\text{ A})(10\ \Omega) = 60\text{ V}$

Aplicando a lei de Kirchhoff para tensão, temos:

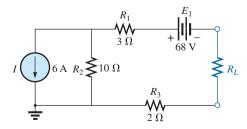



Figura 9.88 Exemplo 9.17.

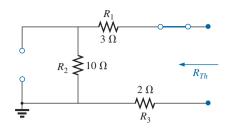



Figura 9.89 Determinação de R_{Th} para o circuito externo ao resistor R_L na Figura 9.88.

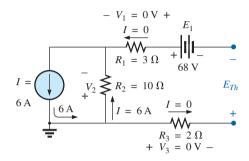



Figura 9.90 Determinação de E_{Th} para o circuito externo ao resistor R_L na Figura 9.88.

$$-V_2 - E + E_{Th} = 0$$

e $E_{Th} = V_2 + E = 60\text{ V} + 68\text{ V} = \mathbf{128\ V}$

com a potência máxima igual a

$$P_{L_{máx}} = \frac{E_{Th}^2}{4R_{Th}} = \frac{(128\text{ V})^2}{4(15\text{ k}\Omega)} = \mathbf{273{,}07\ W}$$

9.6 TEOREMA DE MILLMAN

Por meio da aplicação do **teorema de Millman**, qualquer número de fontes de tensão em paralelo pode ser reduzido a apenas um. No caso da Figura 9.91, por exemplo, as três fontes podem ser reduzidas a uma. Isso permite determinar a corrente em R_L ou a tensão entre seus terminais sem ter de aplicar métodos como o das malhas, o dos nós, o da superposição e outros. Esse teorema pode ser mais bem descrito quando o aplicamos ao circuito mostrado na Figura 9.91. A aplicação do teorema se resume basicamente a três passos.

Passo 1: Converta todas as fontes de tensão em fontes de corrente de acordo com o método descrito na Seção 8.3. Isso é feito na Figura 9.92 para o circuito na Figura 9.91.

Passo 2: Combine as fontes de corrente em paralelo conforme descrito na Seção 8.4. O circuito resultante é mostrado na Figura 9.93, no qual:

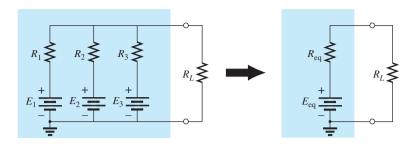



Figura 9.91 Ilustração do efeito da aplicação do teorema de Millman.

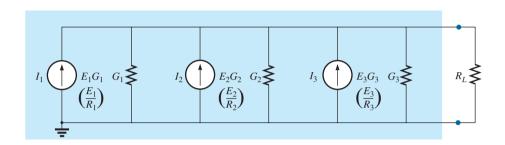



Figura 9.92 Conversão de todas as fontes da Figura 9.91 em fontes de corrente.

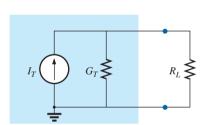



Figura 9.93 Redução de todas as fontes de corrente da Figura 9.92 a uma única fonte.

Figura 9.94 Conversão da fonte de corrente da Figura 9.93 na fonte de tensão.

$$I_T = I_1 + I_2 + I_3 \qquad \text{e} \qquad G_T = G_1 + G_2 + G_3$$

Passo 3: Converta a fonte de corrente resultante em fonte de tensão, obtendo assim o circuito desejado, como mostra a Figura 9.94.

O teorema de Millman afirma, em geral, que, para um número qualquer de fontes de tensão em paralelo:

$$E_{eq} = \frac{I_T}{G_T} = \frac{\pm I_1 \pm I_2 \pm I_3 \pm \ldots \pm I_N}{G_1 + G_2 + G_3 + \ldots + G_N}$$

ou

$$E_{eq} = \frac{\pm E_1G_1 \pm E_2G_2 \pm E_3G_3 \pm \ldots \pm E_NG_N}{G_1 + G_2 + G_3 + \ldots + G_N} \tag{9.8}$$

Os sinais positivos e negativos aparecem na Equação 9.8 para incluir os casos em que as fontes não têm a mesma polaridade (veja o Exemplo 9.18).

A resistência equivalente é:

$$R_{eq} = \frac{1}{G_T} = \frac{1}{G_1 + G_2 + G_3 + \ldots + G_N} \tag{9.9}$$

Em termos de valores de resistência:

$$E_{eq} = \frac{\pm \frac{E_1}{R_1} \pm \frac{E_2}{R_2} \pm \frac{E_3}{R_3} \pm \ldots \pm \frac{E_N}{R_N}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \ldots + \frac{1}{R_N}} \tag{9.10}$$

e

$$R_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \ldots + \frac{1}{R_N}} \tag{9.11}$$

Como o número de passos necessários para a aplicação do teorema é relativamente pequeno, o estudante pode preferir executá-lo separadamente em vez de memorizar e aplicar as equações 9.8 a 9.11.

EXEMPLO 9.18

Usando o teorema de Millman na Figura 9.95, determine a corrente em R_L e a tensão entre os seus terminais.

Solução:

Pela Equação 9.10:

$$E_{eq} = \frac{+\frac{E_1}{R_1} - \frac{E_2}{R_2} + \frac{E_3}{R_3}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

O termo E_2/R_2 é negativo porque a polaridade da fonte E_2 é oposta à das outras duas. Tomamos como sentido positivo o das correntes geradas pelas fontes E_1 e E_3. A condutância total não é afetada por essas considerações, e:

$$E_{eq} = \frac{\frac{10\text{ V}}{5\,\Omega} - \frac{16\text{ V}}{4\,\Omega} + \frac{8\text{ V}}{2\,\Omega}}{\frac{1}{5\,\Omega} + \frac{1}{4\,\Omega} + \frac{1}{2\,\Omega}} = \frac{2\text{ A} - 4\text{ A} + 4\text{ A}}{0{,}2\text{ S} + 0{,}25\text{ S} + 0{,}5\text{ S}}$$

$$= \frac{2\text{ A}}{0{,}95\text{ S}} = \mathbf{2{,}11\text{ V}}$$

com $$R_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{5\,\Omega} + \frac{1}{4\,\Omega} + \frac{1}{2\,\Omega}} = \frac{1}{0{,}95\text{ S}} = \mathbf{1{,}05\,\Omega}$$

A fonte resultante é vista na Figura 9.96, e:

$$I_L = \frac{2{,}11\text{ V}}{1{,}05\,\Omega + 3\,\Omega} = \frac{2{,}11\text{ V}}{4{,}05\,\Omega} = \mathbf{0{,}52\text{ A}}$$

com $$V_L = I_L R_L = (0{,}52\text{ A})(3\,\Omega) = \mathbf{1{,}56\text{ V}}$$

Figura 9.96 Resultado da aplicação do teorema de Millman ao circuito visto na Figura 9.95.

EXEMPLO 9.19

Agora, consideraremos um tipo de problema que foi encontrado na introdução dos métodos das malhas e dos nós no Capítulo 8. O método das malhas foi aplicado ao circuito da Figura 9.97 (Exemplo 8.12). Utilizaremos o teorema de Millman para calcular a corrente no resistor de 2 Ω e comparar o resultado com o obtido anteriormente.

Soluções:

a) Primeiro, resolveremos o problema passo a passo e depois, no item (b), aplicaremos a Equação (9.10). A conversão das fontes de tensão em fontes de corrente resulta no circuito visto na Figura 9.98. Combinando os ramos com fontes e condutância em paralelo (veja a Figura 9.99), obtemos:

$$I_T = I_1 + I_2 = 5\text{ A} + \frac{5}{3}\text{A} = \frac{15}{3}\text{A} + \frac{5}{3}\text{A} = \frac{20}{3}\text{A}$$

$$G_T = G_1 + G_2 = 1\text{ S} + \frac{1}{6}\text{S} = \frac{6}{6}\text{S} + \frac{1}{6}\text{S} = \frac{7}{6}\text{S}$$

Figura 9.95 Exemplo 9.18.

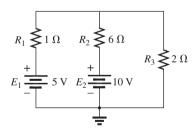



Figura 9.97 Exemplo 9.19.

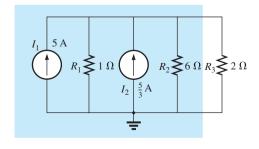



Figura 9.98 Conversão das fontes da Figura 9.97 em fontes de corrente.

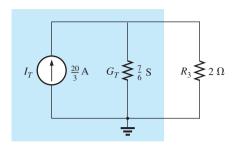



Figura 9.99 Redução das fontes de corrente da Figura 9.98 a uma única fonte.

Convertendo a fonte de corrente em fonte de tensão (veja a Figura 9.100), obtemos:

$$E_{eq} = \frac{I_T}{G_T} = \frac{\frac{20}{3}\text{ A}}{\frac{7}{6}\text{ S}} = \frac{(6)(20)}{(3)(7)}\text{ V} = \mathbf{\frac{40}{7}\text{ V}}$$

e $$R_{eq} = \frac{1}{G_T} = \frac{1}{\frac{7}{6}\text{ S}} = \mathbf{\frac{6}{7}\ \Omega}$$

de maneira que

$$I_{2\Omega} = \frac{E_{eq}}{R_{eq} + R_3} = \frac{\frac{40}{7}\text{ V}}{\frac{6}{7}\ \Omega + 2\ \Omega} = \frac{\frac{40}{7}\text{ V}}{\frac{6}{7}\ \Omega + \frac{14}{7}\ \Omega} = \frac{40\text{ V}}{20\ \Omega}$$
$$= \mathbf{2\text{ A}}$$

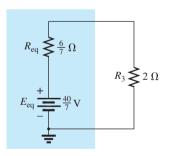



Figura 9.100 Conversão da fonte de corrente da Figura 9.99 em fonte de tensão.

o que concorda com o resultado obtido no Exemplo 8.18.

b) Aplicaremos agora a equação apropriada, a Equação 9.10:

$$E_{eq} = \frac{+\frac{5\text{ V}}{1\ \Omega} + \frac{10\text{ V}}{6\ \Omega}}{\frac{1}{1\ \Omega} + \frac{1}{6\ \Omega}} = \frac{\frac{30\text{ V}}{6\ \Omega} + \frac{10\text{ V}}{6\ \Omega}}{\frac{6}{6\ \Omega} + \frac{1}{6\ \Omega}} = \mathbf{\frac{40}{7}\text{ V}}$$

e $$R_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{1\ \Omega} + \frac{1}{6\ \Omega}} = \frac{1}{\frac{6}{6\ \Omega} + \frac{1}{6\ \Omega}} = \frac{1}{\frac{7}{6}\text{ S}} = \mathbf{\frac{6}{7}\ \Omega}$$

que coincide com os valores obtidos acima.

O dual do teorema de Millman (veja a Figura 9.91) está ilustrado na Figura 9.101. Pode-se mostrar que I_{eq} e R_{eq}, conforme a Figura 9.101, são dadas por:

$$I_{eq} = \frac{\pm I_1R_1 \pm I_2R_2 \pm I_3R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \quad (9.12)$$

e $$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 \quad (9.13)$$

A derivação aparecerá reapresentada por um problema no final do capítulo.

9.7 TEOREMA DA SUBSTITUIÇÃO

O **teorema da substituição** afirma o seguinte:

Se a corrente que atravessa um ramo qualquer de um circuito bilateral de corrente contínua e a tensão entre os terminais do mesmo ramo são conhecidas, esse ramo pode ser substituído por qualquer combinação de componentes que mantenha inalteradas a tensão e a corrente associadas ao ramo escolhido.

Expondo de forma mais simples, o teorema afirma que dois ramos são equivalentes se a tensão entre seus terminais e a corrente através dos ramos forem iguais.

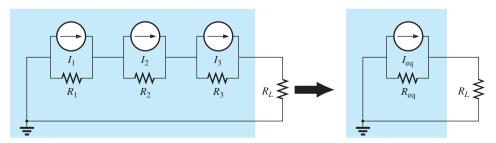



Figura 9.101 Ilustração do dual do teorema de Millman.

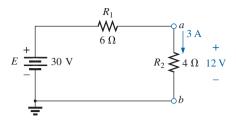



Figura 9.102 Demonstração do teorema da substituição.

Considere o circuito visto na Figura 9.102, no qual a tensão e a corrente associadas ao ramo *a-b* são determinadas. Pelo teorema da substituição, alguns ramos equivalentes *a-a'* são mostrados na Figura 9.103.

Observe que, para cada ramo equivalente, as tensões entre os terminais e as correntes nos ramos são iguais. Observe também que a resposta do restante do circuito, vista na Figura 9.102, não é alterada ao substituirmos qualquer um dos ramos equivalentes. Conforme demonstrado pelos equivalentes de fonte única vistos na Figura 9.103, *uma diferença de potencial e uma corrente conhecida em um circuito podem ser substituídas, respectivamente, por uma fonte de tensão e uma fonte de corrente ideal*.

Entenda que esse teorema não pode ser usado para resolver problemas que envolvam circuitos com duas ou mais fontes que não estejam em série ou em paralelo. Para que ele seja aplicado, temos de conhecer uma tensão ou uma corrente que deve ser obtida pelo uso de uma das técnicas discutidas anteriormente. Uma aplicação desse teorema é mostrada na Figura 9.104. Observe na figura que a diferença de potencial conhecida V foi substituída por uma fonte de tensão, permitindo isolar a parte do circuito que inclui R_3, R_4 e R_5. Lembre-se de que foi basicamente esse o método empregado para analisar os circuitos em cascata ao mesmo tempo que retornamos aos terminais da resistência R_5.

O circuito equivalente ao apresentado, usando fonte de corrente, é mostrado na Figura 9.105. Nele a corrente conhecida é substituída por uma fonte de corrente ideal, o que permite a isolação de R_4 e R_5.

Lembre-se da discussão relativa a circuitos em ponte: $V = 0$ e $I = 0$ podiam ser substituídos, respectivamente, por um curto-circuito e um circuito aberto. Essa substituição é um exemplo muito particular de aplicação do teorema da substituição.

9.8 TEOREMA DA RECIPROCIDADE

O **teorema da reciprocidade** é aplicável somente a circuitos com apenas uma fonte. Portanto, não pode ser usado na análise dos circuitos com múltiplas fontes que discutimos até agora neste capítulo. O teorema afirma o seguinte:

A corrente I em qualquer ramo de um circuito com uma única fonte de tensão E localizada em outro ramo qualquer do mesmo circuito é igual à corrente no ramo onde estava a fonte, se ela for transferida para o ramo no qual a corrente I foi originalmente medida.

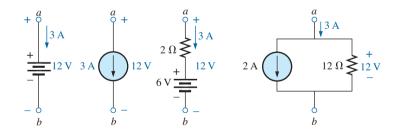



Figura 9.103 Ramos equivalentes ao ramo *a-b* visto na Figura 9.102.

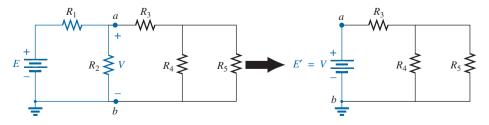



Figura 9.104 Exemplo de aplicação do teorema da substituição a um circuito complexo, substituindo uma tensão conhecida por uma fonte de tensão.

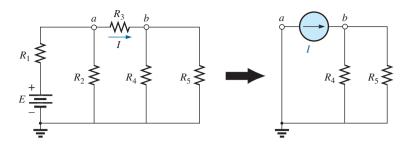



Figura 9.105 Exemplo de aplicação do teorema da substituição a um circuito complexo, substituindo uma corrente conhecida por uma fonte de corrente.

Em outras palavras, as localizações da fonte de tensão e da corrente podem ser intercambiadas sem que o valor da corrente sofra alterações. Para que o teorema seja válido, é necessário que a polaridade da fonte de tensão e o sentido da corrente tenham a mesma correspondência antes e depois da troca de localizações.

No circuito representativo visto na Figura 9.106(a), a corrente I produzida pela fonte de tensão E foi determinada. Se as posições de I e de E forem intercambiadas, como ilustra a Figura 9.106(b), a corrente I terá o valor indicado. Para demonstrar a validade dessa afirmativa, e consequentemente a do teorema, considere o circuito mostrado na Figura 9.107, no qual foram associados valores numéricos aos elementos do circuito da Figura 9.106(a).

A resistência total é:

$$\begin{aligned} R_T &= R_1 + R_2 \parallel (R_3 + R_4) \\ &= 12\ \Omega + 6\ \Omega \parallel (2\ \Omega + 4\ \Omega) \\ &= 12\ \Omega + 6\ \Omega \parallel 6\ \Omega \\ &= 12\ \Omega + 3\ \Omega = 15\ \Omega \end{aligned}$$

e $$I_s = \frac{E}{R_T} = \frac{45\ \text{V}}{15\ \Omega} = 3\ \text{A}$$

com $$I = \frac{3\ \text{A}}{2} = \mathbf{1{,}5\ A}$$

Para o circuito mostrado na Figura 9.108, que corresponde ao circuito da Figura 9.106(b), obtemos:

$$\begin{aligned} R_T &= R_4 + R_3 + R_1 \parallel R_2 \\ &= 4\ \Omega + 2\ \Omega + 12\ \Omega \parallel 6\ \Omega = 10\ \Omega \end{aligned}$$

e $$I_s = \frac{E}{R_T} = \frac{45\ \text{V}}{10\ \Omega} = 4{,}5\ \text{A}$$

de forma que: $$I = \frac{(6\ \Omega)(4{,}5\ \text{A})}{12\ \Omega + 6\ \Omega} = \frac{4{,}5\ \text{A}}{3} = \mathbf{1{,}5\ A}$$

que é igual ao valor obtido anteriormente.

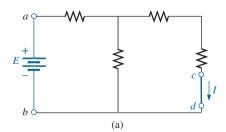



Figura 9.106 Ilustração do teorema da reciprocidade.

Figura 9.107 Determinação da corrente I produzida por uma fonte E.

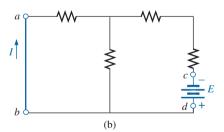
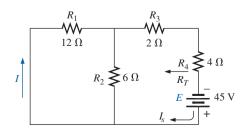



Figura 9.108 Intercâmbio entre E e I da Figura 9.107 para demonstrar a validade do teorema da reciprocidade.

A utilidade e a importância desse teorema podem ser mais bem ilustradas se considerarmos um circuito complexo como o da Figura 9.109.

9.9 ANÁLISE COMPUTACIONAL

Uma vez compreendidos os procedimentos de uso de um pacote de software ou de uma linguagem, temos a oportunidade de ser criativos e inovadores. Depois de anos de contato e experiências de tentativa e erro, programadores profissionais desenvolveram uma cartilha de técnicas inovadoras que não são apenas funcionais, mas muito interessantes, e podemos nos referir a elas como verdadeiras obras de arte. Agora que algumas das operações básicas associadas ao PSpice foram apresentadas, algumas táticas inovadoras serão implementadas nos exemplos a seguir.

PSpice

Teorema de Thévenin. A aplicação do teorema de Thévenin requer uma tática interessante para determinar a resistência de Thévenin. Essa tática tem aplicações além do teorema de Thévenin, sendo utilizada sempre que é necessário determinar o valor de uma resistência. O circuito a ser analisado aparece na Figura 9.110, que é o mesmo que analisamos no Exemplo 9.10 (veja a Figura 9.48).

Como o PSpice não foi feito para medir valores de resistência diretamente, uma fonte de corrente de 1 A pode ser aplicada como mostra a Figura 9.111, e a lei de Ohm pode ser usada para determinar o valor da resistência de Thévenin da seguinte forma:

$$|R_{Th}| = \left|\frac{V_s}{I_s}\right| = \left|\frac{V_s}{1\text{ A}}\right| = |V_s| \qquad (9.14)$$

Na Equação 9.14, como $I_s = 1$ A, o valor de R_{Th} em ohms é o mesmo que o valor da tensão V_s (em volts) entre os terminais da fonte de corrente. O resultado é que

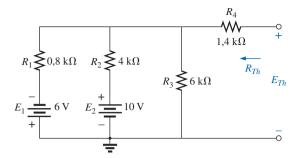



Figura 9.110 Circuito no qual o PSpice será aplicado para determinar E_{Th} e R_{Th}.

quando a tensão entre os terminais da fonte de corrente for mostrado, ele pode ser lido em ohms em vez de em volts.

Usando o PSpice, o circuito terá o aspecto mostrado na Figura 9.111. A fonte de tensão E_1 e a fonte de corrente foram rotacionadas verticalmente clicando com o botão direito do mouse sobre a fonte e usando a opção **Mirror Vertically**. As duas fontes de tensão são ajustadas em zero através da caixa de diálogo **Display Properties** obtida com um duplo clique sobre o símbolo da fonte. O resultado da simulação **Bias Point** é 2 kV entre os terminais da fonte de corrente. A resistência Thévenin é, portanto, 2 kΩ entre os dois pontos do circuito que está à esquerda da fonte de corrente (igual ao resultado do Exemplo 9.10). Em suma, ao ajustar as fontes de tensão em 0 V, estamos informando que a tensão é a mesma nos terminais da fonte de tensão, o que equivale ao efeito da conexão de um curto-circuito entre os dois pontos.

No caso da tensão de Thévenin de circuito aberto entre os terminais de interesse, o circuito tem de ser construído como mostra a Figura 9.112. A resistência de 1 T (= 1 milhão MΩ) é considerada grande o suficiente para representar um circuito aberto e permitir uma análise do circuito usando o PSpice. O PSpice não reconhece nós 'flutuantes', e gera um aviso de erro se não for feita uma conexão do nó superior à direita com GND. As duas fontes de tensão agora são

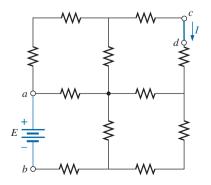
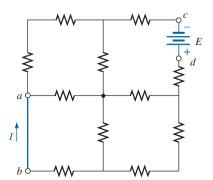



Figura 9.109 Exemplo da utilidade e da importância do teorema da reciprocidade.

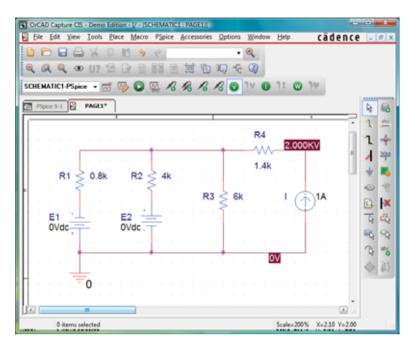



Figura 9.111 Uso do PSpice para determinar a resistência de Thévenin de um circuito aplicando uma fonte de corrente de 1 A.

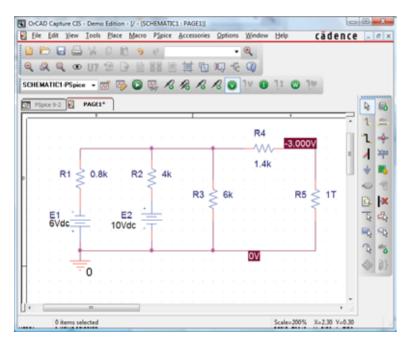



Figura 9.112 Uso do PSpice para determinar a tensão de Thévenin para um circuito usando uma resistência de alto valor para representar uma condição de circuito aberto entre os pontos de interesse.

ajustadas em seus valores estipulados e, após a simulação, teremos 3 V entre os terminais do resistor de 1 T. A tensão Thévenin de circuito aberto é, portanto, de 3 V, que está de acordo com a solução do Exemplo 9.10.

Máxima transferência de potência. O procedimento para gerar um gráfico de uma grandeza *versus* um parâmetro do circuito será apresentado agora. Nesse caso, será traçado o gráfico da potência de saída *versus* a resistência de carga para que se verifique o fato de que a potência máxima será dissipada pela carga quando o seu valor for igual à resistência de Thévenin em série. Alguns passos novos serão apresentados. Esse método tem uma ampla aplicação, que vai além do teorema de Thévenin, sendo muito importante o aprendizado do processo.

O circuito a ser analisado aparece na Figura 9.113. Esse circuito é construído exatamente da mesma forma descrita anteriormente, exceto pelo valor da resistência de carga. Comece o processo abrindo um **New Project** denominado **PSpice 9-3**, e construa o circuito visto na Figura 9.113. Por enquanto, não faça o ajuste do valor da resistência de carga.

O primeiro passo será estabelecer o valor da resistência de carga como variável, já que ela não será associada a um valor fixo. Dê um duplo clique no valor de **RL**, que é inicialmente 1 kΩ, para obter a caixa de diálogo **Display Properties**. Em **Value**, digite **{Rval}** e clique em **OK**. As chaves (*não* parênteses) são necessárias, porém a variável não precisa ser chamada de **Rval**; o nome é uma escolha do usuário. Em seguida, acione o botão **Place part** para obter a caixa de diálogo **Place part**. Se você ainda não estiver na lista **Libraries**, selecione **Add Library** e adicione à lista. Selecione a biblioteca **SPECIAL** e use a barra de rolagem de **Part List** até que **PARAM** apareça. Selecione-o; então, clique em **OK** para obter uma caixa retangular na tela junto ao cursor. Selecione um local próximo a **Rval** e insira o retângulo. Isso o levará a **PARAMETERS,** como mostra a Figura 9.113.

Em seguida, dê um duplo clique em **PARAMETERS:** para obter a caixa de diálogo **Property Editor**, que deve ter como segunda coluna, da esquerda para a direita, **SCHEMATIC1:PAGE1**. Agora, ative o botão **New Column** no topo da lista de escolhas para obter a caixa de diálogo **Add New Column**. Digite **Rval** em **Name** e **1** em **Value** seguido da ativação do botão **OK**, fechando essa caixa de diálogo. Como resultado, retornamos à caixa de diálogo **Property Editor**, porém, com a coluna **Rval** e seu valor (abaixo de **Rval**) acrescentado à lista horizontal. Agora, selecione **Rval/1** clicando em **Rval**, de modo a envolver **Rval** por uma linha pontilhada e acrescentar um fundo preto em torno do **1**. Escolha **Display** para abrir a caixa de diálogo **Display Properties** e selecione **Name and Value** seguido do botão **OK**. Em seguida, feche a caixa de diálogo **Editor Property** (**X**) para obter a tela vista na Figura 9.113. Observe agora que o primeiro valor (1 Ω) de **Rval** é mostrado.

Agora estamos prontos para configurar o processo de simulação. Sob **PSpice**, ative o botão **New Simulation Profile** para abrir a caixa de diálogo **New Simulation**. Digite **DC Sweep** abaixo de **Name**, seguido do botão **Create**. A caixa de diálogo **Simulation Settings-DC Sweep** aparecerá. Após selecionar a aba **Analysis,** selecione **DC Sweep** abaixo de **Analysis Type**. Em seguida, deixe selecionado **Primary Sweep** abaixo de **Options** e selecione **Global parameter** abaixo de **Sweep variable**.

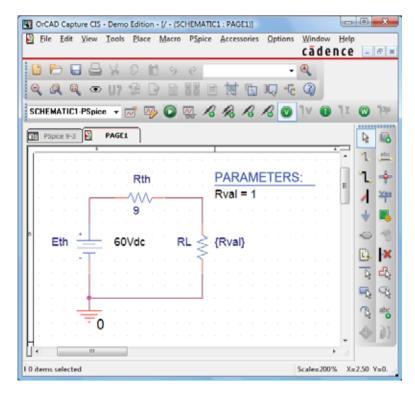



Figura 9.113 Uso do PSpice para traçar o gráfico da potência de R_L para uma faixa de valores de R_L.

Em **Parameter name**, digite **Rval**. Em **Sweep type**, o **Start value** deveria ser 1 Ω; porém, se usarmos o valor 1 Ω, a curva a ser gerada irá começar em 1 Ω, deixando uma lacuna entre 0 e 1 Ω. A curva parecerá incompleta. Para solucionar esse problema, digitamos 0.001 Ω em **Start value** (muito próximo de 0 Ω) com um **Increment** de 1 Ω. Mude o **End Value** 30.001 Ω para garantir um cálculo de R_L = 30 Ω. Se usarmos 30 Ω como end value, o último cálculo seria feito em 29.001 Ω, já que 29.001 Ω + 1 Ω = 30.001 Ω, que está além do limite de 30 Ω. Os valores de **RL** serão, portanto, 0,001 Ω, 1,001 Ω, 2,001 Ω, 29,001 Ω, 30,001 Ω etc., embora a curva aparente ter os valores 0 Ω, 1 Ω, 2 Ω, 29 Ω, 30 Ω etc. Clique em **OK** e ative o botão **Run PSpice** para obter a tela mostrada na Figura 9.114.

Observe que não existe uma curva no gráfico, e que o gráfico se estende até 32 Ω em vez de 30 Ω, como desejado. A curva da potência *versus* **RL** não apareceu porque não definimos para o computador a curva de interesse. Isso é feito ativando o botão **Add Trace** (o botão que possui uma curva vermelha no meio de um gráfico) ou por meio de **Trace-Add Trace** na barra de menu superior. Qualquer escolha resultará na caixa de diálogo **Add Trace**. A região mais importante dessa caixa de diálogo é **Trace Expression**, mostrada na parte inferior. A curva desejada pode ser digitada diretamente, ou a grandeza de interesse pode ser escolhida na lista **Simulation Output Variables** e inserida na lista **Trace Expression**. Como estamos interessados na potência de **RL** para a faixa de valores escolhida para **RL**, selecione **W(RL)** na lista; este, então, aparecerá como **Trace Expression**. Clique em **OK** e a curva, vista na Figura 9.115, aparecerá. Originalmente, a curva se estende de 0 Ω a 35 Ω. Reduzimos a faixa para 0 Ω a 30 Ω selecionando **Plot-Axis Settings-X Axis-User Defined 0 to 30-OK**.

Ative o botão **Toggle cursor** (que se assemelha a uma curva passando na origem de um gráfico), e sete opções vão se abrir à direita do botão, incluindo **Cursor Peak, Cursor Trough, Cursor Slope, Cursor Min, Cursor Max, Cursor Point** e **Cursor Search.** Selecione **Cursor Max**, e a caixa de diálogo **Probe Cursor** na parte de baixo à direita da tela vai revelar onde o pico ocorreu e o nível de potência naquele ponto. Observe que **A1** é 9.001 para refletir uma carga de 9 Ω, que é igual à resistência de Thévenin. A potência máxima nesse ponto é 100 W, como também indicado à direita do valor da resistência. A caixa **Probe Cursor** pode ser movida para qualquer posição na tela simplesmente selecionando-a e arrastando-a para a posição desejada. Um segundo cursor pode ser gerado clicando no botão direito do mouse sobre a opção **Cursor Option** e movendo-a para uma resistência de 30 Ω. O resultado é **A2 =** 30 Ω, o que resulta em uma potência de 71.005 W, como mostra o gráfico. Observe também que a curva gerada aparece como uma lista, embaixo à esquerda da tela, como **W(RL)**.

Multisim

Superposição. Agora, aplicaremos o teorema da superposição ao circuito mostrado na Figura 9.116, visto anteriormente na Figura 9.2 do Exemplo 9.1, o que permite fazer uma comparação dos resultados. A corrente em R_2 deve ser determinada. Usando métodos descritos em capítulos anteriores para aplicações do Multisim no circuito da Figura 9.117, determinaremos

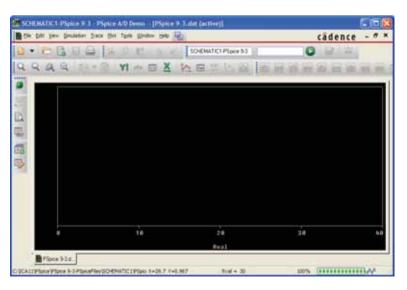



Figura 9.114 Gráfico resultante da varredura *CC* de R_L para o circuito visto na Figura 9.113 antes da definição dos parâmetros a serem mostrados.

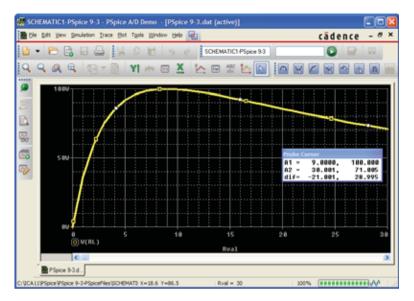



Figura 9.115 Gráfico da potência dissipada por R_L no circuito mostrado na Figura 9.113 para uma faixa de valores de resistência que se estende de 0 Ω a 30 Ω.

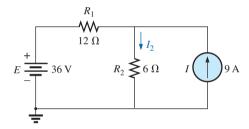



Figura 9.116 Uso do Multisim para determinar a corrente I_2 aplicando o teorema da superposição.

o efeito da fonte de tensão de 36 V. Observe na Figura 9.117 que ambas as fontes de tensão e de corrente estão presentes, mesmo que estejamos determinando a contribuição somente devido à fonte de tensão. Obtenha a fonte de tensão selecionando a opção **Place Source** no topo à esquerda da barra de ferramentas para abrir a caixa de diálogo **Select a Component**. Então, selecione **POWER_SOURCES** seguido por **DC_POWER** como descrito nos capítulos anteriores. Você também pode obter a fonte de corrente da mesma caixa de diálogo selecionando **SIGNAL_CURRENT** sob **Family** seguido por **DC_CURRENT** sob **Component.** A fonte de corrente pode ser rotacionada verticalmente clicando com o botão direito sobre a fonte e selecionando **Flip Vertical.** Configure a fonte de corrente em zero clicando com o botão esquerdo do mouse duas vezes para obter a caixa de diálogo **DC_CURRENT**. Após escolher **Value,** configure **Current(I)** para 0 A.

Prosseguindo com a simulação, os resultados que aparecem na Figura 9.117 serão vistos. A corrente no resistor de 6 Ω é 2 A por causa da fonte de tensão de 36 V. O valor positivo para a leitura de 2 A revela que a corrente da fonte de 36 V passa através do resistor R_2.

No caso de determinar os efeitos da fonte de corrente, a fonte de tensão deve ser ajustada em 0 V, como mostra a Figura 9.118. A corrente resultante é então de 6 A em R_2, com o mesmo sentido que tinha devido à fonte de tensão.

A corrente resultante no resistor R_2 é a soma das duas correntes $I_T = 2\text{ A} + 6\text{ A} = 8\text{ A}$, conforme determina o Exemplo 9.1.

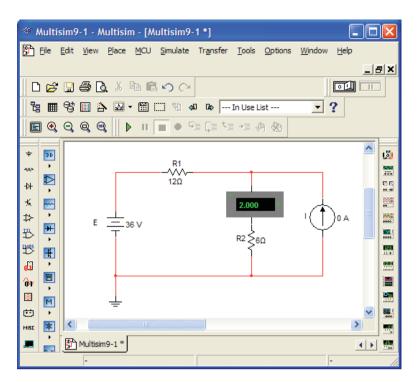



Figura 9.117 Uso do Multisim para determinar a contribuição da fonte de tensão de 36 V na corrente através de R_2.

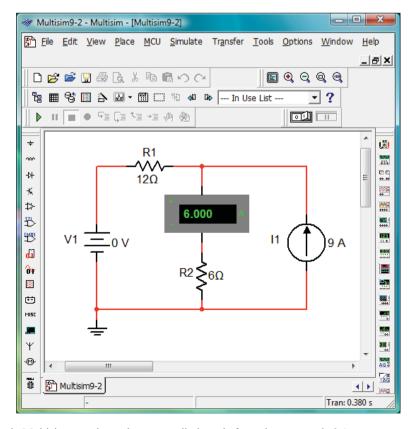



Figura 9.118 Uso do Multisim para determinar a contribuição da fonte de corrente de 9 A na corrente através de R_2.

PROBLEMAS

Seção 9.2 Teorema da superposição

1. **a)** Usando o teorema da superposição, determine a corrente através do resistor de 12 Ω da Figura 9.119.
   b) Converta ambas as fontes de tensão em fontes de corrente e recalcule a corrente para o resistor de 12 Ω.
   c) Como os resultados das partes (a) e (b) podem ser comparados um com o outro?
2. **a)** Usando o teorema da superposição, determine a tensão através do resistor de 4,7 Ω da Figura 9.120.
   b. Calcule a potência fornecida para o resistor de 4,7 Ω em decorrência da fonte de corrente.
   c. Calcule a potência fornecida para o resistor de 4,7 Ω em decorrência da fonte de tensão.
   d. Calcule a potência fornecida para o resistor de 4,7 Ω usando a tensão encontrada na parte (a).
   e) Como os resultados da parte (d) podem ser comparados à soma dos resultados das partes (b) e (c)? O teorema da superposição pode ser aplicado aos níveis de potência?
3. Usando o teorema da superposição, determine a corrente através do resistor de 56 Ω da Figura 9.121.
4. Usando a superposição, calcule a corrente I através da fonte de 24 V na Figura 9.122.
5. Usando a superposição, calcule a tensão V_2 para o circuito na Figura 9.123.

*6. Usando a superposição, calcule a corrente através de R_1 para o circuito na Figura 9.124.

*7. Usando a superposição, calcule a tensão através da fonte de 6 A na Figura 9.125.

Seção 9.3 Teorema de Thévenin

8. **a)** Calcule o circuito equivalente de Thévenin para o circuito externo ao resistor R na Figura 9.126.
   b) Calcule a corrente através de R quando os valores de R forem 2 Ω, 30 Ω e 100 Ω.

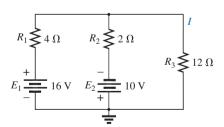



Figura 9.119 Problema 1.

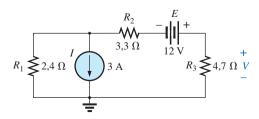



Figura 9.120 Problema 2.

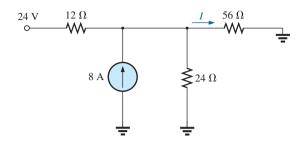



Figura 9.121 Problema 3.

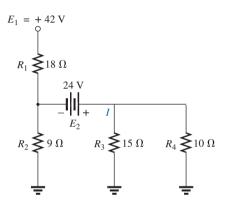



Figura 9.122 Problema 4.

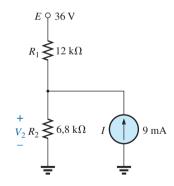



Figura 9.123 Problema 5.

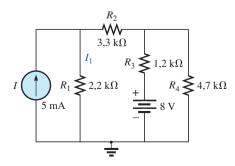



Figura 9.124 Problema 6.

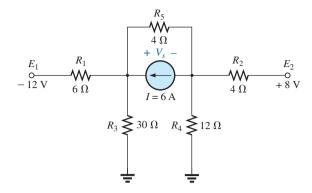



Figura 9.125 Problema 7.

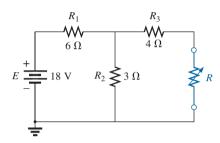



Figura 9.126 Problema 8.

9. **a)** Calcule o circuito equivalente de Thévenin para o circuito externo ao resistor R para o circuito na Figura 9.127.
   b) Calcule a potência fornecida para R quando os valores de R forem 2 kΩ e 100 kΩ.
10. **a)** Calcule o circuito equivalente de Thévenin para o circuito externo ao resistor R para o circuito na Figura 9.128.
    b) Calcule a potência fornecida para R quando os valores de R forem 2 Ω e 100 Ω.
11. Calcule o circuito equivalente de Thévenin para o circuito externo ao resistor R para o circuito na Figura 9.129.
12. Calcule o circuito equivalente de Thévenin para o circuito externo ao resistor R para o circuito na Figura 9.130.
*13. Calcule o circuito equivalente de Thévenin para o circuito externo ao resistor R na Figura 9.131.
14. **a)** Calcule o circuito equivalente de Thévenin para as porções do circuito da Figura 9.132 externas aos pontos a e b.
    b) Redesenhe o circuito com o circuito de Thévenin e calcule a corrente através do resistor de 1,2 Ω.
*15. **a)** Determine o circuito equivalente de Thévenin para o circuito externo ao resistor R na Figura 9.133.
    b) Calcule a corrente através do resistor R se seus valores forem 20 Ω, 50 Ω e 100 Ω.
    c) Sem ter o circuito equivalente de Thévenin, o que você teria de fazer para calcular a corrente através do resistor R para todos os valores da parte (b)?
*16. **a)** Determine o circuito equivalente de Thévenin para o circuito externo ao resistor R na Figura 9.134.
    b) Calcule a polaridade e o valor absoluto da tensão através do resistor R se o seu valor for 1,2 kΩ.

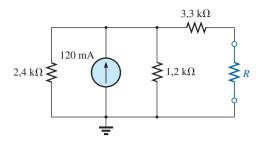



Figura 9.127 Problema 9.

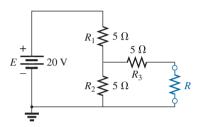



Figura 9.128 Problema 10.

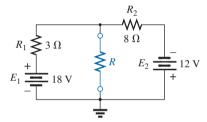



Figura 9.129 Problema 11.

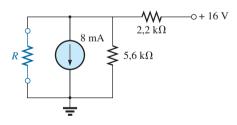



Figura 9.130 Problema 12.

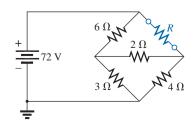



Figura 9.131 Problema 13.

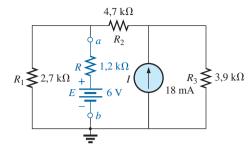



Figura 9.132 Problema 14.

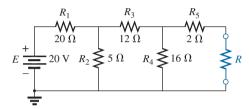



Figura 9.133 Problema 15.

Figura 9.134 Problema 16.

Figura 9.135 Problema 17.

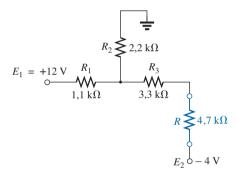



Figura 9.136 Problema 18.

***17.** Considerando o circuito na Figura 9.135, calcule o circuito equivalente de Thévenin para o circuito externo ao resistor de carga R_L.

***18.** Considerando o circuito de transistores na Figura 9.136:
a) Calcule o circuito equivalente de Thévenin para aquela porção do circuito à esquerda do terminal da base (*B*).
b) Usando o fato de que $I_C = I_E$ e $V_{CE} = 8$ V, determine o valor absoluto de I_E.
c) Usando os resultados das partes (a) e (b), calcule a corrente de base I_B se $V_{BE} = 0{,}7$ V.
d) Qual é a tensão V_C?

19. Para cada conjunto vertical de medidas que aparecem na Figura 9.137, determine o circuito equivalente de Thévenin.

***20.** Considerando o circuito da Figura 9.138, calcule o circuito equivalente de Thévenin para o circuito externo ao resistor de 300 Ω.

Seção 9.4 Teorema de Norton

21. a) Calcule o circuito equivalente de Norton para o circuito externo ao resistor *R* na Figura 9.126.
b) Converta o circuito equivalente de Norton para a forma de Thévenin.
c) Calcule o circuito equivalente de Thévenin usando o método de Thévenin e compare os resultados com a parte (b).

22. a) Calcule o circuito equivalente de Norton para o circuito externo ao resistor *R* na Figura 9.127.
b) Converta o circuito equivalente de Norton à forma de Thévenin.
c) Calcule o circuito equivalente de Thévenin usando o método de Thévenin e compare os resultados com a parte (b).

23. Calcule o circuito equivalente de Norton para o circuito externo ao resistor *R* na Figura 9.129.

24. Calcule o circuito equivalente de Norton para o circuito externo ao resistor *R* na Figura 9.130.

***25.** Calcule o circuito equivalente de Norton para o circuito externo ao resistor *R* na Figura 9.131.

***26.** Calcule o circuito equivalente de Norton para o circuito externo ao resistor *R* na Figura 9.133.

***27.** Calcule o circuito equivalente de Norton para o circuito externo ao resistor *R* na Figura 9.135.

***28.** Calcule o circuito equivalente de Norton para o circuito externo ao resistor de 300 Ω na Figura 9.138.

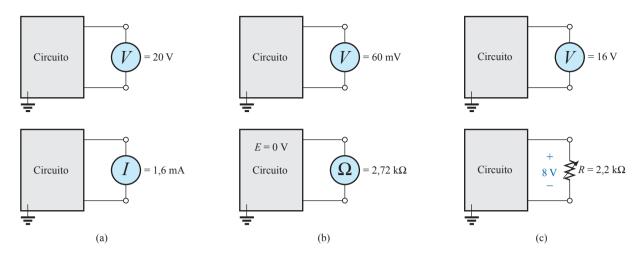



Figura 9.137 Problema 19.

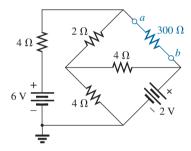



Figura 9.138 Problema 20.

***29. a)** Calcule o circuito equivalente de Norton externo aos pontos *a* e *b* na Figura 9.139.

b) Calcule o valor absoluto e a polaridade da tensão através do resistor de 100 Ω usando os resultados da parte (a).

Seção 9.5 Teorema da máxima transferência de potência

30. a) Calcule o valor de *R* para que a potência dissipada em *R* seja máxima no circuito da Figura 9.126.

b) Determine a potência máxima de *R*.

31. a) Calcule o valor de *R* para que a potência dissipada em *R* seja máxima no circuito da Figura 9.129.

b) Determine a potência máxima de *R*.

32. a) Calcule o valor de *R* para que a potência dissipada em *R* seja máxima no circuito da Figura 9.131.

b) Determine a potência máxima para *R*.

***33. a)** Calcule o valor de R_L na Figura 9.135 para que a potência dissipada em R_L seja máxima.

b) Determine a potência máxima para R_L.

34. a) Para o circuito da Figura 9.140, determine o valor de *R* para que a potência dissipada em *R* seja máxima.

b) Determine a potência máxima para *R*.

c) Esboce o gráfico de uma curva da potência para *R* *versus* *R* em que *R* varie de ¼ a 2 vezes o valor determinado na parte (a) usando um incremento de ¼ do valor de *R*. A curva confirma o fato de que o valor escolhido de *R* na parte (a) assegurará a máxima transferência de potência?

***35.** Determine o valor da resistência R_1 na Figura 9.141 para que a potência dissipada em R_4 seja máxima. Pense!

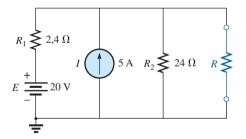



Figura 9.140 Problema 34.

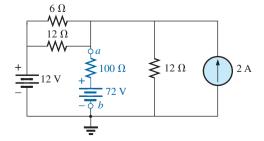



Figura 9.139 Problema 29.

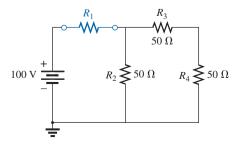



Figura 9.141 Problema 35.

***36.** **a)** Considerando o circuito na Figura 9.142, determine o valor de R_2 para que a potência em R_4 seja máxima.
b) Existe uma proposição geral que possa ser feita a respeito de situações como essas apresentadas aqui e no Problema 35?

***37.** Considerando o circuito na Figura 9.143, determine o nível de R que vai assegurar a potência máxima para o resistor de 100 Ω. Calcule a potência máxima para R_L.

Seção 9.6 Teorema de Millman

38. Usando o teorema de Millman, calcule a corrente em R_L e a tensão entre seus terminais no circuito visto na Figura 9.144.

39. Repita o Problema 38 para o circuito na Figura 9.145.

40. Usando o teorema de Millman, calcule a corrente em R_L e a tensão entre seus terminais no circuito visto na Figura 9.146.

41. Usando o dual do teorema de Millman, determine a corrente no resistor R_L visto na Figura 9.147 e a tensão entre seus terminais.

42. Usando o dual do teorema de Millman, determine a corrente no resistor R_L visto na Figura 9.148 e a tensão entre seus terminais.

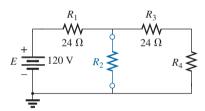



Figura 9.142 Problema 36.

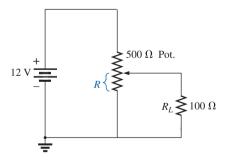



Figura 9.143 Problema 37.

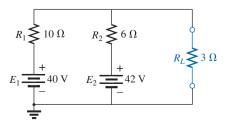



Figura 9.144 Problema 38.

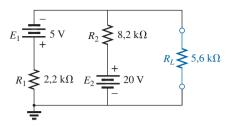



Figura 9.145 Problema 39.

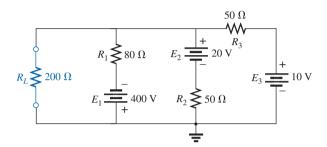



Figura 9.146 Problema 40.

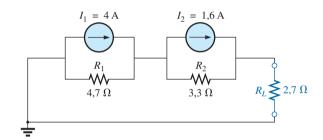



Figura 9.147 Problema 41.

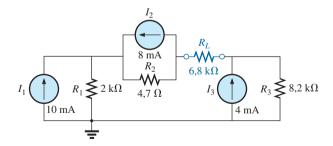



Figura 9.148 Problema 42.

Seção 9.7 Teorema da substituição

43. Usando o teorema da substituição, desenhe três ramos equivalentes ao ramo *a-b* do circuito visto na Figura 9.149.

44. Usando o teorema da substituição, desenhe três ramos equivalentes ao ramo *a-b* do circuito visto na Figura 9.150.

***45.** Usando o teorema da substituição, desenhe três ramos equivalentes ao ramo *a-b* do circuito visto na Figura 9.151.

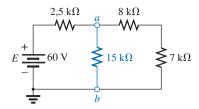



Figura 9.149 Problema 43.

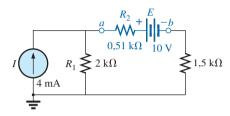



Figura 9.150 Problema 44.

Figura 9.151 Problema 45.

Figura 9.152 Problema 46.

Figura 9.153 Problema 47.

Seção 9.8 Teorema da reciprocidade

46. a) Considerando o circuito na Figura 9.152(a), determine a corrente I.

b) Repita a parte (a) para o circuito na Figura 9.152(b).

c) O teorema da reciprocidade foi satisfeito?

47. a) Considerando o circuito da Figura 9.153(a), determine a corrente I.

b) Repita a parte (a) para o circuito na Figura 9.153(b).

c) O teorema da reciprocidade foi satisfeito?

48. a) Determine a tensão V para o circuito na Figura 9.154 (a).

b) Repita a parte (a) para o circuito na Figura 9.154(b).

c) O dual do teorema da reciprocidade foi satisfeito?

Seção 9.9 Análise computacional

49. Usando PSpice ou Multisim, determine a tensão V_2 e seus componentes para o circuito na Figura 9.123.

50. Usando PSpice ou Multisim, determine o circuito equivalente de Thévenin para o circuito na Figura 9.131.

***51. a)** Usando PSpice, trace o gráfico da potência dissipada pelo resistor R visto na Figura 9.128 com os valores de R 1 Ω a 150 Ω.

b) A partir do gráfico, determine o valor de R no qual a potência máxima é o valor dessa potência.

Figura 9.154 Problema 48.

c) Compare os resultados do item (a) com as soluções numéricas.

d) Esboce o gráfico de V_R e de I_R em função de R e determine esses valores para a condição de máxima potência em R.

***52.** Troque o resistor de 300 Ω no circuito visto na Figura 9.138 por um resistor variável, e usando PSpice, trace o gráfico da potência dissipada no resistor em função do seu valor. Determine a faixa de valores para a resistência por tentativa e erro em vez de usar o cálculo. Determine o circuito equivalente de Norton com base nos resultados. A corrente Norton pode ser determinada a partir do valor máximo da potência.

GLOSSÁRIO

Teorema da máxima transferência de potência: Teorema usado para determinar a resistência de carga necessária para garantir a máxima transferência de potência para a carga.

Teorema de Millman: Método que emprega conversão de fontes que permite a determinação de incógnitas em um circuito multimalhas.

Teorema de Norton: Teorema que permite a redução de qualquer circuito de corrente contínua linear de dois terminais a um contendo uma única fonte de corrente e um resistor em paralelo.

Teorema da reciprocidade: Teorema que afirma que, para circuitos com uma única fonte, a corrente em qualquer ramo do circuito é igual à corrente no ramo no qual a fonte estava originalmente posicionada, se a fonte for colocada no ramo no qual a corrente foi medida originalmente.

Teorema da substituição: Teorema que afirma que em um circuito de corrente contínua bilateral, se a tensão entre os terminais de um ramo e a corrente nele forem conhecidas, o ramo pode ser substituído por qualquer combinação de elementos que mantenham a mesma tensão e a mesma corrente no ramo escolhido.

Teorema da superposição: Teorema de circuito que permite considerar os efeitos de cada fonte independentemente. A corrente e/ou a tensão resultantes é a soma algébrica das correntes e/ou tensões de contribuição independente de cada fonte.

Teorema de Thévenin: Teorema que permite a redução de qualquer circuito de corrente contínua linear de dois terminais a um contendo uma única fonte de tensão em série com um resistor.

Capacitores

Objetivos

- Familiarizar-se com a construção básica de um capacitor e com os fatores que afetam a sua capacidade de armazenar carga em suas placas.
- Ser capaz de determinar a resposta transitória (que varia no tempo) de um circuito capacitivo e de representar em um gráfico as tensões e as correntes resultantes.
- Compreender o impacto da combinação de capacitores em série e em paralelo e aprender a ler os dados da placa de identificação.
- Desenvolver a familiaridade com o uso dos métodos computacionais para analisar circuitos com elementos capacitivos.

10.1 INTRODUÇÃO

Até esse ponto, o resistor foi o componente de circuito que apareceu em nossa análise. Neste capítulo, introduziremos o **capacitor**, que tem um impacto significativo sobre os tipos de circuitos que você será capaz de projetar e analisar. Assim como o resistor, ele é um dispositivo de dois terminais, mas suas características são totalmente diferentes daquelas de um resistor. Na realidade, *o capacitor exibe suas verdadeiras características somente quando ocorre uma mudança na tensão ou na corrente do circuito*. Toda a potência fornecida a um resistor é dissipada na forma de calor. Um capacitor ideal, entretanto, armazena a energia que lhe é fornecida em uma forma que pode ser retornada ao sistema.

Apesar da construção básica dos capacitores ser realmente bastante simples, ela é um componente que abre a porta para todos os tipos de aplicações práticas, desde *touchpads* a sofisticados sistemas de controle. Algumas aplicações serão introduzidas e discutidas em detalhes mais adiante neste capítulo.

10.2 O CAMPO ELÉTRICO

Lembre-se de que vimos no estudo do Capítulo 2 que existe uma força de atração ou repulsão entre dois corpos carregados. Agora, examinaremos esse fenômeno de forma mais detalhada, considerando o campo elétrico que existe na região em torno de qualquer corpo carregado. Esse campo elétrico é representado pelas **linhas de campo**, que serão traçadas para indicar a intensidade do campo elétrico em qualquer ponto em torno do corpo carregado. Quanto maior a densidade das linhas de campo, mais intenso o campo elétrico. Na Figura 10.1, por exemplo, a intensidade do campo elétrico é maior na posição *a* que na posição *b*, porque as linhas de campo são mais densas em *a* que em *b*. Isto é, o mesmo número de linhas de fluxo passa através de cada região, mas a área A_1 é muito menor

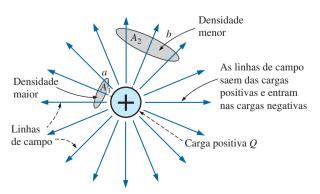



Figura 10.1 Distribuição das linhas de campo em torno de uma carga positiva isolada.

que a área A_2. O símbolo usado para representar o campo elétrico é a letra grega ψ (psi). O fluxo por unidade de área (densidade de fluxo) será representado pela letra maiúscula D e definido por:

$$D = \frac{\Psi}{A} \quad \text{(fluxo/unidade área)} \qquad (10.1)$$

Quanto maior a carga Q em coulombs, maior o número de linhas de campo por unidade de área, independentemente do meio em que ela se encontra. Uma carga com o dobro do valor produzirá o dobro de linhas de campo por unidade de área. Portanto, podemos igualar as duas grandezas:

$$\psi \equiv Q \quad \text{(coulombs, C)} \qquad (10.2)$$

Por definição, a **intensidade do campo elétrico** (designada pela letra $\mathscr{E}$) em um ponto é a força que atua em uma carga unitária positiva nesse ponto; ou seja,

$$\mathscr{E} = \frac{F}{Q} \quad \text{(newtons/coulomb, N/C)} \qquad (10.3)$$

Na Figura 10.2, a força exercida sobre uma carga positiva unitária (1 coulomb) por uma carga Q, situada a r metros de distância, pode ser determinada pela **lei de Coulomb** (Equação 2.1) como mostramos a seguir:

$$F = k\frac{Q_1Q_2}{r^2} = k\frac{Q(1\ \text{C})}{r^2} = \frac{kQ}{r^2}\left(k = 9\times10^9\ \text{N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2\right)$$

Substituindo o resultado na Equação 10.3 para uma carga positiva unitária, resulta em:

$$\mathscr{E} = \frac{F}{Q} = \frac{kQ/r^2}{1/\text{C}}$$

e

$$\mathscr{E} = \frac{kQ}{r^2} \quad \text{(N/C)} \qquad (10.4)$$

O resultado revela claramente que a intensidade do campo elétrico está diretamente relacionada ao tamanho da carga Q. Quanto maior a carga Q, maior a intensidade do campo elétrico sobre uma carga unitária nas proximidades. Entretanto, a distância é um termo ao quadrado no denominador. O resultado é que, quanto maior a distância da carga Q, menor a intensidade do campo elétrico, o que ocorre de forma drástica devido ao termo ao quadrado. Na Figura 10.1, a intensidade do campo elétrico na região A_2 é, portanto, significativamente menor que na região A_1.

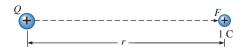



Figura 10.2 Determinação da força sobre uma carga unitária a r metros de uma carga Q de polaridades similar.

Para duas cargas de polaridades opostas e de mesmo valor absoluto, a distribuição do fluxo se assemelha àquela que aparece na Figura 10.3. Em geral,

as linhas de campo sempre se dirigem de um corpo positivamente carregado para um corpo negativamente carregado, sempre começam ou terminam perpendicularmente às superfícies carregadas e nunca se interceptam.

Observe na Figura 10.3(a) que as linhas de força estabelecem o padrão mais direto possível da carga positiva para a negativa. Elas são distribuídas uniformemente e têm a distância mais curta entre as duas cargas na horizontal. Esse padrão é um resultado direto do fato de que linhas de força buscam estabelecer o caminho mais curto de um corpo carregado para o outro. O resultado é uma pressão natural para que estejam à distância mais próxima possível. Se dois corpos da mesma polaridade estão próximos um do outro, como mostra a Figura 10.3(b), o resultado é diretamente oposto. As linhas de força tendem a estabelecer um efeito separador entre os dois, com uma ação repulsiva que cresce na medida em que as duas cargas são aproximadas uma da outra.

10.3 CAPACITÂNCIA

Até esse ponto, consideramos apenas as distribuições esféricas isoladas de cargas positivas e negativas, mas a análise pode ser estendida a superfícies carregadas de qualquer formato e tamanho. Na Figura 10.4, por exemplo, duas placas paralelas feitas de um material como o

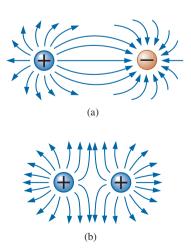



Figura 10.3 Distribuição de linhas de campo: (a) cargas de tipos opostos; (b) cargas de mesmo tipo.

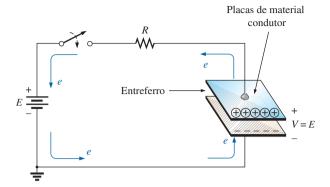



Figura 10.4 Circuito simples de carga com duas placas.

alumínio (o metal mais comumente usado na construção de capacitores) estão conectadas a uma bateria por meio de um resistor e de uma chave. Se as placas estiverem inicialmente descarregadas e a chave estiver aberta, nenhuma carga, positiva ou negativa, será encontrada nelas. Entretanto, no momento em que a chave é fechada, os elétrons são atraídos da placa superior para o terminal positivo da bateria, passando pelo resistor. Ocorrerá, inicialmente, um surto de corrente limitada pelo valor da resistência presente. A intensidade dessa corrente diminuirá, conforme demonstramos na próxima seção. Isso produz uma carga positiva na placa superior. Os elétrons são repelidos pelo terminal negativo em direção à placa inferior pelo condutor inferior, com a mesma velocidade com que eles são atraídos pelo terminal positivo da bateria. Essa transferência de elétrons continua até que a diferença de potencial entre as placas seja exatamente igual à tensão da bateria. O resultado final é uma carga positiva na placa superior e uma carga negativa na placa inferior, muito semelhantes sob vários aspectos às cargas esféricas da Figura 10.3(a).

Antes de continuar, é importante observar que o fluxo inteiro de carga se dá através da bateria e do resistor, e não pela região entre as placas. Em todos os sentidos da definição, *há um circuito aberto entre as placas do capacitor*.

Esse elemento, constituído apenas por duas placas condutoras paralelas separadas por um material isolante (nesse caso, o ar), é denominado **capacitor**.

Capacitância é uma medida da quantidade de carga que o capacitor pode armazenar em suas placas; em outras palavras, é sua capacidade de armazenamento.

Além disso,

quanto mais alta a capacitância de um capacitor, maior a quantidade de carga armazenada nas placas para a mesma tensão aplicada.

A unidade de medida aplicada aos capacitores é o farad (F), em homenagem ao cientista inglês Michael Faraday, que fez importantes pesquisas nesse campo (Figura 10.5). Em particular,

um capacitor possui uma capacitância de 1 farad se uma carga de 1 coulomb (6,242 × 10^{18} elétrons) for depositada em suas placas por uma diferença de potencial de 1 volt entre elas.

O farad, entretanto, é geralmente uma medida de capacitância grande demais para a maioria das aplicações práticas; assim, o microfarad (10^{-6}) ou o picofarad (10^{-12}) são mais comumente encontrados.

A relação que conecta a tensão aplicada, a carga nas placas e o nível de capacitância é definida pela equação a seguir:

$$C = \frac{Q}{V} \qquad \begin{aligned} C &= \text{farads (F)} \\ Q &= \text{coulombs (C)} \\ V &= \text{volts (V)} \end{aligned} \qquad (10.5)$$

A Equação 10.5 revela que, para uma tensão (V), quanto maior a carga (Q) nas placas (no numerador da equação), mais alto o nível de capacitância (C).

Se escrevemos a equação na forma:

$$Q = CV \qquad \text{(coulombs, C)} \qquad (10.6)$$

Figura 10.5 Michael Faraday.

Cortesia de Smithsonian Institute Library
Inglês (Londres)
(1791-1867) Químico e Físico Experimental.
Doutor *honoris causa* pela Oxford University, em 1832.

Cientista experimental sem nunca ter recebido educação formal, começou sua carreira de pesquisador como técnico de laboratório do Royal Institute, em Londres. Interessado no estudo da interação entre campos elétricos e magnéticos, descobriu a *indução eletromagnética*, demonstrando que efeitos elétricos podem ser gerados a partir de um campo magnético (origem do gerador como conhecemos hoje em dia). Descobriu também as *correntes autoinduzidas* e introduziu os conceitos de *linhas e campos de força magnética*. Recebeu mais de cem prêmios acadêmicos e científicos, e se tornou membro da Royal Society em 1824 ainda jovem, aos 32 anos.

torna-se óbvio através da relação de produto que quanto mais alta a capacitância (C) ou tensão aplicada (V), maior a carga nas placas.

EXEMPLO 10.1

a) Se $82{,}4 \times 10^{14}$ elétrons são depositados sobre a placa negativa de um capacitor por uma tensão aplicada de 60 V, calcule a capacitância do capacitor.

b) Se 40 V são aplicados através de um capacitor de 470 μF, calcule a carga nas placas.

Soluções:

a) Primeiro calcule o número de coulombs de carga, como a seguir:

$$82{,}4\times10^{14}\ \text{elÈtrons}\left(\frac{1\ \text{C}}{6{,}242◊10^{18}\ \text{elÈtrons}}\right) = 1{,}32\ \text{mC}$$

e então

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{1{,}32\ \text{mC}}{60\ \text{V}} = \mathbf{22\ \mu F} \qquad \text{(valor padrão)}$$

b) Aplicando a Equação 10.6, temos:

$$Q = CV = (470\ \mu\text{F})(40\ \text{V}) = \mathbf{18{,}8\ mC}$$

Uma vista em corte das placas paralelas na Figura 10.4 aparece na Figura 10.6(a). Observe o **efeito de borda** que ocorre na medida em que as linhas de campo que se originam nos pontos mais distantes da placa negativa se direcionam para completar a conexão. Esse efeito de borda, que tem o poder de reduzir a capacitância líquida,

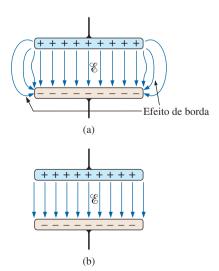



Figura 10.6 Distribuição das linhas de campo na região entre as placas de um capacitor: (a) inclusão do efeito de borda; (b) ideal.

pode ser ignorado na maioria das aplicações. Idealmente, e de maneira que presumiremos a distribuição de linhas de campo neste livro, ela aparecerá como mostra a Figura 10.6(b), em que todas as linhas de campo são uniformemente distribuídas e não ocorre o 'efeito de borda'.

A **intensidade do campo elétrico** entre as placas é determinada pela tensão através das placas e pela distância entre as placas, como vemos a seguir:

$$\mathscr{E} = \frac{V}{d} \qquad \begin{aligned} \mathscr{E} &= \text{volts/m (V/m)} \\ V &= \text{volts (V)} \\ d &= \text{meters (m)} \end{aligned} \qquad (10.7)$$

Observe que a distância entre as placas é medida em metros, não se usam centímetros nem polegadas.

A equação para a intensidade do campo elétrico é determinada por dois fatores, apenas: *tensão aplicada e distância entre as placas*. A carga nas placas, o tamanho do capacitor e o material da placa não aparecem na equação.

Muitos valores de capacitância podem ser obtidos do mesmo par de placas paralelas inserindo certos materiais isolantes entre elas. Na Figura 10.7, foi colocado um material isolante entre duas placas paralelas submetidas a uma diferença de potencial de V volts.

Como o material é isolante, os elétrons não conseguem deixar seus átomos e migrar para a placa positiva. As partículas positivas (prótons) e negativas (elétrons) de cada átomo se deslocam, entretanto (como mostra a Figura 10.7(a)) para formar *dipolos*.

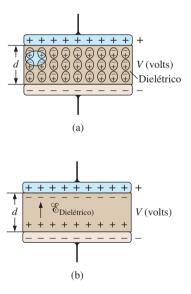



Figura 10.7 Efeito dielétrico sobre a distribuição do campo na região entre as placas de um capacitor: (a) alinhamento dos dipolos no dielétrico; (b) componentes do campo elétrico entre as placas de um capacitor na presença de um dielétrico.

Quando os dipolos se alinham, como na Figura 10.7(a), o material está *polarizado*. Um exame mais minucioso do interior desse material polarizado indica que as partículas negativas e positivas dos dipolos adjacentes se cancelam (observe a região sombreada na Figura 10.7(a)). Mas as cargas positivas na superfície mais próxima da placa negativa do capacitor e as cargas negativas na superfície mais próxima da placa positiva do capacitor não se cancelam, o que resulta no aparecimento de um campo elétrico no interior do isolante ($\mathscr{E}_{\text{dielétrico}}$; Figura 10.7 (b)).

Na Figura 10.8(a), duas placas são separadas por um espaço de ar e têm camadas de carga nas placas como estabelecido pela tensão aplicada e pela distância entre as placas. A intensidade do campo elétrico é $\mathscr{E}_1$, como define a Equação 10.7. Na Figura 10.8(b), uma fatia de mica é introduzida, a qual, através de um alinhamento de células dentro do dielétrico, estabelece um campo elétrico $\mathscr{E}_2$ que se opõe ao campo elétrico $\mathscr{E}_1$. O efeito é tentar reduzir a intensidade do campo elétrico entre as placas. No entanto, a Equação 10.7 afirma que a intensidade do campo elétrico *tem de ser* o valor estabelecido pela tensão aplicada e pela distância entre as placas. Essa condição é mantida por meio da colocação de mais carga nas placas, aumentando a intensidade do campo elétrico entre as placas até um nível que cancela o campo elétrico oposto introduzido pela lâmina de mica. O resultado líquido é um aumento da carga nas placas e um aumento no nível de capacitância como estabelece a Equação 10.5.

Diferentes materiais colocados entre placas estabelecem diferentes quantidades de carga adicional nas placas. Todos, entretanto, têm de ser isolantes e têm de poder estabelecer um campo elétrico no interior da estrutura. Uma lista de materiais comuns aparece na Tabela 10.1,

Tabela 10.1 Permissividade relativa (constante dielétrica) ϵ_r de várias substâncias dialétricas.

Dielétrico	ϵ_r (valores médios)
Vácuo	1,0
Ar	1,0006
Teflon®	2,0
Papel parafinado	2,5
Borracha	3,0
Polistireno	3,0
Óleo	4,0
Mica	5,0
Porcelana	6,0
Baquelite®	7,0
Óxido de alumínio	7
Vidro	7,5
Óxido de tântalo	30
Cerâmica	20 – 7.500
Titanato de bário e estrôncio (cerâmica)	7.500,0

e o ar é usado como referência com um índice 1.[1] Todos esses materiais são chamados de **dielétricos**; 'di' para *oposição*, 'elétrico' para *campo elétrico*. O símbolo ϵ_r na Tabela 10.1 é chamado de **permissividade relativa** (ou **constante dielétrica**). O termo **permissividade** é aplicado como uma medida de quão facilmente um material 'permite' o estabelecimento de um campo elétrico em seu meio. A permissividade relativa compara a permissividade de um material com aquela do ar. Por exemplo, a Tabela 10.1 revela que a mica, com uma permissividade relativa de 5, 'permite' o estabelecimento de um campo elétrico de oposição no material cinco vezes melhor do que no ar.

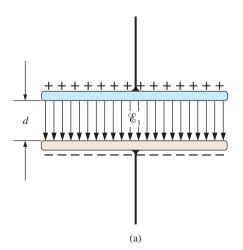
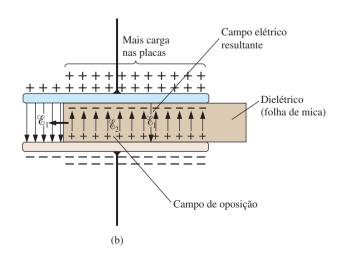



Figura 10.8 Demonstração do efeito da inserção de um dielétrico entre as placas de um capacitor: (a) capacitor de ar; (b) dielétrico sendo inserido.

1 Apesar de haver uma diferença nas características dielétricas entre o ar e o vácuo, ela é tão pequena que o ar é comumente usado como o nível de referência.

Observe o material cerâmico na parte de baixo da tabela que possui uma permissividade relativa de 7.500; uma permissividade relativa que o torna um dielétrico muito especial na manufatura de capacitores.

Definindo ϵ_o como a permissividade do ar, definimos a permissividade relativa de um material com uma permissividade ϵ por:

$$\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_o} \quad \text{(adimensional)} \tag{10.8}$$

Observe que ϵ_r (como mencionado previamente) é frequentemente chamado de **constante dielétrica**, e é uma quantidade adimensional por se tratar de uma razão de quantidades similares. Entretanto, a permissividade tem as unidades de farads/metro (F/m), e é $8{,}85 \times 10^{-12}$ F/m para o ar. Apesar de a permissividade relativa para o ar que respiramos ser listada como 1,006, o valor de 1 é normalmente usado para a permissividade relativa do ar.

Para todo dielétrico há um potencial que, se aplicado através de seus terminais, romperá os elos dentro dele e fará com que a corrente flua pelo dielétrico. A tensão necessária por comprimento unitário é um indicativo da sua **rigidez dielétrica**, e é chamada de **tensão de ruptura**. Quando a ruptura ocorre, o capacitor tem características muito similares àquelas de um condutor. Um exemplo típico de ruptura dielétrica é o raio, que ocorre quando o potencial entre uma nuvem e a terra é tão alto que uma carga pode passar de uma para outra através da atmosfera (o dielétrico). A rigidez dielétrica média para vários dielétricos é apresentada em volts/mil na Tabela 10.2 (1 mil = 1/1.000 polegadas).

Tabela 10.2 Rigidez dielétrica de alguns materiais dielétricos.

Dielétrico	Rigidez dielétrica (valor médio) em volts/mil
Ar	75
Titanato de bário e estrôncio (cerâmica)	75
Cerâmica	75–1.000
Porcelana	200
Óleo	400
Baquelite®	400
Borracha	700
Papel parafinado	1.300
Teflon®	1.500
Vidro	3.000
Mica	5.000

Um dos parâmetros importantes de um capacitor é a **tensão de trabalho máxima**. Ela define a tensão máxima que pode ser estabelecida através do capacitor em uma base contínua sem danificá-lo e sem modificar suas características. Para a maioria dos capacitores, é a rigidez dielétrica que define a tensão de trabalho máxima.

10.4 CAPACITORES

Construção do capacitor

Agora estamos cientes dos componentes básicos de um capacitor: placas condutivas, separação e dielétrico. No entanto, uma questão permanece: como todos esses fatores interagem para determinar a capacitância de um capacitor? *Placas maiores* permitem um aumento da área para o armazenamento da carga, de maneira que a área das placas deve estar no numerador da equação definidora. *Quanto menor a distância entre as placas*, maior a capacitância, de maneira que esse fator deve aparecer no numerador da equação. Por fim, tendo em vista que *níveis mais altos de permissividade* resultam em níveis mais altos de capacitância, o fator ϵ deve aparecer no numerador da equação definidora.

O resultado é a equação geral para capacitância a seguir:

$$C = \epsilon \frac{A}{d} \qquad \begin{aligned} C &= \text{farads (F)} \\ \epsilon &= \text{permissividade} \\ A &= \text{m}^2 \\ d &= \text{m} \end{aligned} \tag{10.9}$$

Se substituirmos a Equação 10.8 pela permissividade do material, obteremos a equação para a capacitância a seguir:

$$C = \epsilon_o \epsilon_r \frac{A}{d} \quad \text{(farads, F)} \tag{10.10}$$

ou se substituirmos o valor conhecido para a permissividade do ar, obteremos a equação útil a seguir:

$$C = 8{,}85 \times 10^{-12} \epsilon_r \frac{A}{d} \quad \text{(farads, F)} \tag{10.11}$$

É importante observar na Equação 10.11 que a área das placas (na realidade, a área de apenas uma placa) está em metros quadrados (m²); a distância entre as placas é medida em metros; e o valor numérico de ϵ_r é simplesmente tirado da Tabela 10.1.

Você deve estar ciente também de que a maioria dos capacitores está na faixa do μF, nF ou pF, não na de 1 F ou mais. Um capacitor de 1 F pode ser tão grande quanto uma lanterna comum, exigindo que a armação para o sistema seja bastante grande. A maioria dos capacitores

usados em sistemas eletrônicos é do tamanho da unha de um polegar, ou menor.

Se formarmos a razão da equação para a capacitância de um capacitor com um dielétrico específico com aquela do mesmo capacitor, tendo o ar como o dielétrico, teremos a equação a seguir:

$$\frac{C = \epsilon \frac{A}{d}}{C_o = \epsilon_o \frac{A}{d}} \Rightarrow \frac{C}{C_o} = \frac{\epsilon}{\epsilon_o} = \epsilon_r$$

e

$$C = \epsilon_r C_o \tag{10.12}$$

O resultado é que

a capacitância de um capacitor com um dielétrico que tem uma permissividade relativa de ϵ_r é ϵ_r vezes a capacitância ao se usar o ar como dielétrico.

Os exemplos a seguir reexaminam os conceitos e as equações recém-apresentadas.

EXEMPLO 10.2

Na Figura 10.9, se cada capacitor de ar na coluna esquerda é modificado para o tipo que aparece na coluna da direita, calcule o novo nível de capacitância. Os outros fatores permanecem os mesmos, apesar de cada mudança.

Soluções

a) Na Figura 10.9(a), a área aumentou por um fator de três, proporcionando mais espaço para o armazenamento da carga em cada placa. Tendo em vista que a área aparece no numerador da equação de capacitância, a capacitância aumenta por um fator de três. Isto é,

$$C = 3(C_o) = 3(5\ \mu\text{F}) = \mathbf{15\ \mu F}$$

b) Na Figura 10.9(b), a área permaneceu a mesma, mas a distância entre as placas foi aumentada por um fator de dois. O aumento da distância reduz o nível de capacitância, de maneira que a capacitância resultante é metade do que ela era antes. Isto é,

$$C = \frac{1}{2}(0{,}1\ \mu\text{F}) = \mathbf{0{,}05\ \mu F}$$

c) Na Figura 10.9(c), a área e a distância entre as placas foram mantidas, mas um dielétrico de papel parafinado (encerado) foi adicionado entre as placas. Tendo em vista que a permissividade aparece no numerador da equação de capacitância, a capacitância aumenta por um fator determinado pela permissividade relativa. Isto é,

$$C = \epsilon_r C_o = 2{,}5(20\ \mu\text{F}) = \mathbf{50\ \mu F}$$

d) Na Figura 10.9(d), uma série de mudanças está acontecendo ao mesmo tempo. Entretanto, solucionar o problema é simplesmente uma questão de determinar se a mudança aumenta ou diminui a capacitância e, então, colocar o fator multiplicador no numerador ou no denominador da equação. O aumento da área por um fator de quatro produz um multiplicador de quatro no numerador, como mostra a equação a seguir. Reduzir a distância por um fator de 1/8 aumentará a capacitância por seu inverso, ou por um fator de oito. Inserir o dielétrico de mica aumenta a capacitância por um fator de cinco. O resultado é:

$$C = (5)\frac{4}{(1/8)}(C_o) = 160\ (1000\ \text{pF}) = \mathbf{0{,}16\ \mu F}$$

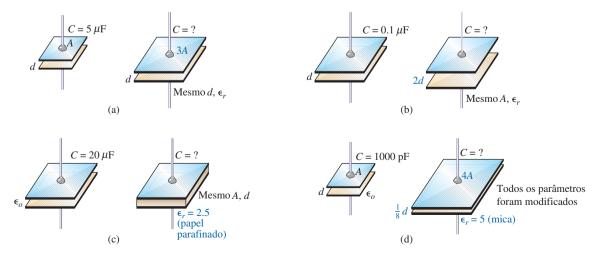



Figura 10.9 Exemplo 10.2.

No exemplo a seguir, as dimensões de um capacitor de ar são fornecidas, e a capacitância deve ser determinada. O exemplo enfatiza a importância de conhecer as unidades de cada fator da equação. A não conversão em um conjunto apropriado de unidades provavelmente produzirá um resultado sem sentido, mesmo que a equação apropriada tenha sido usada e a matemática tenha sido executada de maneira correta.

EXEMPLO 10.3

Considerando o capacitor na Figura 10.10:

a) Calcule a capacitância.

b) Calcule a intensidade do campo elétrico entre as placas para o caso de 48 V serem aplicados entre elas.

c) Calcule a carga em cada placa.

Soluções:

a) Primeiro, a área e a distância entre as placas têm de ser convertidas para o sistema SI, como exige a Equação 10.11:

$$d = \frac{1}{32}\,\text{pol.}\left(\frac{1\ \text{m}}{39,37\ \text{pol.}}\right) = 0,794\ \text{mm}$$

e $$A = (2\ \text{pol.})(2\ \text{pol.})\left(\frac{1\ \text{m}}{39,37\ \text{pol.}}\right)\left(\frac{1\ \text{m}}{39,37\ \text{pol.}}\right) = 2,581 \times 10^{-3}\ \text{m}^2$$

Equação 10.11:

$$C = 8,85\times10^{-12}\,\epsilon_r\,\frac{A}{d} = 8,85\times10^{-12}\,(1)\frac{(2,581\times10^{-3}\,\text{m}^2)}{0,794\ \text{mm}} = \mathbf{28,8\ pF}$$

b) O campo elétrico entre as placas é determinado pela Equação 10.7:

$$\mathscr{E} = \frac{V}{d} = \frac{48\ \text{V}}{0,794\ \text{mm}} = \mathbf{60,5\ kV/m}$$

c) A carga nas placas é determinada pela Equação 10.6:

$$Q = CV = (28,8\ \text{pF})(48\ \text{V}) = \mathbf{1,38\ nC}$$

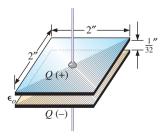



Figura 10.10 Capacitor de ar para o Exemplo 10.3.

No exemplo a seguir, vamos inserir um dielétrico cerâmico entre as placas do capacitor de ar na Figura 10.10 e ver como ele afeta o nível de capacitância, o campo elétrico e a carga nas placas.

EXEMPLO 10.4

a) Insira um dielétrico cerâmico com um ϵ_r de 250 entre as placas do capacitor na Figura 10.10. Então, determine o novo nível de capacitância. Compare seus resultados com a solução no Exemplo 10.3.

b) Calcule a intensidade do campo elétrico resultante entre as placas e compare a sua resposta com o resultado no Exemplo 10.3.

c) Determine a carga em cada uma das placas e compare sua resposta com o resultado no Exemplo 10.3.

Soluções:

a) Considerando a Equação 10.12, o novo nível de capacitância é

$$C = \epsilon_r C_o = (250)(28,8\ \text{pF}) = \mathbf{7200\ pF = 7,2\ nF = 0,0072\ \mu F}$$

que é *significativamente mais alto* que o nível no Exemplo 10.3.

b) $$\mathscr{E} = \frac{V}{d} = \frac{48\ \text{V}}{0,794\ \text{mm}} = \mathbf{60,5\ kV/m}$$

Tendo em vista que a tensão aplicada e a distância entre as placas não mudaram, *o campo elétrico entre as placas permanece o mesmo*.

c) $Q = CV = (7200\ \text{pF})(48\ \text{V}) = \mathbf{345,6\ nC = 0,35\ \mu C}$

Agora sabemos que a inserção de um dielétrico entre as placas aumenta a quantidade de carga armazenada nas placas. No Exemplo 10.4, tendo em vista que a permissividade relativa aumentou por um fator de 250, a carga nas placas *aumentou pela mesma quantidade*.

EXEMPLO 10.5

Calcule a tensão máxima que pode ser aplicada através do capacitor no Exemplo 10.4 se a rigidez dielétrica for 80 V/mil.

Solução:

$$d = \frac{1}{32}\,\text{pol.}\left(\frac{1000\ \text{mils}}{1\ \text{pol.}}\right) = 31,25\ \text{mils}$$

e $$V_{\text{máx}} = 31,25\ \text{mils}\left(\frac{80\ \text{V}}{\text{mil}}\right) = \mathbf{2,5\ kV}$$

apesar de a tensão de trabalho fornecida poder ser de apenas 2 kV para prover uma margem de segurança.

Tipos de capacitores

Capacitores, assim como os resistores, podem ser classificados em duas categorias: **fixos** e **variáveis**. O símbolo para o capacitor fixo aparece na Figura 10.11(a). Observe que o lado curvo é normalmente conectado ao terra ou ao ponto de potencial CC mais baixo. O símbolo para capacitores variáveis aparece na Figura 10.11(b).

Capacitores fixos. Capacitores do tipo fixo estão disponíveis em todos formatos e tamanhos. Entretanto,

em geral, para o mesmo tipo de construção e dielétrico, quanto maior a capacitância exigida, maior o tamanho físico do capacitor.

Na Figura 10.12(a), o capacitor eletrolítico de 10.000 μF é significativamente maior que o capacitor de 1 μF. Entretanto, ele certamente não é 10.000 vezes maior. Para o tipo de filme de poliéster da Figura 10.12(b), o capacitor de 2,2 μF é significativamente maior que o capacitor de 0,01 μF, mas, novamente, ele não é 220 vezes maior. O capacitor de tântalo de 22 μF da Figura 10.12(c) é, mais ou menos, 6 vezes maior do que o capacitor de 1,5 μF, mesmo que o nível de capacitância seja mais ou menos 15 vezes maior. É particularmente interessante observar que devido à diferença no dielétrico e na construção, o capacitor de tântalo de 22 μF é significativamente menor que o capacitor de filme de poliéster de 2,2 μF e muito menor que 1/5 do tamanho do capacitor eletrolítico de 100 μF. O capacitor eletrolítico relativamente grande de 10.000 μF é normalmente usado para aplicações de alta potência, como nas fontes de potência e em grandes sistemas de alto-falantes. Todos os outros podem aparecer em qualquer sistema eletrônico comercial.

O aumento no tamanho se deve fundamentalmente ao efeito da área e da espessura do dielétrico sobre o nível de capacitância. Há uma série de maneiras de aumentar a área sem deixar o capacitor grande demais. Uma é dispor as placas e o dielétrico em faixas longas e estreitas, e então formar um rolo com eles, como mostra a Figura 10.13(a). O dielétrico (lembre-se de que ele tem as características de um isolante) entre as faixas condutivas assegura que as faixas nunca se toquem. É claro, o dielétrico tem de ser do tipo que pode ser enrolado sem se romper. Dependendo de como os materiais estão enrolados, o capacitor pode ter um formato cilíndrico ou retangular como uma caixa.

Outro método popular é empilhar as placas no dielétrico, como mostra a Figura 10.13(b). A área é agora um múltiplo do número de camadas dielétricas. Essa construção é popularmente usada para capacitores menores. Um terceiro método é usar o dielétrico para estabelecer o formato do corpo (um cilindro na Figura 10.13(c)). Então, simplesmente inserir uma haste para a placa positiva e revestir a superfície do cilindro para formar a placa negativa, como mostra a Figura 10.13(c). Apesar de as 'placas' resultantes não serem as mesmas em área de construção ou em superfície, o efeito é proporcionar uma grande área de superfície para armazenamento (a densidade das linhas de campo elétricas será diferente nas duas 'placas'), apesar de o fator de distância resultante poder ser maior que o desejado. Usar um dielétrico com um ϵ_r alto, entretanto, compensa pela distância aumentada entre as placas.

Há outras variações desses métodos para aumentar o fator de área, mas os três representados na Figura 10.13 são os mais populares.

O próximo fator controlável é a distância entre as placas. Esse fator, entretanto, é muito sensível a quão fino o dielétrico pode ser produzido, com preocupações naturais, pois a tensão de trabalho (a tensão de ruptura) cai na medida em que o espaço diminui. Alguns dos dielétricos

Figura 10.11 Símbolos para o capacitor: (a) fixos; (b) variáveis.

Figura 10.12 Demonstração de que, em geral, para cada tipo de construção, o tamanho de um capacitor aumenta com o valor de capacitância: (a) eletrolítico; (b) filme de poliéster; (c) tântalo.

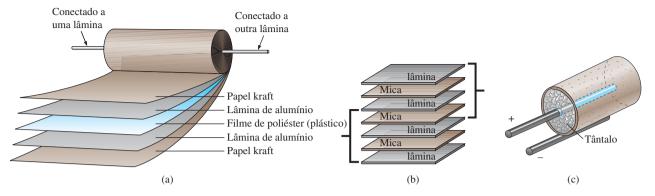



Figura 10.13 Três maneiras de aumentar a área de um capacitor: (a) por enrolamento; (b) por empilhamento; (c) por inserção.

mais finos são apenas revestimentos de óxido em uma das superfícies condutivas (placas). Um material de poliéster muito fino, como o Mylar®, o Teflon® ou mesmo papel com um revestimento de parafina, fornece uma lâmina fina de material que pode ser facilmente enrolada para áreas ampliadas. Materiais como a mica e alguns materiais cerâmicos podem ser produzidos finos até certo ponto antes de se fragmentarem ou se romperem sob estresse.

O último fator é o dielétrico, para o qual há uma ampla gama de possibilidades. Entretanto, os fatores a seguir têm uma grande influência sobre qual dielétrico é usado:

O nível de capacitância desejado.
O tamanho resultante.
As possibilidades para enrolar, empilhar, entre outras.
Sensibilidade à temperatura.
Tensão de trabalho.

A faixa de permissividades relativas é enorme, como mostra a Tabela 10.2, mas todos os fatores listados acima têm de ser considerados no processo de construção.

Em geral, os capacitores fixos mais comuns são eletrolítico, filme, poliéster, lâmina, cerâmica, mica, imersão e óleo.

Os **capacitores eletrolíticos** na Figura 10.14 são normalmente fáceis de identificar por seu formato e pelo fato de contarem com informações impressas no invólucro (apesar de existirem eletrolíticos disponíveis de aplicação especial que não são polarizados). Poucos capacitores têm informações impressas no invólucro, mas aqueles que têm devem estar conectados com o terminal negativo conectado ao terra ou ao ponto de potencial mais baixo. As informações impressas usadas com frequência para indicar o terminal positivo ou a placa incluem +, □ e △. Em geral, capacitores eletrolíticos oferecem alguns dos valores de capacitância mais altos disponíveis, apesar de seus níveis de tensão de trabalho serem limitados. Valores típicos variam de 0,1 μF a 15.000 μF, com tensões de trabalho de 5 V a 450 V. A construção básica usa o processo de enrolamento visto na Figura 10.13(a), na qual um rolo de folha de alumínio é revestido de um lado com óxido de alumínio — o alumínio sendo a placa positiva e o óxido o dielétrico. Uma camada de papel ou de gaze saturada com um eletrólito (solução ou pasta que forma o meio condutor entre os eletrodos do capacitor) é colocada sobre o revestimento de óxido de alumínio da placa positiva. Outra camada de alumínio sem o revestimento de óxido

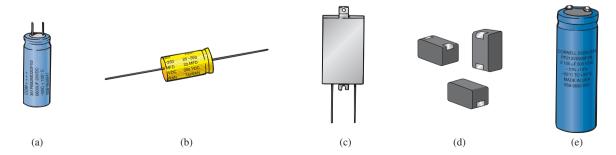



Figura 10.14 Vários tipos de capacitores eletrolíticos: (a) terminais radiais em miniatura; (b) terminais axiais; (c) encapsulamento chato; (d) montagem em superfície; (e) terminais de aparafusar.

é então colocada sobre essa camada para assumir o papel da placa negativa. Na maioria dos casos, a placa negativa está conectada diretamente ao recipiente de alumínio, o qual então serve como terminal negativo para as conexões externas. Devido ao tamanho do rolo da lâmina de alumínio, o tamanho como um todo do capacitor eletrolítico é maior que a maioria.

Capacitores de filme, poliéster, lâmina, polipropileno ou Teflon® usam um processo de enrolamento ou empilhamento para aumentar a área de superfície, como mostra a Figura 10.15. O formato resultante pode ser arredondado ou retangular, com terminais radiais ou axiais. A faixa típica para tais capacitores é 100 pF a 10 μF, com unidades disponíveis de até 100 μF. O nome da unidade define o tipo de dielétrico empregado. Tensões de trabalho podem variar de alguns poucos volts a 2.000 V, dependendo do tipo de unidade.

Capacitores cerâmicos (frequentemente chamados de **capacitores de disco**) usam um dielétrico de cerâmica, como mostra a Figura 10.16(a), para utilizar os excelentes valores ϵ_r e altas tensões de trabalho associadas a uma série de materiais cerâmicos. O empilhamento também pode ser aplicado para aumentar a área de superfície. Um exemplo de uma variação de disco aparece na Figura 10.16(b). Capacitores de cerâmica tipicamente variam em valor de 10 pF a 0,047 μF, com altas tensões de trabalho que podem chegar a 10 kV.

Capacitores de mica usam um dielétrico de mica que pode ser monolítico (chip único) ou empilhado. O tamanho relativamente pequeno dos capacitores de chip de mica monolíticos é demonstrado na Figura 10.17(a), com sua colocação mostrada na Figura 10.17(b). Uma série de capacitores de papel de mica de alta tensão é mostrada na Figura 10.17(c). Capacitores de mica tipicamente variam em valor de 2 pF a muitos microfarads, com tensões de trabalho de até 20 kV.

Capacitores imersos são produzidos ao se imergir o dielétrico (tântalo ou mica) em um condutor derretido para formar uma fina camada condutiva sobre o dielétrico. Devido à presença de um eletrólito no processo de manufatura, capacitores de tântalo imersos exigem uma informação impressa de polaridade para assegurar que a placa positiva esteja sempre em um potencial mais alto que a placa negativa, como mostra a Figura 10.18(a). Uma série de sinais positivos pequenos é tipicamente aplicada ao invólucro próximo do fio positivo. Um grupo de capacitores imersos de mica, não polarizados é mostrado na Figura 10.18(b). Eles tipicamente variam em valor de 0,1 μF a 680 μF, mas com tensões de trabalho mais baixas variando entre 6 e 50 V.

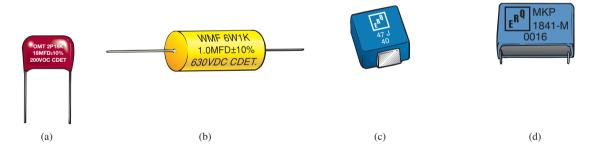



Figura 10.15 (a) Terminal radial de poliéster de filme/lâmina; (b) terminal axial de filme de poliéster metalizado; (c) filme de poliéster de montagem em superfície; (d) terminal radial, filme de polipropileno.

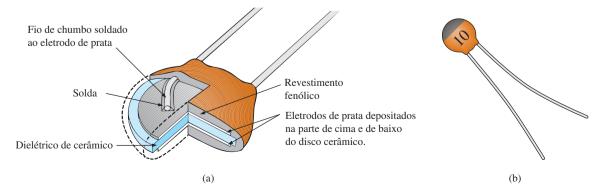



Figura 10.16 Capacitor (disco) de cerâmica: (a) construção; (b) aparência.

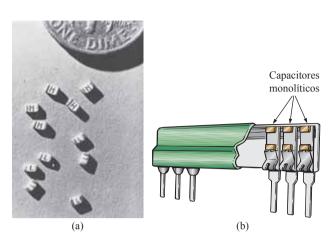



Figura 10.17 Capacitores de mica: (a) e (b) chips monolíticos de montagem de superfície; (c) capacitores de papel de mica de temperatura/alta tensão. [(a) e (b) cortesia da Vishay Intertechnology, Inc.; (c) cortesia da Customs Electronics, Inc.]

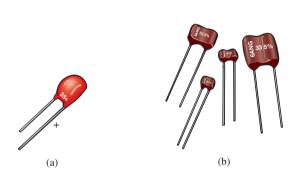



Figura 10.18 Capacitores imersos: (a) tântalo polarizado; (b) mica não polarizada.

Figura 10.19 Capacitor de amortecedor em invólucro oval metálico, preenchido com óleo (o amortecedor remove picos de tensão indesejados).

A maioria dos **capacitores de óleo** como os que aparecem na Figura 10.19 são usados em aplicações industriais como soldagem, linhas de suprimento de alta tensão, proteção contra surtos e correção do fator de potência (Capítulo 19). Eles podem fornecer níveis de capacitância que vão de 0,001 μF até 10.000 μF, com tensões de trabalho de até 150 kV. Internamente, há uma série de placas paralelas imersas em um banho de óleo ou material impregnado em óleo (o dielétrico).

Capacitores variáveis. Todos os parâmetros na Equação 10.11 podem ser modificados até certo ponto para criar um **capacitor variável.** Por exemplo, na Figura 10.20(a), a capacitância do capacitor de ar variável é modificada girando-se o eixo na extremidade da unidade. Ao girar o eixo, você controla a quantidade de área comum entre as placas: quanto menor a área comum, mais baixa a capacitância. Na Figura 10.20(b), temos um **capacitor de ajuste (*trimmer*) de ar** muito menor. Ele funciona sob o mesmo princípio, mas as pás rotativas estão totalmente escondidas dentro da estrutura. Na Figura 10.20(c), **o capacitor de ajuste (*trimmer*) de cerâmica** permite uma capacitância variável ao modificar a área comum, como mostramos anteriormente, ou ao aplicar pressão sobre a placa de cerâmica para reduzir a distância entre as placas.

Corrente de fuga e ESR (resistência em série equivalente)

Gostaríamos de pensar nos capacitores como elementos ideais, mas, infelizmente, esse não é o caso. Há uma resistência CC que aparece como R_s no modelo equivalente da Figura 10.21 por causa da resistência introduzida por contatos, fios, ou pela placa ou por materiais da lâmina. Além disso, até agora, presumimos que as características isolantes dos dielétricos evitam qualquer fluxo de carga entre as placas, a não ser que a tensão de ruptura seja excedida. Na realidade, entretanto, os dielétricos não são

(a) (b) (c)

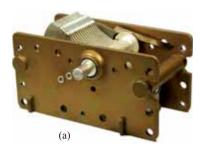



Figura 10.20 Capacitores variáveis: (a) ar; (b) trimmer de ar; (c) trimmer de compressão dielétrico cerâmico. [(a) cortesia de Ralf Siemieniec/Shutterstock.]

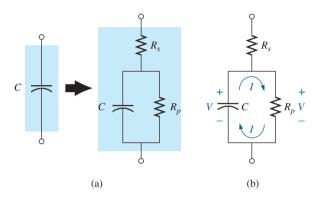



Figura 10.21 Corrente de fuga: (a) incluindo a resistência de fuga no modelo equivalente para um capacitor; (b) descarga interna de um capacitor devido à corrente de fuga.

isolantes perfeitos, e trazem consigo alguns elétrons livres em suas estruturas atômicas.

Quando uma tensão é aplicada através de um capacitor, uma **corrente de fuga** é estabelecida entre as placas. Essa corrente é normalmente tão pequena que pode ser ignorada na aplicação sob investigação. A disponibilidade de elétrons livres para dar suporte ao fluxo de corrente é representada por um grande resistor em paralelo R_p no circuito equivalente para um capacitor, como mostra a Figura 10.21(a). Se aplicarmos 10 V através de um capacitor com uma resistência interna de 1.000 MΩ, a corrente será de 0,01 μA, um nível que pode ser ignorado na maioria das aplicações.

O problema real associado com correntes de fuga não fica evidente até você exigir que os capacitores permaneçam carregados por longos períodos de tempo. Como mostra a Figura 10.21(b), a tensão ($V = Q/C$) através de um capacitor carregado também aparece através da resistência de fuga em paralelo, e estabelece uma corrente de descarga através do resistor. Com o tempo, o capacitor é totalmente descarregado. Capacitores como o eletrolítico que têm altas correntes de fuga (a resistência de fuga de 0,5 MΩ é típica) normalmente têm uma vida de prateleira limitada devido a essa característica de descarga interna. Capacitores de cerâmica, tântalo e mica tipicamente têm uma vida de prateleira ilimitada por causa das resistências de fuga que passam de 1.000 MΩ. Capacitores de filme fino tem níveis mais baixos de resistências de fuga que resultam em alguma preocupação a respeito da vida de prateleira.

Há outra quantidade importante a ser estabelecida quando definimos o equivalente capacitivo completo: a **resistência em série equivalente (ESR — *equivalent series resistance*)**. Trata-se de uma quantidade de tal importância para o projeto de chaveamento e de fontes de potência linear que ela possui um peso igual ao nível de capacitância real. Trata-se de uma característica sensível à frequência que será examinada no Capítulo 14, após o conceito de resposta de frequência ter sido introduzido em detalhes. Como o nome deixou implícito, ela é incluída no modelo equivalente para o capacitor como um resistor em série que inclui todos os fatores dissipáveis em um capacitor real que vai além apenas da resistência CC.

Efeitos de temperatura: ppm

Todo capacitor é sensível à temperatura, e tem o nível de capacitância da placa de identificação especificado para temperatura ambiente. Dependendo do tipo de dielétrico, aumentar ou reduzir temperaturas pode causar uma queda ou um aumento na capacitância. Se a temperatura é uma preocupação na aplicação em particular, o fabricante fornecerá um diagrama de temperatura como mostra a Figura 10.22, ou uma especificação **ppm/°C** (partes por milhão por grau Celsius) para o capacitor. Observe na Figura 10.20 a variação de 0 por cento do valor nominal (placa de identificação) a 25°C (temperatura ambiente). A 0°C (congelando), ele caiu 20 por cento, enquanto a 100°C (o ponto de ebulição da água), ele caiu 70 por cento — um fator a ser considerado em algumas aplicações.

Como exemplo da utilização do nível ppm, considere um capacitor de 100 μF com um **coeficiente de temperatura** ou **ppm** de – 150 ppm/°C. É importante observar o sinal negativo à frente do valor ppm porque ele revela que a capacitância vai cair com o aumento na temperatura.

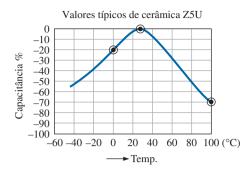



Figura 10.22 Variação do valor do capacitor com a temperatura.

É preciso um momento para realmente compreender um termo como *partes por milhão*. Na forma de equação, 150 partes por milhão pode ser escrito como:

$$-\frac{150}{1.000.000}\times$$

Se multiplicamos esse termo pelo valor do capacitor, podemos obter a mudança na capacitância para cada mudança de 1°C na temperatura. Isto é,

$$-\frac{150}{1.000.000}(100\ \mu\text{F})/°\text{C} = \mathbf{-0{,}015\ \mu F/°C}$$
$$= \mathbf{-15.000\ pF/°C}$$

Se a temperatura subir 25°C, a capacitância diminuirá em:

$$-\frac{15.000\ \text{pF}}{\cancel{°\text{C}}}\left(25\cancel{°\text{C}}\right) = \mathbf{-0{,}38\ \mu F}$$

o que mudaria o nível de capacitância para:

$$100\ \mu\text{F} - 0{,}38\ \mu\text{F} = \mathbf{99{,}62\ \mu F}$$

Rotulagem de capacitores

Em razão do tamanho reduzido de alguns capacitores, vários esquemas de impressão de informações foram adotados para fornecer os níveis de capacitância, tolerância e, se possível, tensão de trabalho. Em geral, entretanto, como destacado anteriormente, *o tamanho do capacitor é o primeiro indicativo do seu valor*. Na realidade, a maioria dos esquemas de impressão de informações não indica se o capacitor está em μF ou pF. Presume-se que você possa fazer esse julgamento apenas pelo tamanho. As unidades menores estão tipicamente em pF, e as unidades maiores em μF. A não ser que indicado por um **n** ou **N**, a maioria das unidades não são fornecidas em nF. Em unidades μF maiores, o valor pode ser, com frequência, impresso no invólucro com a tolerância e a tensão de trabalho. Entretanto, unidades menores precisam usar alguma forma de abreviação como mostra a Figura 10.23. Para unidades muito pequenas como aquelas na Figura 10.23(a) com apenas dois números, o valor é reconhecido imediatamente como pF, com o **K** como um indicador de um nível de tolerância de ±10 por cento. Muito frequentemente o K é lido como um multiplicador de 10^3, e a capacitância é lida como 20.000 pF ou 20 nF em vez do verdadeiro 20 pF.

Para a unidade na Figura 10.23(b), havia espaço para um **n** minúsculo como representante de um multiplicador de 10^{-9}, resultando em um valor de 200 nF. Para evitar uma confusão desnecessária, as letras usadas para tolerância não incluem **N**, **U**, ou **P**, de maneira que a presença de qualquer uma dessas letras na forma maiúscula ou minúscula normalmente se refere ao nível do multiplicador. O **J** que aparece na unidade da Figura 10.23(b) representa um nível de tolerância de ±5 por cento. Para o capacitor na Figura 10.23(c), os primeiros dois números representam o valor numérico do capacitor, enquanto o terceiro número é a potência do multiplicador (ou número de zeros a serem adicionados aos dois primeiros números). A questão então é se as unidades são μF ou pF. Com o 223 representando um número de 22.000, as unidades certamente não serão μF, pois a unidade é pequena demais para uma capacitância tão grande. Trata-se de um capacitor de 22.000 pF = 22 nF. O **F** representa um nível de tolerância de ±1 por cento. Multiplicadores de 0,01 usam um 8 para o terceiro dígito, enquanto multiplicadores de 0,1 usam um 9. O capacitor na Figura 10.23(d) é um capacitor de 33 × 0,1 = 3,3 μF com uma tolerância de ±20 por cento, como definido pela letra maiúscula **M**. A capacitância não é 3,3 pF porque a unidade é grande demais; novamente, o fator do tamanho ajuda bastante no momento de fazer um julgamento a respeito do nível de capacitância. Também deve ser observado que **MFD** é às vezes usado para simbolizar microfarads.

Medidas e testes

A capacitância de um capacitor pode ser lida diretamente usando um medidor como o Medidor LCR Univer-

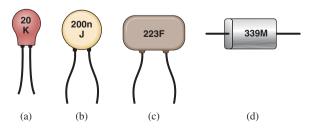



Figura 10.23 Vários esquemas de impressão de informações para capacitores pequenos.

sal visto na Figura 10.24. Se você configurar o medidor em **C** para capacitância, ele vai automaticamente escolher a unidade mais apropriada de medida para o elemento, isto é, F, μF, nF ou pF. Observe as informações impressas de polaridade no medidor para capacitores que têm uma polaridade específica.

A melhor checagem é dada por um medidor como o que aparece na Figura 10.24. Entretanto, se ele está indisponível, um ohmímetro pode ser usado para determinar se o dielétrico ainda está em boas condições de funcionamento ou se ele se deteriorou devido à idade ou ao uso (especialmente no caso do papel e dos eletrolíticos). Na medida em que o dielétrico deixa de funcionar adequadamente, as qualidades isolantes do material diminuem até o ponto em que a resistência entre as placas cai para um nível relativamente baixo. Para usar um ohmímetro, certifique-se de que o capacitor esteja totalmente descarregado colocando um fio diretamente através dos seus terminais. Então, conecte o medidor (prestando atenção nas polaridades, se a unidade estiver polarizada), como mostra a Figura 10.25, e observe se a resistência caiu para um valor relativamente baixo (0 até alguns kilohms). Se assim for, o capacitor deve ser descartado. Você pode descobrir que a leitura muda quando o medidor é conectado pela primeira vez. Essa mudança se deve à carga do capacitor pela fonte interna do ohmímetro. Com o tempo, o capacitor se torna estável, e a leitura correta pode ser observada. Tipicamente, ele deve parar no nível mais alto nas escalas de megohms ou indicar OL em um medidor digital.

Esse teste do ohmímetro não abrange todos os capacitores, pois alguns deles exibem características de avaria somente quando uma grande tensão é aplicada. O teste, entretanto, ajuda a isolar os capacitores nos quais o dielétrico deteriorou-se.

Figura 10.24 Medidor digital da capacitância. (Cortesia de oksana2010/Shutterstock.)

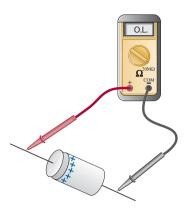



Figura 10.25 Teste do dielétrico de um capacitor eletrolítico.

Valores-padrão de capacitores

Os capacitores mais comuns usam os mesmos multiplicadores numéricos encontrados nos resistores.

A vasta maioria está disponível com tolerâncias 5, 10 e 20 por cento. Entretanto, existem capacitores com tolerâncias de 1, 2 ou 3 por cento, se você estiver disposto a pagar o preço que se cobra por eles. Valores típicos incluem 0,1 μF, 0,15 μF, 0,22 μF, 0,33 μF, 0,47 μF e 0,68 μF; e 1 μF, 1,5 μF, 2,2 μF, 3,3 μF, 4,7 μF, 6,8 μF; e 10 pF, 22 pF, 33 pF, 100 pF, e assim por diante.

10.5 TRANSITÓRIOS EM CIRCUITOS CAPACITIVOS: FASE DE CARGA

A colocação de carga nas placas de um capacitor não ocorre de maneira instantânea. Em vez disso, ela ocorre através de um período de tempo determinado pelos componentes do circuito. A fase de carga — a fase durante a qual a carga é depositada nas placas — pode ser descrita analisando a resposta do circuito em série simples visto na Figura 10.4. O circuito foi redesenhado na Figura 10.26 com o símbolo para um capacitor fixo.

Você deve se lembrar de que no instante em que fechamos a chave, a bateria começa a remover elétrons da placa superior e depositá-los na placa inferior, resultando em uma carga positiva na placa superior e uma carga negativa na placa inferior. A transferência de elétrons é muito rápida, inicialmente, ficando mais lenta à medida que a tensão entre os terminais do capacitor se aproxima da tensão da bateria. Eventualmente, quando a tensão entre os terminais do capacitor se iguala à tensão da bateria, cessa o movimento de elétrons. Nesse momento, as placas terão uma carga dada por $Q = CV_C = CE$. Esse período de tempo durante o qual a carga está sendo depositada nas placas é chamado de **período transitório** — um período de tempo

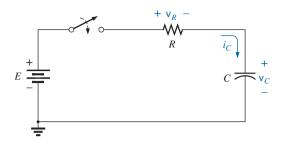
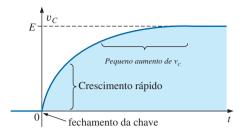



Figura 10.26 Circuito simples para carregar um capacitor.

Figura 10.27 υ_C durante a fase da carga.

em que a tensão ou a corrente muda de um nível de estado estacionário para outro.

Tendo em vista que a tensão entre as placas está diretamente relacionada à carga nas placas por $V = Q/C$, uma representação gráfica da tensão através do capacitor terá o mesmo formato que uma representação gráfica da carga nas placas com o tempo. Como mostra a Figura 10.27, a tensão através do capacitor é zero volt quando a chave está fechada ($t = 0$ s). Ela então aumenta muito rapidamente em um primeiro momento, tendo em vista que a carga está sendo depositada a uma velocidade alta. Na medida em que o tempo passa, a carga é depositada a uma velocidade mais baixa, e a mudança na tensão diminui. A tensão continua a crescer, mas a uma velocidade muito mais baixa. Eventualmente, na medida em que a tensão entre as placas se aproxima da tensão aplicada, a taxa de carga é muito baixa, até que finalmente a tensão entre as placas passa a ser igual à tensão aplicada; a fase transitória terminou.

Felizmente, a forma de onda na Figura 10.27 do início ao fim pode ser descrita usando a função matemática e^{-x}. Trata-se de uma função exponencial que diminui com o tempo, como mostra a Figura 10.28. Se substituirmos zero por x, obteremos e^{-0}, o que por definição é igual a 1, como mostram a Tabela 10.3 e o gráfico na Figura 10.28. A Tabela 10.3 revela que, na medida em que o x aumenta, a função e^{-x} diminui em valor absoluto até que ela esteja muito próxima de zero após $x = 5$. Como podemos observar na Tabela 10.3, o fator exponencial $e^1 = e = 2{,}71828$.

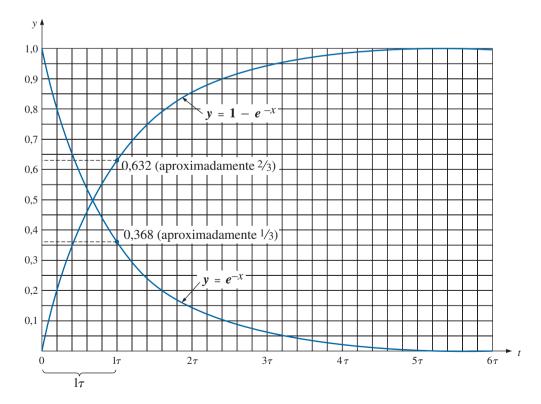



Figura 10.28 Gráfico universal da constante de tempo.

Tabela 10.3 Valores selecionados para e^{-x}.

$x = 0$	$e^{-x} = e^{-0} = \frac{1}{e^0} = \frac{1}{1} = 1$
$x = 1$	$e^{-1} = \frac{1}{e} = \frac{1}{2{,}71828...} = 0{,}3679$
$x = 2$	$e^{-2} = \frac{1}{e^2} = 0{,}1353$
$x = 5$	$e^{-5} = \frac{1}{e^5} = 0{,}00674$
$x = 10$	$e^{-10} = \frac{1}{e^{10}} = 0{,}0000454$
$x = 100$	$e^{-100} = \frac{1}{e^{100}} = 3{,}72 \times 10^{-44}$

Um gráfico de $1 - e^{-x}$ também é fornecido na Figura 10.28, tendo em vista que ele é um componente da tensão υ_C na Figura 10.27. Quando e^{-x} é igual 1, $1 - e^{-x}$ é zero, como mostra a Figura 10.28, e quando e^{-x} diminui em valor absoluto, $1 - e^{-x}$ aproxima-se de 1, como mostra a mesma figura.

Você pode se perguntar como essa função pode nos ajudar se ela diminui com o tempo e a curva para a tensão através do capacitor aumenta com o tempo. Simplesmente colocamos o exponencial na forma matemática apropriada, como mostramos a seguir:

$$\upsilon_C = E(1 - e^{-t/\tau}) \quad \text{carga} \quad \text{(volts, V)} \qquad (10.13)$$

Primeiro, observe na Equação 10.13 que a tensão υ_c é escrita em *itálico minúsculo* (*não maiúsculo*) para destacar que ela é uma função que vai mudar com o tempo; ela não é uma constante. O expoente da função exponencial não é mais apenas x, ele é agora o tempo (t) dividido por uma constante τ, a letra grega *tau*. A quantidade τ é definida por:

$$\tau = RC \quad \text{(tempo, s)} \qquad (10.14)$$

O fator τ, chamado de **constante de tempo** do circuito, tem as unidades de tempo, como mostramos a seguir usando algumas das equações básicas introduzidas anteriormente neste livro:

$$\tau = RC = \left(\frac{V}{I}\right)\left(\frac{Q}{V}\right) = \left(\frac{\cancel{V}}{\cancel{Q}/t}\right)\left(\frac{\cancel{Q}}{\cancel{V}}\right) = t \text{ (segundos)}$$

Uma representação gráfica da Equação 10.13 resulta na curva da Figura 10.29, cujo formato é precisamente o mesmo daquele na Figura 10.27.

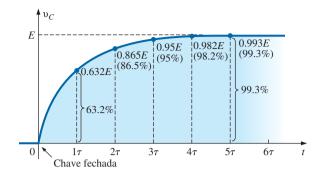



Figura 10.29 Plotando a equação $\upsilon_C = E(1 - e^{-t/\tau})$ *versus* o tempo.

Na Equação 10.13, se substituirmos $t = 0$ s, veremos que:

$$e^{-t/\tau} = e^{-0/\tau} = e^{-0} = \frac{1}{e^0} = \frac{1}{1} = 1$$

e
$$\upsilon_C = E(1 - e^{-t/\tau}) = E(1 - 1) = \mathbf{0\ V}$$

como vemos no gráfico na Figura 10.29.

É importante perceber nesse ponto que o gráfico na Figura 10.29 não está simplesmente em função do tempo, mas em função de τ, a constante de tempo do circuito. Se quisermos saber a tensão entre as placas após uma constante de tempo, simplesmente introduzimos $t = 1\tau$ na Equação 10.13. O resultado será:

$$e^{-t/\tau} = e^{-\tau/\tau} = e^{-1} \cong 0{,}368$$

e
$$\upsilon_C = E(1 - e^{-t/\tau}) = E(1 - 0{,}368) = \mathbf{0{,}632}\boldsymbol{E}$$

como mostra a Figura 10.29.

Em $t = 2\tau$

$$e^{-t/\tau} = e^{-2\tau/\tau} = e^{-2} \cong 0{,}135$$

e
$$\upsilon_C = E(1 - e^{-t/\tau}) = E(1 - 0{,}135) \cong \mathbf{0{,}865}\boldsymbol{E}$$

como mostra a Figura 10.29.

Na medida em que o número de constantes de tempo aumenta, a tensão através do capacitor realmente se aproxima da tensão aplicada.

Em $t = 5\tau$

$$e^{-t/\tau} = e^{-5\tau/\tau} = e^{-5} \cong 0{,}007$$

e
$$\upsilon_C = E(1 - e^{-t/\tau}) = E(1 - 0{,}007) = \mathbf{0{,}993}\boldsymbol{E} \cong E$$

Na realidade, podemos concluir, a partir dos resultados recém-obtidos, que

a tensão através de um capacitor em um circuito CC é essencialmente igual à tensão aplicada após cinco constantes de tempo da fase de carga.

Ou, em termos mais gerais,

a fase transitória ou de carga de um capacitor essencialmente terminou após cinco constantes de tempo.

É realmente muito bom que a mesma função exponencial possa ser usada para representar graficamente a corrente do capacitor em função do tempo. Quando a chave é fechada primeiro, o fluxo de carga ou de corrente salta muito rapidamente para um valor limitado pela tensão aplicada e pela resistência do circuito, como mostra a Figura 10.30. Então, a taxa de depósito e, consequentemente, a corrente, diminui muito rapidamente, até que, eventualmente, a carga não seja depositada nas placas e a corrente caia a zero ampères.

A equação para a corrente é

$$i_C = \frac{E}{R}e^{-t/\tau} \quad \text{carga} \quad \text{(ampères, A)} \tag{10.15}$$

Na Figura 10.26, a corrente (fluxo convencional) tem o sentido mostrado tendo em vista que os elétrons fluem na direção oposta.

Em $t = 0$ s,

$$e^{-t/\tau} = e^{-0} = 1$$

e

$$i_C = \frac{E}{R}e^{-t/\tau} = \frac{E}{R}(1) = \boldsymbol{\frac{E}{R}}$$

Em $t = 1\tau$

$$e^{-t/\tau} = e^{-\tau/\tau} = e^{-1} \cong 0{,}368$$

e

$$i_C = \frac{E}{R}e^{-t/\tau} = \frac{E}{R}(0{,}368) = \boldsymbol{0{,}368\frac{E}{R}}$$

Em geral, a Figura 10.30 revela claramente que

a corrente de um circuito CC capacitivo é essencialmente zero ampère após cinco constantes de tempo da fase de carga terem passado.

Também é importante reconhecer que

durante a fase de carga, a principal mudança na tensão e na corrente ocorre durante a primeira constante de tempo.

A tensão através do capacitor chega a de 63,2 por cento (em torno de 2/3) do seu valor final, enquanto a corrente cai para 36,8 por cento (em torno de 1/3) do seu valor de pico. Durante a próxima constante de tempo, a tensão aumenta somente em torno de 23,3 por cento, enquanto a corrente cai para 13,5 por cento. A primeira constante de tempo é, portanto, um momento muito dramático para os parâmetros de mudança. Entre a quarta e a quinta constantes de tempo, a tensão aumenta somente em torno de 1,2 por cento, enquanto a corrente cai para menos de 1 por cento do seu valor de pico.

Retornando às figuras 10.29 e 10.30, observe que quando a tensão através do capacitor alcança a tensão aplicada E, a corrente cai para zero ampère, como analisa a Figura 10.31. Essas condições combinam com aquelas de um circuito aberto, permitindo a seguinte conclusão:

Um capacitor pode ser substituído por um circuito aberto equivalente assim que a fase de carga em um circuito CC tiver passado.

Essa conclusão será particularmente útil na análise de circuitos CC que estiveram ligados por um longo período de tempo ou que passaram pela fase transitória que normalmente ocorre quando um sistema é ligado pela primeira vez.

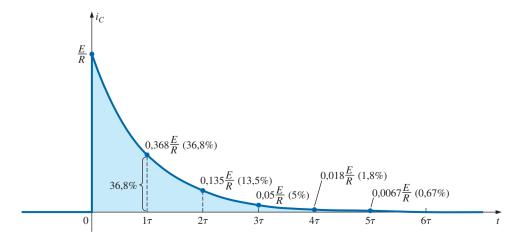



Figura 10.30 Plotando a equação $i_C = \frac{E}{R}e^{-t/\tau}$ *versus* o tempo (t).

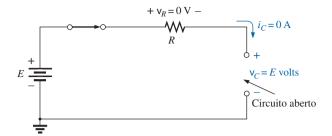



Figura 10.31 Demonstração de que um capacitor tem as características de um circuito aberto após a fase de carga ter passado.

Figura 10.32 Exibição do curto-circuito equivalente para o capacitor que ocorre quando a chave é fechada pela primeira vez.

Uma conclusão similar pode ser alcançada se considerarmos o instante em que a chave é fechada no circuito na Figura 10.26. Recorrendo às figuras 10.29 e 10.30 novamente, descobrimos que a corrente está no seu valor de pico em $t = 0$, enquanto a tensão através do capacitor é 0 V, como mostra o circuito equivalente na Figura 10.32. O resultado é que

um capacitor tem as características de um curto-circuito equivalente no instante em que a chave é fechada em um circuito R-C em série sem carga.

Na Equação 10.13, a constante de tempo τ terá sempre algum valor, porque sempre haverá uma resistência presente em um circuito capacitivo. Em alguns casos, o valor de τ pode ser muito pequeno, mas cinco vezes àquele valor de τ; não importa quão pequeno seja, ele sempre tem de existir, e não pode ser zero. O resultado é a conclusão muito importante a seguir:

A tensão através de um capacitor não pode mudar instantaneamente.

Na realidade, podemos dizer que a capacitância de um circuito é uma medida de quanto ele vai se opor a uma mudança na tensão em um circuito. Quanto maior a capacitância, maior a constante de tempo, e mais tempo levará a tensão através do capacitor para alcançar o valor aplicado. Isso pode vir a ser muito útil quando para-raios e supressores de surtos são projetados para proteger equipamentos de surtos de alta tensão inesperados.

Tendo em vista que o resistor e o capacitor na Figura 10.26 estão em série, a corrente através do resistor é a mesma que aquela associada ao capacitor. A tensão através do resistor pode ser determinada usando a lei de Ohm da seguinte maneira:

$$\upsilon_R = i_R R = i_C R$$

de maneira que $$\upsilon_R = \left(\frac{E}{R}e^{-t/\tau}\right)R$$

e $$\boxed{\upsilon_R = Ee^{-t/\tau}}_{\text{carga}} \quad \text{(volts, V)} \qquad (10.16)$$

Um gráfico da tensão como mostra a Figura 10.33 tem o mesmo formato que aquele para a corrente, porque eles são relacionados pela constante R. Observe, entretan-

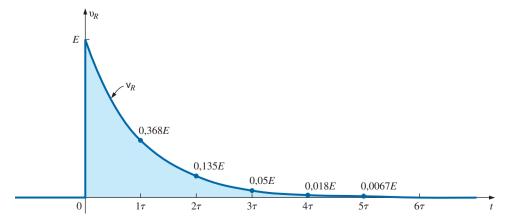



Figura 10.33 Gráfico da equação $\upsilon_R = Ee^{-t/\tau}$ em função do tempo (t).

to, que a tensão através do resistor começa a um nível de E volts, pois a tensão através do capacitor é zero volt e a lei de Kirchhoff para tensões tem sempre de ser satisfeita. Quando o capacitor alcança a tensão aplicada, a tensão através do resistor tem de cair para zero volt pela mesma razão. Nunca se esqueça de que:

A lei de Kirchhoff para tensões é aplicável a qualquer instante no tempo para qualquer tipo de tensão em qualquer tipo de circuito.

Uso da calculadora para solucionar funções exponenciais

Antes de examinar um exemplo, primeiro discutiremos o uso da calculadora TI-89 com funções exponenciais. O processo é na realidade bastante simples para um número como $e^{-1,2}$. Apenas selecione a tecla da 2ª função (diamante), seguida pela função e^x. Então, insira o sinal de (–) do teclado numérico (e não das funções matemáticas), e insira o número 1,2 seguido por ENTER para obter o resultado de 0,301, como mostra a Figura 10.34. O uso do programa de software Mathcad é demonstrado em um exemplo posterior.

EXEMPLO 10.6

Considerando o circuito na Figura 10.35:

a) Calcule a expressão matemática para o comportamento transitório de υ_C, i_C e υ_R se a chave está fechada em $t = 0$ s.
b) Faça um gráfico da forma de onda de υ_C em função da constante de tempo do circuito.
c) Faça um gráfico da forma de onda υ_C em função do tempo.
d) Faça um gráfico das formas de onda i_C e υ_R em função da constante de tempo do circuito.
e) Qual é o valor de υ_C em $t = 20$ ms?
f) Na prática, quanto tempo tem de passar antes que possamos presumir que a fase de carga terminou?
g) Depois de a fase de carga ter passado, quanta carga foi encontrada nas placas?
h) Se o capacitor tem uma resistência de fuga de 10.000 MΩ, qual é a corrente de fuga inicial? Assim que o capacitor for separado do circuito, quanto tempo ele levará para se descarregar totalmente, presumindo uma taxa de descarga linear (invariável).

Soluções:

a) A constante de tempo do circuito é:

$$\tau = RC = (8\ \text{k}\Omega)(4\ \mu\text{F}) = 32\ \text{ms}$$

o que resulta nas equações matemáticas a seguir:

$$\upsilon_C = E(1 - e^{-t/\tau}) = \mathbf{40\ V(1 - e^{-t/32\ ms})}$$

$$i_C = \frac{E}{R}e^{-t/\tau} = \frac{40\ \text{V}}{8\ \text{k}\Omega}e^{-t/32\ \text{ms}} = \mathbf{5\ mAe^{-t/32ms}}$$

$$\upsilon_R = Ee^{-t/\tau} = \mathbf{40\ Ve^{-t/32\ ms}}$$

b) O gráfico resultante aparece na Figura 10.36.
c) A escala horizontal será agora contra o tempo em vez das constantes de tempo, como mostra a Figura 10.37. Os pontos do gráfico na Figura 10.37 foram tirados da Figura 10.36.
d) Ambos os gráficos aparecem na Figura 10.38.
e) A substituição do tempo $t = 20$ ms resulta no seguinte para a parte exponencial da equação:

$$e^{t/\tau} = e^{-20\ \text{ms}/32\ \text{ms}} = e^{-0,625} = 0,535$$

(usando uma calculadora)

de maneira que

$$\upsilon_C = 40\ \text{V}(1 - e^{\tau/32\ \text{ms}}) = 40\ \text{V}\ (1 - 0,535)$$
$$= (40\ \text{V})(0,465) = \mathbf{18,6\ V}$$

(como se verifica na Figura 10.37)

Figura 10.34 Teclas da calculadora usadas para determinar $e^{-1,2}$.

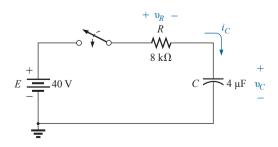



Figura 10.35 Circuito transitório para o Exemplo 10.6.

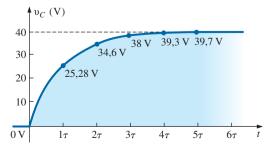



Figura 10.36 υ_C em função do tempo para o circuito de carga na Figura 10.35.

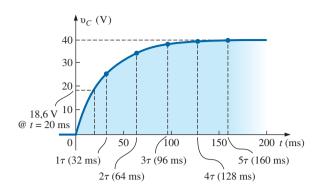



Figura 10.37 Gráfico da forma de onda na Figura 10.36 em função do tempo (t).

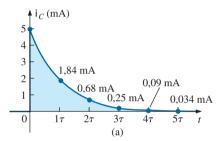
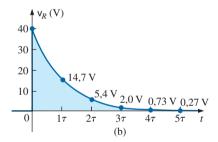



Figura 10.38 i_C e υ_R para o circuito de carga na Figura 10.36.

f) Presumindo uma carga plena em cinco constantes de tempo, temos:

$$5\tau = 5(32\text{ ms}) = \mathbf{160\ ms} = \mathbf{0{,}16\ s}$$

g) Usando a Equação 10.6, temos:

$$Q = CV = (4\ \mu\text{F})(40\ \text{V}) = \mathbf{160\ \mu C}$$

h) Usando a lei de Ohm, temos:

$$I_{fuga} = \frac{40\ \text{V}}{10.000\ \text{M}\Omega} = 4\ \text{nA}$$

Finalmente, a equação básica $I = Q/t$ resulta em:

$$t = \frac{Q}{I} = \frac{160\ \mu C}{4\ \text{nA}}$$

$$= (40.000\ \cancel{s})\left(\frac{1\ \cancel{min}}{60\ \cancel{s}}\right)\left(\frac{1\ \text{h}}{60\ \cancel{min}}\right) = \mathbf{11{,}11\ h}$$

10.6 TRANSITÓRIOS EM CIRCUITOS CAPACITIVOS: FASE DE DESCARGA

Agora, investigaremos como descarregar um capacitor enquanto exercemos controle sobre o tempo de descarga. Você pode, é claro, colocar um fio diretamente através de um capacitor para descarregá-lo muito rapidamente e, possivelmente, causar uma centelha visível. Para grandes capacitores como os encontrados em aparelhos de televisão, esse procedimento não deve ser executado devido às altas tensões envolvidas; a não ser, é claro, que você tenha prática.

Na Figura 10.39(a), um segundo contato para a chave foi adicionado ao circuito na Figura 10.26 para permitir uma descarga controlada do capacitor. Com a chave na posição 1, temos o circuito de carga descrito na última seção. Após a fase de carga plena, se movermos a chave para a posição 1, o capacitor pode ser descarregado através do circuito resultante na Figura 10.39(b). Na Figura 10.39(b), a tensão através do capacitor aparece diretamente através do resistor para estabelecer uma corrente de descarga. Inicialmente, a corrente salta para um valor relativamente alto; então, ela começa a cair. Ela cai com o tempo, pois a carga está deixando as placas do capacitor, o que por sua

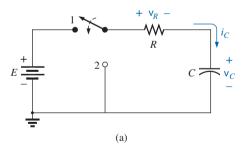
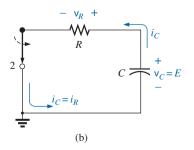



Figura 10.39 (a) Circuito de carga; (b) configuração de descarga.

vez reduz a tensão através do capacitor e, desse modo, a tensão através do resistor e a corrente resultante.

Antes de examinar as formas de onda para cada quantidade de interesse, observe que a corrente *ic* tem agora o sentido inverso daquele mostrado na Figura 10.39(b). Como mostram as partes (a) e (b) na Figura 10.39, a tensão através do capacitor não inverte a polaridade, mas a corrente inverte o sentido. Mostraremos as reversões nos gráficos resultantes desenhando as formas de onda nas regiões negativas do gráfico. Em todas as formas de onda, observe que todas as expressões matemáticas usam o mesmo fator e^{-x} que aparece na fase de carga.

Para a tensão através do capacitor que está diminuindo com o tempo, a expressão matemática é:

$$\upsilon_C = Ee^{-t/\tau} \quad \text{descarga} \tag{10.17}$$

Para esse circuito, a constante de tempo τ é definida pela mesma equação que foi usada na fase de carga. Isto é,

$$\tau = RC \quad \text{descarga} \tag{10.18}$$

Tendo em vista que a corrente diminui com o tempo, ela terá um formato similar:

$$i_C = \frac{E}{R}e^{-t/\tau} \quad \text{descarga} \tag{10.19}$$

Para a configuração na Figura 10.39(b), tendo em vista que $\upsilon_R = \upsilon_C$ (em paralelo), a equação para a tensão υ_R tem o mesmo formato:

$$\upsilon_R = Ee^{-t/\tau} \quad \text{descarga} \tag{10.20}$$

A descarga completa vai ocorrer, para todos os fins práticos, em cinco constantes de tempo. Se a chave é movida entre os terminais 1 e 2 a cada cinco constantes de tempo, as formas de onda na Figura 10.40 resultarão em υ_C, i_C, e υ_R. Para cada curva, os sentidos de corrente e de polaridades da tensão são como definem as configurações na Figura 10.39. Observe, como destacamos anteriormente, que a corrente inverte a direção durante a fase de descarga.

A taxa de descarga não tem de ser igual à taxa de carga se um arranjo de chaveamento diferente for usado. Na realidade, o Exemplo 10.8 demonstrará como mudar a taxa de descarga.

EXEMPLO 10.7

Usando os valores no Exemplo 10.6, represente graficamente as formas de onda para υ_C e i_C em razão do chaveamento entre os contatos 1 e 2 na Figura 10.39 a cada cinco constantes de tempo.

Solução:

A constante de tempo é a mesma para as fases de carga e descarga. Isto é,

$$\tau = RC = (8\ \text{k}\Omega)(4\ \mu\text{F}) = 32\ \text{ms}$$

Para a fase de descarga, as equações são

$$\upsilon_C = Ee^{-t/\tau} = \mathbf{40\ V}\boldsymbol{e^{-t/32\ \text{ms}}}$$

$$i_C = -\frac{E}{R}e^{-t/\tau} = \frac{40\ \text{V}}{8\ \text{k}\Omega}e^{-t/32\text{ms}} = \mathbf{-5\ mA}\boldsymbol{e^{-t/32\ \text{ms}}}$$

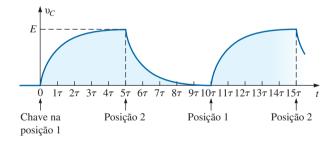
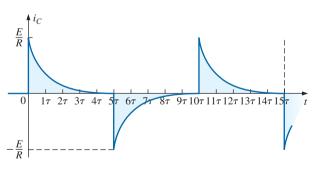
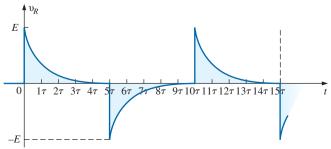



Figura 10.40 υ_C, i_C e υ_R para chaveamento 5τ entre contatos na Figura. 10.39(a).

$$\upsilon_R = \upsilon_C = \mathbf{40\ V}e^{-t/32\ \text{ms}}$$

Um gráfico contínuo para as fases de carga e descarga aparece na Figura 10.41.

O efeito de τ sobre a resposta

No Exemplo 10.7, se o valor de τ fosse modificado mudando-se a resistência, o capacitor, ou ambos, *as formas de onda resultantes pareceriam ser as mesmas, pois elas foram representadas graficamente em função da constante de tempo do circuito*. Se elas tivessem sido representadas graficamente em função do tempo, poderia haver uma mudança dramática na aparência dos gráficos resultantes. Na realidade, em um osciloscópio, instrumento projetado para exibir esse tipo de forma de onda, os gráficos são esboçados em função do tempo, e a mudança será imediatamente aparente. Na Figura 10.42(a), as formas de onda na Figura 10.41 para υ_C e i_C foram representadas graficamente em função do tempo. Na Figura 10.42(b), a capacitância foi reduzida para 1 μF, o que reduz a constante de tempo a 8 ms. Observe o efeito dramático sobre a aparência da forma de onda.

Para um circuito de resistência fixa, o efeito de aumentar a capacitância é claramente demonstrado na Figura 10.43. Quanto maior a capacitância e, por conseguinte, a constante de tempo, mais tempo o capacitor levará para ser carregado — há mais carga para ser armazenada. O mesmo efeito pode ser criado mantendo a capacitância constante e aumentando a resistência, mas agora o tempo mais longo se deve às correntes mais baixas que são um resultado da resistência mais alta.

Figura 10.41 υ_C e i_C para o circuito na Figura 10.39(a) com os valores no Exemplo 10.6.

EXEMPLO 10.8

Considerando o circuito na Figura 10.44:

a) Calcule as expressões matemáticas para o comportamento transitório da tensão υ_C e da corrente i_C se o capacitor estava inicialmente descarregado e a chave for colocada na posição 1 em $t = 0$s.

(a)

(b)

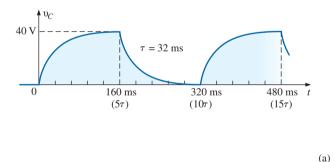
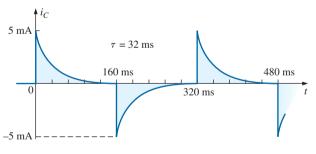
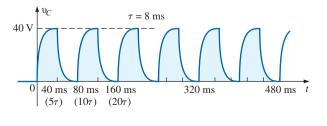
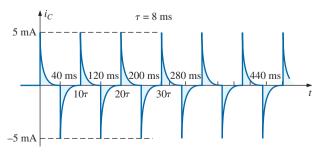



Figura 10.42 Representação gráfica υ_C e i_C em função do tempo em ms: (*a*) τ = 32 ms; (*b*) τ = 8 ms.

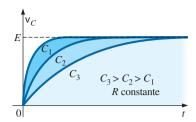



Figura 10.43 Efeito do aumento dos valores de C (com R constante) sobre a curva de carga para υ_C.

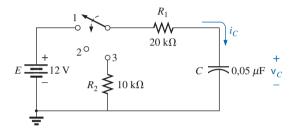



Figura 10.44 Circuito analisado no Exemplo 10.8.

b) Calcule as expressões matemáticas para a tensão υ_C e para a corrente i_C se a chave é movida para a posição 2 em $t = 10$ ms. (Presuma que a resistência de fuga do capacitor seja de infinitos ohms; isto é, não há corrente de fuga.)

c) Calcule as expressões matemáticas para a tensão υ_C e para a corrente i_C se a chave é colocada na posição 3 em $t = 20$ ms.

d) Faça um gráfico das formas de onda obtidas nas partes (a)-(c) no mesmo eixo de tempo usando as polaridades definidas na Figura 10.44.

Soluções:

a) *Fase de carga*:

$$\tau = R_1C = (20\ \text{k}\Omega)(0{,}05\ \mu\text{F}) = 1\ \text{ms}$$
$$\upsilon_C = E(1 - e^{-t/\tau}) = \mathbf{12\ V(1 - e^{-t/1\ ms})}$$
$$i_C = \frac{E}{R_1}e^{-t/\tau} = \frac{12\ \text{V}}{20\ \text{k}\Omega}e^{-t/1\text{ms}} = \mathbf{0{,}6\ mA}e^{-t/1\ \text{ms}}$$

b) *Fase de armazenamento*: em 10 ms, um período de tempo igual a 10τ passou, permitindo o pressuposto de que o capacitor está totalmente carregado. Tendo em vista que $R_{\text{fuga}} = \infty\ \Omega$, o capacitor manterá a sua carga infinitamente. O resultado é que tanto υ_C quanto i_C permanecerão com um valor fixo:

$$\upsilon_C = \mathbf{12\ V}$$
$$i_C = \mathbf{0\ A}$$

c) *Fase de descarga* (usando-se 20 ms como o novo $t = 0$ s para as equações):

A nova constante de tempo é

$$\tau' = RC = (R_1 + R_2)C$$
$$= (20\ \text{k}\Omega + 10\ \text{k}\Omega)(0{,}05\ \mu\text{F}) = 1{,}5\ \text{ms}$$
$$\upsilon_C = Ee^{-t/\tau'} = \mathbf{12\ V}e^{-t/1{,}5\ \text{ms}}$$
$$i_C = -\frac{E}{R}e^{-t/\tau'} = -\frac{E}{R_1 + R_2}e^{-t/\tau'}$$
$$= -\frac{12\ \text{V}}{20\ \text{k}\Omega + 10\ \text{k}\Omega}e^{-t/1{,}5\ \text{ms}} = \mathbf{-0{,}4\ mA}e^{-t/1{,}5\ \text{ms}}$$

d) Veja a Figura 10.45.

EXEMPLO 10.9

Considerando o circuito na Figura 10.46:

a) Determine a expressão matemática para o comportamento transitório da tensão através do capacitor se a chave é colocada na posição 1 em $t = 0$ s.

b) Determine a expressão matemática para o comportamento transitório da tensão através do capacitor se a chave é movida para a posição 2 em $t = 1\tau$.

c) Represente graficamente a forma de onda resultante para a tensão υ_C conforme determinam as partes (a) e (b).

d) Repita as partes (a)−(c) para a corrente i_C.

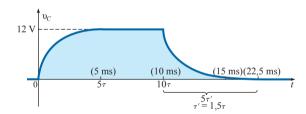
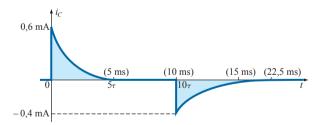



Figura 10.45 υ_C e i_C para o circuito na Figura 10.44.

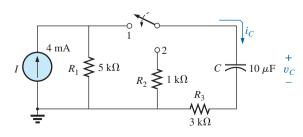



Figura 10.46 Circuito a ser analisado no Exemplo 10.9.

Soluções:

a) A conversão da fonte de corrente em uma fonte de tensão resulta na configuração na Figura 10.47 para a fase de carga.
Para a conversão da fonte

$$E = IR = (4 \text{ mA})(5 \text{ k}\Omega) = 20 \text{ V}$$

e
$$R_s = R_p = 5 \text{ k}\Omega$$
$$\tau = RC = (R_1 + R_3)C$$
$$= (5 \text{ k}\Omega + 3 \text{ k}\Omega)(10 \ \mu\text{F}) = 80 \text{ ms}$$
$$\upsilon_C = E(1 - e^{-t/\tau}) = \mathbf{20\ V\ (1 - e^{-t/80\ ms})}$$

b) Com a chave na posição 2, o circuito aparece como mostra a Figura 10.48. A tensão em 1τ pode ser encontrada usando o fato de que a tensão é 63,2 por cento do seu valor final de 20 V, de maneira que 0,632(20 V) = 12,64 V. Alternativamente, você pode substituir na equação derivada como fizemos a seguir:

$$e^{-t/\tau} = e^{-\tau/\tau} = e^{-1} = 0{,}368$$

e
$$\upsilon_C = 20 \text{ V}(1 - e^{-t/80 \text{ ms}}) = 20 \text{ V}(1 - 0{,}368)$$
$$= (20 \text{ V})(0{,}632) = 12{,}64 \text{ V}$$

Usando essa tensão como ponto de partida e fazendo a substituição na equação de descarga, temos:

$$\tau' = RC = (R_2 + R_3)C = (1 \text{ k}\Omega + 3 \text{ k}\Omega)(10 \ \mu\text{F})$$
$$= 40 \text{ ms}$$
$$\upsilon_C = Ee^{-t/\tau'} = \mathbf{12{,}64\ Ve^{-t/40\ ms}}$$

c) Veja a Figura 10.49.

d) A equação de carga para a corrente é:

$$i_C = \frac{E}{R}e^{-t/\tau} = \frac{E}{R_1 + R_3}e^{-t/\tau} = \frac{20 \text{ V}}{8 \text{ k}\Omega}e^{-t/80 \text{ ms}}$$
$$= \mathbf{2{,}5\ mAe^{-t/80\ ms}}$$

o que, a t = 80 ms, resulta em

$$i_C = 2{,}5 \text{ mA}e^{-80 \text{ ms}/80 \text{ ms}} = 2{,}5 \text{ mA}e^{-1}$$
$$= (2{,}5 \text{ mA})(0{,}368) = 0{,}92 \text{ mA}$$

Quando a chave é movida para a posição 2, os 12,64 V através do capacitor aparecem através do resistor para estabelecer uma corrente de 12,64 V/4 kΩ = 3,16 mA. Substituindo na equação de descarga com V_i = 12,64 V e τ' = 40 ms, temos:

$$i_C = -\frac{V_i}{R_2 + R_3}e^{-t/\tau'} = -\frac{12{,}64 \text{ V}}{1 \text{ k}\Omega + 3 \text{ k}\Omega}e^{-t/40 \text{ ms}}$$
$$= -\frac{12{,}64 \text{ V}}{4 \text{ k}\Omega}e^{-t/40 \text{ ms}} = \mathbf{-3{,}16\ mAe^{-t/40\ ms}}$$

Figura 10.47 Fase de carga para o circuito na Figura. 10.46.

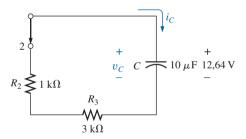



Figura 10.48 Circuito na Figura 10.47 quando a chave é movida para a posição 2 em $t = 1t_1$.

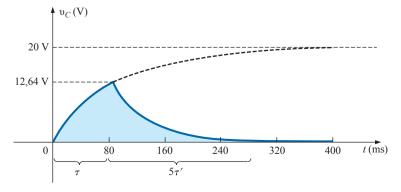



Figura 10.49 υ_C para o circuito na Figura 10.47.

Figura 10.50 i_C para o circuito na Figura 10.47.

A equação tem um sinal de menos porque o sentido da corrente de descarga é oposto àquele definido para a corrente na Figura 10.48. O gráfico resultante aparece na Figura 10.50.

10.7 VALORES INICIAIS

Em todos os exemplos examinados nas seções anteriores, o capacitor estava descarregado até que a chave fosse fechada. Examinaremos agora o efeito de uma carga inicial e, consequentemente, de uma tensão ($V = Q/C$) entre as placas no instante em que a chave é fechada. A tensão entre os terminais do capacitor nesse instante é chamada de **valor inicial**, como mostra a forma de onda geral vista na Figura 10.51.

Uma vez que a chave é fechada, começa a fase transitória, que só termina, para todos os efeitos práticos, após cinco constantes de tempo. A região de valores relativamente fixos e que se segue à resposta transitória é denominada **estado estacionário** ou regime permanente, e o valor da tensão nessa região é denominado **valor estacionário** ou **valor final**. O valor estacionário é determinado simplesmente pela substituição do capacitor por um circuito aberto equivalente e pela determinação da tensão entre as placas. Usando a equação para o transitório apresentada na seção anterior, uma equação para v_C pode ser escrita considerando todo o intervalo de tempo da Figura 10.51. Ou seja, para o período transitório, a tensão aumenta de V_i (previamente 0 V) para um valor final de V_f. Portanto,

$$\upsilon_C = E(1 - e^{-t/\tau}) = (V_f - V_i)(1 - e^{-t/\tau})$$

Adicionando o valor inicial de V_i à equação, temos:

$$\upsilon_C = V_i = (V_f - V_i)(1 - e^{-t/\tau})$$

Entretanto, multiplicando e reagrupando os termos, temos:

$$\begin{aligned}\upsilon_C &= V_i + V_f - V_f e^{-t/\tau}\, V_i + V_i e^{-t/\tau}\\ &= V_f\, V_f e^{-t/\tau} + V_i e^{-t/\tau}\end{aligned}$$

Chegamos a:

$$\boxed{\upsilon_C = V_f + (V_i - V_f)^{e^{-t/\tau}}} \qquad (10.21)$$

Agora que a equação foi desenvolvida, é importante reconhecer que:

A Equação 10.21 é uma equação universal para a resposta transitória de um capacitor.

Isto é, ela pode ser usada independentemente do capacitor ter ou não um valor inicial. Se o valor inicial for 0 V como era em todos os exemplos anteriores, simplesmente estabeleça V_i igual a zero na equação, e a equação desejada será obtida. O valor final é a tensão através do capacitor quando o circuito aberto equivalente é substituído.

EXEMPLO 10.10

O capacitor visto na Figura 10.52 tem uma tensão inicial de 4 V.

a) Determine a expressão matemática para a tensão entre os terminais do capacitor uma vez que a chave é fechada.

Figura 10.51 Regiões associadas a uma resposta transitória.

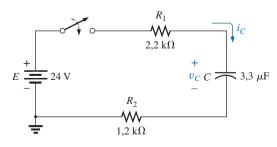



Figura 10.52 Exemplo 10.10.

b) Determine a expressão matemática para a corrente durante o período transitório.
c) Faça um esboço das formas de onda da tensão e da corrente, desde o valor inicial até o final.

Soluções:

a) Substituindo o capacitor por um circuito aberto, verificamos que a tensão final υ_C é 24 V.
A constante de tempo é determinada por:

$$\tau = (R_1 + R_2)C$$
$$= (2{,}2\ k\Omega + 1{,}2\ k\Omega)\ (3{,}3\ \mu F) = 11{,}22\ ms$$

com $5\tau = 56{,}1\ ms$

Usando a Equação 10.21, temos:

$$\upsilon_C = V_f + (V_i - V_f)e^{-t/\tau}$$
$$= 24\ V + (4\ V - 24\ V)e^{-t/11{,}22\ ms}$$

e $$\upsilon_C = \mathbf{24\ V - 20\ V}e^{-t/11{,}22\ ms}$$

b) Como a tensão entre os terminais do capacitor é constante, 4 V, antes de fechar a chave, a corrente (cujo valor depende apenas da variação de tensão no capacitor) deve ter um valor inicial zero. No instante em que a chave é fechada, a tensão entre os terminais do capacitor não pode mudar instantaneamente, de modo que a tensão entre os terminais dos elementos resistivos nesse instante é igual à tensão aplicada menos a tensão inicial entre os terminais do capacitor. A corrente de pico resultante é:

$$I_m = \frac{E - V_C}{R_1 + R_2} = \frac{24\ V - 4\ V}{2{,}2\ k\Omega + 1{,}2\ k\Omega} = \frac{20\ V}{3{,}4\ k\Omega}$$
$$= 5{,}88\ mA$$

A corrente então cairá (com a mesma constante de tempo que a tensão υ_C) para zero porque o capacitor está se aproximando do estado que equivale a um circuito aberto.
A equação para i_C é, portanto,

$$i_C = \mathbf{5{,}88\ mA}e^{-t/11{,}22\ ms}$$

c) Veja a Figura 10.53. Os valores inicial e final da tensão foram desenhados primeiro, e depois incluímos a resposta transitória entre esses valores. No caso da corrente, a forma de onda começa e termina em zero; seu sinal depende do sentido escolhido para i_C na Figura 10.52.
Testaremos agora a validade da equação para υ_C, substituindo $t = 0$ s para representar o instante em que a chave é fechada.

$$e^{-t/\tau} = e^{-0} = 1$$

e $$\upsilon_C = 24\ V - 20\ Ve^{t/\tau} = 24\ V - 20\ V = 4\ V$$

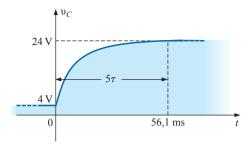
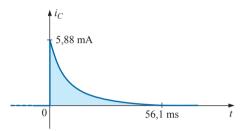



Figura 10.53 υ_C e i_C para o circuito mostrado na Figura 10.52.

Quando: $t > 5\tau$,

$$e^{-t/\tau} \cong 0$$

e $$\upsilon_C = 24\ V - 20\ Ve^{t/\tau} = 24\ V - 0\ V = 24\ V$$

A Equação 10.21 também pode ser aplicada na fase de descarga utilizando os níveis corretos de V_i e V_f.

Para o padrão de descarga na Figura 10.54, $V_f = 0$ V, e a Equação 10.21 se transforma em:

$$\upsilon_C = V_f + (V_i - V_f)\ e^{-t/\tau} = 0\ V + (V_i - 0\ V)e^{-t/\tau}$$

e $$\upsilon_C = V_i e^{-t/\tau} \quad \text{descarga} \qquad (10.22)$$

Substituindo $V_i = E$ volts, temos a Equação 10.17.

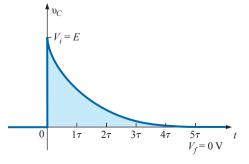



Figura 10.54 Definição dos parâmetros na Equação 10.21 para a fase de descarga.

10.8 VALORES INSTANTÂNEOS

Em certas ocasiões, é necessário determinar a tensão ou a corrente em um instante particular que não seja um múltiplo de τ, como ocorreu nas seções anteriores. Por exemplo, se:

$$\upsilon_C = 20\ \text{V}(1 - e^{(-t/2\ \text{ms})})$$

pode ser necessário saber o valor de υ_C em $t = 5$ ms, o que não corresponde a um múltiplo de t. A Figura 10.28 mostra que $(1 - e^{t/\tau})$ é aproximadamente 0,93 em $t = 5$ ms $= 2{,}5\tau$, o que nos dá $\upsilon_C - 20\ (0{,}93) - 18{,}6$ V. É possível obter uma precisão maior se substituirmos $\upsilon = 5$ ms na equação e calcularmos υ_C usando uma calculadora ou uma tabela para determinar o valor de $e^{-2{,}5}$. Assim,

$$\begin{aligned}\upsilon_C &= 20\ \text{V}(1 - e^{-5\ \text{ms}/2\ \text{ms}}) = (20\ \text{V})(1 - e^{-2{,}5})\\ &= (20\ \text{V})(1 - 0{,}082) = (20\ \text{V})(0{,}918) = \mathbf{18{,}36\ V}\end{aligned}$$

Os resultados estão próximos, mas raramente se consegue uma precisão além de décimos com o uso da Figura 10.29. O método anterior pode ser aplicado a qualquer uma das equações apresentadas neste capítulo e para qualquer valor de tensão.

Também existem ocasiões em que precisamos conhecer o tempo necessário para atingir determinada tensão ou corrente. O método é um pouco complicado pelo uso de logaritmos naturais ($\log_e$ ou In), mas as calculadoras atuais estão equipadas para realizar tais operações com facilidade.

Por exemplo, solucionando para t na equação:

$$\upsilon_C = V_f + (V_i - V_f)e^{-t/\tau}$$

temos

$$t = \tau(\log_e)\frac{(V_i - V_f)}{(\upsilon_C - V_f)} \qquad (10.23)$$

Por exemplo, suponha que:

$$\upsilon_C = 20\ \text{V}(1 - e^{-t/2\ \text{ms}})$$

e o tempo t para alcançar 10 V é desejado. Tendo em vista que $V_i = 0$ V e $V_f = 20$ V, temos:

$$\begin{aligned}t &= \tau(\log_e)\frac{(V_i - V_f)}{(\upsilon_C - V_f)} = (2\ \text{ms})(\log_e)\frac{(0\ \text{V} - 20\ \text{V})}{(10\ \text{V} - 20\ \text{V})}\\ &= (2\ \text{ms})\left[\log_e\left(\frac{-20\ \text{V}}{-10\ \text{V}}\right)\right] = (2\ \text{ms})(\log_e 2)\\ &= (2\ \text{ms})(0{,}693) = \mathbf{1{,}386\ ms}\end{aligned}$$

As teclas a serem acionadas na calculadora TI-89 aparecem na Figura 10.55.

Para a equação de descarga,

$$\upsilon_C = Ee^{-t/\tau} = V_i(e^{-t/\tau}) \quad \text{com } V_f = 0\ \text{V}$$

Usando a Equação 10.23, temos:

$$t = \tau(\log_e)\frac{(V_i - V_f)}{(\upsilon_C - V_f)} = \tau(\log_e)\frac{(V_i - 0\ \text{V})}{(\upsilon_C - 0\ \text{V})}$$

e

$$t = \tau \log_e \frac{V_i}{\upsilon_C} \qquad (10.24)$$

Para a equação atual:

$$i_C = \frac{E}{R}e^{-t/\tau} \qquad I_i = \frac{E}{R} \qquad I_f = 0\ \text{A}$$

e

$$t = \log_e \frac{I_i}{i_C} \qquad (10.25)$$

10.9 EQUIVALENTE DE THÉVENIN: $\tau = R_{Th}C$

Surgirão situações em que o circuito não terá a forma simples vista na Figura 10.26. Então, será necessário primeiro determinar o circuito equivalente de Thévenin do circuito externo ao capacitor. Assim, E_{Th} será então a tensão da fonte E das equações 10.13 a 10.25, e R_{Th} será a resistência R. A constante de tempo será $\tau = R_{Th}C$.

EXEMPLO 10.11

Considerando o circuito da Figura 10.56:

a) Determine a expressão matemática para o comportamento transitório da tensão υ_C e da corrente i_C em função do tempo após o fechamento da chave (posição 1 em $t = 0$ s).
b) Determine a expressão matemática para a tensão υ_C e a corrente i_C em função do tempo se a chave for colocada na posição 2 em $t = 9$ ms.
c) Desenhe as formas de onda de tensão e de corrente para os itens (a) e (b) no mesmo eixo.

Figura 10.55 Teclas a serem acionadas para determinar (2 *ms*)(log_e2) usando a calculadora TI-89.

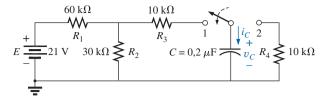



Figura 10.56 Exemplo 10.11.

Soluções:

a) Aplicando o teorema de Thévenin ao capacitor de 0,2 μF, obtemos o circuito visto na Figura 10.57:

$$R_{Th} = R_1 \parallel R_2 + R_3 = \frac{(60\text{ k}\Omega)(30\text{ k}\Omega)}{90\text{ k}\Omega} + 10\text{ k}\Omega$$
$$= 20\text{ k}\Omega + 10\text{ k}\Omega = 30\text{ k}\Omega$$
$$E_{Th} = \frac{R_2 E}{R_2 + R_1} = \frac{(30\text{ k}\Omega)(21\text{ V})}{30\text{ k}\Omega + 60\text{ k}\Omega} = \frac{1}{3}(21\text{ V}) = 7\text{ V}$$

O circuito equivalente de Thévenin com o capacitor recolocado no circuito aparece na Figura 10.58. Usando a Equação 10.21 com $V_f = E_{Th}$ e $V_i = 0$ V, temos:

$$\upsilon_C = V_f + (V_i - V_f)e^{-t/\tau}$$
que resulta em $\upsilon_C = E_{Th} + (0\text{ V} - E_{Th})e^{-t/\tau}$
ou $\upsilon_C = E_{Th}(1 - e^{-t/\tau})$

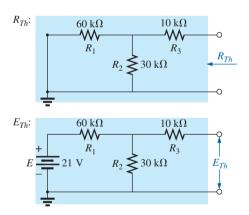



Figura 10.57 Aplicação do teorema de Thévenin ao circuito da Figura 10.56.

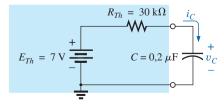



Figura 10.58 Substituição do circuito da Figura 10.56 pelo circuito equivalente de Thévenin.

com: $\tau = RC = (30\text{ k}\Omega)(0{,}2\text{ μF}) = 6$ ms
de forma que: $\upsilon_C = \mathbf{7\ V(1 - e^{-t/6\text{ ms}})}$

Para a corrente i_C:

$$i_C = \frac{E_{Th}}{R}e^{-t/RC} = \frac{7\text{ V}}{30\text{ k}\Omega}e^{-t/6\text{ ms}}$$
$$= \mathbf{0{,}23\ mAe^{-t/6\text{ ms}}}$$

b) Em $t = 9$ ms,

$$\upsilon_C = E_{Th}(1 - e^{-t/\tau}) = 7\text{ V}(1 - e^{-(9\text{ ms}/6\text{ ms})})$$
$$= (7\text{ V})(1 - e^{-1{,}5}) = (7\text{ V})(1 - 0{,}223)$$
$$= (7\text{ V})(0{,}777) = 5{,}44\text{ V}$$

e $$i_C = \frac{E_{Th}}{R}e^{-t/\tau} = 0{,}23\text{ mA}e^{-1{,}5}$$
$$= (0{,}23 \times 10^{-3})(0{,}233) = 0{,}052 \times 10^{-3}$$
$$= 0{,}05\text{ mA}$$

Usando a Equação 10.21 com $V_f = 0$ V e $V_i = 5{,}44$ V, temos:

$$\upsilon_C = V_f + (V_i - V_f)e^{-t/\tau'}$$
o que resulta em $\upsilon_C = 0\text{ V} + (5{,}44\text{ V} - 0\text{ V})e^{-t/\tau'}$
$= 5{,}44\text{ V}e^{-t/\tau'}$
com $\tau' = R_4C = (10\text{ k}\Omega)(0{,}2\text{ μF})$
$= 2$ ms
e $\upsilon_C = \mathbf{5{,}44\ Ve^{-t/2\text{ ms}}}$

Pela Equação 10.19,

$$I_i = \frac{5{,}44\text{ V}}{10\text{ k}\Omega} = 0{,}54\text{ mA}$$
e $i_C = I_i e^{-t/\tau} - \mathbf{0{,}54\ mAe^{-t/2\text{ ms}}}$

c) Veja a Figura 10.59.

EXEMPLO 10.12

O capacitor visto na Figura 10.60 é carregado inicialmente a 40 V. Determine a expressão matemática para υ_C em função do tempo após o fechamento da chave. Desenhe o gráfico da forma de onda de υ_C.

Solução:

O circuito é redesenhado na Figura 10.61.

E_{Th}:

$$E_{Th} = \frac{R_3 E}{R_3 + R_1 + R_4} = \frac{(18\text{ k}\Omega)(120\text{ V})}{18\text{ k}\Omega + 7\text{ k}\Omega + 2\text{ k}\Omega} = 80\text{ V}$$

R_{Th}:

$$R_{Th} = 5\text{ k}\Omega + (18\text{ k}\Omega) \parallel (7\text{ k}\Omega + 2\text{ k}\Omega)$$
$$= 5\text{ k}\Omega + 6\text{ k}\Omega = 11\text{ k}\Omega$$

Portanto, $V_i = 40$ V e $V_f = 80$ V
e $\tau = R_{Th}C = (11\text{ k}\Omega)(40\text{ μF}) = 0{,}44$ s

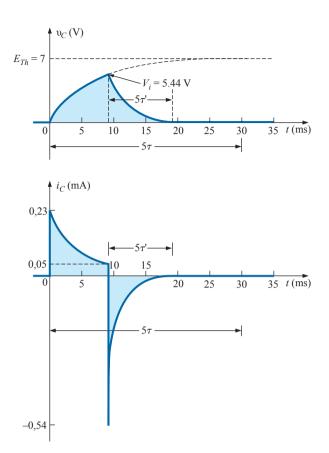



Figura 10.59 Formas de onda para o circuito da Figura 10.56.

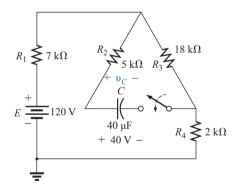



Figura 10.60 Exemplo 10.12.

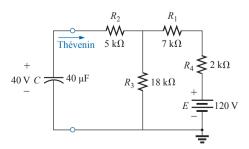



Figura 10.61 Circuito na Figura 10.60 redesenhado.

Equação 10.21: $\upsilon_C = V_f + (V_i - V_f)e^{-t/\tau}$

$$= 80\text{ V} + (40\text{ V} - 80\text{ V})e^{-t/0{,}44\text{ s}}$$

e $\quad \boldsymbol{\upsilon_C = 80\text{ V} - 40\text{ V}e^{-t/0{,}44\text{ s}}}$

A forma de onda aparece como na Figura 10.62.

EXEMPLO 10.13

Para o circuito da Figura 10.63, determine a expressão matemática para a tensão υ_C em função do tempo depois que a chave for fechada (em t = 0).

Solução:

$$R_{Th} = R_1 + R_2 = 6\ \Omega + 10\ \Omega = 16\ \Omega$$

$$E_{Th} = V_1 + V_2 = IR_1 + 0$$

$$= (20 \times 10^{-3}\text{ A})(6\ \Omega)$$

$$= 120 \times 10^{-3}\text{ V} = 0{,}12\text{ V}$$

e $\quad \tau = R_{Th}C = (16\ \Omega)(500 \times 10^{-6}\text{ F})$

$$= 8\text{ ms}$$

de forma que $\quad \upsilon_C = \mathbf{0{,}12\ V(1 - e^{-t/8\text{ ms}})}$

10.10 A CORRENTE i_C

Há uma relação muito especial entre a corrente de um capacitor e a tensão através dele. Para o resistor, ela é definida pela lei de Ohm: $i_R = \upsilon_R/R$. A corrente e a tensão através do resistor são relacionadas por uma constante R — uma relação linear direta muito simples. Para o capacitor, trata-se da relação mais complexa definida por:

$$i_C = C\frac{d\upsilon_C}{dt} \qquad (10.26)$$

Figura 10.62 υ_C para o circuito na Figura 10.60.

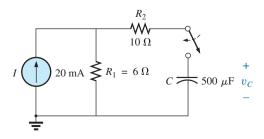



Figura 10.63 Exemplo 10.13.

O fator C revela que quanto mais alta a capacitância, maior a corrente resultante. Intuitivamente, essa relação faz sentido, pois níveis de capacitância mais altos resultam em níveis maiores de carga armazenada, proporcionando uma fonte para níveis de corrente maiores. O segundo termo $d\upsilon_C/dt$ é sensível à *taxa de variação* de υ_C com o tempo. A função $d\upsilon_C/dt$ é chamada de **derivada** (cálculo) da tensão υ_C em relação ao tempo t. Quanto mais rapidamente υ_C varia com o tempo, maior será o fator $d\upsilon_C/dt$ e maior será a corrente resultante i_C. É por essa razão que a corrente salta para seu E/R máximo em um circuito de carga no instante em que a chave é fechada. Nesse instante, se você olhar para a curva de carga para υ_C, a tensão estará *variando* na sua taxa mais alta. Na medida em que ela se aproxima do seu valor final, a taxa de variação diminui, e, como confirmado pela Equação 10.26, o nível de corrente cai.

Preste bem atenção na frase a seguir:

A corrente capacitiva está diretamente relacionada à taxa de variação da tensão através do capacitor, não aos níveis de tensão envolvidos.

Por exemplo, a corrente de um capacitor será maior quando a tensão variar de 1 a 10 V em 1 ms do que quando ela variar de 10 a 100 V em 1 s; na realidade, ela será 100 vezes maior.

Se a tensão deixa de variar com o tempo, então:

$$\frac{d\upsilon_C}{dt} = 0$$

e

$$i_C = C\frac{d\upsilon_C}{dt} = C(0) = 0 \text{ A}$$

Para entender melhor a Equação 10.26, calcularemos a **corrente média** associada ao capacitor para várias tensões entre seus terminais. A corrente média é definida pela equação:

$$i_{C_{\text{méd}}} = C\frac{\Delta\upsilon_C}{\Delta t} \tag{10.27}$$

onde Δ indica uma variação finita (mensurável) da carga, da tensão ou do tempo. A corrente instantânea pode ser calculada a partir da Equação 10.27, tornando Δt infinitamente pequeno, ou seja,

$$i_{C_{\text{inst}}} = \lim_{\Delta t \to 0} C\frac{\Delta\upsilon_C}{\Delta t} = C\frac{d\upsilon_C}{dt}$$

No exemplo a seguir, será considerada a variação da tensão, $\Delta\upsilon_C$, para cada inclinação da forma de onda da tensão. Se a tensão aumenta com o tempo, a corrente média é dada pela variação de tensão dividida pela variação do tempo, com sinal positivo. Se a tensão diminui com o tempo, a corrente média é obtida da mesma forma, mas com sinal negativo.

EXEMPLO 10.14

Desenhe a forma de onda da corrente média se a tensão entre os terminais de um capacitor de 2 μF varia de acordo com o gráfico da Figura 10.64.

Soluções:

a) De 0 a 2 ms, em que a tensão aumenta linearmente de 0 a 4 V, sendo a variação de tensão $\Delta\upsilon = 4 \text{ V} - 0 = 4 \text{ V}$ (com sinal positivo, já que a tensão aumenta com o tempo). O intervalo de tempo é $\Delta t = 2 \text{ ms} - 0 = 2 \text{ ms}$, e:

$$i_{C_{\text{méd}}} = C\frac{\Delta\upsilon_C}{\Delta t} = (2\times10^{-6}\text{ F})\left(\frac{4\text{ V}}{2\times10^{-3}\text{ s}}\right)$$
$$= 4\times10^{-3}\text{ A} = \mathbf{4\ mA}$$

b) De 2 a 5 ms, a tensão permanece constante em 4 V; a variação de tensão é $\Delta\upsilon = 0$. A variação de tempo é $\Delta t = 3$ ms, e:

$$i_{C_{\text{méd}}} = C\frac{\Delta\upsilon_C}{\Delta t} = C\frac{0}{\Delta t} = \mathbf{0\ mA}$$

c) De 5 a 11 ms, a tensão diminui de 4 para 0 V. A variação de tensão é Δυ 4 V – 0 = 4 V (com sinal

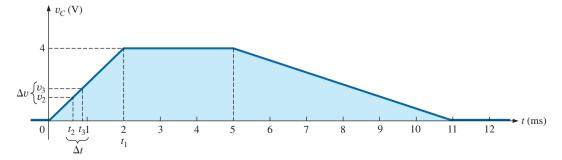



Figura 10.64 υ_C para o Exemplo 10.14.

negativo, já que a tensão diminui com o tempo). A variação de tempo é $\Delta t = 11$ ms − 5 ms = 6 ms, e

$$i_{C_{av}} = C\frac{\Delta \upsilon_C}{\Delta t} = -\left(2\times 10^{-6}\,\text{F}\right)\left(\frac{4\ \text{V}}{6\times 10^{-3}\,\text{s}}\right)$$
$$= -1{,}33\times 10^{-3}\,\text{A} = \mathbf{-1{,}33\ mA}$$

d) De 11 ms em diante, a tensão permanece constante em 0 V e $\Delta \upsilon = 0$, logo $i_{C_{méd}} = 0$ mA. A forma de onda da corrente média, relativa à tensão especificada, é mostrada na Figura 10.65.

Observe, no Exemplo 10.14, que, em geral, quanto maior a inclinação da curva da tensão em função do tempo, maior a corrente, e quando a tensão não varia, a corrente é nula. Além disso, o valor médio é igual ao valor instantâneo em qualquer ponto ao longo da inclinação para o qual o valor médio foi determinado. Por exemplo, se o intervalo Δt for reduzido de $0 \rightarrow t_1$ para $t_2 - t_3$, como ressalta a Figura 10.64, o valor de $\Delta v/\Delta t$ ainda será o mesmo. Na realidade, não importa quão pequeno seja o intervalo Δt, a inclinação será a mesma e, portanto, a corrente $i_{C_{méd}}$ terá o mesmo valor. Se considerarmos o limite quando $\Delta t \rightarrow 0$, a inclinação continuará a mesma e, portanto, $i_{C_{méd}} = i_{C_{inst}}$ para qualquer instante entre 0 e t_1. O mesmo pode ser dito a respeito de qualquer intervalo da forma de onda da tensão que tenha uma inclinação constante.

Uma conclusão importante que podemos tirar dessa discussão é que não é o valor da tensão aplicada a um capacitor que determina a corrente e, sim, a rapidez com que a tensão *varia*. Uma tensão constante de 10.000 V pode não produzir (no caso ideal) um fluxo de carga (corrente), mas uma variação de 1 V em um curto período de tempo pode dar origem a uma corrente significativa.

O método descrito se aplica somente a formas de onda constituídas por segmentos lineares. No caso de forma de onda não linear, um método de cálculo (diferenciação) tem de ser empregado.

Figura 10.65 Corrente i_C resultante para tensão vista na Figura 10.64.

10.11 CAPACITORES EM SÉRIE E EM PARALELO

Os capacitores, assim como os resistores, podem ser conectados em série e em paralelo. Um aumento nos valores de capacitância pode ser conseguido conectando os capacitores em paralelo, enquanto uma diminuição é obtida conectado-os em série.

No caso de capacitores conectados em série, a carga é a mesma em todos os capacitores (veja a Figura 10.66):

$$Q_T = Q_1 = Q_2 = Q_3 \tag{10.28}$$

Aplicando a lei de Kirchhoff para tensões ao longo da malha, temos:

$$E = V_1 + V_2 + V_3$$

Entretanto, $$V = \frac{Q}{C}$$

de forma que $$\frac{Q_T}{C_T} = \frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_2}{C_2} + \frac{Q_3}{C_3}$$

Usando a Equação 10.28 e dividindo os dois lados por Q, temos:

$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \tag{10.29}$$

que é semelhante à equação para o cálculo da resistência total de um circuito resistivo paralelo. A capacitância total de dois capacitores em série é dada por:

Figura 10.66 Capacitores em série.

$$C_T = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \quad (10.30)$$

A tensão entre os terminais de cada um dos capacitores vistos na Figura 10.66 pode ser determinada reconhecendo, primeiramente, que:

$$Q_T = Q_1$$

ou

$$C_T E = C_1 V_1$$

Explicitando V_1, temos $V_1 = \frac{C_T E}{C_1}$

e substituindo C_T por seu valor, temos:

$$V_1 = \left(\frac{1/C_1}{1/C_1 + 1/C_2 + 1/C_3} \right) E \quad (10.31)$$

Para cada um dos capacitores do circuito teremos uma equação similar.

No caso de capacitores em paralelo (Figura 10.67), a tensão é a mesma entre os terminais de todos os capacitores, e a carga total é a soma das cargas dos capacitores:

$$Q_T = Q_1 + Q_2 + Q_3 \quad (10.32)$$

Entretanto, $Q = CV$

Portanto, $C_T E = C_1 V_1 = C_2 V_2 = C_3 V_3$

mas $E = V_1 = V_2 = V_3$

Assim, $$C_T = C_1 + C_2 + C_3 \quad (10.33)$$

que é semelhante à equação que usamos para calcular a resistência total de um circuito resistivo em série.

EXEMPLO 10.15

Considerando o circuito da Figura 10.68:

a) Determine a capacitância total.

b) Determine a carga em cada placa.

c) Calcule a tensão entre os terminais de cada capacitor.

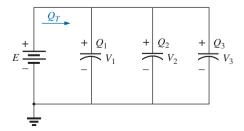



Figura 10.67 Capacitores em paralelo.

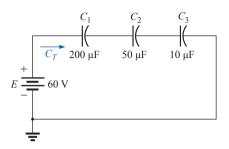



Figura 10.68 Exemplo 10.15.

Soluções:

a) $\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$

$= \frac{1}{200 \times 10^{-6}\,\text{F}} + \frac{1}{50 \times 10^{-6}\,\text{F}} + \frac{1}{10 \times 10^{-6}\,\text{F}}$

$= 0{,}005 \times 10^6 + 0{,}02 \times 10^6 + 0{,}1 \times 10^6$

$= 0{,}125 \times 10^6$

e $C_T = \frac{1}{0{,}125 \times 10^6} = \mathbf{8\ \mu F}$

b) $Q_T = Q_1 = Q_2 = Q_3$

$= C_T E = (8 \times 10^{-6}\,\text{F}\,(60\,\text{V}) = \mathbf{480\ \mu C}$

c) $V_1 = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{480 \times 10^{-6}\,\text{C}}{200 \times 10^{-6}\,\text{F}} = \mathbf{2{,}4\ V}$

$V_2 = \frac{Q_2}{C_2} = \frac{480 \times 10^{-6}\,\text{C}}{50 \times 10^{-6}\,\text{F}} = \mathbf{9{,}6\ V}$

$V_3 = \frac{Q_3}{C_3} = \frac{480 \times 10^{-6}\,\text{C}}{10 \times 10^{-6}\,\text{F}} = \mathbf{48{,}0\ V}$

e $E = V_1 + V_2 + V_3 = 2{,}4\,\text{V} + 9{,}6\,\text{V} + 48\,\text{V} = \mathbf{60\ V}$ (confere)

EXEMPLO 10.16

Considerando o circuito da Figura 10.69:

a) Determine a capacitância total.

b) Determine a carga em cada placa.

c) Calcule a carga total.

Soluções:

a) $C_T = C_1 + C_2 + C_3 = 800\,\mu\text{F} + 60\,\mu\text{F} + 1200\,\mu\text{F}$

$= \mathbf{2.060\ \mu F}$

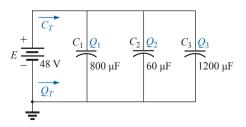



Figura 10.69 Exemplo 10.16.

b) $Q_1 = C_1E = (800 \times 10^{-6}\text{ F})(48\text{ V}) = \mathbf{38{,}4\ mC}$;
$Q_2 = C_2E = (60 \times 10^{-6}\text{ F})(48\text{ V}) = \mathbf{2{,}88\ mC}$;
$Q_3 = C_3E = (1200 \times 10^{-6}\text{ F})(48\text{ V}) = \mathbf{57{,}6\ mC}$

c) $Q_T = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 38{,}4\text{ mC} + 2{,}88\text{ mC} + 57{,}6\text{ mC} = \mathbf{98{,}88\ mC}$

EXEMPLO 10.17

Determine a tensão entre os terminais e a carga de cada capacitor do circuito da Figura 10.70.

Solução:

$$C'_T = C_2 + C_3 = 4\ \mu\text{F} + 2\ \mu\text{F} = 6\ \mu\text{F}$$

$$C_T = \frac{C_1C'_T}{C_1 + C'_T} = \frac{(3\ \mu\text{F})(6\ \mu\text{F})}{3\ \mu + 6\ \mu\text{F}} = 2\ \mu\text{F}$$

$$Q_T = C_TE = (2 \times 10^{-6}\text{ F})(120\text{ V}) = \mathbf{240\ \mu C}$$

O circuito equivalente (veja a Figura 10.71) tem:

$$Q_T = Q_1 = Q'_T$$

e, portanto, $Q_1 = \mathbf{240\ \mu C}$

e $$V_1 = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{240 \times 10^{-6}\text{ C}}{3 \times 10^{-6}\text{ F}} = \mathbf{80\ V}$$

$$Q'_T = 240\ \mu\text{C}$$

Portanto, $$V'_T = \frac{Q'_T}{C'_T} = \frac{240 \times 10^{-6}\text{ C}}{6 \times 10^{-6}\text{ F}} = \mathbf{40\ V}$$

e $$Q_2 = C_2V'_T = (4 \times 10^{-6}\text{ F})(40\text{ V}) = \mathbf{160\ \mu C}$$
$$Q_3 = C_3V'_T = (2 \times 10^{-6}\text{ F})(40\text{ V}) = \mathbf{80\ \mu C}$$

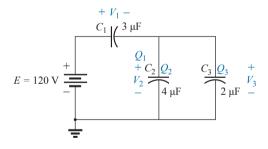



Figura 10.70 Exemplo 10.17.

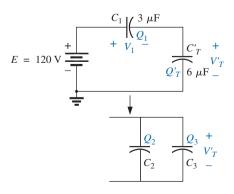



Figura 10.71 Circuito equivalente ao da Figura 10.70.

EXEMPLO 10.18

Determine a tensão entre os terminais e a carga do capacitor C_1 visto na Figura 10.72 após estar totalmente carregado.

Solução:

Conforme discutido anteriormente, o capacitor se comporta efetivamente como um circuito aberto em corrente contínua após estar totalmente carregado (veja a Figura 10.73). Portanto,

$$V_C = \frac{(8\ \Omega)(24\text{ V})}{4\ \Omega + 8\ \Omega} = \mathbf{16\ V}$$

$$Q_1 = C_1V_C = (20 \times 10^{-6}\text{ F})(16\text{ V}) = \mathbf{320\ \mu C}$$

EXEMPLO 10.19

Determine as tensões entre os terminais e as cargas dos capacitores do circuito da Figura 10.74(a) após todos terem atingido o valor final de carga. Veja a Figura 10.74 (b). Temos:

Solução:

$$V_{C_2} = \frac{(7\ \Omega)(72\text{ V})}{7\ \Omega + 2\ \Omega} = \mathbf{56\ V}$$

$$V_{C_1} = \frac{(2\ \Omega)(72\text{ V})}{2\ \Omega + 7\ \Omega} = \mathbf{16\ V}$$

$$Q_1 = C_1V_{C_1} = (2 \times 10^{-6}\text{ F})\ (16\text{ V}) = \mathbf{32\ \mu C}$$

$$Q_2 = C_2V_{C_2} = (3 \times 10^{-6}\text{ F})\ (56\text{ V}) = \mathbf{168\ \mu C}$$

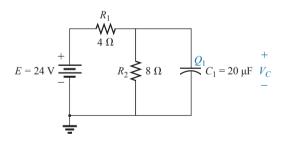



Figura 10.72 Exemplo 10.18.

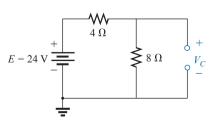



Figura 10.73 Determinação do valor final (estado estacionário) de υ_C.

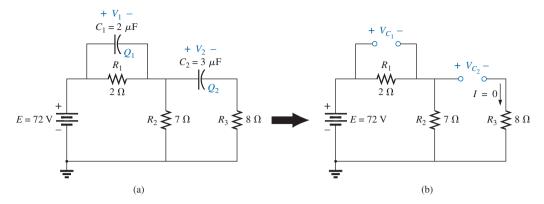



Figura 10.74 Exemplo 10.19.

10.12 ENERGIA ARMAZENADA EM UM CAPACITOR

O capacitor ideal não dissipa a energia que lhe é fornecida, mas a armazena na forma de campo elétrico entre as superfícies condutoras. A Figura 10.75 mostra a variação de tensão, corrente e potência com o tempo associadas a um capacitor durante a fase de carga. A curva da potência pode ser obtida para cada instante calculando o produto da tensão pela corrente nesse mesmo instante. *A energia armazenada no capacitor está representada pela região sombreada abaixo da curva da potência*. Usando cálculo integral, podemos determinar a área sob a curva. O resultado é o seguinte:

$$W_C = \frac{1}{2}CE^2$$

Em geral:

$$W_C = \frac{1}{2}CV^2 \tag{10.34}$$

onde V é a tensão entre os terminais do capacitor no estado estacionário. Em termos de Q e C,

$$W_C = \frac{1}{2}C\left(\frac{Q}{C}\right)^2$$

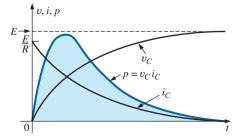



Figura 10.75 Gráfico da potência fornecida a um elemento capacitivo durante a fase transitória.

ou

$$W_C = \frac{Q^2}{2C} \tag{10.35}$$

EXEMPLO 10.20

Para o circuito mostrado na Figura 10.74(a), determine a energia armazenada em cada capacitor.

Solução:

Para C_1,

$$W_C = \frac{1}{2}CV^2$$
$$= \frac{1}{2}(2 \times 10^{-6}\ \text{F})(16\ \text{V})^2 = (1 \times 10^{-6})(256)$$
$$= \mathbf{256\ \mu J}$$

Para C_2,

$$W_C = \frac{1}{2}CV^2$$
$$= \frac{1}{2}(3 \times 10^{-6}\ \text{F})(56\ \text{V})^2 = (1{,}5 \times 10^{-6})(3136)$$
$$= \mathbf{4704\ \mu J}$$

Devido ao termo quadrático, observe a diferença na energia armazenada em função de uma tensão maior.

10.13 CAPACITÂNCIAS PARASITAS

Além dos capacitores discutidos até agora neste capítulo, existem as **capacitâncias parasitas** resultantes da existência de duas superfícies condutoras relativamente próximas. Dois fios condutores no mesmo circuito apresentam um efeito capacitivo, como mostra a Figura 10.76(a). Nos circuitos eletrônicos, existem capacitâncias entre as superfícies de condução de um transistor, como ilustra a Figura 10.76(b). No Capítulo 11, discutiremos

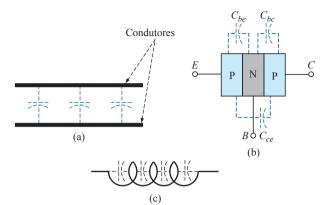



Figura 10.76 Exemplos de capacitâncias parasitas.

Figura 10.77 *Touchpad* de um laptop.

outro componente denominado *indutor*, que apresenta efeitos capacitivos entre suas espirais (veja a Figura 10.76(c)). As capacitâncias parasitas podem causar sérios problemas se não forem consideradas cuidadosamente no projeto do circuito.

10.14 APLICAÇÕES

Essa seção inclui uma descrição do funcionamento de *touchpads* e de uma das câmeras descartáveis mais baratas e populares que há hoje em dia, assim como uma discussão do uso de capacitores em filtros de linha (protetores de surto de tensão) que são utilizados na maioria das residências e nas empresas. Outros exemplos do uso de capacitores aparecem no Capítulo 11.

Touchpad

O *touchpad* no computador da Figura10.77 é usado para controlar a posição do ponteiro na tela do computador, fornecendo um elo entre a posição de um dedo no *touchpad* com uma posição na tela. Há duas abordagens gerais para fornecer essa ligação: **sensibilidade de capacitância** e **sensibilidade de condutância**. A sensibilidade de capacitância depende da carga carregada pelo corpo humano, enquanto a sensibilidade de condutância exige somente que uma pressão seja aplicada a uma posição em particular no *touchpad*. Em outras palavras, o uso de luvas ou um lápis não funcionará com a sensibilidade de capacitância, mas é efetivo com a sensibilidade de condutância.

Há dois métodos comumente empregados para o teste de capacitância. Um é chamado de **método de matriz,** e o outro é chamado de **método de derivação capacitiva.** O método de matriz exige dois conjuntos de condutores em paralelo separados por um dielétrico que sejam perpendiculares um ao outro, como mostra a Figura 10.78. Dois conjuntos de fios perpendiculares são necessários para permitir a determinação da localização do ponto no plano bidimensional, um para o deslocamento horizontal e

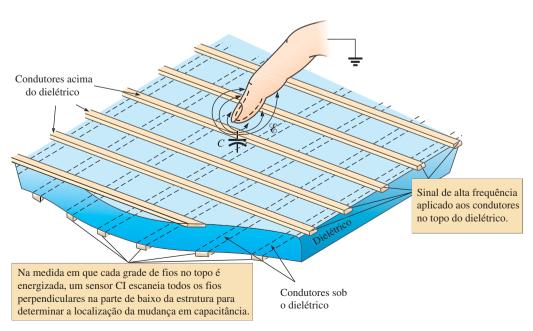



Figura 10.78 Método da matriz para sensibilidade capacitiva em um *touchpad*.

o outro para o deslocamento vertical. O resultado, quando olhamos para o *touchpad*, é uma grade bidimensional com pontos de interseção ou nós. Sua operação exige a aplicação de um sinal de alta frequência que permitirá o monitoramento da capacitância entre cada conjunto de fios em cada interseção, como mostra a Figura 10.78, que usa CIs conectados a cada conjunto de fios. Quando um dedo se aproxima de uma interseção em particular, a carga no dedo mudará a distribuição do campo naquele ponto, atraindo algumas das linhas de campo para longe da interseção. Alguns gostam de pensar que o dedo aplica um **terra virtual** no ponto, como mostra a figura. Lembre-se da discussão na Seção 10.3: qualquer mudança na intensidade do campo elétrico para um capacitor fixo (como a inserção de um dielétrico entre as placas de um capacitor) mudará a carga nas placas e o nível de capacitância determinado por $C = Q/V$. A mudança na capacitância na interseção será notada pelos CIs. Essa mudança na capacitância pode então ser traduzida por um **conversor de capacitância para digital (CDC — *capacitance to digital converter*)** e usada para definir a localização na tela. Experimentos recentes descobriram que esse tipo de sensibilidade é mais eficiente com um toque suave e delicado no *touchpad* em vez de uma pressão dura e firme.

O método de derivação capacitiva assume uma abordagem totalmente diferente. Em vez de estabelecer uma grade, um sensor é usado para detectar mudanças nos níveis capacitivos. A construção básica de um dispositivo analógico aparece na Figura 10.79. O sensor tem um transmissor e um receptor, ambos construídos em plataformas de placas de circuitos impressas (PCI) separadas por uma cobertura plástica sobre o transmissor para evitar o contato com o dedo. Quando o sinal de excitação de 250 kHz é aplicado à plataforma do transmissor, um campo elétrico é estabelecido entre o transmissor e o receptor, com um forte efeito de borda sobre a superfície do sensor. Se um dedo, com sua carga negativa, for trazido para perto da superfície do transmissor, ele distorcerá o efeito de borda ao atrair parte do campo elétrico, como mostra a figura. A mudança resultante na força total do campo afetará o nível de carga nas placas do sensor e, portanto, a capacitância entre o transmissor e o receptor. Isso será detectado pelo sensor e fornecerá a posição vertical ou horizontal do contato. A mudança resultante ocorre apenas na ordem dos femtofarads, em comparação com os picofarads para o sensor, mas mesmo assim é o suficiente para ser detectado pelo sensor. A mudança em capacitância é detectada por um conversor capacitor para digital de 16 bits Σ-Δ, e os resultados são enviados ao controlador, e dele para o sistema ao qual o sensor está conectado. O termo *derivação* vem do fato de que parte do campo elétrico é 'derivada' para longe do sensor. Os próprios sensores podem ser feitos de muitos formatos e tamanhos diferentes. Para aplicações como o botão circular de um elevador, o padrão circular da Figura 10.80(a) pode ser aplicado, enquanto para um controle de deslizamento, ele pode aparecer como mostra a Figura 10.80(b). Em cada caso, a excitação é aplicada às linhas vermelhas e às regiões, e o nível de capacitância medido pelas linhas C_{IN} e regiões. Em outras palavras, um campo é estabelecido entre as linhas em todo padrão, e tocar os *pads* em qualquer área revelará uma mudança em capacitância. Para um *touchpad* de computador, o número de entradas C_{IN} exigidas é uma por linha e uma por coluna para fornecer a localização em um espaço bidimensional.

O último método a ser descrito é o método de sensibilidade de condutância. Basicamente, ele emprega duas superfícies condutoras metálicas finas separadas por um espaço bem fino. A superfície de cima é normalmente flexível, enquanto a de baixo é fixa e revestida com uma camada de pequenos bicos condutivos. Quando a superfície de cima é tocada, ela toca um bico da superfície de baixo, fazendo com que a condutância entre as duas superfícies aumente dramaticamente naquele local. Essa mudança em condutância é então detectada pelos CIs em

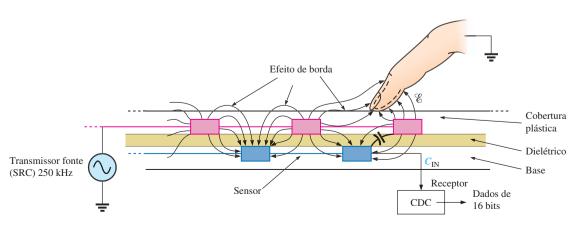



Figura 10.79 Método de derivação capacitiva.

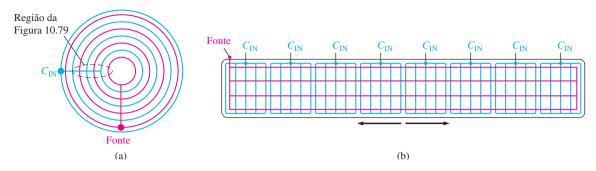



Figura 10.80 Sensores de derivação capacitiva: (a) parte de baixo, (b) fatia.

cada lado da grade, e a localização é determinada para uso no estabelecimento da posição na tela do computador. Esse tipo de *mousepad* permite o uso de uma caneta, lápis ou outro instrumento não condutivo para estabelecer a localização na tela, o que é útil em situações nas quais você talvez tenha de usar luvas continuamente ou precise usar dispositivos de indicação não condutivos devido a questões ambientais.

Lâmpada de flash

O circuito básico de acionamento do flash de uma câmera popular de baixo custo vista na Figura 10.81 é mostrado na Figura 10.82, e a aparência física do circuito aparece na Figura 10.83. As denominações mostradas nessa figura identificam as partes principais do projeto e alguns componentes individuais. Os principais componentes do circuito eletrônico incluem um capacitor eletrolítico polarizado de 160 μF/330 V que armazena a carga necessária para a lâmpada do flash, uma lâmpada de flash que gera a luminosidade necessária, uma bateria CC de 1,5 V, um circuito chopper para gerar uma tensão CC acima de 300 V e um circuito de disparo para estabelecer alguns milhares de volts durante um curto período de tempo para acionar a lâmpada do flash. Existe um capacitor de 22 nF no circuito de disparo, como mostram as figuras 10.82 e 10.83, e um terceiro capacitor de 470 pF no oscilador de alta frequência do circuito chopper. Observe, em particular, que o tamanho de cada capacitor está diretamente relacionado ao valor de sua capacitância. Certamente, há interesse em saber como uma única fonte de energia de apenas 1,5 V CC pode ser convertida em uma fonte de alguns milhares de volts (mesmo que por um curto intervalo de tempo) para disparar a lâmpada do flash. Na realidade, essa pequena e simples bateria tem potência suficiente para girar todo o filme na câmera. Tenha sempre em mente que a energia está relacionada à potência e ao tempo por $W = Pt = (VI)t$. Ou seja, um alto valor de tensão pode ser gerado por um valor definido de energia contanto que os parâmetros I e t sejam suficientemente pequenos.

Figura 10.81 Câmera fotográfica com flash: aparência externa.

Quando usar a câmera pela primeira vez, é necessário acionar diretamente o botão do flash, na parte frontal da câmera, e aguardar até que a lâmpada indicadora de flash acenda. Assim que o botão do flash é acionado, toda a tensão de 1,5 V da bateria CC é aplicada ao circuito eletrônico (uma variedade de circuitos podem realizar a mesma função) que gera uma onda alternada de frequência muito alta (com alta velocidade de repetição), como mostra a Figura 10.83. O transformador de alta frequência, então, elevará significativamente o valor da tensão gerada passando a um sistema de retificação de meia onda (apresentado em capítulos anteriores), resultando em uma tensão CC de aproximadamente 300 V que carrega o capacitor de 160 μF (conforme determina a equação $Q = CV$). Uma vez que o capacitor atingiu essa tensão, o terminal assinalado como 'sensor' na Figura 10.82 retorna uma informação para o oscilador, que é desligado até que a tensão CC de saída atinja um valor abaixo de um valor de limiar. Quando o capacitor estiver completamente carregado, a lâmpada neon, em paralelo com o capacitor, acenderá (identificada como 'lâmpada indicadora de flash') indicando que a câmera está pronta para ser usada. Todo o circuito, desde a bateria de 1,5 V até a tensão de 300 V, é denominado *conversor CC-CC*. A denominação *circuito chopper* (circuito 'seg-

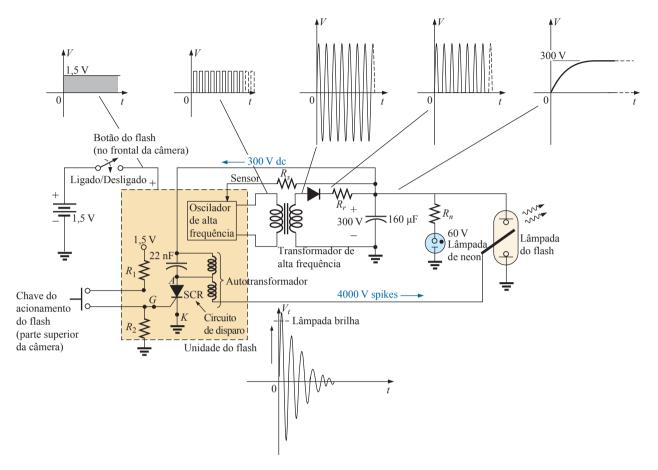



Figura 10.82 Flash de uma câmera fotográfica: circuito básico.

mentador') vem do fato de que uma tensão CC de 1,5 V foi 'segmentada', passando a apresentar uma variação de valores em uma frequência muito alta de modo que o transformador possa desempenhar a sua função.

Embora a câmera possa usar uma lâmpada neon de 60 V, e estando essa em série com um resistor R_n, há necessidade de uma tensão de 300 V entre os terminais desse ramo antes que a lâmpada neon acenda. As lâmpadas neon são construídas simplesmente de bulbos de vidro que contêm gás neon, que resiste à condução, enquanto a tensão entre seus terminais não atinge um valor suficientemente alto. Ela não possui filamentos que aquecem como uma lâmpada incandescente, mas um meio gasoso. No caso de câmeras novas, a primeira operação de carga pode levar de 12 a 15 s. Outros ciclos subsequentes de carga podem levar de 7 a 8 s porque o capacitor ainda terá alguma carga residual em suas placas. Se a unidade do flash não for usada, a lâmpada neon drenará uma corrente de microampères a partir da fonte tensão CC de 300 V. À medida que a tensão entre os terminais da lâmpada neon cai, ela atinge um ponto em que se apaga. No caso da unidade mostrada na Figura 10.81, leva cerca de 15 minutos até que a lâmpada neon se apague. Uma vez apagada, a lâmpada neon não mais drenará a carga do capacitor, e a tensão nos terminais do capacitor se manterá constante. Entretanto, o capacitor se descarregará em razão da própria corrente de fuga, e a tensão final cairá a valores muito baixos. O processo de descarga é muito rápido quando a unidade do flash é usada, fazendo com que a tensão entre os terminais do capacitor caia rapidamente ($V = Q/C$) e, por meio da conexão de realimentação do sinal do sensor, faz com que o oscilador seja ativado novamente e recarregue o capacitor. Você já deve ter notado que, quando se usa uma câmera desse tipo, uma vez que uma operação de carga tenha sido feita, não há necessidade de acionar o botão de carga entre as fotos; isso é feito automaticamente. Entretanto, se a câmera não for utilizada por um longo período de tempo, o botão de carga deve ser desligado novamente; mas pode-se notar que o tempo de carga será de apenas 3 ou 4 s devido à carga residual nas placas do capacitor.

A tensão de 300 V entre os terminais do capacitor é suficiente para acionar a lâmpada do flash. O circuito adicional, denominado *circuito de disparo*, tem de ser incorporado para gerar alguns milhares de volts necessários para disparar a lâmpada de flash. A alta tensão resultante é a razão pela qual existe um aviso de CUIDADO (CAU-

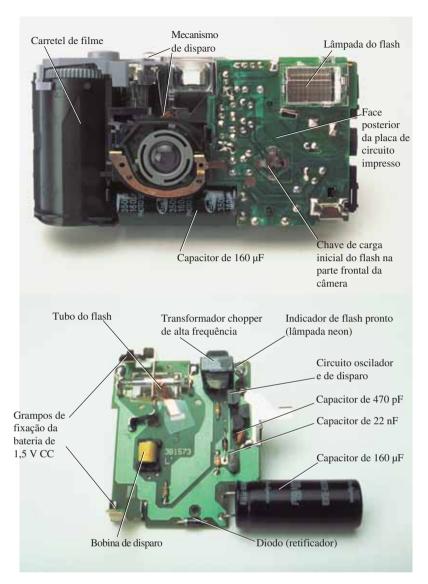



Figura 10.83 Flash de uma câmera fotográfica: construção interna.

TION) em todas as câmeras, que é relativo às tensões altas geradas internamente e à possibilidade de choque elétrico caso a câmera seja aberta.

Os milhares de volts necessários para disparar a lâmpada do flash requerem uma discussão que necessitaria apresentar elementos e conceitos que estão além do nível de abordagem deste livro. Entretanto, essa descrição depende desse fato, e deve ser abordada de maneira simples por se tratar de um primeiro contato com uma das interessantes possibilidades disponíveis de aplicação que envolve um grande número de componentes diferentes. Quando a chave do flash, na parte inferior esquerda da Figura 10.82, é fechada, estabelece uma conexão entre os resistores R_1 e R_2. Por meio de um divisor de tensão, uma tensão CC aparece no terminal denominado 'de porta' (G — *gate*) do SCR (retificador controlado de silício — dispositivo cujo estado de condução é controlado por uma tensão no terminal da porta). Essa tensão CC coloca o SCR no estado ligado (on) e estabelece um caminho de baixíssima resistência (semelhante a um curto-circuito) entre os seus terminais anodo (A) e catodo (K). Nesse ponto, o capacitor de disparo, que está conectado diretamente à tensão de 300 V, fica em paralelo com o capacitor, carregando rapidamente até uma tensão de 300 V, porque agora tem um caminho direto de baixa resistência para GND através do SCR. Uma vez alcançados os 300 V, a corrente de carga nessa parte do circuito cai para zero e o SCR 'se abre' (desliga) novamente, já que ele é um dispositivo que precisa de uma mínima corrente estacionária no circuito do anodo para mantê-lo ligado. Assim, o capacitor que está em paralelo com a bobina (agora sem conexão com GND através do SCR) com uma tensão de 300 V começa a se

descarregar rapidamente através da bobina, porque a única resistência no circuito que afeta a constante de tempo é a resistência da bobina em paralelo. Como consequência disso, ocorre uma rápida variação na corrente através da bobina, gerando uma alta tensão entre os terminais da bobina, cuja justificativa é apresentada no Capítulo 11.

Quando a tensão no capacitor cai para zero volt, a corrente através da bobina também será zero, mas um campo magnético intenso foi estabelecido em torno dela. Esse forte campo magnético diminuirá rapidamente, estabelecendo uma corrente no circuito em paralelo que o capacitor recarrega. Essa contínua troca de energia entre os dois componentes de armazenamento continua por um período de tempo, que depende da resistência do circuito. Quanto maior a resistência, menor o período de oscilação da tensão na saída. A ação de retorno da energia para o outro elemento é a base do efeito denominado *flyback*, usado frequentemente para gerar altas tensões CC tal como a que é necessária em aparelhos de TV. Na Figura 10.82, vemos que a bobina de disparo está conectada diretamente a uma segunda bobina, formando um autotransformador (um transformador com uma das extremidades das bobinas interconectadas). Por meio da ação do transformador, a alta tensão gerada entre os terminais da bobina de disparo é bastante aumentada, resultando em uma tensão de 4.000 V necessária para disparar a lâmpada de flash. Observe na Figura 10.83 que os 4.000 V são aplicados em uma malha que, na realidade, está na superfície do tubo de vidro da lâmpada de flash (não está conectado internamente ou em contato com os gases). Quando a tensão de disparo é aplicada, ela excita os gases na lâmpada, provocando uma corrente muito alta dentro dela durante um curto período de tempo, produzindo o brilho luminoso desejado. A corrente na lâmpada é fornecida pelo capacitor de 160 μF, em função da carga armazenada, que é consumida muito rapidamente. A tensão no capacitor cai muito rapidamente, a lâmpada do flash apaga e o processo de carga começa novamente. Se esse processo completo não ocorrer de forma rápida, a lâmpada pode se queimar após uma única utilização.

Filtro de linha (protetor contra surto)

Nos últimos anos, temos nos familiarizado com o filtro de linha como um dispositivo de segurança para nossos computadores, TVs, aparelhos de DVD e outros instrumentos sensíveis a surtos de tensão. Além da proteção dos equipamentos contra surtos inesperados de tensão e de corrente, as unidades de proteção de maior qualidade também filtram (removem) interferência eletromagnética (EMI — *electromagnetic interference*) e interferência de radiofrequência (RFI — *radio-frequency interference*). A interferência eletromagnética envolve qualquer distúrbio indesejado na rede elétrica, estabelecido por qualquer combinação de efeitos eletromagnéticos, como os que são gerados por motores na rede elétrica, equipamentos de potência nos arredores emitindo sinais captados pela rede elétrica que funciona como uma antena, entre outros. A interferência de radiofrequência inclui todos os sinais no ar na faixa de áudio e em frequências além dessa que podem também ser captados pela rede elétrica interna ou externa à residência.

A unidade mostrada na Figura 10.84 tem todas as características de projeto esperadas de um bom filtro de linha. A Figura 10.84 mostra que esse modelo pode operar com uma potência drenada por seis tomadas e que ele é preparado para proteção de FAX/MODEM. Observe também que ele tem um LED (diodo emissor de luz), que mostra se existe uma falha na rede elétrica ou se ela está OK, e também um disjuntor para rearmar o sistema. Além disso, quando o protetor de surto atua, uma luz vermelha acende na chave liga/desliga.

O diagrama esquemático da Figura 10.85 não mostra todos os detalhes do projeto, porém, nele constam os principais componentes que aparecem na maioria dos bons filtros de linha. Primeiro, observe a foto na Figura 10.86 que mostra que as tomadas estão conectadas em paralelo, com uma barra de terra sendo usada para estabelecer uma conexão de terra para todas as tomadas. A placa de circuito foi virada para que os componentes fossem mostrados; dessa maneira serão necessários alguns ajustes para recolocar a placa no lugar. A linha 'viva' ou fio 'quente' está conectada diretamente ao disjuntor. O outro terminal do disjuntor está conectado ao outro lado da placa de circuito. Todos os discos grandes que se vê no circuito são capacitores de 2 nF (nem todos foram incluídos na Figura 10.86 com a finalidade de dar maior clareza ao desenho).

Figura 10.84 Filtro de linha: aparência externa.

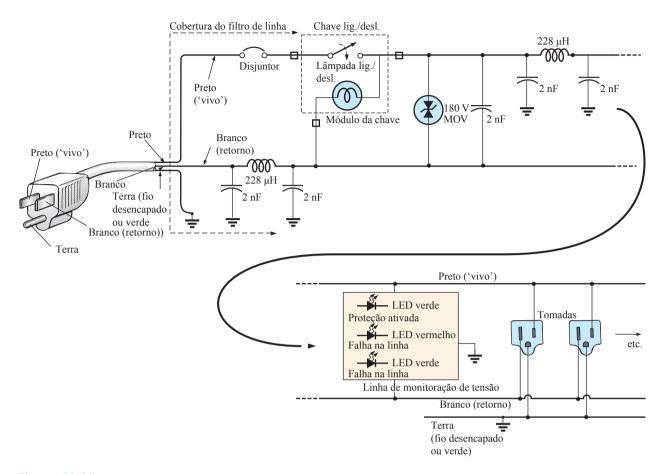



Figura 10.85 Filtro de linha: esquema elétrico.

Existem vários capacitores para desempenhar todas as funções necessárias. Por exemplo, existem capacitores da fase para o retorno (do fio de cima para o fio do meio), da fase para o terra (do fio de cima para o terra) e do retorno para o terra (do fio do meio para o terra). Cada um tem duas funções. A primeira função, e a mais óbvia, é evitar que qualquer *spike* de tensão, que pode vir da rede elétrica devido a efeitos externos como relâmpago, alcance o equipamento conectado na unidade. Lembre-se de que foi estudado neste capítulo que a tensão entre os terminais de um capacitor não muda rapidamente. Portanto, o capacitor evita que a tensão da fase para o neutro sofra uma alteração muito rápida, sendo que qualquer *spike* que vier pela linha encontrará um ponto que proporcionará uma queda de tensão. Dessa maneira, os aparelhos estarão bem protegidos contra surtos.

A segunda função requer algum conhecimento da reação dos capacitores a diferentes frequências, e será discutida mais detalhadamente nos capítulos posteriores. Por enquanto, é suficiente dizer que os capacitores apresentam impedâncias diferentes para frequências diferentes, e, por isso, evitam frequências indesejadas como as que estão associadas às interferências eletromagnéticas e de radiofrequência, desde que afetem a operação de unidades conectadas ao filtro de linha. O capacitor de 1 µF, de formato retangular e próximo ao centro da placa, está conectado diretamente na rede elétrica para absorver a maior parte de um grande *spike* de tensão que vier pela rede elétrica. O seu tamanho maior deixa evidente que ele foi projetado para absorver o maior nível de energia que pode ocorrer com uma tensão maior — com uma corrente significante por um período de tempo que pode exceder alguns milissegundos.

O dispositivo maior, na forma de um toroide no centro da placa de circuito, visto na Figura 10.86, tem duas bobinas (Capítulo 11) de 228 µH que aparecem na fase e no neutro vistos na Figura 10.85. Essas bobinas, assim como os capacitores, têm dupla finalidade: bloquear *spikes* de corrente que vêm pela rede elétrica e bloquear frequências relativas a interferências eletromagnéticas e de radiofrequência recebidas pelos sistemas conectados. No próximo capítulo, veremos que as bobinas funcionam como 'choques' para variações rápidas de corrente; ou seja, a corrente em uma bobina não pode sofrer variações instantâneas. Com o aumento das frequências, como as que estão associadas às interferências eletromagnéticas e

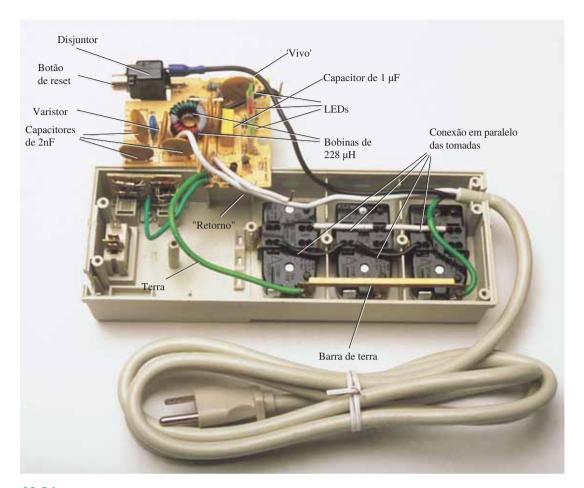



Figura 10.86 Filtro de linha: construção interna.

de radiofrequência, a reatância de uma bobina aumenta, absorvendo o sinal indesejado em vez de deixá-lo passar. O uso do choque tanto na fase quanto no neutro faz com que o circuito de filtragem esteja balanceado em relação ao terra. Em resumo, os capacitores, em um filtro de linha, têm o efeito de oferecer um *caminho secundário* para os distúrbios, enquanto os indutores os *bloqueiam*.

O componente no formato de um disco entre dois capacitores e próximo do disjuntor é um varistor (MOV — *metal-oxide varistor*), que é o coração da maioria dos filtros de linha. Ele é um dispositivo eletrônico cujas características variam em função da tensão aplicada entre seus terminais. Para uma faixa normal de tensão na rede elétrica, a resistência entre seus terminais é suficientemente grande, e ela pode ser considerada um circuito aberto, e a sua presença pode ser ignorada. Entretanto, se a tensão for muito grande, suas características mudarão de uma resistência de grande valor para uma de pequeno valor que, essencialmente, pode ser considerada um curto-circuito. Essa variação da resistência com a tensão aplicada é a razão do nome *varistor*. Na América do Norte, em que a tensão da rede elétrica é 120 V, os varistores são de 180 V ou mais. A razão da diferença de 60 V é que o valor de 120 V é um valor eficaz a níveis de tensão CC, enquanto a forma de onda para uma tensão de qualquer tomada de 120 V tem um valor de pico de cerca de 170 V. Esse é mais um parâmetro importante que será abordado no Capítulo 13.

Olhando o símbolo do varistor, mostrado na Figura 10.86, pode-se ver que ele tem uma seta em cada sentido, mostrando que o varistor é bidirecional e que bloqueará tensões com qualquer uma das polaridades. Portanto, em geral, em condições normais de operação, a presença do varistor pode ser ignorada; mas, se um grande *spike* de tensão vier pela rede elétrica, e se ele exceder a especificação do varistor, ele atuará como um curto entre os condutores da rede elétrica, protegendo os circuitos conectados. Isso representa um avanço mais significativo do que simplesmente colocar um fusível na rede elétrica porque, sendo o varistor sensível à tensão, ele pode reagir de maneira muito mais rápida que um fusível, além de apresentar suas características de baixa resistência por apenas um curto período de tempo. Quando termina o *spike*, o varistor retorna à sua característica normal de circuito aberto. Caso deseje saber para onde o *spike* vai, já que a carga é

protegida por um curto-circuito, lembre-se de que todas as fontes de distúrbios, como relâmpagos, geradores, motores indutivos (como os de condicionadores de ar, máquinas de lavar louças, máquina de serrar, entre outros) têm a sua própria 'resistência de fonte', e sempre há uma resistência ao longo da rede elétrica para absorver o distúrbio.

A maioria dos filtros de linha, como parte de sua propaganda, gosta de mencionar os seus níveis de absorção de energia. A especificação da unidade vista na Figura 10.84 é 1.200 J, que é na realidade uma das maiores. Lembrando que na discussão anterior sobre câmeras vimos que $W = Pt = EIt$, agora percebemos que se um *spike* de 5.000 V vier pela rede elétrica, estaremos deixando com o produto $It = W/E$ = 1.200 J/5.000 V = 240 mAs. Considerando uma relação linear entre todas as quantidades, o nível de energia especificado mostra que uma corrente de 100 A poderia ser mantida por t = 240 mAs/100 A = 2,4 μs, uma corrente de 1.000 A por 240 μs e uma corrente de 10.000 A por 24 μs. Obviamente, quanto maior produto de E por I (potência), menor o valor para o tempo.

As especificações técnicas da unidade mostrada na Figura 10.84 incluem um tempo de resposta instantâneo na ordem dos picossegundos, com uma proteção para a linha telefônica de 5 ns. Essa unidade está especificada para dissipar surtos de até 6.000 V e *spikes* de corrente de 96.000 A. Ela tem uma alta relação de supressão de ruídos (80 dB; veja o Capítulo 21) em frequências de 50 kHz a 1000 MHz e uma garantia de tempo de vida (um crédito para o fabricante).

10.15 ANÁLISE COMPUTACIONAL

PSpice

Resposta RC a transitórios. Com o uso do PSpice, investigaremos a resposta aos transitórios de tensão nos terminais do capacitor no circuito mostrado na Figura 10.87. Em todos os exemplos deste livro que envolvem uma resposta a transitórios, aparece uma chave em série com a fonte como mostra a Figura 10.88(a). Quando usamos o PSpice, estabelecemos essa variação instantânea na tensão aplicando um sinal na forma de pulso como mostra a Figura 10.88(b), com uma largura de pulso (PW — *pulse width*) maior do que o período de interesse (5τ) para o circuito.

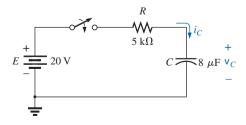



Figura 10.87 Circuito a ser analisado usando-se o PSpice.

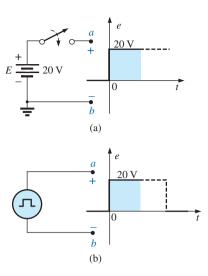



Figura 10.88 Estabelecimento de um nível de comutação de tensão CC: (a) combinação de uma chave com uma fonte de tensão CC em série; (b) opção de geração de um pulso usando-se o PSpice.

Uma fonte de pulso é obtida através da sequência: botão **Place part-Libraries-SOURCE-VPULSE-OK**. Uma vez inserida a fonte de pulso, o rótulo e todos os parâmetros podem ser ajustados com um duplo clique em cada um para obter a caixa de diálogo **Display Properties**. À medida que a lista de atributos for percorrido, serão vistos os seguintes parâmetros definidos pela Figura 10.89:

V1 é o valor inicial.
V2 é o nível do pulso.
TD é o atraso do pulso.
TR é o tempo de subida.
TF é o tempo de descida.
PW é a largura do pulso no nível V_2.
PER é o período da forma de onda.

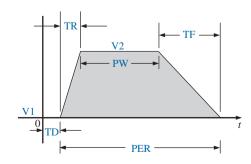



Figura 10.89 Definição dos parâmetros de VPULSE do PSpice.

Todos os parâmetros foram ajustados, como mostra o diagrama esquemático na Figura 10.90 para o circuito visto na Figura 10.87. Como um tempo de subida ou descida de 0 s é irreal do ponto de vista prático, foi escolhido 0,1 ms para cada um nesse exemplo. Além disso, como $\tau = RC = (5\ k\Omega) \times (8\ \mu F) = 20$ ms e $5\tau = 200$ ms, foi selecionado um pulso com largura de 500 ms. O período foi escolhido como sendo o dobro da largura do pulso.

Vamos agora ao processo de simulação. Primeiro, acione o botão **New Simulation Profile** para obter a caixa de diálogo **New Simulation**, na qual o nome **PSpice 10-1** deve ser inserido em **Name** e, ao ativar **Create**, a caixa de diálogo será fechada. Como resultado, será aberta a caixa de diálogo **Simulation Settings-PSpice 10-1** e, na aba **Analysis**, a opção **Time Domain (Transient)** deve ser escolhida em **Analysis type**. O parâmetro **Run to time** deve ser ajustado em 200 ms, de modo que o gráfico seja traçado apenas para as primeiras cinco constantes de tempo. A opção **Start saving data after** deve ser 0 s para garantir que os dados sejam coletados imediatamente. O parâmetro **Maximum step size** deve ser 1 ms para fornecer pontos de dados suficientes para obter um bom gráfico. Clique em **OK** e estaremos prontos para ativar o botão **Run PSpice**. Como resultado, teremos um gráfico sem a curva plotada (visto não ter sido definida ainda) e um eixo *x* que se estende de 0 a 200 ms conforme definido anteriormente. Se o gráfico não aparecer, selecione a **Probe Window** em **Simulation Settings** para assegurar que **Display Probe Window** (com a opção **after simulation has completed** selecionada) esteja marcada, e **Run-PSpice** novamente. Se os problemas persistirem e as mensagens de aviso não aparecerem, feche a tela selecionando o **X** no canto superior à direita e responda com um **No** para o pedido de **Save Files in Project**. Os gráficos devem aparecer então. Finalmente, se todo o resto parecer ineficiente, tente selecionar **View Simulation Results** antes da sequência **PSpice-Run**. A resposta será uma caixa de diálogo **PSpice**, indicando que a simulação não foi aplicada e os dados não estão disponíveis. Responda com um **Yes** para realizar a simulação, e o gráfico deve aparecer. Para obter uma curva referente à tensão entre os terminais do capacitor em função do tempo, siga a seguinte sequência: botão **Add Traces**-caixa de diálogo **Add Traces-V1(C)-OK**, e teremos como resultado a curva que é vista na Figura 10.91. A cor e a espessura da curva e dos eixos podem ser alteradas colocando o cursor sobre a curva e clicando com o botão direito do mouse. Aparecerá uma lista na qual deve se escolher **Properties**; em seguida, uma caixa de diálogo **Trace Properties** aparecerá, na qual a cor e a espessura da linha podem ser alteradas. Como o gráfico tem um fundo preto, um melhor contraste e uma melhor impressão são obtidos quando se seleciona o amarelo (*yellow*) e quando a linha tem a espessura vista na Figura 10.91. Em seguida, o cursor pode ser colocado sobre o eixo, e outro clique com o botão direito do mouse lhe permitirá escolher a cor amarela e uma espessura adequada para impressão. Para que se possa fazer uma comparação, parece ser apropriado plotar também o sinal em forma de pulso. Isso pode ser

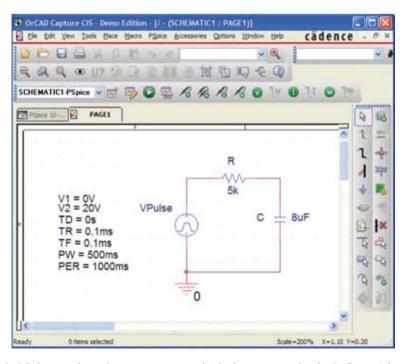



Figura 10.90 Uso do PSpice para investigar a resposta transitória de tensão no circuito R-C em série visto na Figura 10.87.

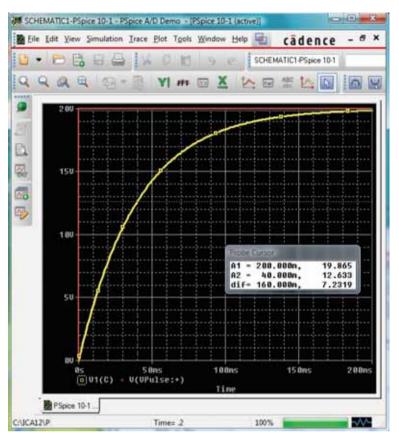



Figura 10.91 Resposta ao transitório de tensão entre os terminais do capacitor mostrado na Figura 10.87 ao se usar VPulse.

feito voltando a **Trace** e selecionando **Add Trace**, seguido por **V(Vpulse:+)** e **OK**. Agora, as duas formas de onda aparecem na mesma tela, como mostra a Figura 10.93. Nesse caso, a linha tem uma tonalidade avermelhada, de maneira que ela possa ser diferenciada do eixo e da outra linha. Note que o pulso segue o eixo da esquerda até a extremidade superior, e segue a linha de 20 V na tela.

Se você deseja saber o valor de um ponto de uma das curvas em qualquer instante, deve ativar o botão **Toggle cursor**. Então, clique em **V1(C)** na parte inferior esquerda da tela. Aparecerá uma caixa em torno de **V1(C)** que mostrará um espaçamento entre os pontos do cursor na tela. Isso é importante quando for usado mais de um cursor. Movendo o cursor para 200 ms, veremos que o valor **(A1)** é 19,865 V (na caixa de diálogo **Probe Cursor**), evidentemente, mostrando o quão próximo está do valor final, que é 20 V. Um segundo cursor pode ser colocado na tela usando o botão direito do mouse e, em seguida, clicando o mesmo **V1(C)** na parte inferior da tela. A caixa em torno de **V1(C)** não pode mostrar duas caixas, mas o espaçamento e a espessura das linhas da caixa mudou definitivamente. Não há nenhuma caixa em torno do símbolo **Pulse**, já que ele não foi selecionado — embora ele possa ter sido selecionado por um ou outro cursor. Se movermos agora o segundo cursor para uma constante de tempo de 40 ms, veremos que a tensão é de 12,659 V, como mostra a caixa de diálogo **Probe Cursor**. Isso confirma o fato de que a tensão deve ser 63,2 por cento do seu valor final (20 V) em uma constante de tempo (0,632 × 20 V = 12,4 V). Duas curvas separadas foram obtidas por meio de **Plot Add Plot to Window** e em seguida usando-se a sequência *trace* novamente.

Corrente capacitiva média. Como um exercício sobre o uso de uma fonte de pulso e para verificar nossas análises referentes à corrente média em um circuito puramente capacitivo, a descrição a seguir verificará os resultados do Exemplo 10.14. No caso da forma de onda do pulso que vemos na Figura 10.64, os parâmetros da fonte de pulso aparecem na Figura 10.92. Note que o tempo de subida agora é 2 ms, começando em 0 s, e o tempo de descida é 6 ms. O período foi ajustado em 15 ms para permitir o monitoramento da corrente após o término do pulso.

A simulação é iniciada acionando primeiro o botão **New Simulation Profile** para obter a caixa de diálogo **New Simulation**, na qual deve-se digitar **AverageIC** em **Name**. Em seguida, escolha **Create** para obter a caixa de diálogo **Simulation Settings-AverageIC**. A aba **Analysis** deve ser

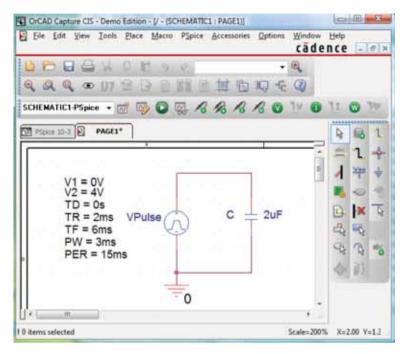



Figura 10.92 Uso do PSpice para verificar os resultados do Exemplo 10.14.

selecionada, e **Time Domain (transient)** na opção **Analysis type**. O parâmetro **Run to time** deve ser ajustado em 15 ms para cobrir o período de interesse, e o parâmetro **Start saving data after** é ajustado em 0 s para garantir que os pontos de dados comecem em 0 s. O parâmetro **Maximum step size** deve ser selecionado com o valor 15 ms/1.000 = 15 μs para garantir 1.000 pontos de dados na curva. Clique em **OK** e ative o botão **Run PSpice**. Uma janela aparecerá com uma escala horizontal compreendida entre 0 e 15 ms, conforme definido anteriormente. Em seguida, ative o botão **Add Trace**, e **I(C)** deve ser escolhido para aparecer abaixo de **Trace Expression**. Clique em **OK** e a curva de **I(C)** aparecerá na parte inferior da Figura 10.93. Deve-se notar nesse momento a forma de onda do pulso na

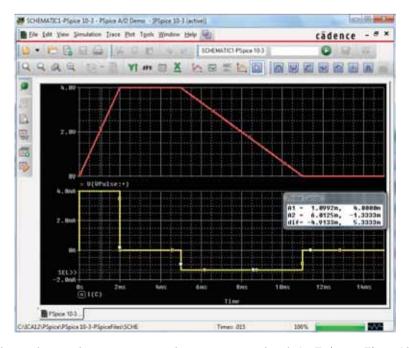



Figura 10.93 Aplicação de um pulso e a corrente resultante para o capacitor de 2 μ*F* visto na Figura 10.92.

mesma janela, mas como uma curva em separado. Portanto, continue com **Plot-Add Plot to Window-Trace-Add Trade- V(Vpulse: +)-OK**, e as duas curvas aparecerão como mostra a Figura 10.93.

Agora, os cursores podem ser usados para medir o valor da corrente média resultante. Primeiro, selecione a curva **I(C)** para mover a notação **SEL>>** para a curva de baixo. A **SEL>>** define qual curva para telas de múltiplas curvas está ativa. Em seguida, ative o botão **Toggle cursor** e clique com o botão esquerdo do mouse na curva **I(C)** para fazer surgir uma cruz no cursor. Ajuste o valor em 1 ms e o valor **A1** é mostrado como sendo 4 mA. Clique com o botão direito do mouse na mesma curva e um segundo cursor aparecerá, podendo ser colocado em 6 ms obtendo como resposta –1,33 mA **(A2)**, como esperado a partir do Exemplo 10.14. A representação gráfica para **I(C)** foi estabelecida com uma linha mais espessa clicando com o botão direito do mouse e escolhendo **Properties**. Você perceberá após usar a versão **DEMO** que ela informa que há um limite de nove arquivos que podem ser salvos sob a lista **File**. O resultado é que qualquer uso a mais da versão **DEMO** exige abrir um dos nove arquivos e deletar os conteúdos, se você quiser usar outro programa. Isto é, limpe a tela e insira o novo circuito.

PROBLEMAS

Seção 10.2 O campo elétrico

1. **a)** Determine a intensidade do campo elétrico em um ponto localizado a 1 m de uma carga de 4 μC.
b) Determine a intensidade do campo elétrico em um ponto localizado a 1 mm [1/1.000 a distância da parte (a)] da mesma carga que a parte (a) e compare os resultados.

2. A intensidade de um campo elétrico é 72 newtons/Coulomb (N/C) em um ponto distante *r* metros de uma carga de 2 µC. Determine a distância *r*.

Seções 10.3 e 10.4 Capacitância e capacitores

3. Determine a capacitância de um capacitor de placas paralelas se 1.200 µC de carga se acumulam em suas placas quando a tensão aplicada é de 24 V.

4. Qual é a carga que se acumula nas placas de um capacitor de 0,15 µF quando são aplicados 45 V entre seus terminais?

5. **a)** Determine a intensidade do campo elétrico entre as placas paralelas de um capacitor se são aplicadas 500 mV entre suas placas, que estão distantes 1 polegada uma da outra.
b) Repita a Parte (a) para uma distância de 1/100 polegada.
c) Compare os resultados das partes (a) e (b). A diferença na intensidade do campo é significativa?

6. Um capacitor de placas paralelas de 6,8 µF possui 160 µC de carga em suas placas. Se a distância entre as placas é de 5 mm, determine a intensidade do campo elétrico entre elas.

7. Determine a capacitância de um capacitor de placas paralelas se a área de cada placa for 0,1 m^2 e a distância entre elas, 0,1 polegada. O dielétrico é o ar.

8. Repita o Problema 7 supondo que o dielétrico seja papel parafinado.

9. Determine a distância em mils entre as placas de um capacitor de 2 µF se a área de cada placa for de 0,15 m^2 e o dielétrico for óleo de transformador.

10. A capacitância de um capacitor, cujo dielétrico é o ar, é 1.360 pF. Quando inserimos um novo dielétrico entre as placas, a capacitância aumenta para 6,8 nF. De que material é feito o dielétrico?

11. As placas de um capacitor de placas paralelas com um dielétrico de baquelite distam 0,2 mm e possuem uma área de 0,08 m^2, sendo aplicados 200 V entre as placas.
a) Determine a capacitância.
b) Calcule a intensidade do campo elétrico entre as placas.
c) Determine a carga nas placas.

12. Um capacitor de ar de placas paralelas tem uma capacitância de 4,7 µF. Determine a nova capacitância se:
a) A distância entre as placas é dobrada (sendo todo o resto o mesmo).
b) A área das placas é dobrada (sendo todo o resto o mesmo que para o nível 4,7 µF).
c) Um dielétrico com uma permissividade relativa de 20 é inserido entre as placas (todo o resto permanece o mesmo para o nível 4,7 µF).
d) Um dielétrico é inserido com uma permissividade relativa de 4, e a área é reduzida para 1/3 e a distância para ¼ das suas dimensões originais.

***13.** Determine a tensão máxima que pode ser aplicada através de um capacitor de placas paralelas de 6.800 pF se a área de uma placa é 0,02 m^2 e o dielétrico é mica. Presuma uma relação linear entre a intensidade dielétrica e a espessura do dielétrico.

***14.** Determine a distância em micrometros entre as placas de um capacitor de mica de placas paralelas se a tensão máxima que pode ser aplicada no capacitor é 1.200 V. Presuma uma relação linear entre a força de ruptura e a espessura do dielétrico.

15. Um capacitor de 22 µF tem – 200 ppm/ºC na temperatura ambiente de 20ºC. Qual é a capacitância se a temperatura aumentar para 100ºC, o ponto de ebulição da água?

16. Qual é a capacitância de um pequeno capacitor com uma especificação de 40 J? Qual é a faixa de valores esperados como estabelecido pela tolerância?

17. Um capacitor de mica grande e plano tem uma especificação de 471 F. Qual é a capacitância e qual é a faixa de valores esperados garantidos pelo fabricante?

18. Um capacitor de cerâmica pequeno, plano e em forma de disco tem uma especificação de 182 K. Qual é o nível de capacitância assim e qual é a faixa esperada de valores?

SEÇÃO 10.5 Transitórios em circuitos capacitivos: fase de carga

19. Considerando o circuito da Figura 10.94, composto de valores-padrão:
a) Determine a constante de tempo do circuito.
b) Escreva a equação matemática para a tensão υ_C depois que a chave é fechada.
c) Determine a tensão υ_C depois de transcorrida uma, três e cinco constantes de tempo.
d) Escreva as equações para a corrente i_C e a tensão υ_R.
e) Esboce as formas de onda de υ_C e de i_C.

20. Repita o Problema 19 para $R = 1$ MΩ e compare os resultados.

21. Considerando o circuito da Figura 10.95, composto de valores-padrão:
a) Determine a constante de tempo do circuito.
b) Escreva a equação matemática para a tensão υ_C depois que a chave é fechada.
c) Determine υ_C depois de uma, três e cinco constantes de tempo.
d) Escreva as equações para a corrente i_C e para a tensão υ_{R_2}.
e) Esboce as formas de onda de υ_C e i_C.

***22.** Considerando o circuito da Figura 10.96, composto de valores padrão:
a) Determine a constante de tempo do circuito.
b) Escreva a equação matamática para a tensão υ_C depois que a chave é fechada.
c) Escreva a expressão matemática para a corrente i_C depois que a chave é fechada.
d) Esboce as formas de onda υ_C e i_C.

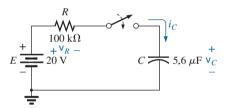



Figura 10.94 Problemas 19 e 20.

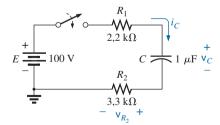



Figura 10.95 Problema 21

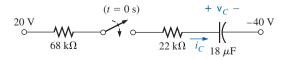



Figura 10.96 Problema 22.

23. Dada a tensão $\upsilon_C = 12\text{ V}(1 - e^{-t/100\,\mu s})$:
a) Qual é a constante de tempo?
b) Qual é a tensão em $t = 50$ μs?
c) Qual é a tensão em $t = 1$ ms?

24. A tensão através de um capacitor de 10 μF em um circuito *R-C* em série é $\upsilon_C = 40\text{ mV}(1 - e^{-t/20\text{ ms}})$.
a) Na prática, quanto tempo é preciso passar para que a fase de carga seja encerrada?
b) Qual é a resistência do circuito?
c) Qual é a tensão em $t = 20$ ms?
d) Qual é a tensão em 10 constantes de tempo?
e) Sob condições de estado estacionário, quanta carga há nas placas?
f) Se a resistência de fuga é 1.000 MΩ, quanto tempo levará (em horas) para o capacitor descarregar se presumirmos que a taxa de descarga é constante através do período de descarga?

Seção 10.6 Transitórios em circuitos capacitivos: fase de descarga

25. Considerando o circuito *R-C* na Figura 10.97, composto de valores-padrão:
a) Determine a constante de tempo do circuito quando a chave é colocada na posição 1.
b) Determine a expressão matemática para a tensão entre os terminais do capacitor após a chave ter sido colocada na posição 1.
c) Determine a tensão υ_C e a corrente i_C se a chave é colocada na posição 2 em t = 1 s.
d) Determine a expressão matemática para a tensão υ_C e a corrente i_C para a fase de descarga.
e) Trace as formas de onda de υ_C e i_C para o intervalo de 0 até 2s de quando a chave foi colocada na posição 1.

26. Considerando o circuito da Figura 10.98, composto de valores-padrão:
a) Determine as expressões matemáticas para as tensões υ_C e υ_{R_1} e a corrente i_C depois que a chave for colocada na posição 1.
b) Determine as expressões matemáticas para a tensão υ_C, υ_{R_1} e i_C quando a chave é movida para a posição 2 em $t = 100$ ms.
c) Escreva as expressões para as tensões υ_C e υ_{R_2}, e a corrente i_C se a chave é movida para a posição 3 em t = 200 ms.
d) Trace as formas de onda de υ_C, υ_{R_2} e i_C para o período de tempo que vai de 0 a 300 ms.

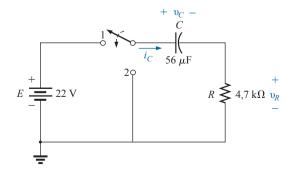



Figura 10.97 Problema 25.

Figura 10.98 Problema 26.

***27.** Considerando o circuito na Figura 10.99, composto de valores-padrão:

a) Determine as expressões matemáticas para a tensão υ_C e a corrente i_C quando a chave é colocada na posição 1.

b) Determine as expressões matemáticas para a tensão υ_C e a corrente i_C se a chave for colocada na posição 2 a um tempo igual a cinco constantes de tempo do circuito de carga.

c) Trace as formas de onda de υ_C e i_C para um período de tempo que vá de 0 a 30 μs.

d) Trace as formas de onda de υ_R para o mesmo período que na parte (a).

28. O capacitor de 1.000 μF na Figura 10.100 está carregado com 12 V em um automóvel. Para descarregar o capacitor antes de mais uso, um fio com uma resistência de 2 mΩ é colocado através do capacitor.

a) Quanto tempo levará para descarregar o capacitor?

b) Qual o valor de pico da corrente?

c) Com base na resposta para a parte (b), uma faísca é esperada quando o contato for feito com ambas as extremidades do capacitor?

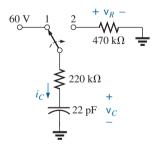



Figura 10.99 Problema 27.

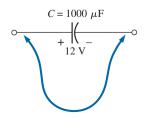



Figura 10.100 Problema 28.

Seção 10.7 Valores iniciais

29. O capacitor visto na Figura 10.101 está carregado inicialmente com 6 V, com a polaridade indicada.

a) Encontre expressões matemáticas para a tensão υ_C depois que a chave é fechada.

b) Escreva a expressão para a corrente i_C depois que a chave é fechada.

c) Trace os resultados das partes (a) e (b).

30. O capacitor na Figura 10.102 está inicialmente carregado com 40 V antes de a chave ser fechada. Escreva as expressões para as tensões υ_C e υ_R e a corrente i_C seguindo o fechamento da chave. Trace as formas de onda resultantes.

***31.** O capacitor na Figura 10.103 está inicialmente carregado com 10 V com a polaridade indicada. Escreva as expressões para a tensão υ_C e a corrente i_C depois do fechamento da chave. Trace as formas de onda resultantes.

***32.** O capacitor na Figura 10.104 está inicialmente carregado com 8 V, com a polaridade mostrada.

a) Determine as expressões matemáticas para a tensão υ_C e a corrente i_C quando a chave é fechada.

b) Trace as formas de onda de υ_C e i_C.

Seção 10.8 Valores instantâneos

33. Dada a expressão $\upsilon_C = 140\text{ mV}(1 - e^{-t/2\text{ ms}})$, resolva os itens a seguir.

a) Determine υ_C em $t = 1$ ms.

b) Determine υ_C em $t = 20$ ms.

c) Calcule o tempo t para υ_C alcançar 100 mV.

d) Calcule o tempo t para υ_C alcançar 138 mV.

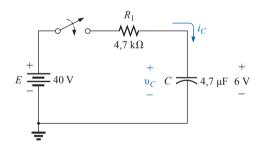



Figura 10.101 Problema 29.

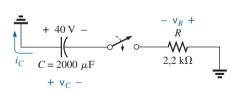



Figura 10.102 Problema 30.

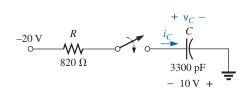



Figura 10.103 Problema 31.

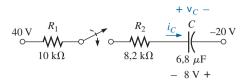



Figura 10.104 Problema 32.

34. Para o circuito do automóvel da Figura 10.105, V_L tem de ser 8 V antes de o sistema ser ativado. Se a chave é fechada em t = 0 s, quanto tempo levará para o sistema ser ativado?

***35.** Projete o circuito na Figura 10.106 de tal maneira que o sistema ligue 10 s após a chave ser fechada.

36. Para o circuito na Figura 10.107:

a) Determine o tempo necessário para υ_C alcançar 48 V depois do fechamento da chave.

b) Calcule a corrente i_C no instante $\upsilon_C = 48$ V.

c) Determine a potência fornecida pela fonte no instante $t = 2\tau$.

37. Considerando o sistema na Figura 10.108, usando um DMM com uma resistência interna de 10 MΩ no modo voltímetro:

a) Determine a leitura do voltímetro uma constante de tempo depois da chave ser fechada.

b) Calcule a corrente i_C duas constantes após a chave ser fechada.

c) Calcule quanto tempo deve passar após o fechamento da chave para que a tensão υ_C seja 50 V.

Seção 10.9 Equivalente de Thévenin: $\tau = R_{Th}C$

38. Para o circuito na Figura 10.109:

a) Determine as expressões matemáticas para o comportamento transitório da tensão υ_C e a corrente i_C depois do fechamento da chave.

b) Trace as formas de onda de υ_C e i_C.

39. O capacitor na Figura 10.110 está inicialmente carregado com 10 V, com a polaridade mostrada.

a) Escreva as expressões matemáticas para a tensão υ_C e a corrente i_C quando a chave for fechada.

b) Trace as formas de onda de υ_C e i_C.

Figura 10.105 Problema 34.

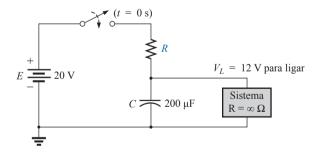



Figura 10.106 Problema 35.

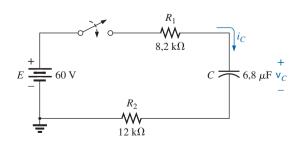



Figura 10.107 Problema 36.

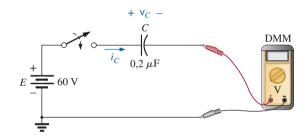



Figura 10.108 Problema 37.

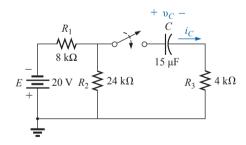



Figura 10.109 Problema 38.

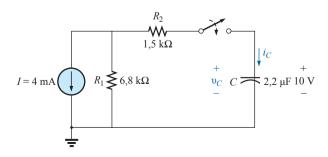



Figura 10.110 Problema 39.

40. O capacitor na Figura 10.111 está inicialmente carregado com 12 V, com a polaridade mostrada.
a) Escreva as expressões matemáticas para a tensão v_C e a corrente i_C quando a chave for fechada.
b) Trace as formas de onda de v_C e i_C.

41. Para o circuito na Figura 10.112:
a) Calcule as expressões matemáticas para o comportamento transitório da tensão v_C e a corrente i_C seguindo o fechamento da chave.
b) Trace as formas de onda de v_C e i_C.

***42.** O capacitor na Figura 10.113 está inicialmente carregado com 8 V, com a polaridade mostrada.
a) Escreva as expressões matemáticas para a tensão v_C e a corrente i_C quando a chave for fechada.
b) Trace as formas de onda de v_C e i_C.

43. Para o sistema na Figura 10.114, usando um DMM com uma resistência interna de 10 MΩ no modo de voltímetro:
a) Determine a leitura do voltímetro quatro constantes de tempo depois de a chave ser fechada.
b) Calcule o tempo que tem de passar antes que i_C caia para 3 μA.

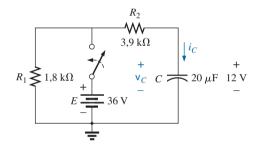



Figura 10.111 Problema 40.

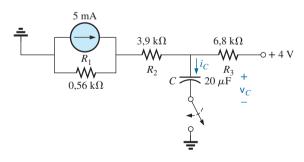



Figura 10.112 Problema 41.

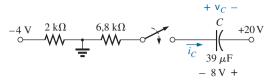



Figura 10.113 Problema 42.

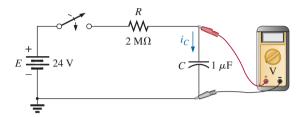



Figura 10.114 Problema 43.

c) Calcule o tempo que tem de passar depois do fechamento da chave para que a tensão através do medidor alcance 10 V.

Seção 10.10 A corrente i_C

44. Determine a forma de onda para a corrente média, se a tensão através do capacitor de 2 μF é como mostra a Figura 10.115.

45. Determine a forma de onda para a corrente média se a tensão através do resistor de 4,7 μF é como mostra a Figura 10.116.

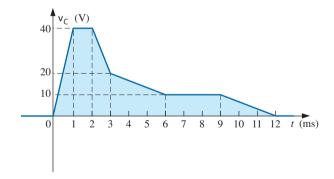



Figura 10.115 Problema 44.

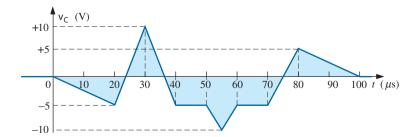



Figura 10.116 Problema 45.

46. Dada a forma de onda mostrada na Figura 10.117 para a corrente em um capacitor de 20 μF, esboce a forma de onda da tensão υ_C entre os terminais do capacitor se $\upsilon_C = 0$ V em $t = 0$ s.

Seção 10.11 Capacitores em série e em paralelo

47. Calcule a capacitância total C_T para o circuito na Figura 10.118.

48. Determine a capacitância total C_T para o circuito na Figura 10.119.

49. Determine a tensão e a carga em cada capacitor para o circuito na Figura 10.120.

50. Determine a tensão e a carga em cada capacitor para o circuito na Figura 10.121.

51. Para a configuração na Figura 10.122, determine a tensão através de cada capacitor e a carga em cada capacitor sob condições de estado estacionário.

52. Para a configuração na Figura 10.123, determine a tensão através de cada capacitor e a carga em cada capacitor.

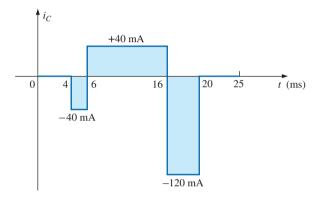



Figura 10.117 Problema 46.

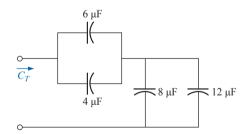



Figura 10.118 Problema 47.

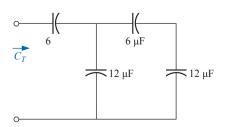



Figura 10.119 Figura 48.

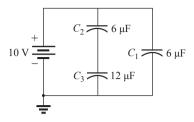



Figura 10.120 Problema 49.

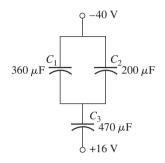



Figura 10.121 Problema 50.

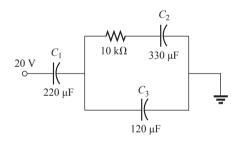



Figura 10.122 Problema 51.

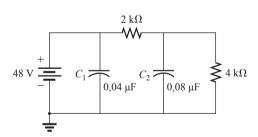



Figura 10.123 Problema 52.

Seção 10.12 Energia armazenada em um capacitor

53. Calcule a energia armazenada em um capacitor de 120 pF com 12 V entre suas placas.

54. Se a energia armazenada por um capacitor de 6 μF é 1.200 J, determine a carga Q em suas placas.

***55.** Para o circuito na Figura 10.124, determine a energia armazenada em cada capacitor sob as condições do estado estacionário.

-12 V
1,2 kΩ
2,2 kΩ
3,3 kΩ
100 μF
200 μF

Figura 10.124 Problema 55.

***56.** Um flash eletrônico tem um capacitor de 1.000 μF que está carregado com 1000 V.
- **a)** Quanta energia está armazenada pelo capacitor?
- **b)** Qual é a carga no capacitor?
- **c)** Quando um fotógrafo tira uma foto, o flash é acionado por 1/2.000 s. Qual é a corrente média através do *flashtube*?
- **d)** Calcule a potência fornecida para o *flashtube*.
- **e)** Após a foto ser tirada, o capacitor tem de ser recarregado por uma fonte de energia que fornece uma corrente máxima de 10 mA. Quanto tempo ela vai levar para carregar o capacitor?

Seção 10.15 Análise computacional

57. Usando PSpice ou Multisim, verifique os resultados no Exemplo 10.6.

58. Usando o operador de condição inicial,verifique os resultados no Exemplo 10.8 para a fase de carga usando PSpice ou Multisim.

59. Usando PSpice ou Multisim, verifique os resultados para υ_C durante a fase de carga no Exemplo 10.11.

60. Usando PSpice ou Multisim, verifique os resultados no Problema 42.

GLOSSÁRIO

Capacitor: Componente elétrico que tem duas superfícies condutoras separadas por um material isolante e com a capacidade de armazenar carga elétrica nas superfícies condutoras.

Capacitância: Medida da quantidade de carga que um capacitor é capaz de armazenar; medida em farads (F).

Capacitâncias parasitas: Capacitâncias que não são determinadas no projeto, mas existem em função da proximidade de duas superfícies condutoras.

Coeficiente de temperatura: Indicativo de quanto o valor de capacitância de um capacitor vai variar em função de uma mudança na temperatura.

Constante de tempo: Período de tempo definido pelos parâmetros do circuito que define por quanto tempo o comportamento transitório da tensão ou da corrente de um capacitor vai durar.

Constante dielétrica: O mesmo que *permissividade relativa*, que aparece neste glossário.

Corrente de fuga: Corrente que resulta na descarga completa de um capacitor caso ele seja desconectado do circuito de carga por um período de tempo suficiente.

Corrente média: Corrente definida por uma variação linear (linha reta) na tensão através de um capacitor por um período específico de tempo.

Derivada: Variação instantânea em uma quantidade em um instante particular no tempo.

Dielétrico: Material isolante situado entre as placas de um capacitor que pode ter um efeito significativo na quantidade de carga armazenada nas placas de um capacitor.

Efeito de borda: Efeito estabelecido pelas linhas de fluxo que não passam diretamente de uma superfície condutora para a outra.

Intensidade de campo elétrico: Força que atua em uma unidade de carga elétrica positiva em uma região de interesse.

Lei de Coulomb: Expressão que calcula a força entre duas cargas iguais ou diferentes.

Linhas de fluxo elétrico: Linhas usadas para indicar graficamente a direção e o sentido do campo elétrico em uma determinada região.

Permissividade: Medida da facilidade com que um dielétrico permite o estabelecimento de linhas de campo no seu interior.

Permissividade relativa: Permissividade de um material comparada à do ar.

Período transitório capacitivo: Aquele período de tempo em que a tensão através de um capacitor ou a corrente de um capacitor varia, em valor, a uma taxa determinada pela constante de tempo do circuito.

Região de estado estacionário: Período de tempo definido pelo fato de que a tensão através de um capacitor alcançou um nível que, para todos os fins práticos, permanece constante.

Rigidez dielétrica: Indicativo da tensão exigida por comprimento unitário para estabelecer condução em um dielétrico.

Tensão de ruptura: O mesmo que *rigidez dielétrica*, que aparece neste glossário.

Tensão de trabalho: O limite máximo de tensão em que um capacitor pode realizar a sua função sem que seja danificado ou tenha as suas características modificadas.

Valor inicial: Tensão de estado estacionário através de um capacitor antes do período transitório ser iniciado.

Indutores

Objetivos

- Familiarizar-se com a construção básica de um indutor e com os fatores que afetam a intensidade do campo elétrico estabelecido pelo elemento e aprender a ler os dados da placa de identificação.
- Ser capaz de determinar a resposta transitória (que varia com o tempo) de um circuito indutivo e de representar graficamente as tensões e as correntes resultantes.
- Compreender o impacto de combinar indutores em série e em paralelo.
- Desenvolver alguma familiaridade com o uso do PSpice ou do Multisim para analisar circuitos com elementos indutivos.

11.1 INTRODUÇÃO

Três componentes básicos aparecem na maioria dos sistemas eletroeletrônicos usados hoje em dia. Eles incluem o *resistor* e o *capacitor*, que já foram introduzidos, e o **indutor**, a ser examinado em detalhes neste capítulo. De muitas maneiras, o indutor é o dual do capacitor; isto é, o que vale para a tensão de um é aplicável à corrente do outro, e vice-versa. Na realidade, algumas seções neste capítulo se assemelham àquelas no Capítulo 10 sobre o capacitor. Assim como o capacitor, *o indutor exibe suas verdadeiras características apenas quando ocorre uma mudança na tensão ou na corrente do circuito*.

Lembre-se de que vimos no Capítulo 10 que um capacitor pode ser substituído por um circuito aberto equivalente sob condições de estado estacionário. Você verá neste capítulo que um indutor pode ser substituído por um curto-circuito equivalente sob condições de estado estacionário. Por fim, você aprenderá que, embora os resistores dissipem a energia fornecida a eles na forma de calor, capacitores ideais armazenam a energia fornecida a eles na forma de campo elétrico. Indutores, no sentido ideal, são como capacitores no sentido de que também armazenam a energia fornecida a eles — mas na forma de campo magnético.

11.2 CAMPO MAGNÉTICO

O magnetismo representa uma parte importante em quase todos os equipamentos elétricos usados atualmente, sejam industriais, de pesquisa ou domésticos. Geradores, motores elétricos, transformadores, disjuntores, aparelhos de televisão, computadores, gravadores e telefones empregam efeitos magnéticos para realizar uma variedade de tarefas importantes.

A bússola, que já era utilizada pelos marinheiros chineses no século II d.C., usa um **ímã permanente** para indicar a localização do polo norte terrestre. Os ímãs permanentes são feitos de materiais como o aço e o ferro, que permanecem magnetizados por longos períodos de tempo sem necessidade de uma fonte externa de energia.

Em 1820, o físico dinamarquês Hans Christian Oersted descobriu que a agulha de uma bússola deflete quando é colocada nas proximidades de um fio percorrido por corrente. Essa foi a primeira evidência experimental de uma relação entre a eletricidade e o magnetismo, e, no mesmo ano, o físico Francês André-Marie Ampère realizou experiências nesse campo e formulou uma lei que hoje é conhecida como **lei de Ampère para circuitos magnéticos** (ou simplesmente **lei circuital de Ampère**). Nos anos subsequentes, Michael Faraday, Karl Friedrich Gauss

e James Clerk Maxwell deram continuidade às pesquisas nessa área e desenvolveram muitos dos conceitos básicos do **eletromagnetismo** — efeitos magnéticos induzidos por fluxo de carga ou por corrente.

No espaço em torno de um ímã permanente, existe um campo magnético que pode ser representado por **linhas de campo magnético** semelhantes às linhas de campo elétrico. Entretanto, as linhas de campo magnético não têm pontos de origem e terminação como as linhas de campo elétrico, mas formam curvas fechadas, como podemos ver na Figura 11.1.

As linhas de campo magnético se dirigem do polo norte para o polo sul, retornando ao polo norte através da barra metálica. Observe na Figura 11.1 que as linhas de campo estão igualmente espaçadas no interior da barra e distribuídas simetricamente no seu exterior. Essas são propriedades adicionais exibidas pelas linhas magnéticas de campo em materiais homogêneos (ou seja, em materiais cuja composição é uniforme). Também é importante entender que as linhas de campo magnético procuram ocupar a menor área possível. Isso resulta em linhas de campo magnético com um mínimo de comprimento entre polos de tipos diferentes, como mostra a Figura 11.2. A intensidade do campo magnético em uma dada região é diretamente proporcional à densidade de linhas de campo nessa região. Na Figura 11.1, por exemplo, a intensidade em *a* é duas vezes a intensidade em *b*, pois o número de linhas de campo que atravessam uma área perpendicular a essas linhas em *a* é o dobro do número de linhas que atravessam uma área semelhante em *b*. Caso tenha feito experiências com ímãs quando criança, você deve se lembrar de que a força dos ímãs permanentes é maior na proximidade dos polos.

Se aproximarmos os polos opostos de dois ímãs permanentes, eles se atrairão, e a distribuição de linhas de campo será como ilustra a Figura 11.2. Se aproximarmos polos do mesmo tipo, eles se repelirão, e a distribuição de linhas de campo será como mostra a Figura 11.3.

Se colocarmos um material não magnético, como vidro ou cobre, nas proximidades de um ímã permanente, a distribuição de linhas de campo sofrerá uma alteração quase imperceptível (veja a Figura 11.4). Entretanto, se um material magnético, como o ferro doce, for colocado nas proximidades do ímã, as linhas de campo passarão pelo ferro, em vez de pelo ar, porque passam com mais facilidade por materiais magnéticos do que pelo ar. Esse princípio é usado na prática para construir blindagens magnéticas para proteger componentes e instrumentos elétricos sensíveis da ação de campos magnéticos presentes no ambiente (veja a Figura 11.5).

Existe um campo magnético (representado por linhas de campo circulares concêntricas, como mostra a Figura 11.6) em torno de qualquer fio percorrido por uma corrente. Para determinar a direção e o sentido das linhas de campo, basta colocar o polegar da mão *direita* ao longo do sentido *convencional* da corrente e observar a posição dos outros dedos (esse método é normalmente chamado

Figura 11.1 Linhas de campo magnético para um ímã permanente.

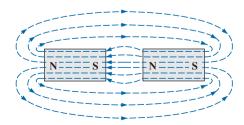



Figura 11.2 Linhas de campo magnético para um sistema de dois ímãs com pólos opostos adjacentes.

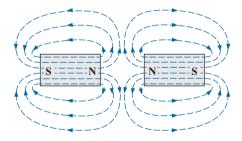



Figura 11.3 Linhas de campo magnético para um sistema de dois ímãs com polos iguais.

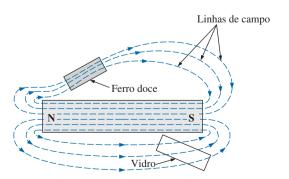



Figura 11.4 Efeito de uma amostra de material ferromagnético sobre as linhas de campo de um ímã permanente.

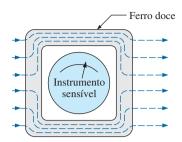



Figura 11.5 Efeito de uma blindagem magnética sobre as linhas de campo.

Figura 11.8 Linhas de campo em uma bobina percorrida por corrente.

de *regra da mão direita*). Se o condutor for enrolado formando uma espira (veja a Figura 11.7), as linhas de campo resultantes terão a mesma direção e o mesmo sentido no centro da espira. Uma bobina com mais de uma espira produzirá um campo magnético com um caminho contínuo em torno da bobina (veja a Figura 11.8).

A distribuição das linhas de campo de uma bobina é bastante similar à de um ímã permanente. As linhas de campo saem da bobina pelo lado esquerdo e entram pelo lado direito, simulando os polos norte e sul, respectivamente. A principal diferença entre as duas distribuições é que as linhas de campo são mais concentradas no caso do ímã permanente do que no caso da bobina. Também, como *a intensidade do campo magnético é determinada pela densidade da linhas de campo*, a bobina apresenta um campo mais fraco. A intensidade do campo gerado pela bobina pode ser efetivamente aumentada inserindo-se no núcleo determinados materiais como ferro, aço ou cobalto, para aumentar a densidade de fluxo no interior da bobina. Aumentando a intensidade do campo magnético com a introdução de um núcleo, criamos um *eletroímã* (veja a Figura 11.9) que, além de apresentar todas as propriedades de um ímã permanente, produz um campo magnético cuja intensidade pode ser modificada alterando-se um dos seus parâmetros (corrente, números de espiras etc.). É claro que uma corrente tem de circular através da bobina do eletroímã para gerar um fluxo magnético, enquanto isso não é necessário no caso de um ímã permanente. O sentido das linhas de campo produzidas pelo eletroímã (ou por qualquer fio enrolado em um núcleo) podem ser determinadas; basta colocar os dedos da mão direita no sentido da corrente ao redor do núcleo. O polegar da mão direita apontará para o polo norte do eletroímã, como ilustra a Figura 11.10(a). Um corte transversal do mesmo eletroímã é mostrado na Figura 11.10(b) para introduzir a convenção do sentido da corrente perpendicular à folha. A cruz e o ponto representam a extremidade posterior e a ponta de uma seta, respectivamente.

Figura 11.6 Linhas de campo nas proximidades de um condutor percorrido por corrente.

Figura 11.7 Distribuição de fluxo em uma bobina de uma espira percorrida por corrente.

No sistema SI de unidades, o fluxo magnético é medido em **webers (Wb)**, em homenagem ao cientista alemão Wilhelm Eduard Weber (veja a Figura 11.11), e é representado pelo símbolo ϕ (letra grega *phi*). O número de linhas de campo por unidade de área é chamado de **densidade de fluxo magnético**, representado pela letra B e medido em **teslas (T)**, em homenagem ao cientista croata do fim do século XIX Nicola Tesla (veja a Figura 11.12).

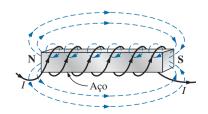



Figura 11.9 Eletroímã.

(a) (b)

Figura 11.10 Determinação do sentido das linhas de campo no interior de um eletroímã: (a) método; (b) notação.

Figura 11.11 Wilhelm Eduard Weber.
Cortesia do Smithsonian Institute Library.

Alemão (Wittenburg, Göttingen)
(1804-1891) Físico
Professor de física, Universidade de Göttingen

Sua contribuição foi importante para o estabelecimento de um sistema de *unidade absoluta* no estudo do eletromagnetismo que começava a se tornar uma área de pesquisa muito ativa. Criou uma definição de corrente elétrica baseada no campo magnético produzido pelo movimento de cargas. Foi um militante político, tendo sido demitido da Universidade de Göttingen por protestar contra a suspensão dos direitos constitucionais pelo rei de Hannover em 1837. Entretanto, trabalhou em outras faculdades e finalmente retornou a Göttingen como diretor do observatório astronômico. Recebeu honrarias na Inglaterra, na França e na Alemanha, entre elas a medalha Copley da Royal Society de Londres.

Figura 11.12 Nikola Tesla.
Cortesia da Biblioteca do Congresso, Washington, EUA.

Croata-americano (Smiljam, Paris, Colorado Springs, cidade de Nova York)
(1856-1943) Engenheiro eletricista e inventor. Recebeu a medalha Edison em 1917

Frequentemente lembrado como uma das pessoas mais inventivas e inovadoras da história da ciência. Inventou o *motor de corrente alternada*, que elimina a necessidade das barras de comutação do motor de corrente contínua. Após emigrar para os Estados Unidos, em 1884, vendeu algumas de suas patentes de *motores de corrente alternada, transformadores e bobinas de indução* (dentre elas a bobina Tesla, como é conhecida hoje) para a Westinghouse Electric Company. Alguns afirmam que sua descoberta mais importante foi feita em seu laboratório em Colorado Springs, onde em 1900 descobriu as *ondas estacionárias terrestres*. A lista de suas descobertas e invenções é muito extensa para ser apresentada aqui, mas ela se estende de sistemas de iluminação *a sistemas de alimentação polifásicos* e de *radiodifusão de longas distâncias*.

Sua intensidade é determinada pela seguinte equação:

$$B = \frac{\Phi}{A} \qquad \begin{aligned} B &= \text{Wb/m}^2 = \text{teslas (T)} \\ \Phi &= \text{webers (Wb)} \\ A &= \text{m}^2 \end{aligned} \tag{11.1}$$

onde Φ é o número de linhas de campo que atravessam a superfície A (veja a Figura 11.13). No caso da Figura 11.1, a densidade de fluxo é duas vezes maior em a que aquela em b, pois em a temos duas vezes mais linhas de campo atravessando a mesma área.

Na Equação 11.1, a equivalência é dada por:

$$1 \text{ tesla} = 1 \text{ T} = 1 \text{ Wb/m}^2 \tag{11.2}$$

Figura 11.13 Definição da densidade de fluxo B.

que estabelece em palavras que se 1 weber de fluxo magnético passa através de uma área de 1 metro quadrado, a densidade de fluxo é 1 tesla.

Para o sistema CGS, o fluxo magnético é medido em maxwells e a densidade do fluxo, em gauss. No sistema inglês, o fluxo magnético é medido em linhas e a densidade do fluxo em linhas por polegada quadrada. A relação entre esses sistemas é definida no Apêndice E.

A densidade do fluxo de um eletroímã está diretamente relacionada ao número de espiras em torno do núcleo pela intensidade da corrente que atravessa o enrolamento. O produto dos dois, chamado de **força magnetomotriz**, é medido em **ampères-espira (Ae)** definido por:

$$\mathscr{F} = NI \quad \text{(ampère-espira, Ae)} \tag{11.3}$$

Em outras palavras, se você aumentar o número de espiras em torno do núcleo e/ou aumentar a corrente através do enrolamento, a força do campo magnético também aumentará. De muitas maneiras, a força magnetomotriz para circuitos magnéticos é similar à tensão aplicada em um circuito elétrico. Aumentar qualquer uma das duas resulta em aumento no efeito desejado: fluxo magnético para circuitos magnéticos e corrente para circuitos elétricos.

Para o sistema CGS, a força magnetomotriz é medida em gilberts, enquanto para o sistema inglês, ela é medida em ampères-espiras.

Outro fator que afeta a intensidade do campo magnético é o tipo de núcleo usado. Materiais nos quais as linhas de fluxo magnético podem ser prontamente estabelecidas são considerados **magnéticos**, e têm uma alta **permeabilidade**. Novamente, observe a similaridade com a palavra 'permitir' usada para descrever a permissividade para os dielétricos dos capacitores. Similarmente, a permeabilidade (representada pela letra grega *mu*, μ) de um material é uma medida da facilidade com que linhas de fluxo magnético podem ser estabelecidas no material.

Da mesma maneira que há um valor específico para a permissividade do ar, há um número específico associado com a permeabilidade do ar:

$$\mu_o = 4\pi \times 10^{-7} \text{ Wb/A} \cdot \text{m} \tag{11.4}$$

Na prática, a permeabilidade de todos os materiais não magnéticos como cobre, alumínio, madeira, vidro e ar é a mesma do espaço livre. Materiais que têm permeabilidades ligeiramente menores que o espaço livre são chamados de **diamagnéticos**, e aqueles com permeabilidades ligeiramente maiores que o espaço livre são chamados de **paramagnéticos**. Materiais magnéticos como ferro, níquel, aço, cobalto e ligas desses metais têm permeabilidades centenas e até milhares de vezes maiores que as do espaço livre. Materiais com permeabilidades muito altas são chamados de **ferromagnéticos**.

A razão da permeabilidade de um material em função do espaço livre é chamada de **permeabilidade relativa**, isto é,

$$\mu_r - \frac{\mu}{\mu_0} \tag{11.5}$$

Em geral, para materiais ferromagnéticos, $\mu_r \geq 100$, e para materiais não magnéticos, $\mu_r = 1$.

Uma tabela de valores para μ que casasse com a tabela fornecida para níveis de permissividade de dielétricos específicos seria útil. Infelizmente, uma tabela como essa não pode ser fornecida, pois a *permeabilidade relativa é uma função das condições operacionais*. Se você mudar a força magnetomotriz aplicada, o nível de μ pode variar entre os limites extremos. Em um determinado nível de força magnetomotriz, a permeabilidade de um material pode ser 10 vezes maior que a permeabilidade de outro nível.

Um instrumento projetado para medir a densidade de fluxo em miligauss (sistema CGS) aparece na Figura 11.14. O medidor tem duas sensibilidades, 0,5 a 100 miligauss a 60 Hz e 0,2 e 3 miligauss a 60 Hz. Ele pode ser usado para medir a força do campo elétrico discutida no Capítulo 10 quando se seleciona a função ELÉTRICA. A escala de cima vai, então, fornecer uma leitura em quilovolts/metro. (Como curiosidade, o medidor da Figura 11.14 apareceu em programas de televisão como um dispositivo para detectar uma resposta 'paranormal'). O Apêndice E revela que 1 T = 10^4 gauss. O valor absoluto da leitura de 20 miligauss seria equivalente a

$$20 \text{ miligauss}\left(\frac{1\text{T}}{10^4 \text{ gauss}}\right) = 2\ \mu\text{T}$$

Figura 11.14 Miligaussímetro. (Cortesia do AlphaLab. Inc.)

Apesar de um dos objetivos deste capítulo ser introduzir os parâmetros que afetam os dados de identificação de um indutor, o uso do magnetismo tem uma ampla aplicação na indústria eletroeletrônica, como mostram algumas áreas de aplicação na Figura 11.15.

11.3 INDUTÂNCIA

Na seção anterior, aprendemos que enviar uma corrente através de uma bobina de espiras, com ou sem um núcleo, estabelece um campo magnético através da unidade, e cercando essa unidade. Esse componente, de construção um tanto simples (veja a Figura 11.16), é chamado de **indutor** (frequentemente chamado de **bobina**). Seu nível de **indutância** determina a força do campo magnético em torno da bobina por causa de uma corrente aplicada. Quanto mais alto o nível de indutância, maior a força do campo magnético. Em geral, portanto,

indutores são projetados para estabelecer um forte campo magnético na unidade, enquanto capacitores são projetados para estabelecer um forte campo elétrico entre as placas.

A indutância é medida em **henries (H)**, uma homenagem ao físico norte-americano Joseph Henry (veja a Figura 11.17). Entretanto, da mesma forma que o farad é uma unidade grande demais para a maioria das aplicações,

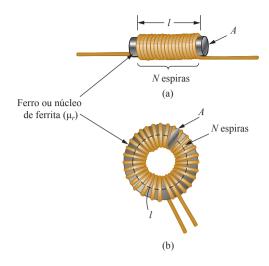



Figura 11.16 Definição dos parâmetros da Equação 11.6.

a maioria dos indutores está na faixa do milihenry (mH) ou microhenry (μH).

No Capítulo 10, 1 farad foi definido como um nível de capacitância que resultaria em 1 coulomb de carga nas placas devido à aplicação de 1 volt entre elas. Para os indutores,

1 henry é o nível de indutância que estabelecerá uma tensão de 1 volt através da bobina devido a uma variação na corrente de 1 A/s através da bobina.

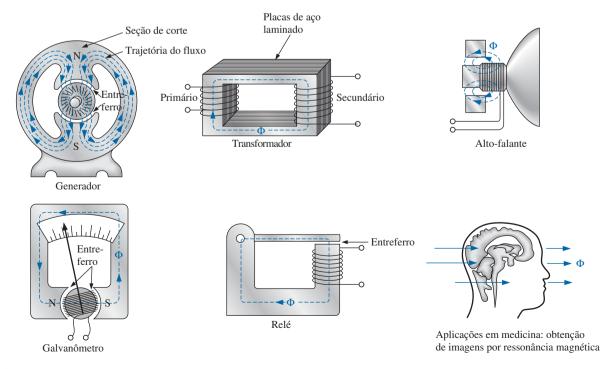



Figura 11.15 Algumas aplicações de efeitos magnéticos.

Figura 11.17 Joseph Henry.
Cortesia do Smithsonian Institute Library.

Norte-americano (Albany, Princeton)
(1797-1878) Físico e Matemático
Professor de Filosofia Natural, Universidade de Princeton

No início do século XIX, o título de Professor de Filosofia Natural era associado aos educadores que trabalhavam na área das ciências naturais. Como estudante e professor da Albany Academy, Henry realizou extensas pesquisas na área de eletromagnetismo. Ele melhorou o desempenho dos *eletroímãs* isolando o fio usado no enrolamento para permitir maior densidade de espiras. Um dos primeiros modelos era capaz de levantar um peso de 1.633 kg . Em 1832, descobriu o fenômeno da *autoindução* e publicou um artigo a respeito. Mais tarde, desenvolveu um transmissor e receptor telegráfico elétrico e pesquisou extensivamente as oscilações resultantes das descargas da *garrafa de Leyden*. Em 1845, foi eleito o primeiro secretário do Smithsonian Institution.

Construção do indutor

No Capítulo 10, descobrimos que a capacitância é sensível à área das placas, a distância entre as placas e o dielétrico empregado. O nível de indutância tem sensibilidades de construção similares, no sentido de que ele é dependente da área dentro da bobina, do comprimento da unidade e da permeabilidade do material do núcleo. Ele também é sensível ao número de espiras na bobina como mostra a equação a seguir e define a Figura 11.16 para dois dos formatos mais populares:

$$L = \frac{\mu N^2 A}{l} \qquad \begin{aligned} \mu &= \text{permeabilidade (Wb/A} \cdot \text{m)} \\ N &= \text{número de espiras} \\ A &= \text{m}^2 \\ l &= \text{m} \\ L &= \text{henries (H)} \end{aligned} \qquad (11.6)$$

Primeiro, observe que, tendo em vista que as espiras estão elevadas ao quadrado na equação, o número de voltas é um fator importante. Entretanto, também tenha em mente que quanto mais voltas houver, maior será a unidade. Se o fio for produzido fino demais para poder girar em volta do núcleo, a corrente especificada do indutor será limitada. Tendo em vista que níveis mais altos de permeabilidade resultam em níveis mais altos de fluxo magnético, a permeabilidade deveria aparecer, e aparece, no numerador da equação. Aumentar a área do núcleo ou diminuir o comprimento também aumenta o nível de indutância.

A substituição de $\mu = \mu_r\mu_o$ pela permeabilidade resulta na equação a seguir, que é muito similar à equação para a capacitância de um capacitor:

$$L = \frac{\mu_r \mu_0 N^2 A}{l}$$

ou

$$L = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\mu_r N^2 A}{l} \quad \text{(henries, H)} \qquad (11.7)$$

Se decompusermos a permeabilidade relativa como:

$$L = \mu_r \left(\frac{\mu_o N^2 A}{l} \right)$$

obteremos a equação útil a seguir:

$$L = \mu_r L_o \qquad (11.8)$$

que é muito similar à equação $C = \epsilon_r C_o$. A Equação 11.8 declara o seguinte:

A indutância de um indutor com um núcleo ferromagnético é μ_r vezes a indutância obtida com um núcleo de ar.

Apesar de a Equação 11.6 ser aproximada, na melhor das hipóteses, as equações para a indutância de uma ampla gama de bobinas podem ser encontradas em manuais de referência. A maioria das equações é matematicamente mais complexa que a Equação 11.6, mas o impacto de cada fator é o mesmo em cada equação.

EXEMPLO 11.1

Considerando a bobina com núcleo de ar na Figura 11.18:

a) Calcule a indutância.
b) Calcule a indutância se um núcleo metálico com $\mu_r = 2.000$ for inserido na bobina.

Soluções:

a) $d = \frac{1}{4}\,\cancel{\text{pol.}} \left(\frac{1\ \text{m}}{39{,}37\,\cancel{\text{pol.}}} \right) = 6{,}35\ \text{mm}$

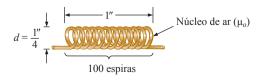



Figura 11.18 Bobina com núcleo de ar para o Exemplo 11.1.

$$A = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi(6{,}35\text{ mm})^2}{4} = 31{,}7\ \mu\text{m}^2$$

$$l = 1\,\text{pol.}\left(\frac{1\text{ m}}{39{,}37\text{ pol.}}\right) = 25{,}4\text{ mm}$$

$$L = 4\pi\times10^{-7}\,\frac{\mu_r N^2 A}{l}$$

$$= 4\pi\times10^{-7}\,\frac{(1)(100\text{ t})^2(31{,}7\ \mu\text{m}^2)}{25{,}4\text{ mm}} = \mathbf{15{,}68\ \mu H}$$

b) Equação 11.8: $L = \mu_r L_o = (2000)(15{,}68\ \mu\text{H})$ $= \mathbf{31{,}36\ mH}$

EXEMPLO 11.2

Na Figura 11.19, se cada indutor na coluna da esquerda for transformado no tipo que aparece na coluna da direita, determine o novo nível de indutância. Para cada mudança, presuma que os outros fatores permaneceram os mesmos.

Soluções:

a) A única mudança ocorreu no número de espiras, mas trata-se de um fator elevado ao quadrado, que resulta em:

$$L = (2)^2 L_o = (4)\ (20\ \mu\text{H}) = \mathbf{80\ \mu H}$$

b) Nesse caso, a área é três vezes o tamanho original, e o número de espiras é ½. Tendo em vista que a área está no numerador, ela aumenta a indutância por um fator de três. A queda no número de espiras reduz a indutância por um fator de $(1/2)^2$ = ¼. Portanto,

$$L = (3)\left(\frac{1}{4}\right)L_o = \frac{3}{4}(16\ \mu\text{H}) = \mathbf{12\ \mu H}$$

c) Tanto μ quanto o número de voltas aumentou, embora o número de voltas seja quadrado. O aumento do comprimento reduz a indutância. Portanto:

$$L = \frac{(3)^2(1200)}{2{,}5}L_o = (4{,}32\times10^3)(10\ \mu\text{H})$$
$$= \mathbf{43{,}2\ mH}$$

Tipos de indutores

Indutores, assim como capacitores e resistores, podem ser categorizados sob definições gerais como **fixos** ou **variáveis**. O símbolo para um indutor fixo com núcleo de ar é fornecido na Figura 11.20(a), para um indutor com núcleo ferromagnético na Figura 11.20(b), para uma bobina com derivação na Figura 11.20(c) e para um indutor variável na Figura 11.20(d).

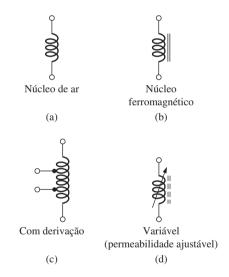



Figura 11.20 Símbolos de indutores (bobinas).

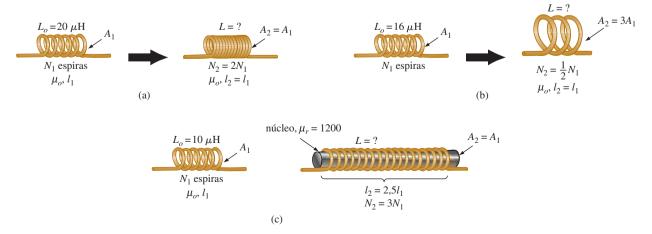



Figura 11.19 Indutores para o Exemplo 11.2.

Fixo. Indutores do tipo fixo são produzidos em todos os formatos e tamanhos. Entretanto,

em geral, o tamanho de um indutor é determinado fundamentalmente pelo tipo de construção, pelo núcleo usado e pela especificação de corrente.

Na Figura 11.21(a), as bobinas de 10 μH e 1 mH são aproximadamente do mesmo tamanho porque um fio mais fino foi usado para a bobina de 1 mH para permitir mais espiras no mesmo espaço. O resultado, entretanto, é uma queda na corrente especificada de 10 A para apenas 1,3 A. Se o fio da bobina de 10 μH tivesse sido usado para produzir a bobina de 1 mH, a bobina resultante teria sido muitas vezes maior que a bobina de 10 μH. O impacto da espessura da bobina é claramente revelado pela bobina de 1 mH no canto mais à direita na Figura 11.21(a), onde um fio mais espesso foi usado para aumentar a corrente especificada de 1,3 A para 2,4 A. Embora o nível de indutância seja o mesmo, o tamanho do toroide é quatro a cinco vezes maior.

O indutor fenólico (usando um núcleo não ferromagnético de resina ou plástico) na Figura 11.21(b) é bem pequeno para o seu nível de indutância. Devemos presumir que ele tem um alto número de espiras de um fio muito fino. Observe, entretanto, que o uso de um fio muito fino resultou em uma especificação de corrente relativamente baixa de apenas 350 mA (0,35 A). O uso de um núcleo de ferrita (ferromagnético) no indutor na Figura 11.21(c) resultou em um nível incrivelmente alto de indutância para o seu tamanho. Entretanto, o fio é tão fino que a especificação de corrente é de apenas 11 mA = 0,011 A. Observe que, para todos os indutores, a resistência CC do indutor aumenta com uma diminuição na espessura do fio. O toroide de 10 μH tem uma resistência de apenas 6 mΩ, enquanto a resistência CC do indutor de ferrita de 1000 mH é 700 Ω — um preço a ser pago pelo tamanho menor e pelo alto nível de indutância.

Diferentes tipos de elementos indutivos fixos são exibidos na Figura 11.22, incluindo sua faixa de valores típica e áreas comuns de aplicação. Com base na discussão anterior sobre a construção de indutores, identificar um elemento indutivo é algo relativamente fácil de se fazer. Entretanto, um exame cuidadoso dos formatos típicos de cada um revela algumas diferenças, como as saliências em cada extremidade de um resistor que não aparecem na maioria dos indutores.

Variáveis. Uma série de indutores variáveis é descrita na Figura 11.23. Em cada caso, a indutância é modificada girando-se a fenda na extremidade do núcleo para movê-lo para dentro e para fora da unidade. Quanto mais para dentro está o núcleo, maior é a participação do material ferromagnético no circuito magnético, e mais altos são a intensidade do campo magnético e o nível de indutância.

Indutores equivalentes práticos

Indutores, assim como capacitores, não são ideais. A cada indutor está associada uma resistência determinada pela resistência das espiras (quanto mais fino o fio, maior a

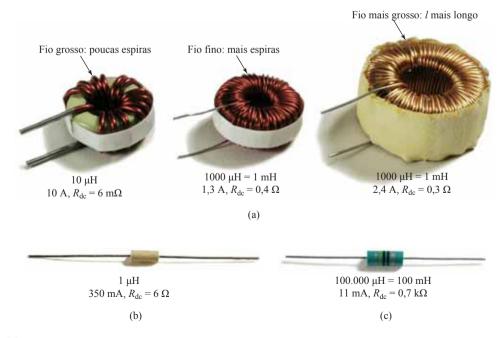



Figura 11.21 Tamanhos relativos de diferentes tipos de indutores: (a) toroidal, alta corrente; (b) fenólico (núcleo de resina ou plástico); (c) núcleo de ferrita.

Tipo: Indutores de núcleo de ar (1-32 espiras)
Valores típicos: 2,5 nH a 1µH
Aplicações: Aplicações de alta frequência

Tipo: Toroidal
Valores típicos: 10 µH a 30 mH
Aplicações: Usado em linhas de transmissão para filtrar transitórios e reduzir interferências eletromagnéticas. Encontrado em muitos eletrodomésticos.

Tipo: Cilíndrico
Valores típicos: 3 µH a 1 mH
Aplicações: Usado em linhas de transmissão de alta corrente.

Tipo: Linha de retardo
Valores típicos: 10 µH a 50 µH
Aplicações: Usado em receptores de televisão em cores para corrigir diferenças de tempo entre os sinais de cor e o sinal de preto e branco.

Tubo de plástico
3″
Isolante de fibra
Enrolamento
Núcleo

Tipo: Cilíndrico de modo comum
Valores típicos: 0,6 mH a 50 mH
Aplicações: Usado em filtros de linha CA, interruptores de suprimento de energia, carregadores de bateria e outros equipamentos eletrônicos.

Tipo: RF Chokes
Valores típicos: 10 µH a 470 mH
Aplicações: Usado em receptores de rádio e televisão e em circuitos de comunicação. Encontrados em circuitos de AM, FM e UHF.

Tipo: Encapsulado
Valores típicos: 0,1 µH a 100 mH
Aplicações: Usado em uma grande variedade de circuitos como osciladores, filtros, filtros passa-baixa e outros.

Tipo: Para montagem em superfície
Valores típicos: 0,01 µH a 250 µH
Aplicações: Encontrado em muitos circuitos eletrônicos que exigem componentes em miniatura para que sejam montados em placas de circuito impresso com multicamadas.

APVSMD
5022
0.24 µF ± 5%

Figura 11.22 Áreas típicas de aplicação de elementos indutivos.

Figura 11.23 Indutores variáveis com uma faixa típica de valores de 1 µH a 100 µH; comumente usados em osciladores e vários circuitos RF como transceptores CB, televisões e rádios.

Figura 11.24 Modelo equivalente completo para um indutor.

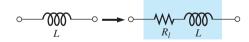



Figura 11.25 Modelo equivalente prático para um indutor.

resistência para o mesmo material) e pelas perdas do núcleo (radiação e efeito de superfície, corrente parasita e perdas de histerese — todas discutidas mais adiante). Há também alguma capacitância parasita devido à capacitância entre as espiras que conduzem a corrente da bobina. Lembre-se de que a capacitância aparece sempre que há duas superfícies condutoras separadas por um isolante, como o ar, e quando esses enrolamentos estão ligeiramente apertados e estão em paralelo. Ambos os elementos estão incluídos no circuito equivalente na Figura 11.24. Para a maioria das aplicações neste livro, a capacitância pode ser ignorada, o que resulta no modelo equivalente na Figura 11.25. A resistência R_1 tem uma participação importante em algumas áreas (como na ressonância, discutida no Capítulo 20), pois a resistência pode variar de alguns poucos ohms a algumas centenas de ohms, dependendo da construção. Neste capítulo, o indutor é considerado um elemento ideal, e a resistência em série é retirada da Figura 11.25.

Rotulação de indutores

Pelo fato de alguns indutores serem maiores em tamanho, seu valor de identificação frequentemente pode ser impresso no corpo do elemento. Entretanto, em unidades menores, pode não haver espaço suficiente para imprimir o valor real, de maneira que uma abreviação relativamente fácil de se compreender é usada. Primeiro, perceba que o *microhenry* (μH) é a unidade fundamental de medida para essa marcação. A maioria dos manuais lista o valor de indutância em μH, mesmo se o valor tiver de ser registrado como 470.000 μH em vez de 470 mH. Se o rótulo lê 223 K, o terceiro número (3) é a potência a ser aplicada aos outros dois. O K não vem de *kilo*, representando uma potência de três, mas é usado para denotar uma tolerância de ±10 por cento, como descrito para os capacitores. O número resultante de 22.000 é, portanto, dado em μH, de maneira que a unidade de 223 K é um indutor de 22.000 μH ou 22 mH. As letras J e M indicam uma tolerância de ±5 por cento e ±20 por cento, respectivamente.

Para indutores moldados, usa-se um sistema de código de cores muito similar ao usado para resistores. A principal diferença é que *o valor resultante é sempre dado em μH*, e uma faixa larga no início do rótulo é um indicador MIL (*meets military standards* — atende a padrões militares). Sempre leia as cores em sequência, começando pela faixa mais próxima de uma extremidade como mostra a Figura 11.26.

Os valores-padrão para indutores empregam os mesmos valores numéricos e multiplicadores usados em resistores e capacitores. Em geral, portanto, espere encontrar indutores com os seguintes multiplicadores: 1 μH, 1,5 μH, 2,2 μH, 3,3 μH, 4,7 μH, 6,8 μH, 10 μH e assim por diante.

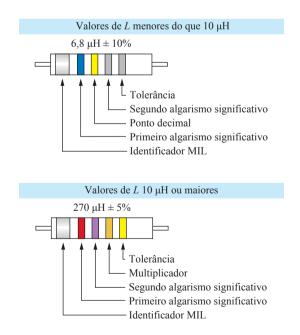
Medidas e testes de indutores

A indutância de um indutor pode ser lida diretamente usando um medidor como o Universal LCR Meter (veja a Figura 11.27), também discutido no Capítulo 10 sobre capacitores. Configure o medidor para *L* para indutância, e o medidor automaticamente escolhe a unidade de medida mais apropriada para o elemento, isto é, H, mH, μH ou pH.

Um medidor de indutância é a melhor escolha, mas um ohmímetro também pode ser usado para conferir se um curto se desenvolveu entre os enrolamentos ou se foi um circuito aberto o que ocorreu. A possibilidade de circuito aberto é fácil de checar porque resulta em uma leitura de ohms infinitos ou em uma resistência muito alta. A condição de curto-circuito é mais difícil de checar porque a resistência de muitos bons indutores é relativamente pequena, e o curto de alguns poucos enrolamentos pode não afetar seriamente a resistência total. É claro que se você tem conhecimento da resistência típica da bobina, você

Tabela de código de cores

Cor[1]	Algarismo significativo	Multiplicador[2]	Tolerância da indutância (%)
Preto	0	1	
Marrom	1	10	
Vermelho	2	100	
Laranja	3	1000	
Amarelo	4		
Verde	5		
Azul	6		
Violeta	7		
Cinza	8		
Branco	9		
Nenhuma			±20
Prata			±10
Ouro	Ponto decimal		±5

1 Indica a cor do corpo.
2 O multiplicador é o fator pelo qual os dois algarismos significativos são multiplicados para produzir o valor de indutância nominal.

Bobinas moldadas cilíndricas são marcadas com cinco faixas de cores. Uma faixa prata larga, localizada em uma extremidade da bobina, identifica bobinas de radiofrequência militares. As três faixas seguintes indicam a indutância em microhenries, e a quarta faixa é a tolerância.

O código de cores está de acordo com a tabela de código de cores, mostrada à esquerda. Se a primeira ou segunda faixa for ouro, ela representa o ponto decimal para valores de indutância menores que 10. Então, as duas faixas seguintes são algarismos significativos. Para valores de indutância de 10 ou mais, as primeiras duas faixas representam algarismos significativos, e a terceira é um multiplicador.

Figura 11.26 Código de cores de um indutor moldado.

Figura 11.27 Medidor de indutância de leitura digital. (Cortesia de Bragin Alexey/Shutterstock.)

pode compará-la com o valor medido. Um curto entre os enrolamentos e o núcleo pode ser conferido simplesmente colocando um fio do ohmímetro em uma espira (talvez um terminal) e o outro no próprio núcleo. Uma leitura de zero ohm revela um curto entre os dois, que pode ter ocorrido por causa de uma ruptura no revestimento de isolamento em torno do fio como resultado de correntes excessivas, condições ambientais ou simplesmente de uma longa vida e um rompimento.

11.4 TENSÃO INDUZIDA υ_L

Antes de analisar a resposta dos elementos indutivos a uma tensão CC aplicada, temos de introduzir uma série de leis e equações que afetam a resposta transitória.

A primeira, chamada de **lei de Faraday da indução eletromagnética**, é uma das mais importantes nesse campo, porque ela nos habilita a estabelecer tensões CA e CC com um gerador. Se movermos um condutor (qualquer material com características de condutor como definido no Capítulo 2) através de um campo magnético de maneira que ele corte as linhas magnéticas de fluxo como mostra a Figura 11.28, uma tensão será induzida através do condutor, e poderá ser medida usando um voltímetro sensível. Nada além disso é necessário, e, na realidade, quanto mais rápido você mover o condutor através do fluxo magnético, maior será a tensão induzida. O mesmo efeito pode ser produzido se você segurar o condutor parado e mover o campo magnético através do condutor. Observe que a direção na qual você move o condutor através do campo determina a polaridade da tensão induzida. Se você mover o condutor através do campo nos ângulos certos em relação ao fluxo magnético, você também vai gerar a tensão

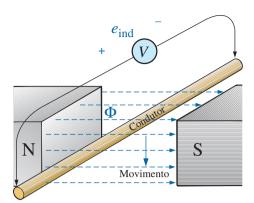



Figura 11.28 Geração de uma tensão induzida com o deslocamento de um condutor através de um campo magnético.

induzida máxima. Mover o condutor em paralelo com as linhas de fluxo magnético resulta em uma tensão induzida de zero volt, tendo em vista que linhas magnéticas de fluxo não são cruzadas.

Se avançarmos um passo nessa questão e movermos uma bobina de N espiras através do campo magnético como mostra a Figura 11.29, uma tensão será induzida através da bobina, como determina a **lei de Faraday**:

$$e = N\frac{d\phi}{dt} \quad \text{(volts, V)} \tag{11.9}$$

Quanto maior o número de espiras ou mais rapidamente a bobina for movida através do padrão de fluxo magnético, maior será a tensão induzida. O termo $d\phi/dt$ é a variação diferencial no fluxo magnético através da bobina em um instante particular no tempo. Se o fluxo magnético que passa por uma bobina permanecer constante — não importando quão forte seja o campo magnético — o termo será zero, e a tensão induzida será zero volt. Não importa se a variação do fluxo ocorre devido ao movimento do campo magnético ou da bobina nas cercanias de um campo magnético: a única exigência é que o fluxo que passa pela bobina varie com o tempo.

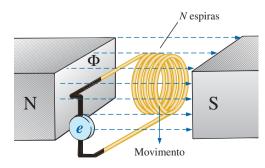



Figura 11.29 Demonstração da lei de Faraday.

Antes de a bobina passar pelos polos magnéticos, a tensão induzida é zero, porque não há linhas de fluxo magnético passando pela bobina. Na medida em que a bobina entra no padrão de fluxo, o número de linhas de fluxo cortadas por instante de tempo aumenta até o seu pico no centro dos polos. Então, a tensão induzida diminui com o tempo conforme ela deixa o campo magnético.

Esse importante fenômeno pode agora ser aplicado ao indutor na Figura 11.30, que é simplesmente uma versão ampliada da bobina na Figura 11.29. Na Seção 11.2, descobrimos que o fluxo magnético na bobina de N espiras com uma corrente I tem a distribuição mostrada na Figura 11.30. Se a corrente através da bobina aumenta em valor absoluto, o fluxo na bobina também aumenta. Mas também, aprendemos, por meio da lei de Faraday, que uma bobina nas cercanias de um fluxo magnético que varia terá uma tensão induzida através dela. O resultado é que uma tensão é induzida pela bobina na Figura 11.30 por causa da *variação na corrente através da bobina*.

É muito importante observar na Figura 11.30 que a polaridade da tensão induzida através da bobina é tal que ela se opõe ao nível crescente de corrente na bobina. Em outras palavras, a corrente que varia na bobina induz uma tensão através da bobina, que se opõe à tensão aplicada, estabelecendo o aumento na corrente em primeiro lugar. Quanto mais rápida a variação na corrente através da bobina, maior a tensão induzida que se opõe para reprimir a tentativa da corrente de crescer em magnitude. A ação de 'asfixia' (*choking*) da bobina é a razão de indutores e bobinas serem frequentemente chamados de **chokes**. Esse efeito é o resultado de uma importante lei, chamada de **lei de Lenz**, que declara que

um efeito induzido é sempre produzido de maneira a se opor à causa que o produziu.

A indutância de uma bobina é também uma medida da variação do fluxo na bobina em razão de uma variação na corrente através da mesma. Isto é,

$$L = N\frac{d\phi}{di_L} \quad \text{(henries, H)} \qquad (11.10)$$

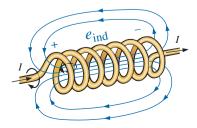



Figura 11.30 Demonstração do efeito da lei de Lenz.

A equação revela que quanto maior o número de espiras, ou quanto maior a variação do fluxo na bobina devido a uma variação em particular na corrente, maior o nível de indutância. Em outras palavras, bobinas com níveis menores de indutância geram variações menores do fluxo na bobina para a mesma variação em corrente através da bobina. Se o nível de indutância é muito pequeno, não há praticamente nenhuma variação do fluxo na bobina, e a tensão induzida pela bobina será muito pequena. Na realidade, se escrevermos agora a Equação 11.9 na forma:

$$e = N\frac{d\phi}{dt} = \left(N\frac{d\phi}{di_L}\right)\left(\frac{di_L}{dt}\right)$$

e substituirmos a Equação 11.10, obteremos:

$$e_L = L\frac{di_L}{dt} \quad \text{(volts, V)} \qquad (11.11)$$

que relaciona a tensão através de uma bobina ao número de espiras da bobina e à variação na corrente nessa bobina.

Quando os efeitos induzidos são usados na geração de tensões como aquelas de geradores CC ou CA, o símbolo e é aplicado à tensão induzida. Entretanto, na análise de circuitos, a tensão induzida através de um indutor terá sempre uma polaridade que se opõe à tensão aplicada (como a tensão através de um resistor). Portanto, a notação a seguir é usada para a tensão induzida por um indutor:

$$\upsilon_L = L\frac{di_L}{dt} \quad \text{(volts, V)} \qquad (11.12)$$

A equação claramente diz que

quanto maior a indutância e/ou mais rápida a variação na corrente por uma bobina, maior a tensão induzida pela bobina.

Se a corrente através da bobina deixa de variar com o tempo, a tensão induzida será zero. Descobriremos na próxima seção que, para aplicações CC, após a fase transitória ter passado, $di_L/dt = 0$, e a tensão induzida através da bobina é:

$$\upsilon_L = L\frac{di_L}{dt} = L(0) = 0 \text{ V}$$

A dualidade que existe entre os elementos indutivos e capacitivos fica muito clara agora. Simplesmente troque as tensões por correntes da Equação 11.12, e a indutância por capacitância. A equação a seguir para a corrente de um capacitor resulta em:

Agora, chegamos a um ponto em que temos todas as relações de fundo necessárias para investigar o comportamento transitório dos elementos indutivos.

11.5 TRANSITÓRIOS EM CIRCUITOS *R-L*: FASE DE ARMAZENAMENTO

Há muitas semelhanças entre as análises de circuitos indutivos e as de circuitos capacitivos. Isto é, o que é verdadeiro para a tensão de um capacitor também é verdadeiro para a corrente de um indutor, e o que é verdadeiro para a corrente de um capacitor pode ser igualado de muitas maneiras pela tensão de um indutor. As formas de onda de armazenamento têm o mesmo formato, e as constantes de tempo são definidas para cada configuração. Como esses conceitos são muito similares (consulte a Seção 10.5 sobre a carga de um capacitor), você terá a oportunidade de reforçar os conceitos introduzidos anteriormente e ainda aprenderá mais a respeito do comportamento de elementos indutivos.

O circuito na Figura 11.31 é usado para descrever a fase de armazenamento. Observe que ele é o mesmo circuito usado para descrever a fase de carga do capacitor, com uma simples substituição do capacitor por um indutor ideal. Durante a análise, é importante lembrar que a energia é armazenada na forma de um campo elétrico entre as placas de um capacitor. Para os indutores, por outro lado, a energia é armazenada na forma de um campo magnético na bobina.

No instante que a chave é fechada, a ação de asfixia da bobina evita uma variação instantânea na corrente através da bobina, o que resulta em $i_L = 0$ A, como mostra a Figura 11.32(a). A ausência de uma corrente através da bobina e do circuito no instante que a chave é fechada resulta em zero volt através do resistor, como determina

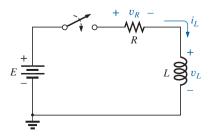



Figura 11.31 Circuito transitório R-L básico.

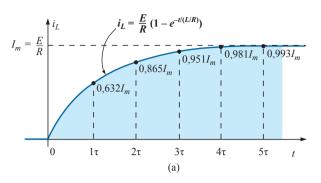
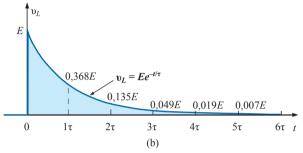
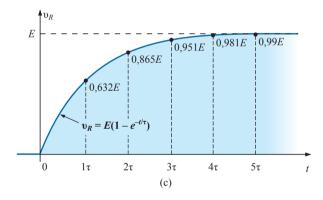



Figura 11.32 i_L, v_L e v_R para o circuito na Figura 11.31 depois do fechamento da chave.

$v_R = i_R R = i_L R = (0\text{ A})R = 0$ V, o que é mostrado na Figura 11.32(c). Aplicar a lei de Kirchhoff para tensões em torno dos resultados de circuito fechado em volts E em toda a bobina no instante em que a chave é fechada, como mostrado na Figura 11.32(b).

Inicialmente, a corrente aumenta muito rapidamente, como mostra a Figura 11.32(a), e, a seguir, a uma taxa muito mais lenta, na medida em que ela se aproxima do seu valor de estado estacionário determinado pelos parâmetros do circuito (E/R). A tensão através do resistor aumenta na mesma medida, porque $v_R = i_R R = i_L R$. Tendo em vista que a tensão através da bobina é sensível à taxa de variação da corrente pela bobina, a tensão estará em seu valor máximo ou próxima dele cedo na fase de armazenamento. Por fim, quando a corrente alcança seu valor de estado estacionário de E/R ampères, a variação da corrente através da bobina cessa, e a tensão cai para zero volt. Em qualquer instante

de tempo, a tensão através da bobina pode ser determinada usando-se a lei de Kirchhoff para tensões da seguinte maneira: $\upsilon_L = E - \upsilon_R$.

Como as formas de onda para o indutor têm o mesmo formato que aquele obtido para os circuitos capacitivos, estamos familiarizados com o seu formato matemático, e podemos nos sentir confortáveis calculando as quantidades de interesse usando uma calculadora ou um computador.

A equação para a resposta transitória da corrente por um indutor é:

$$i_L = \frac{E}{R}\left(1 - e^{-t/\tau}\right) \quad \text{(ampères, A)} \qquad (11.13)$$

com a constante de tempo agora definida por:

$$\tau = \frac{L}{R} \quad \text{(segundos, s)} \qquad (11.14)$$

Observe que a Equação 11.14 é uma razão de parâmetros, não um produto, quando usada em circuitos capacitivos; no entanto, a unidade usada ainda é o segundo (para o tempo).

Nossa experiência com o fator $(1 - e^{-t/\tau})$ verifica o nível de 63,2 por cento para a corrente do indutor após uma constante de tempo, 86,5 por cento após duas constantes de tempo, e assim por diante. Se mantivermos R constante e aumentarmos L, a razão L/R aumenta, e o tempo de elevação de 5τ aumenta, como mostra a Figura 11.33 para níveis cada vez maiores de L. A variação na resposta transitória é esperada, porque quanto mais alto o nível de indutância, maior a ação de asfixia sobre o nível de corrente que varia, e mais tempo ela levará para alcançar as condições de estado estacionário.

A equação para a tensão através da bobina é:

$$\upsilon_L = Ee^{-t/\tau} \quad \text{(volts, V)} \qquad (11.15)$$

e a equação para a tensão através do resistor é:

$$\upsilon_R = E(1 - e^{-t/\tau}) \quad \text{(volts, V)} \qquad (11.16)$$

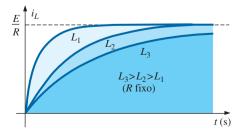



Figura 11.33 Efeito de L sobre a forma de onda de armazenamento i_L.

Como mencionado anteriormente, o formato da curva de resposta para a tensão pelo resistor tem de se igualar àquela da corrente i_L, tendo em vista que $\upsilon_R = i_R R = i_L R$.

Já que as formas de onda são similares àquelas obtidas para circuitos capacitivos, presumiremos que

a fase de armazenamento passou, e as condições de estado estacionário foram estabelecidas assim que um período de tempo igual a cinco constantes de tempo ocorreu.

Além disso, tendo em vista que $\tau = L/R$ terá sempre algum valor numérico, mesmo que seja muito pequeno às vezes, o período transitório de 5τ terá sempre o mesmo valor numérico. Portanto,

a corrente não pode variar instantaneamente em um circuito indutor.

Se examinarmos as condições que existem no instante em que a chave for fechada, descobriremos que a tensão através da bobina é E volts, apesar de a corrente ser zero ampère como mostra a Figura 11.34. Na essência, portanto,

o indutor assume as características de um circuito aberto no instante em que a chave é fechada.

Entretanto, se considerarmos as condições que existiam quando as condições de estado estacionário foram estabelecidas, descobriremos que a tensão através da bobina é zero volt e a corrente é um valor máximo de E/R ampères, como mostra a Figura 11.35. Em essência, portanto,

o indutor assume as características de um curto-circuito quando as condições de estado estacionário são estabelecidas.

EXEMPLO 11.3

Determine as expressões matemáticas para o comportamento transitório de i_L e υ_L para o circuito na Figura 11.36 se a chave for fechada em t = 0 s. Esboce as curvas resultantes.

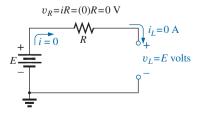



Figura 11.34 Circuito da Figura 11.31 no instante em que a chave é fechada.

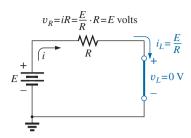



Figura 11.35 Circuito na Figura 11.31 sob condições de estado estacionário.

Solução:

Primeiro determine a constante de tempo:

$$\tau = \frac{L}{R_1} = \frac{4\text{ H}}{2\text{ k}\Omega} = 2\text{ ms}$$

Então, a corrente máxima ou de estado estacionário é:

$$I_m = \frac{E}{R_1} = \frac{50\text{ V}}{2\text{ k}\Omega} = 25 \times 10^{-3}\text{ A} = 25\text{ mA}$$

Realizando a substituição na Equação 11.13, temos:

$$i_L = \mathbf{25\ mA\ (1 - e^{-t/2\ ms})}$$

Usando a Equação 11.15, temos:

$$\upsilon_L = \mathbf{50\ V e^{-t/2\ ms}}$$

As formas de onda resultantes aparecem na Figura 11.37.

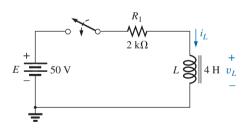



Figura 11.36 Circuito R-L em série para o Exemplo 11.3.

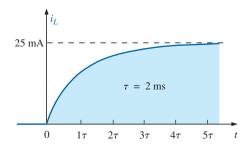



Figura 11.37 i_L e υ_L para o circuito na Figura 11.36.

11.6 VALORES INICIAIS

Essa seção é semelhante à Seção 10.7, na qual discutimos o efeito dos valores iniciais sobre a fase transitória em circuitos capacitivos. Como a corrente em um indutor não pode mudar instantaneamente, ela começa a fase transitória com o valor inicial, que depende dos parâmetros do circuito (veja a Figura 11.38) antes que a chave seja fechada. Em seguida, ela passa pela fase transitória até chegar ao estado estacionário (ou final) após 5 constantes de tempo. O valor da corrente no indutor no estado estacionário pode ser determinado substituindo-o por um curto-circuito (ou por R_l para uma condição real) e calculando a corrente resultante através do elemento.

Usando a expressão para o transitório apresentada na seção anterior, podemos escrever uma equação para a corrente i_L que é válida em todo o intervalo da Figura 11.38; ou seja:

$$i_L = I_i + (I_f - I_i)(1 - e^{-t/\tau})$$

onde $(I_f - I_i)$ é a variação total durante a fase transitória. Entretanto, realizando a multiplicação e reagrupando os termos, temos:

$$i_L = I_i + I_f - I_f e^{-t/\tau} - I_i - I_i e^{-t/\tau}$$
$$= I_f - I_f e^{-t/\tau} + I_i e^{-t/\tau}$$

chegando a

$$i_L = I_f + (I_i - I_f)e^{-t/\tau} \qquad (11.17)$$

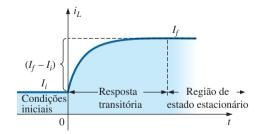
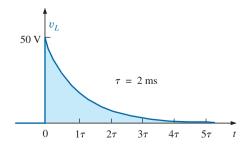



Figura 11.38 Definição das três fases da forma de onda de um transitório.

Se você precisar desenhar a forma de onda da corrente i_L do valor inicial até o final, comece desenhando duas retas horizontais, uma para o valor inicial e outra para o valor final, e, em seguida, desenhe a curva da resposta transitória (que depende da constante de tempo) entre as duas retas. O exemplo a seguir ilustra esse procedimento.

EXEMPLO 11.4

O indutor visto na Figura 11.39 tem uma corrente inicial de 4 mA no sentido indicado. (Métodos específicos para calcular a corrente inicial serão discutidos mais adiante.)

a) Determine uma expressão matemática para a corrente na bobina após a chave ter sido fechada.
b) Determine uma expressão matemática para a tensão na bobina durante o mesmo período transitório.
c) Esboce as formas de onda da corrente e da tensão dos valores iniciais até os finais.

Soluções:

a) A substituição do indutor por um curto-circuito resulta em uma corrente de estado estacionário determinada pela lei de Ohm:

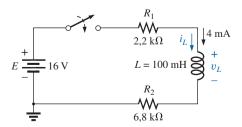
$$I_f = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{16\text{ V}}{2{,}2\text{ k}\Omega + 6{,}8\text{ k}\Omega} = \frac{16\text{ V}}{9\text{ k}\Omega} = 1{,}78\text{ mA}$$

A constante de tempo é dada por:

$$\tau = \frac{L}{R_T} = \frac{100\text{ mH}}{2{,}2\text{ k}\Omega + 6{,}8\text{ k}\Omega} = \frac{100\text{ mH}}{9\text{ k}\Omega} = 11{,}11\ \mu\text{s}$$

Aplicando a Equação 11.17, temos:

$$\begin{aligned} i_L &= I_f + (I_i - I_f)e^{-t/\tau} \\ &= 1{,}78\text{ mA} + (4\text{ mA} - 1{,}78\text{ mA})e^{-t/11{,}11\ \mu\text{s}} \\ &= \mathbf{1{,}78\ mA + 2{,}22\ mA}\ e^{-t/11{,}11\ \mu\text{s}} \end{aligned}$$

b) Como a corrente no indutor tem um valor constante de 4 mA antes de fecharmos a chave, a tensão (cujo valor depende apenas da variação da corrente na bobina) deve ter um valor inicial de 0 volt. No instante em que a chave é fechada, a corrente da bobina não pode variar instantaneamente; assim, a corrente nos elementos resistivos continuará a ser 4 mA. A tensão de pico resultante em $t = 0$ s pode ser calculada usando a lei de Kirchhoff para tensões da seguinte forma:

$$\begin{aligned} V_m &= E - V_{R_1} - V_{R_2} \\ &= 16\text{ V} - (4\text{ mA})(2{,}2\text{ k}\Omega) - (4\text{ mA})(6{,}8\text{ k}\Omega) \\ &= 16\text{ V} - 8{,}8\text{ V} - 27{,}2\text{ V} \\ &= 16\text{ V} - 36\text{ V} = -20\text{ V} \end{aligned}$$

Note a presença do sinal negativo para indicar que a polaridade da tensão υ_L é oposta à definida na Figura 11.39.

A tensão então decai (com a mesma constante de tempo que a corrente i_L) para zero, porque o indutor se comporta como um curto-circuito no estado estacionário.

Portanto, a equação para υ_L é:

$$\upsilon_L = \mathbf{-20\ V}e^{-t/11{,}11\ \mu\text{s}}$$

c) Veja a Figura 11.40. Os valores inicial e final da corrente são assinalados e, em seguida, esboçamos a resposta transitória entre esses valores. Para a tensão, a forma de onda começa e termina em zero, e o valor de pico tem um sinal que depende da polaridade definida para υ_L na Figura 11.39.

Agora, testaremos a validade da equação para i_L, substituindo $t = 0$ para refletir o instante em que a chave é fechada. Temos:

Figura 11.39 Exemplo 11.4.

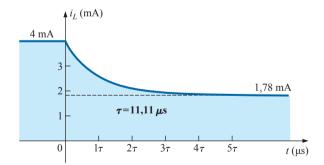
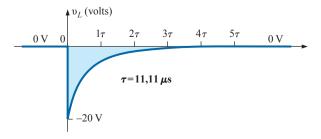



Figura 11.40 i_L e υ_L para o circuito da Figura 11.39.

$$e^{-t/\tau} = e^{-0} = 1$$

e
$$i_L = 1{,}78 \text{ mA} + 2{,}22 \text{ mA}e^{-t/\tau}$$
$$= 1{,}78 \text{ mA} + 2{,}22 \text{ mA} = 4 \text{ mA}$$

Quando $t > 5\tau$, $e^{-t/\tau} \cong 0$

e
$$i_L = 1{,}78 \text{ mA} + 2{,}22 \text{ mA}e^{-t/\tau} = 1{,}78 \text{ mA}$$

11.7 TRANSITÓRIOS EM CIRCUITOS *R-L*: FASE DE DECAIMENTO

Na análise de circuitos *R-C*, observamos que o capacitor pode manter a carga e armazenar energia na forma de um campo elétrico por um período de tempo determinado apenas pela corrente de fuga. Nos circuitos *R-L*, a energia é armazenada na forma de um campo magnético estabelecido pela corrente no indutor. Entretanto, ao contrário do capacitor, um indutor isolado não pode reter a energia armazenada, pois a ausência de um circuito fechado faz com que a corrente caia para zero e perca toda a energia armazenada no campo magnético. Se o circuito *R-L*, visto na Figura 11.41, tivesse chegado ao estado estacionário e a chave fosse rapidamente aberta, provavelmente ocorreria uma centelha entre os contatos, pois a corrente cairia do máximo E/R para zero ampère muito rapidamente. A variação de corrente di/dt na equação $\upsilon_L = L(di/dt)$ induziria uma alta tensão que, em conjunto com a tensão aplicada *E*, apareceria entre os contatos da chave. Esse é o mecanismo usado em sistemas de ignição de automóveis para queimar o combustível nos cilindros. Cerca de 25.000 V são gerados pela rápida queda da corrente na bobina de ignição que ocorre quando o circuito é aberto. (Nos sistemas antigos, as 'pontas' do distribuidor funcionavam como chave.) Essa reação indutiva é significativa quando se considera que a única fonte de tensão independente de um automóvel é uma bateria de 12 V.

Figura 11.41 Ilustração do efeito de abertura de uma chave em série usando um indutor com uma corrente de estado estacionário.

Se a abertura da chave causa uma descarga imediata da energia armazenada, como é possível analisar a fase de decaimento de um circuito *R-L* de maneira detalhada, como fizemos com o circuito *R-C*? A solução está em usar um circuito como o que aparece na Figura 11.42(a). Quando a chave é fechada, a tensão no resistor R_2 é *E* volts, e o ramo *R-L* tem um comportamento idêntico ao descrito anteriormente, com as mesmas formas de onda e os mesmos valores de tensão e de corrente. Um circuito equivalente de Thévenin de *E* em paralelo com R_2 se reduziria apenas à fonte de tensão mostrada na Figura 11.42(b), já que R_2 estaria em curto ao substituir a fonte de tensão por um curto na determinação da resistência de Thévenin.

Depois que a fase de armazenamento termina, o circuito atinge o estado estacionário e a chave pode ser aberta sem que ocorra centelhamento ou descarga instantânea, pois o resistor R_2 oferece um caminho para a corrente i_L. Na verdade, por motivos de clareza, o circuito de descarga foi desenhado separadamente na Figura 11.43. A tensão υ_L no indutor inverte de polaridade e o seu valor é determinado por:

$$\upsilon_L = -(\upsilon_{R_1} + \upsilon_{R_2}) \tag{11.18}$$

Lembre-se de que a tensão no indutor pode variar instantaneamente, mas o mesmo não ocorre com a corrente. O resultado é que a corrente i_L mantém o mesmo valor

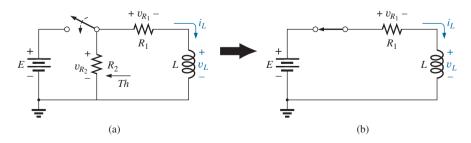



Figura 11.42 Início da fase de armazenamento para o indutor *L* com o fechamento da chave.

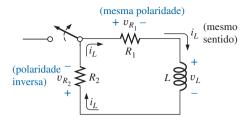



Figura 11.43 O circuito da Figura 11.42 no instante em que a chave é aberta.

e sentido de acordo com a Figura 11.43. Portanto, logo após a abertura da chave, i_L ainda é dada por $I_m = E/R_1$ e:

$$\upsilon_L = -(\upsilon_{R_1} + \upsilon_{R_2}) = -(i_1R_1 + i_2R_2)$$
$$= -\,i_L(R_1 + R_2) = -\frac{E}{R_1}(R_1 + R_2) = -\left(\frac{R_1}{R_1} + \frac{R_2}{R_1}\right)E$$

e $$\boxed{\upsilon_L = -\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)E} \quad \text{carga aberta} \qquad (11.19)$$

que é maior do que E volts em função da razão R_2/R_1. Em outras palavras, quando a chave é aberta, a tensão no indutor tem sua polaridade invertida e cai instantaneamente de E para $-[1 + (R_2/R_1)]E$ volts.

À medida que o indutor libera a energia armazenada, a tensão entre seus terminais diminui, de acordo com a seguinte equação:

$$\boxed{\upsilon_L = -V_i e^{-t/\tau'}} \qquad (11.20)$$

sendo $$V_i = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)E$$

e $$\tau' = \frac{L}{R_T} = \frac{L}{R_1 + R_2}$$

A corrente decai de um máximo de $I_m = E/R_1$ para zero.

Usando a Equação 11.17, temos:

$$I_i = \frac{E}{R_1} \qquad \text{e} \qquad I_f = 0\text{ A}$$

de forma que $$i_L = I_f + (I_i - I_f)e^{-t/\tau'}$$
$$= 0\text{ A} + \left(\frac{E}{R_1} - 0\text{ A}\right)e^{-t/\tau'}$$

e $$\boxed{i_L = \frac{E}{R_1}e^{-t/\tau'}} \qquad (11.21)$$

com $$\tau' = \frac{L}{R_1 + R_2}$$

A expressão matemática para a tensão nos resistores pode ser determinada usando a lei de Ohm:

$$\upsilon_{R_1} = i_{R_1}R_1 = i_L R_1 = \frac{E}{R_1}R_1 e^{-t/\tau'}$$

e $$\boxed{\upsilon_{R_1} = Ee^{-t/\tau'}} \qquad (11.22)$$

A tensão v_{R_1} tem a mesma polaridade durante a fase de armazenamento, pois a corrente i_L tem o mesmo sentido. A tensão v_{R_2} é mostrada a seguir, usando a polaridade definida na Figura 11.42:

$$\upsilon_{R_2} = i_{R_2}R_2 = -i_L R_2 = -\frac{E}{R_1}R_2 e^{-t/\tau'}$$

e $$\boxed{\upsilon_{R_2} = -\frac{R_2}{R_1}Ee^{-t/\tau'}} \qquad (11.23)$$

EXEMPLO 11.5

O resistor R_2 foi acrescentado ao circuito visto na Figura 11.36, como mostra a Figura 11.44.

a) Determine as expressões matemáticas para i_L, υ_L, υ_{R_1} e υ_{R_2} para cinco constantes de tempo na fase de armazenamento.
b) Determine as expressões matemáticas para i_L, υ_L, υ_{R_1} e υ_{R_2} se a chave for aberta após cinco constantes de tempo referentes à fase de armazenamento.
c) Esboce as formas de onda das tensões e das correntes nas fases envolvidas nesse exemplo. Use as polaridades definidas na Figura 11.43.

Soluções:

a) Do Exemplo 11.3:

$$i_L = \mathbf{25\ mA\ (1 - e^{-t/2\ ms})}$$
$$\upsilon_L = \mathbf{50\ Ve^{-t/2\ ms}}$$
$$\upsilon_{R_1} = i_{R_1}R_1 = i_L R_1$$
$$= \left[\frac{E}{R_1}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)\right]R_1$$
$$= E(1 - e^{-t/2\text{ ms}})$$

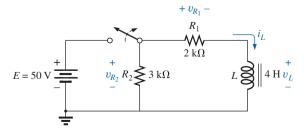



Figura 11.44 Definição das polaridades para υ_{R_1}, υ_{R_2}, υ_L e o sentido da corrente i_L do Exemplo 11.5.

e $\upsilon_{R_1} = \mathbf{50\ V(1 - e^{-t/2\ ms})}$

$\upsilon_{R_2} = E = \mathbf{50\ V}$

b) $$\tau' = \frac{L}{R_1 + R_2} = \frac{4\ \text{H}}{2\ \text{k}\Omega + 3\ \text{k}\Omega} = \frac{4\ \text{H}}{5 \times 10^3\ \Omega}$$

$$= 0{,}8 \times 10^{-3}\ \text{s} = 0{,}8\ \text{ms}$$

De acordo com as equações 11.19 e 11.20:

$$V_i = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)E = \left(1 + \frac{3\ \text{k}\Omega}{2\ \text{k}\Omega}\right)(50\ \text{V}) = 125\ \text{V}$$

e $$\upsilon_L = -V_i e^{-t/\tau'} = \mathbf{-125\ Ve^{-t/0{,}8\ ms}}$$

De acordo com a Equação 11.21:

$$I_m = \frac{E}{R_1} = \frac{50\ \text{V}}{2\ \text{k}\Omega} = 25\ \text{mA}$$

e $$i_L = I_m e^{-t/\tau'} = \mathbf{25\ mAe^{-t/0{,}8\ ms}}$$

De acordo com a Equação 11.22:

$$\upsilon_{R_1} = Ee^{-t/\tau'} = \mathbf{50\ Ve^{-t/0{,}8\ ms}}$$

De acordo com a Equação 11.23:

$$\upsilon_{R_2} = -\frac{R_2}{R_1}Ee^{-t/\tau'} = -\frac{3\ \text{k}\Omega}{2\ \text{k}\Omega}(50\ \text{V})e^{-t/\tau'}$$

$$= \mathbf{-75\ Ve^{-t/0{,}8\ ms}}$$

c) Veja a Figura 11.45.

Na análise anterior, considerou-se que as condições de estado estacionário foram estabelecidas durante a fase de carga e que $I_m = E/R_1$, com $\upsilon_L = 0$ V. Entretanto, se a chave do circuito mostrado na Figura 11.42 for aberta antes de i_L alcançar o seu valor máximo, a equação para o decaimento da corrente do circuito visto na Figura 11.42 tem de mudar para:

$$i_L = I_i e^{-t/\tau'} \qquad (11.24)$$

onde I_i é a corrente de partida ou inicial. A tensão nos terminais da bobina é definida como:

$$\upsilon_L = -V_i e^{-t/\tau'} \qquad (11.25)$$

com: $$V_i = I_i(R_1 + R_2)$$

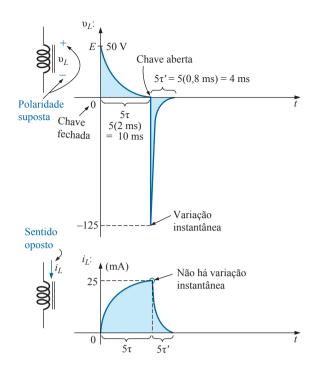
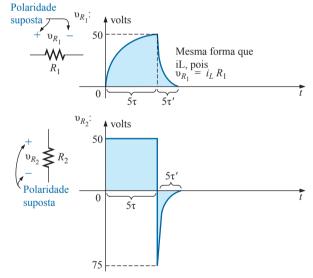



Figura 11.45 Diversos valores de tensão e de corrente para o circuito visto na Figura 11.44.

11.8 EQUIVALENTE DE THÉVENIN: $\tau = L/R_{Th}$

Vimos no Capítulo 10, cujo tema eram os capacitores, que nem todos os circuitos possuem uma configuração simples como se vê na Figura 11.31. A solução é determinar o circuito equivalente de Thévenin antes de proceder da mesma forma descrita neste capítulo. Considere o exemplo a seguir.

EXEMPLO 11.6

Considerando o circuito visto na Figura 11.46:

a) Determine a expressão matemática para o comportamento transitório da corrente i_L e da tensão υ_L depois de fecharmos a chave ($I_i = 0$ mA).

b) Desenhe as formas de onda para cada uma delas.

Soluções:

a) Aplicando o teorema de Thévenin ao indutor de 80 mH (veja a Figura 11.47), temos:

$$R_{Th} = \frac{R}{N} = \frac{20\text{ k}\Omega}{2} = 10\text{ k}\Omega$$

Aplicando a regra dos divisores de tensão (veja a Figura 11.48), obtemos:

$$E_{Th} = \frac{(R_2 + R_3)E}{R_1 + R_2 + R_3}$$
$$= \frac{(4\text{ k}\Omega + 16\text{ k}\Omega)(12\text{ V})}{20\text{ k}\Omega + 4\text{ k}\Omega + 16\text{ k}\Omega} = \frac{(20\text{ k}\Omega)(12\text{ V})}{40\text{ k}\Omega} = 6\text{ V}$$

O circuito equivalente de Thévenin é mostrado na Figura 11.49. Usando a Equação 11.13, temos:

$$i_L = \frac{E_{Th}}{R}(1 - e^{-t/\tau})$$
$$\tau = \frac{L}{R_{Th}} = \frac{80 \times 10^{-3}\text{ H}}{10 \times 10^{3}\,\Omega} = 8 \times 10^{-6}\text{ s} = 8\,\mu s$$
$$I_m = \frac{E_{Th}}{R_{Th}} = \frac{6\text{ V}}{10 \times 10^{3}\,\Omega} = 0{,}6 \times 10^{-3}\text{ A} = 0{,}6\text{ mA}$$

e $\quad i_L = \mathbf{0{,}6\ mA(1 - e^{-t/8\,\mu s})}$

Usando a Equação 11.15, temos:

$$\upsilon_L = E_{Th}e^{-t/\tau}$$

de forma que $\quad \upsilon_L = \mathbf{6\ V e^{-t/8\,\mu s}}$

b) Veja a Figura 11.50.

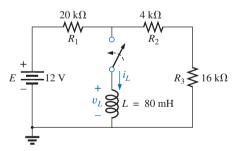



Figura 11.46 Exemplo 11.6.

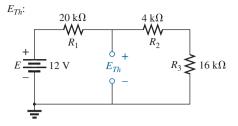



Figura 11.48 Determinação de E_{Th} para o circuito da Figura 11.46.

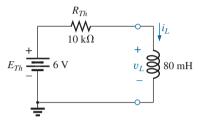



Figura 11.49 Circuito equivalente de Thévenin resultante para o circuito da Figura 11.46.

EXEMPLO 11.7

A chave S_1 do circuito visto na Figura 11.51 foi mantida fechada por um longo tempo. Em $t = 0$ s, S_1 é aberta e, no mesmo instante, S_2 é fechada para evitar que a corrente no indutor seja interrompida.

a) Determine a corrente inicial no indutor. Preste atenção no sentido da corrente.

b) Determine a expressão matemática para a corrente i_L depois que a chave S_2 é fechada.

c) Esboce a forma de onda de i_L.

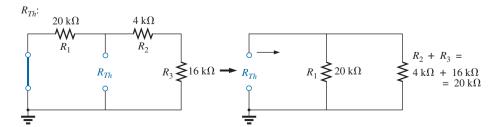



Figura 11.47 Determinando R_{Th} para o circuito da Figura 11.46.

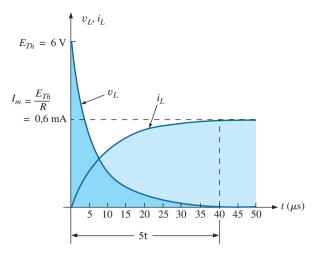



Figura 11.50 Formas de onda resultantes de i_L e υ_L para o circuito da Figura 11.46.

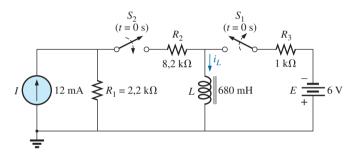



Figura 11.51 Exemplo 11.7.

Soluções:

a) Usando a lei de Ohm, a corrente inicial no indutor é calculada por:

$$I_i = -\frac{E}{R_3} = -\frac{6\text{ V}}{1\text{ k}\Omega} = -6\text{ mA}$$

b) Aplicando o teorema de Thévenin, temos:

$$R_{Th} = R_1 + R_2 = 2,2\text{ k}\Omega + 8,2\text{ k}\Omega = 10,4\text{ k}\Omega$$
$$E_{Th} = IR_1 = (12\text{ mA})\,(2,2\text{ k}\Omega) = 26,4\text{ V}$$

O circuito equivalente de Thévenin aparece na Figura 11.52.

A corrente no estado estacionário pode ser determinada substituindo-se o indutor por um curto-circuito:

$$I_f = \frac{E}{R_{Th}} = \frac{26,4\text{ V}}{10,4\text{ k}\Omega} = 2,54\text{ mA}$$

A constante de tempo é dada por:

$$\tau = \frac{L}{R_{Th}} = \frac{680\text{ mH}}{10,4\text{ k}\Omega} = 65,39\ \mu s$$

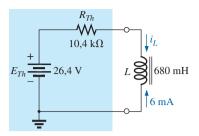



Figura 11.52 Circuito equivalente de Thévenin para o circuito da Figura 11.51 para $t \geq 0$ s.

Aplicando a Equação 11.17, temos:

$$\begin{aligned} i_L &= I_f + (I_i - I_f)e^{-t/\tau} \\ &= 2,54\text{ mA} + (-6\text{ mA} - 2,54\text{ mA})e^{-t/65,39\ \mu s} \\ &= \mathbf{2,54\ mA - 8,54\ mA}\,e^{-t/65,39\ \mu s} \end{aligned}$$

c) Observe a Figura 11.53.

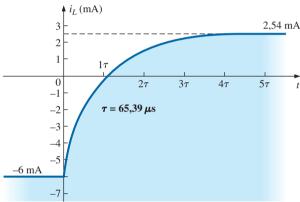



Figura 11.53 Corrente i_L para o circuito da Figura 11.51.

11.9 VALORES INSTANTÂNEOS

A análise apresentada na Seção 10.8 para circuitos capacitivos pode ser aplicada também aos circuitos *R-L* para determinar os valores instantâneos de tensão, corrente e tempo. Os valores instantâneos de qualquer tensão ou de qualquer corrente podem ser determinados pela simples substituição de *t* por um valor numérico na equação apropriada e pelo uso de uma calculadora ou tabela para determinar o valor do termo exponencial.

A semelhança entre as equações

$$\upsilon_C = V_f + (V_i + V_f)e^{-t/\tau}$$

e

$$i_L = I_f + (I_i - I_f)e^{-t/\tau}$$

permite deduzir a seguinte expressão para *t*, que é idêntico ao método que usamos para obter a Equação 10.23:

$$t = \tau \log_e \frac{(I_i - I_f)}{(i_L - I_f)} \quad \text{(segundos, s)} \qquad (11.26)$$

Para a outra forma, a equação $\upsilon_C = Ee^{-t/\tau}$ é praticamente idêntica a $\upsilon_L = Ee^{-t/\tau} = V_i e^{-t/\tau}$, o que permite uma dedução similar àquela empregada para obter a Equação 10.23:

$$t = \tau \log_e \frac{V_i}{\upsilon_L} \quad \text{(segundos, s)} \qquad (11.27)$$

Para a tensão υ_R, $V_i = 0$ V e $V_f = EV$ tendo em vista que $\upsilon_R = E(1 - e^{-t/\tau})$. O cálculo de t resulta em:

$$t = \tau \log_e \left(\frac{E}{E - \upsilon_R}\right)$$

ou

$$t = \tau \log_e \left(\frac{V_f}{V_f - \upsilon_R}\right) \quad \text{(segundos, s)} \qquad (11.28)$$

11.10 TENSÃO INDUZIDA MÉDIA: υL_{av}

Em um esforço para desenvolver a noção do impacto de uma derivada em uma equação, o valor médio foi definido para capacitores na Seção 10.10, e uma série de gráficos para a corrente foi desenvolvida para uma tensão aplicada. No caso dos indutores, uma relação similar existe entre a tensão induzida através de uma bobina e da corrente através da bobina. Para os indutores, a tensão induzida média é definida por:

$$\upsilon_{L_{av}} = L\frac{\Delta i_L}{\Delta t} \quad \text{(volts, V)} \qquad (11.29)$$

onde Δ indica uma variação finita (mensurável) na corrente ou no tempo. A Equação 11.12 para a tensão instantânea através de uma bobina pode ser derivada da Equação 11.29, deixando que V_L vá decrescendo até desaparecer. Isto é,

$$\upsilon_{L_{\text{inst}}} = \lim_{\Delta t \to 0} L\frac{\Delta i_L}{\Delta t} = L\frac{di_L}{dt}$$

No exemplo a seguir, a variação na corrente Δi_L é considerada para cada inclinação da forma de onda da corrente. *Se a corrente aumenta com o tempo, a corrente média é a variação na corrente dividida pela variação no tempo, com um sinal positivo. Se a corrente diminui com o tempo, um sinal negativo é aplicado*. Observe no exemplo que, quanto mais rápido a corrente variar com o tempo, maior será a tensão induzida através da bobina. Ao fazer os cálculos, não se esqueça de multiplicar pela indutância da bobina. Indutâncias maiores resultam em níveis maiores de tensão induzida para a mesma variação na corrente através da bobina.

EXEMPLO 11.8

Determine a forma de onda da tensão média no indutor de 4 mH, considerando que a corrente no indutor varia com o tempo conforme mostra a Figura 11.54.

Soluções:

a) *De 0 a 2 ms:* Como a corrente no indutor não varia, a tensão induzida é nula; ou seja:

$$\upsilon_L = L\frac{\Delta i}{\Delta t} = L\frac{0}{\Delta t} = \mathbf{0\ V}$$

b) *De 2 a 4 ms:*

$$\upsilon_L = L\frac{\Delta i}{\Delta t} = (4 \times 10^{-3}\ \text{H})\left(\frac{10 \times 10^{-3}\ \text{A}}{2 \times 10^{-3}\ \text{s}}\right)$$
$$= 20 \times 10^{-3}\ \text{V} = \mathbf{20\ mV}$$

c) *De 4 a 9 ms:*

$$\upsilon_L = L\frac{\Delta i}{\Delta t} = (-4 \times 10^{-3}\ \text{H})\left(\frac{10 \times 10^{-3}\ \text{A}}{5 \times 10^{-3}\ \text{s}}\right)$$
$$= -8 \times 10^{-3}\ \text{V} = \mathbf{-8\ mV}$$

d) *9 ms a ∞:*

$$\upsilon_L = L\frac{\Delta i}{\Delta t} = L\frac{0}{\Delta t} = \mathbf{0\ V}$$

A forma de onda da tensão média no indutor é mostrada na Figura 11.55. Note a partir da curva que:

a tensão no indutor não é determinada somente pelo valor da variação na corrente através do indutor (Δi), mas também pela taxa de variação da corrente no indutor (Δi/Δt).

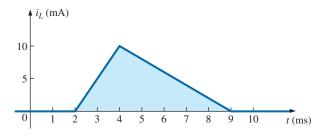



Figura 11.54 Corrente i_L a ser aplicada à bobina de 4 mH no Exemplo 11.8.

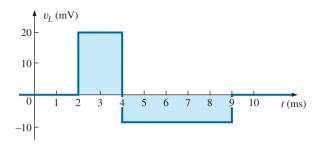



Figura 11.55 Tensão em um indutor de 4 mH devido à corrente mostrada na Figura 11.54.

Uma afirmação semelhante foi feita para a corrente em um capacitor devido à variação da tensão sobre o capacitor.

Um exame cuidadoso da Figura 11.55 também revela que a área sob o pulso positivo, de 2 a 4 ms, é igual à área sob o pulso negativo, de 4 a 9 ms. Na Seção 11.13, veremos que as áreas sob as curvas representam a energia armazenada ou a energia fornecida pelo indutor. De 2 a 4 ms, o indutor está armazenando energia, enquanto de 4 a 9 ms ele está devolvendo ao circuito a energia armazenada. Durante todo o período, de 0 a 10 ms, a energia é simplesmente armazenada e devolvida; não há nenhuma dissipação como a que ocorre em elementos resistivos. Durante um ciclo completo, o capacitor e o indutor ideais não consomem energia, mas simplesmente a armazenam e a devolvem em suas respectivas formas.

11.11 INDUTORES EM SÉRIE E EM PARALELO

Os indutores, assim como resistores e capacitores, podem ser conectados em série ou em paralelo. Podemos obter valores maiores de indutância ligando indutores em série e valores menores ligando indutores em paralelo.

No caso de indutores em série, a indutância total é calculada da mesma forma que a resistência total para resistores ligados em série (veja a Figura 11.56).

$$L_T = L_1 + L_2 + L_3 + \ldots + L_N \tag{11.30}$$

No caso de indutores em paralelo, a indutância total é calculada da mesma forma que a resistência total para resistores ligados em paralelo (veja a Figura 11.57):

$$\frac{1}{L_T} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3} + \ldots + \frac{1}{L_N} \tag{11.31}$$

Para dois indutores em paralelo:

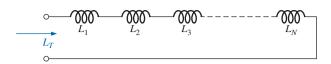



Figura 11.56 Indutores em série.

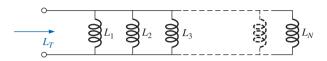



Figura 11.57 Indutores em paralelo.

$$L_T = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2} \tag{11.32}$$

EXEMPLO 11.9

Reduza o circuito da Figura 11.58 à sua forma mais simples.

Solução:

Os indutores L_2 e L_3 possuem valores idênticos e estão em paralelo, o que resulta em uma indutância equivalente de:

$$L'_T = \frac{L}{N} = \frac{1{,}2\text{ H}}{2} = 0{,}6\text{ H}$$

O indutor de 0,6 H resultante está em paralelo com o indutor de 1,8 H, e:

$$L''_T = \frac{(L'_T)(L_4)}{L'_T + L_4} = \frac{(0{,}6\text{ H})(1{,}8\text{ H})}{0{,}6\text{ H} + 1{,}8\text{ H}} = 0{,}45\text{ H}$$

O indutor L_1 está em série com o indutor equivalente paralelo e, portanto:

$$L_T = L_1 + L''_T = 0{,}56\text{ H} + 0{,}45\text{ H} = \mathbf{1{,}01\text{ H}}$$

O circuito reduzido equivalente aparece na Figura 11.59.

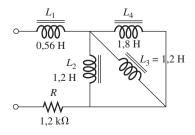



Figura 11.58 Exemplo 11.9.

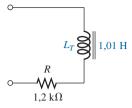



Figura 11.59 Circuito equivalente ao da Figura 11.58.

11.12 CONDIÇÕES EM ESTADO ESTACIONÁRIO

Descobrimos na Seção 11.5 que, para fins práticos, um indutor ideal (ignorando-se a resistência interna e as capacitâncias parasitas) pode ser substituído por um curto-circuito equivalente, uma vez que condições de estado estacionário tenham sido estabelecidas. Lembre-se de que o termo *estado estacionário* implica que os níveis de tensão e de corrente atingiram seu valor de descanso final e não mudarão mais, a não ser que uma mudança seja feita na tensão aplicada ou na configuração do circuito. Para todos os fins práticos, nosso pressuposto é o de que condições de estado estacionário foram estabelecidas após a passagem de cinco constantes de tempo da fase de armazenamento ou de decaimento.

Para o circuito na Figura 11.60(a), por exemplo, se presumirmos que as condições de estado estacionário foram estabelecidas, o indutor poderá ser removido e substituído por um curto-circuito equivalente, como mostra a Figura 11.60(b). O curto-circuito equivalente anula o efeito do resistor de 3 Ω, e a corrente I_1 é determinada por:

$$I_1 = \frac{E}{R_1} = \frac{10\text{ V}}{2\ \Omega} = \mathbf{5\ A}$$

Para o circuito na Figura 11.61(a), o equivalente do estado estacionário é como mostra a Figura 11.61(b). Dessa vez, o resistor R_1 está curto-circuitado, e os resistores R_2 e R_3 aparecem agora em paralelo. O resultado é:

$$I = \frac{E}{R_2 \parallel R_3} = \frac{21\text{ V}}{2\ \Omega} = \mathbf{10{,}5\ A}$$

Aplicando a regra do divisor de corrente, temos:

$$I_1 = \frac{R_3 I}{R_3 + R_2} = \frac{(6\ \Omega)(10{,}5\text{ A})}{6\ \Omega + 3\ \Omega} = \frac{63}{9}\text{A} = \mathbf{7\ A}$$

Nos exemplos a seguir, presumimos que as condições de estado estacionário tenham sido estabelecidas.

EXEMPLO 11.10

Determine a corrente I_L e a tensão V_C para o circuito na Figura 11.62.

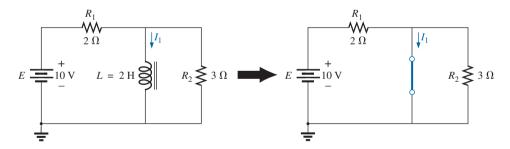



Figura 11.60 Substituição do curto-circuito equivalente pelo indutor para t > 5τ.

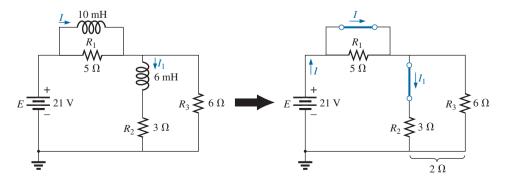



Figura 11.61 Estabelecimento do circuito equivalente para t > 5τ.

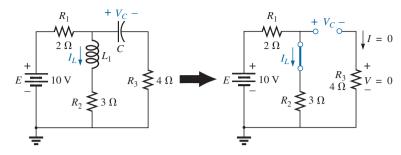



Figura 11.62 Exemplo 11.10.

Solução:

$$I_L = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{10\ \text{V}}{5\ \Omega} = \mathbf{2\ A}$$

$$V_C = \frac{R_2 E}{R_2 + R_1} = \frac{(3\ \Omega)(10\ \text{V})}{3\ \Omega + 2\ \Omega} = \mathbf{6\ V}$$

EXEMPLO 11.11

Determine as correntes I_1 e I_2 e as tensões V_1 e V_2 para o circuito na Figura 11.63.

Solução:

Observe a Figura 11.64.

$$I_1 = I_2$$

$$= \frac{E}{R_1 + R_3 + R_5} = \frac{50\ \text{V}}{2\ \Omega + 1\ \Omega + 7\ \Omega} = \frac{50\ \text{V}}{10\ \Omega} = \mathbf{5\ A}$$

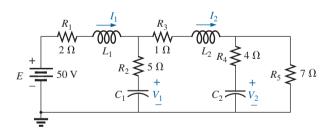



Figura 11.63 Exemplo 11.11.

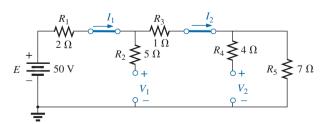



Figura 11.64 Substituição dos curtos-circuitos equivalentes para os indutores e dos circuitos abertos equivalentes para o capacitor para t > 5τ.

$$V_2 = I_2 R_5 = (5\ \text{A})\ (7\ \Omega) = \mathbf{35\ V}$$

Aplicando a regra do divisor de tensão, temos:

$$V_1 = \frac{(R_3 + R_5)E}{R_1 + R_3 + R_5} = \frac{(1\ \Omega + 7\ \Omega)(50\ \text{V})}{2\ \Omega + 1\ \Omega + 7\ \Omega} = \frac{(8\ \Omega)(50\ \text{V})}{10\ \Omega}$$

$$= \mathbf{40\ V}$$

11.13 ENERGIA ARMAZENADA POR UM INDUTOR

O indutor ideal, assim como o capacitor ideal, não dissipa a energia elétrica que recebe. No caso do indutor ideal, essa energia é armazenada em um campo magnético. As curvas de tensão, corrente e potência de um indutor são mostradas na Figura 11.65 durante a fase em que o campo magnético nas proximidades de um indutor está aumentando. A energia armazenada é representada pela região sombreada sob a curva da potência. Usando métodos de integração para determinar a área sob a curva, concluímos que:

$$W_{\text{armazenada}} = \frac{1}{2} L I_m^2 \quad \text{(joules, J)} \tag{11.33}$$

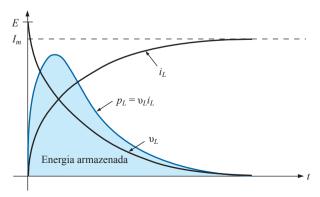



Figura 11.65 Curva da potência para um elemento indutivo na fase transitória.

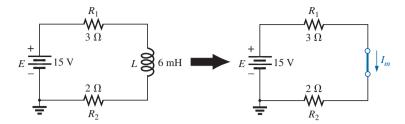



Figura 11.66 Exemplo 11.12.

EXEMPLO 11.12

Calcule a energia armazenada pelo indutor no circuito da Figura 11.66 quando a corrente no circuito alcança o valor final.

Solução:

$$I_m = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{15\text{ V}}{3\,\Omega + 2\,\Omega} = \frac{15\text{ V}}{5\,\Omega} = 3\text{ A}$$

$$W_{\text{armazenada}} = \frac{1}{2}LI_m^2 = \frac{1}{2}\left(6 \times 10^{-3}\text{ H}\right)\left(3\text{ A}\right)^2$$

$$= \frac{54}{2} \times 10^{-3}\text{ J} = \mathbf{27\text{ mJ}}$$

11.14 APLICAÇÕES

Lâmpada do flash de uma câmera

O indutor desempenha uma importante função, tanto no circuito de acionamento da lâmpada de flash de uma câmera quanto no filtro de linha (protetor de surtos) descrito na seção Aplicações, do Capítulo 10, que aborda os capacitores. No caso da câmera, ele representa um componente importante responsável pelo *spike* de tensão de alto valor que acontece entre os terminais da bobina de disparo, cujo valor é aumentado no secundário do autotransformador para gerar os 4.000 V necessários para disparar a lâmpada do flash. Lembre-se de que o capacitor em paralelo com a bobina de disparo é carregado com 300 V através do caminho de baixa resistência proporcionado pelo SCR. Entretanto, uma vez que o capacitor esteja totalmente carregado, o curto-circuito para GND, proporcionado pelo SCR, é removido, e o capacitor começa imediatamente a ser descarregado através da bobina de disparo. Visto que a única resistência, considerada na constante de tempo para o circuito indutivo, é a resistência de valor relativamente baixo da própria bobina, a corrente através dessa bobina cresce a uma velocidade muito alta. Uma tensão significativa surge entre os terminais da bobina, conforme define a Equação 11.12: $\upsilon_L = L(di_L/dt)$. Essa tensão, por sua vez, é aumentada pela ação do transformador no enrolamento secundário do autotransformador, disparando a lâmpada do flash. A tensão alta gerada nos terminais da bobina de disparo também aparece diretamente entre os terminais do capacitor do circuito de disparo. O resultado é que ele começa a ser carregado novamente até que a tensão gerada entre os terminais da bobina caia a zero. Entretanto, quando ela cai, o capacitor é novamente descarregado através da bobina, estabelecendo uma nova corrente de carga através dela, e novamente surge uma tensão através da bobina. A alta frequência da troca de energia entre a bobina e o capacitor é denominada *flyback* devido à rápida troca de energia entre os elementos armazenadores. Esse processo começa a decair com o tempo por causa dos elementos resistivos na malha. Quanto maior essa resistência, mais rápido o decaimento. Se um capacitor e um indutor emparelhados fossem isolados e 'estimulados' com a aplicação de uma tensão CC, a tensão de alta frequência gerada poderia ser mantida e ter uma aplicação. Na realidade, esse é o efeito *flyback* utilizado para gerar uma tensão contínua estacionária (usando a retificação para converter a tensão oscilante em tensão contínua estacionária) que é normalmente usada em TVs.

Dimmer para residências

Os indutores podem ser encontrados em uma grande variedade de equipamentos eletrônicos comuns de uso doméstico. O dimmer residencial típico usa um indutor para proteger os outros componentes e a carga aplicada de correntes 'rápidas' — correntes que aumentam com velocidades muito altas e, frequentemente, com valores excessivamente altos. Essa característica é particularmente importante para os dimmers, já que eles são bastante usados para controlar a intensidade luminosa de uma lâmpada incandescente. Quando o dimmer é ligado, como a resistência da lâmpada incandescente é tipicamente muito baixa, as correntes relativamente altas podem fluir por curtos períodos de tempo até que o filamento da lâmpada se aqueça. O indutor também é eficiente no bloqueio de ruído de alta frequência (interferência de radiofrequência) gerado pela ação de comutação do TRIAC usado no dimmer. Um capacitor também é normalmente incluído na fase para o neutro para evitar quaisquer *spikes* de tensão que possam afetar o funcionamento do dimmer e da carga (lâmpada etc.) e ajudar na supressão de distúrbios de radiofrequência.

Uma foto de um dos dimmers mais comuns é mostrada na Figura 11.67(a), e a visão interna é representada na Figura 11.67(b). Os componentes básicos da maioria dos dimmers comerciais disponíveis aparecem no esquema mostrado na Figura 11.67(c). Nesse projeto, usou-se um indutor de 14,5 μH com a capacidade de 'bloqueio' descrita acima, e um capacitor de 0,068 μF com a função de *bypass* (desvio). Observe o tamanho do indutor com o seu fio grosso, o núcleo ferromagnético grande e o tamanho relativamente grande dos dois capacitores 0,068 μF. Ambos sugerem que foram projetados para absorver distúrbios de alta energia.

O funcionamento geral do dimmer é mostrado na Figura 11.68. O circuito de controle está em série com a lâmpada, e atua essencialmente como uma impedância (como a resistência, tema a ser introduzido no Capítulo 15) que pode variar entre valores muito baixos e muito altos: impedâncias de valores muito baixos se assemelham a um curto-circuito, de maneira que a maior parte da tensão aplicada aparece entre os terminais da lâmpada (veja a Figura 11.68(a)), e impedâncias muito altas se aproximam de um circuito aberto no qual uma pequena tensão aparece entre os terminais da lâmpada (veja a Figura 11.68(b)). Valores intermediários de impedância controlam consequentemente a tensão de saída sobre a lâmpada. Por exemplo, se o circuito de controle tem uma impedância muito alta (equivalente a um circuito aberto) durante a metade de um ciclo, conforme visto na Figura 11.68(c), o brilho da lâmpada será menor do que se tivesse a tensão máxima, porém, não será 50 por cento devido à relação não linear

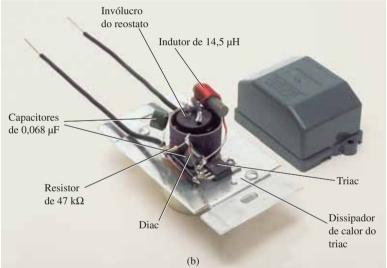
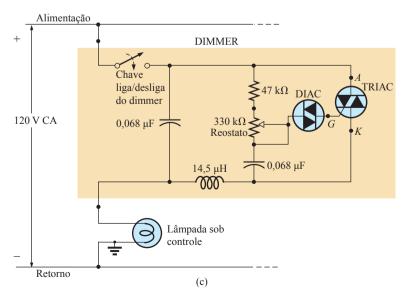



Figura 11.67 Dimmer: (a) aparência externa; (b) construção interna; (c) esquema.

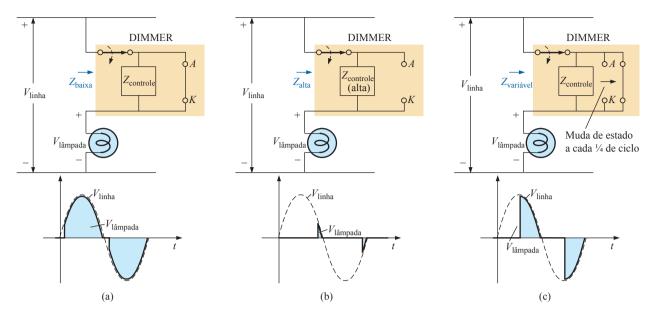



Figura 11.68 Funcionamento básico do dimmer visto na Figura 11.67: (a) tensão máxima na lâmpada; (b) aproximação do ponto de corte da tensão na lâmpada; (c) iluminação reduzida na lâmpada.

entre o brilho da lâmpada e a tensão aplicada. Também está presente um efeito de atraso na operação desse dimmer, mas esse assunto tem de esperar até que os circuitos de avanço e de atraso sejam analisados nos capítulos que tratam de corrente alternada.

O botão de controle, do tipo deslizante ou de outro tipo, que é usado na parte frontal do dimmer para controlar a intensidade da luz, e é conectado diretamente no reostato no ramo paralelo ao triac. O ajuste desse botão determina quando a tensão entre os terminais do capacitor alcança um valor suficientemente alto para ligar o diac (um diodo bidirecional) e estabelecer uma tensão na porta (G) do triac para ligá-lo. Quando isso acontece, o triac proporciona um caminho de baixa impedância do anodo (A) para o catodo (K), e assim a tensão aplicada aparece diretamente entre os terminais da lâmpada. Durante o período em que o SCR está desligado, a resistência entre anodo e catodo é muito alta, podendo ser considerada praticamente como um circuito aberto. Durante esse período, a tensão aplicada não alcança a carga (lâmpada). Durante tais intervalos, a impedância do ramo paralelo que contém o reostato, o resistor de valor fixo e o capacitor é suficientemente alta se comparada à da carga que também pode ser ignorada, completando o circuito aberto equivalente em série com a carga. Observe a localização dos elementos na foto, vista na Figura 11.67(b), e o fato de que a placa de metal na qual o triac está conectado é, na realidade, um dissipador de calor do dispositivo. A chave *liga/desliga* está no mesmo compartimento que o reostato. O projeto completo é certamente bem planejado, de maneira a manter um tamanho relativamente pequeno para o dimmer.

Como os esforços até aqui foram feitos simplesmente para controlar a quantidade de potência na carga, uma pergunta é feita frequentemente: Por que não usamos simplesmente um reostato em série com a lâmpada? Essa questão é respondida mais adequadamente ao analisar o circuito da Figura 11.69, que mostra um simples circuito com um reostato em série com a lâmpada. Na potência máxima, uma lâmpada de 60 W e 120 V tem teoricamente uma resistência interna de $R = V^2/P$ (a partir da equação $P = V^2/R$) = (120 V)^2/60 W = 240 Ω. Embora a resistência dependa da tensão aplicada, consideraremos esse valor nos cálculos a seguir.

Se considerarmos o caso em que o reostato seja ajustado para o mesmo valor de resistência da lâmpada, como mostra a Figura 11.69, teremos 60 V sobre o reostato e sobre a lâmpada. A potência em cada elemento será $P = V^2/R$ = (60 V)^2/240 Ω = 15 W. Certamente, a lâmpada terá

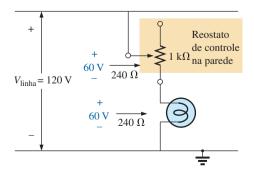



Figura 11.69 Controle direto, via reostato, do brilho de uma lâmpada de 60 W.

uma intensidade luminosa menor, mas o reostato estará dissipando continuamente 15 W de potência. Quando consideramos o tamanho de um potenciômetro de 2 W usado em laboratório, podemos imaginar o tamanho do reostato que seria necessário para 15 W, sem mencionar o custo, embora a maior preocupação fosse provavelmente o aquecimento ao qual a parede ficaria exposta. Estaríamos certamente pagando pelo consumo de uma energia elétrica que não estaria realizando nenhuma função útil. Além disso, se tivermos quatro reostatos ajustados no mesmo ponto, estaremos na realidade desperdiçando energia suficiente para ligar uma outra lâmpada de 60 W.

Existem situações, especialmente quando a luminosidade é ajustada no dimmer em um valor bem baixo, em que um 'zumbido' de baixa intensidade, proveniente da lâmpada, pode ser escutado. Esse efeito acontece algumas vezes quando o período de condução do dimmer é muito curto. Os pulsos curtos e repetitivos de tensão aplicados à lâmpada a colocariam em uma condição que poderia se assemelhar a um estado de ressonância (veja o Capítulo 20). Os pulsos curtos são suficientes para aquecer o filamento e a sua estrutura de sustentação, então os pulsos são removidos, permitindo o esfriamento do filamento por um período de tempo relativamente longo. Esse ciclo de aquecimento e de resfriamento repetitivo pode colocar o filamento em movimento, por isso é possível escutar um 'zumbido' em um ambiente silencioso. Consequentemente, quanto maior o filamento, maior o 'zumbido'. Outro requisito para que esse efeito ocorra é que o filamento esteja na forma de uma bobina, não de um fio reto.

11.15 ANÁLISE COMPUTACIONAL

PSpice

Resposta transitória *RL*. Essa análise computacional iniciará com análise da fase transitória de um circuito com elementos indutivos em paralelo, conforme mostra a Figura 11.70. Os indutores são encontrados na biblioteca **ANALOG** na caixa de diálogo **Place Part**. Como se pode ver na Figura 11.70, o indutor aparece com um ponto em uma das extremidades da bobina. O ponto é definido por uma convenção que é usada quando duas ou mais bobinas têm uma indutância mútua, tópico que será discutido em detalhes no Capítulo 22. Nesse exemplo, não há efeitos mútuos presumidos, de maneira que os pontos não têm efeito sobre essa investigação. Entretanto, para esse software, o ponto é sempre colocado próximo do terminal 1 do indutor. Se você trouxer o indicador controlado pelo mouse para perto da extremidade da bobina **L1** com o ponto, o resultado será o seguinte: **[/L1/1Number:1]**. O número é importante porque definirá qual gráfico queremos ver na resposta do ensaio posterior. Quando os indutores são colocados na tela, eles têm de ser girados 270°, o que pode ser obtido com a sequência **Rotate-Mirror Vertically**.

Note, também na Figura 11.70, a necessidade de um resistor R_1 em série com a malha de indutores em paralelo. No PSpice, os indutores têm de ter um resistor em série para refletir as condições reais. Entretanto, o valor escolhido de 1 mΩ é muito pequeno para que não afete a resposta do sistema. No caso da função **VPulse** (obtida

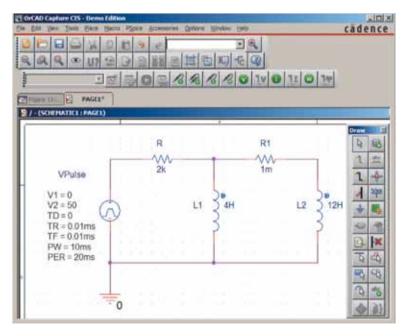



Figura 11.70 Uso do PSpice para obter a resposta transitória relativa a um pulso de 50 V de um circuito com indutores em paralelo.

da SOURCE Library), o tempo de subida foi ajustado em 0,01 ms, e a largura do pulso, em 10 ms, pois a constante de tempo do circuito é $\tau = L_T/R$ = (4 H ‖ 12 H)/2 kΩ = 1,5 ms e 5τ = 7,5 ms.

A simulação é realizada da mesma forma que foi feita para obter a resposta transitória de circuitos capacitivos. De uma forma resumida, a sequência para obter um gráfico da tensão entre os terminais do enrolamento em função do tempo é a seguinte: **New SimulationProfile** botão-**PSpice 11-1-Create TimeDomain(Transient)-Run to time:**10ms-**Start saving data after:**0s e **Maximum step size:**5µs-**OK-Run PSpice** botão-**Add Trace** botão--**V(L2)-OK**. O resultado desses passos aparece na parte inferior da Figura 11.71. Um tamanho máximo de degrau de 5 µs foi escolhido para garantir que ele seja menor que o tempo de subida ou de descida, que é de 10 µs. Note que a tensão entre os terminais da bobina salta para 50 V quase imediatamente; em seguida, decai para 0 V durante aproximadamente 8 ms. Um gráfico da corrente total através das bobinas em paralelo pode ser obtido por meio de **Plot-Plot to Window-**botão **Add Trace-I(R)-OK**, gerando o gráfico que aparece na parte superior da Figura 11.71. Quando o gráfico aparece pela primeira vez, a escala vertical se estendia de 0 A a 30 mA, ainda que o valor máximo de i_R fosse 25 mA. Para colocar o valor máximo na extremidade do gráfico, **Plot** foi selecionado seguido de **Axis Settings-Y Axis-User Defined-0A to 25mA-OK**.

Para obter os valores, o gráfico de tensão foi selecionado, **SEL>>**, seguido do botão **Toggle cursor** e um clique na tela para fazer aparecer a pequena cruz. Um clique no botão esquerdo do mouse no ponto correspondente a uma constante de tempo de 1,5 µs revela um valor de 18,24 V para **A1** (cerca de 36,5 por cento do máximo, conforme definido pela curva exponencial). Um clique com o botão direito do mouse em 7,5 ms, ou cinco constantes de tempo, resulta no valor relativamente baixo de 0,338 V para **A2**.

Resposta transitória com condições iniciais. A próxima aplicação comprovará os resultados obtidos no Exemplo 11.4, que apresenta uma condição inicial associada ao elemento indutivo. A função **VPulse** é empregada novamente com os parâmetros que aparecem na Figura 11.72. Como $\tau = L/R$ = 100 mH/(2,2 kΩ + 6,8 kΩ) = 100 mH/9 kΩ = 11,11 µs e 5τ = 55,55 µs, a largura de pulso (**PW**) foi ajustada em 100 µs. Os tempos de subida e de descida foram ajustados em 100 µs/1000 = 0,1 µs.

O ajuste das condições iniciais para o indutor requer um procedimento que ainda não foi descrito. Primeiro, dê um duplo clique no símbolo do indutor para obter a caixa de diálogo **Property Editor**. Em seguida, selecione **Parts** na parte inferior da caixa de diálogo e selecione **New Column** para obter a caixa de diálogo **Add New Column**. Abaixo de **Name** digite **IC** (uma abreviação de 'condição inicial' — e não de 'corrente capacitiva') seguida pela condição inicial de 4 mA abaixo de **Value**; em seguida, clique em **OK**. A caixa de diálogo **Property Editor** aparece novamente, mas agora a condição inicial aparece como uma **New Column** na listagem horizontal dedicada ao elemento indutivo. Agora selecione **Display** para obter a caixa de diálogo **Display Properties**, e abaixo de **Display Format** escolha **Name and Value**, de forma que tanto **IC** quanto **4 mA** apareçam. Clique em **OK** para retornar à caixa de diálogo **Property Editor**. Finalmente, clique em **Apply** e feche a caixa de diálogo (**X**). O resultado é mostrado na Figura 11.72 para o elemento indutivo.

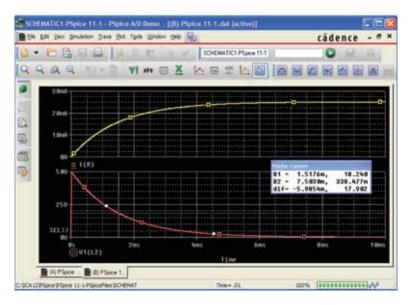



Figura 11.71 Resposta transitória de υ_L e i_R para o circuito mostrado na Figura 11.70.

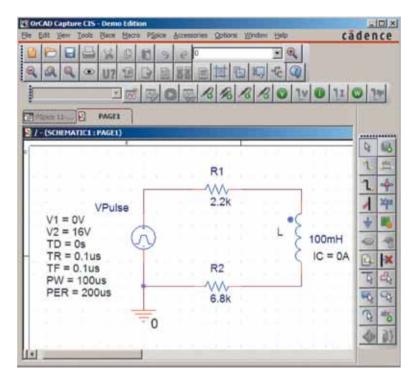



Figura 11.72 Uso do PSpice para determinar a resposta transitória para um circuito no qual o elemento indutivo apresente uma condição inicial.

Agora, realizaremos a simulação. Primeiro acione o botão **New Simulation Profile**, digite o nome **PSpice 11-3**, seguido do botão **Create**. Então, na caixa de diálogo **Simulations Settings**, selecione **Time Domain(Transient)** em **Analysis type** e **General Settings** em **Options**. O **Run to time** deve ser de 200 μs, de maneira que possamos ver o efeito completo da fonte de pulso na resposta transitória. O **Start saving data after** deve ser mantido em 0 s e o **Maximum step size** deve ser de 200 μs/1000 = 200 ns. Clique em **OK** e, em seguida, acione o botão **Run PSpice**. O resultado deve ser uma tela com um eixo *x* que se estende de 0 a 200 μs. Selecione **Trace** para obter a caixa de diálogo **Add Traces** e então selecione **I(L)** seguido do botão **OK**, o que resultará na tela mostrada na Figura 11.73. O gráfico para **I(L)** começa nitidamente no valor de 4 mA, e então decai para 1,78 mA, conforme definido

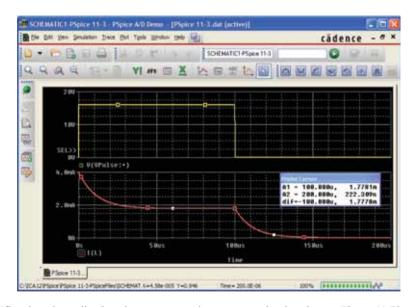



Figura 11.73 Gráfico do pulso aplicado e da corrente resultante para o circuito visto na Figura 11.72.

por um clique com o botão esquerdo do mouse. Um clique com o botão direito do mouse revela que a corrente caiu para 0,222 μA (essencialmente 0 A), após a fonte de pulso ter caído para 0 V por 100 μs. A forma de onda da fonte **VPulse** foi colocada na mesma figura por **Plot-Add to Window-Trace-Add Trace-V(Vpulse:+)-OK** para possibilitar uma comparação entre a tensão aplicada e a corrente resultante no indutor.

Multisim

A resposta transitória de um circuito *R-L* também pode ser obtida usando o Multisim. O circuito a ser analisado é mostrado na Figura 11.74, com uma fonte de pulso de tensão para simular o fechamento de uma chave em $t = 0$ s. A fonte **PULSE_VOLTAGE** é encontrada sob a família **SIGNAL_VOLTAGE SOURCE**. Quando colocada na tela, ela aparece com um rótulo, uma tensão inicial, um degrau de tensão e um valor de frequência. Todos esses parâmetros podem ser alterados por meio de um duplo clique no símbolo da fonte para obter a caixa de diálogo. Conforme mostra a Figura 11.74, o **Pulsed Value** é ajustado em 20 V e o **Delay Time** em 0 s. O **Rise Time** e o **Fall Time** devem ser mantidos com os valores default de 1 ns. Nessa análise, queremos uma largura de pulso (**Pulse Width**) que seja pelo menos duas vezes o período transitório de 5τ do circuito. No caso dos valores escolhidos para R e L, $\tau = L/R = 10 \text{ mH}/100 \ \Omega = 0{,}1 \text{ ms} = 100 \ \mu\text{s}$. O período transitório de 5τ é, portanto, 500 μs ou 0,5 ms. Assim, um **Pulse Width** de 1 ms seria adequado com um **Period** de 2 ms. Como consequência, a frequência é $f = 1/T = 1/2 \text{ ms} = 500$ Hz. Quando o valor do indutor é configurado em 10 mH usando um procedimento definido em capítulos anteriores, um valor inicial para a corrente do indutor também pode ser estabelecido sob o título de **Additional SPICE Simulation Parameters**. Nesse caso, tendo em vista que ele não faz parte da nossa análise, foi configurado para 0 A, como mostra a Figura 11.74. Quando todos foram configurados e selecionados, os parâmetros da fonte de pulso aparecem como mostra a Figura 11.74. Em seguida, o resistor, o indutor e o terra são colocados na tela para completar o circuito.

O processo de simulação é iniciado pela seguinte sequência: **Simulate-Analyses-Transient Analysis**. Como resultado, abre-se a caixa de diálogo na qual a aba **Analysis Parameters** é escolhida primeiro. Em **Parameters**, coloque 0 s para **Start time** e 4 ms (4E-3) para **End time**, de maneira que teremos na tela dois ciclos completos da tensão aplicada. Após habilitar o **Maximum time step settings (TMAX)**, ajustamos o **Minimum number of time points** em 1.000 para ter uma boa resolução para o gráfico durante a rápida variação do período transitório. Em seguida, a aba **Output variables** tem de ser selecionada para que o programa saiba quais os valores das tensões e das correntes de interesse. Do lado esquerdo da caixa de diálogo, está a lista de variáveis (**Variables**), que têm de ser definidas para o circuito. Do lado direito, está a lista de **Selected variables for analysis**. Entre essas duas listas, podem ser vistos os botões **Add** e **Remove**. Para mover uma variável da coluna da esquerda para a da direita, simplesmente selecione-a na coluna da esquerda e acione o botão **Add**. Ela então aparecerá na coluna da direita. Para os nossos propósitos, parece-nos apropriado que plotemos ambos, a tensão aplicada e a tensão entre os terminais da bobina, assim **V(1)** e **V(2)** têm de ser movidos para a coluna da direita. Em seguida, ative **Simulate**, e a janela intitulada **Grapher View** aparecerá com os gráficos selecionados conforme mostra a Figura 11.74. Clique no botão **Show/Hide Grid** (uma grade em vermelho sobre um

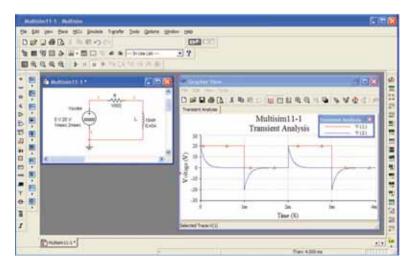



Figura 11.74 Uso do Multisim para obter a resposta transitória de um circuito indutivo.

plano cartesiano em preto) e as linhas de grade aparecerão. Em seguida, acione o botão **Show/Hide Legend** imediatamente à direita, resultando na pequena caixa de diálogo **Transient Analysis** que identifica as cores associadas a cada tensão nodal. Nesse caso, vermelho é a cor da tensão aplicada e azul é a cor da tensão através da bobina.

A fonte de tensão aparece conforme o esperado, com amplitude de 20 V, ciclo de trabalho de 50 por cento e período de 2 ms. A tensão sobre a bobina salta imediatamente para 20 V e, em seguida, começa a decair até 0 V em aproximadamente 0,5 ms, conforme previsto. Quando a fonte de tensão cai para zero, a tensão sobre a bobina tem a polaridade invertida para manter a corrente fluindo na mesma direção no circuito indutivo. Lembre-se de que, para uma bobina, a tensão pode variar instantaneamente, porém, o indutor 'bloqueia' qualquer variação instantânea na corrente. Com a reversão da polaridade, a tensão sobre a bobina garante a mesma polaridade de tensão sobre o resistor e, portanto, o mesmo sentido para a corrente através da bobina e do circuito.

PROBLEMAS

Seção 11.2 Campo magnético

1. Considerando o eletroímã na Figura 11.75:
   a) Determine a densidade de fluxo em Wb/m².
   b) Qual é a densidade de fluxo em teslas?
   c) Qual é a força magnetomotriz aplicada?
   d) Qual seria a leitura do medidor na Figura 11.14 em gauss?

Seção 11.3 Indutância

2. Para o indutor na Figura 11.76, determine a indutância L em henries.
3. **a)** Repita o Problema 2 com um núcleo ferromagnético com $\mu_r = 500$.
   b) Como a nova indutância se relaciona com a antiga? Como ela se relaciona com o valor de μ_r?
4. Para o indutor na Figura 11.77, determine a indutância aproximada L em henries.
5. Um indutor com núcleo de ar tem uma indutância total de 4,7 mH.
   a) Qual é a indutância, se a única mudança é um aumento do número de espiras por um fator de três?
   b) Qual é a indutância, se a única mudança é um aumento do comprimento por um fator de três?
   c) Qual é a indutância, se a área for dobrada, o comprimento cortado pela metade e o número de espiras dobrado?
   d) Qual é a indutância, se área, comprimento e número de espiras forem cortados pela metade e um núcleo ferromagnético com μ_r de 1.500 for inserido?
6. Qual é a indutância e a faixa de valores esperados para um indutor com o seguinte rótulo?
   a) 392 K
   b) azul cinza preto J
   c) 47 k
   d) marrom verde vermelho K

Seção 11.4 Tensão induzida υ_L

7. Se o fluxo em uma bobina de 50 espiras varia a uma taxa de 120 mW/s, qual é a tensão induzida através da bobina?
8. Determine a taxa de variação do fluxo em uma bobina se 20 V são induzidos através de uma bobina de 200 espiras.
9. Quantas espiras terá uma bobina se 42 mV forem induzidos através da bobina por uma variação no fluxo de 3 mW/s?
10. Determine a tensão induzida através de uma bobina de 22 mH se a taxa de variação da corrente através da bobina for:
    a) 1 A/s
    b) 1 mA/ms
    c) 2 mA/10 μs

Figura 11.75 Problema 1.

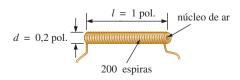



Figura 11.76 Problemas 2 e 3.

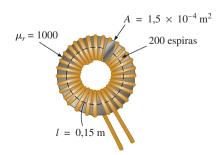



Figura 11.77 Problema 4.

Seção 11.5 Transitórios em circuitos *R-L*: fase de armazenamento

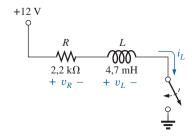
11. Para o circuito da Figura 11.78, composto de valores-padrão:
- **a)** Determine a constante de tempo.
- **b)** Escreva a expressão matemática para a corrente i_L após a chave ser fechada.
- **c)** Repita o item (b) para υ_L e υ_R.
- **d)** Determine i_L e υ_L em uma, três e cinco constantes de tempo.
- **e)** Esboce as formas de onda de i_L, υ_L e υ_R.

12. Para o circuito da Figura 11.79, composto de valores-padrão:
- **a)** determine τ;
- **b)** escreva uma equação matemática para a corrente i_L após a chave ser fechada em $t = 0$ s;
- **c)** escreva as equações matemáticas para υ_L e υ_R após a chave ser fechada em $t = 0$ s;
- **d)** determine i_L e υ_L em $t = 1\tau$, 3τ e 5τ;
- **e)** esboce as formas de onda de i_L, υ_L e υ_R durante a fase de armazenamento.

13. Dada a fonte de 18 V, use os valores-padrão para projetar um circuito com a resposta da Figura 11.80.

Seção 11.6 Valores iniciais

14. Considerando o circuito da Figura 11.81:
- **a)** Escreva as expressões matemáticas para a corrente i_L e para a tensão υ_L após a chave ser fechada. Preste atenção no valor e no sentido da corrente inicial.
- **b)** Esboce as formas de onda de i_L e υ_L para o período entre o instante em que a chave é fechada e aquele em que o circuito atinge o estado estacionário.

15. Nesse problema, o efeito da reversão da corrente inicial é investigado. O circuito na Figura 11.82 é o mesmo que aparece na Figura 11.81, com a única mudança sendo o sentido da corrente inicial.
- **a)** Escreva as expressões matemáticas para a corrente i_L e para a tensão υ_L seguindo o fechamento da chave. Atente para a polaridade definida para υ_L e o sentido de i_L.
- **b)** Esboce a forma de onda de i_L e υ_L para o período inteiro do valor inicial ao nível de estado estacionário.
- **c)** Compare os resultados com aqueles do Problema 14.

16. Considerando o circuito na Figura 11.83:
- **a)** Escreva as expressões matemáticas para a corrente i_L e a tensão υ_L após a chave ser fechada. Preste atenção no valor e no sentido da corrente inicial.
- **b)** Esboce as formas de onda de i_L e υ_L para o período entre o instante em que a chave é fechada e aquele em que o circuito atinge o estado estacionário.

***17.** Considerando o circuito na Figura 11.84:
- **a)** Escreva as expressões matemáticas para a corrente i_L e a tensão υ_L após a chave ser fechada. Preste atenção no valor e no sentido da corrente inicial.
- **b)** Esboce as formas de onda de i_L e υ_L para o período inteiro do valor inicial até o circuito atingir o estado estacionário.

Figura 11.80 Problema 13.

Figura 11.78 Problema 11.

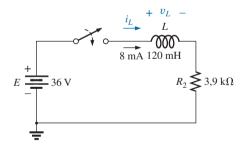



Figura 11.81 Problemas 14 e 49.

Figura 11.79 Problema 12.

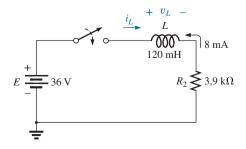



Figura 11.82 Problema 15.

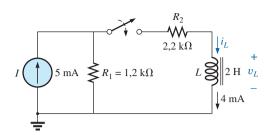



Figura 11.83 Problema 16.

Figura 11.84 Problema 17.

Figura 11.86 Problema 19.

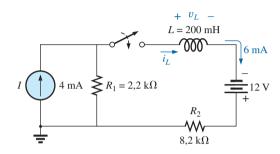



Figura 11.87 Problema 20.

Seção 11.7 Transitórios em circuitos *R-L*: fase de decaimento

18. Considerando o circuito da Figura 11.85:

a) determine as expressões matemáticas para a corrente i_L e para a tensão v_L quando a chave é fechada.

b) repita o item (a) se a chave for aberta após a passagem de cinco constantes de tempo.

c) esboce as formas de onda para os itens (a) e (b) no mesmo gráfico.

***19.** Considerando o circuito da Figura 11.86:

a) escreva uma expressão matemática para a corrente i_L e para a tensão v_L após a chave ser fechada.

b) repita a parte (a) se as chaves forem operadas em $t = 1$ μ*s*.

c) esboce as formas de onda das partes (a) e (b) no mesmo conjunto de eixos.

***20.** Considerando o circuito da Figura 11.87:

a) determine as expressões matemáticas para a corrente i_L e para a tensão v_L após a chave ser fechada.

b) determine as expressões matemáticas para i_L e v_L se a chave for aberta após um período de cinco constantes de tempo.

c) esboce as formas de onda de i_L e v_L para os períodos de tempo definidos pelas partes (a) e (b).

d) esboce a forma de onda para a tensão através de R_2 para o mesmo período de tempo compreendido por i_L e v_L. Atente para as polaridades definidas e para os sentidos na Figura 11.87.

Seção 11.8 Equivalente de Thévenin: $\tau = L/R_{Th}$

21. Para a Figura 11.88:

a) determine as expressões matemáticas para i_L e v_L seguindo o fechamento da chave;

b) determine i_L e v_L após uma constante de tempo.

22. Dada a Figura 11.89:

a) determine as expressões matemáticas para i_L e v_L seguindo o fechamento da chave;

b) determine i_L e v_L em $t = 100$ ns.

***23.** Considerando a Figura 11.90:

a) Determine as expressões matemáticas para i_L e v_L seguindo o fechamento da chave. Observe o sentido definido para i_L e polaridade para v_L.

Figura 11.85 Problema 18.

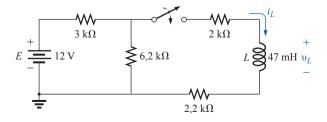



Figura 11.88 Problemas 21 e 50.

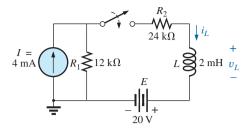



Figura 11.89 Problema 22.

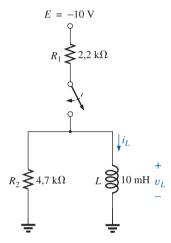



Figura 11.90 Problema 23.

b) Calcule i_L e υ_L em $t = 10$ µs.
c) Escreva as expressões matemáticas para a corrente i_L e para a tensão υ_L se a chave for aberta em $t = 10$ µs.
d) Esboce as formas de onda de i_L e υ_L para as partes (a) e (c).

***24.** Considerando o circuito na Figura 11.91, a chave está fechada em $t = 0$ s.
a) Determine υ_L em $t = 25$ ms.
b) Determine υ_L em $t = 1$ ms.
c) Calcule υ_{R_1} em $t = 1\tau$.
d) Determine o tempo necessário para a corrente i_L alcançar 100 mA.
e) Qual é o efeito do resistor de 470 Ω? Explique.

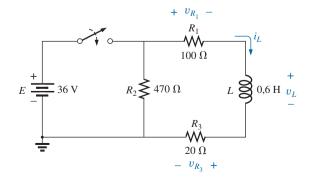



Figura 11.91 Problema 24.

***25.** A chave na Figura 11.92 esteve aberta por um longo tempo. Ela é então fechada em $t = 0$ s.
a) Escreva a expressão matemática para a corrente i_L e para a tensão υ_L após a chave ser fechada.
b) Esboce a forma de onda de i_L e υ_L do valor inicial até o circuito atingir o estado estacionário.

***26.** **a)** Determine as expressões matemáticas para i_L e para υ_L seguindo o fechamento da chave na Figura 11.93. Os valores de estado estacionário de i_L e υ_L são estabelecidos antes de a chave ser fechada.
b) Determine i_L e υ_L após duas constantes de tempo da fase de armazenamento.
c) Escreva as expressões matemáticas para a corrente i_L e para a tensão υ_L se a chave estiver aberta no instante definido pela parte (b).
d) Esboce as formas de onda de i_L e υ_L para as partes (a) e (c).

***27.** A chave para o circuito na Figura 11.94 esteve fechada por mais ou menos 1 h. Ela é então aberta no tempo definido como $t = 0$ s.
a) Determine o tempo exigido para a corrente i_L cair para 10 µA.
b) Calcule a tensão υ_L em $t = 10$ µs.
c) Calcule υ_L em $t = 5\tau$.

***28.** A chave na Figura 11.95 esteve fechada por um longo tempo. Ela é então aberta em $t = 0$ s.
a) Escreva a expressão matemática para a corrente i_L e para a tensão υ_L após a chave ser aberta.
b) Esboce a forma de onda de i_L e de υ_L do valor inicial até o circuito atingir o estado estacionário.

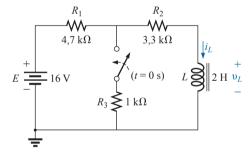



Figura 11.92 Problema 25.

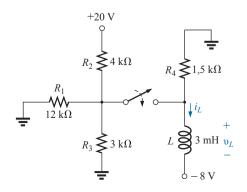



Figura 11.93 Problema 26.

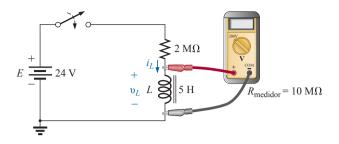



Figura 11.94 Problema 27.

Figura 11.96 Problema 31.

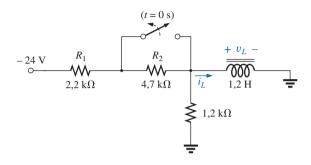
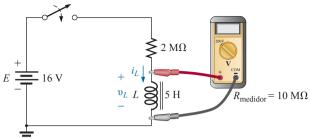



Figura 11.95 Problema 28.

Seção 11.9 Valores instantâneos

29. Levando em consideração que $i_L = 100$ mA$(1 - e^{-t/20\text{ ms}})$:
- **a)** determine i_L em $t = 1$ ms;
- **b)** determine i_L em $t = 100$ ms;
- **c)** calcule o tempo t quando i_L for igual a 50 mA;
- **d)** calcule o tempo t quando i_L for igual a 99 mA.

30. **a)** Se a corrente medida para um indutor durante a fase de armazenamento é 126,4 μA após um período de uma constante de tempo ter passado, qual é o nível máximo de corrente a ser atingida?
- **b)** Quando a corrente da parte (a) alcançar 160 μA, 64,4 μs terão se passado. Determine a constante de tempo do circuito.
- **c)** Se a resistência do circuito é 500 Ω, qual é o valor do indutor em série para estabelecer a corrente da parte (a)? A indutância resultante é um valor-padrão?
- **d)** Qual é a tensão de saída da fonte necessária?

31. O circuito na Figura 11.96 emprega um DMM com uma resistência interna de 10 MΩ no modo do voltímetro. A chave está fechada em $t = 0$ s.
- **a)** Determine a tensão através da bobina no instante após a chave ser fechada.
- **b)** Qual é o valor final da corrente i_L?
- **c)** Quanto tempo tem de passar antes que i_L chegue a 10 μA?
- **d)** Qual é a leitura do voltímetro em $t = 12$ μs?

Seção 11.10 Tensão induzida média: $\upsilon_{L_{av}}$

32. Determine a forma de onda para a tensão induzida através de uma bobina de 200 mH se a corrente através da bobina é como mostra a Figura 11.97.

33. Determine a forma de onda para a tensão induzida através de uma bobina de 5 mH se a corrente pela bobina é como mostra a Figura 11.98.

***34.** Determine a forma de onda para a corrente de uma bobina de 10 mH se a tensão através da bobina segue o padrão da Figura 11.99. A corrente i_L é 4 mA em $t = 0^-$ s.

Seção 11.11 Indutores em série e em paralelo

35. Determine a indutância total do circuito na Figura 11.100.

36. Determine a indutância total para o circuito da Figura 11.101.

37. Reduza o circuito na Figura 11.102 ao menor número possível de componentes.

38. Reduza o circuito na Figura 11.103 ao menor número possível de elementos.

39. Reduza o circuito da Figura 11.104 ao menor número possível de elementos.

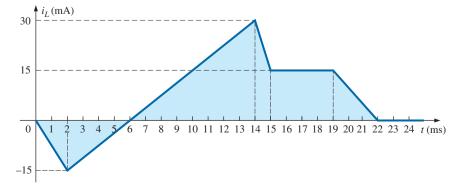



Figura 11.97 Problema 32.

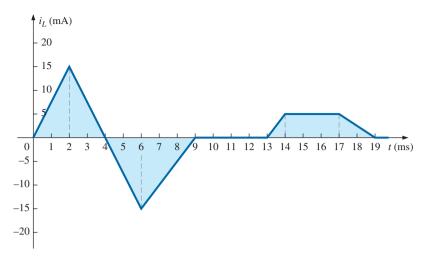



Figura 11.98 Problema 33.

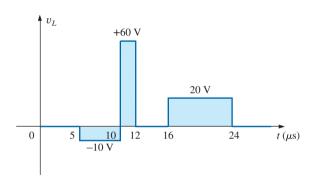



Figura 11.99 Problema 34.

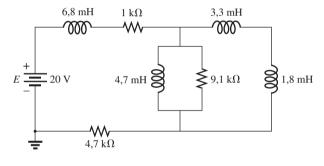



Figura 11.102 Problema 37.

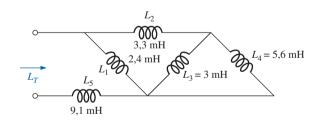



Figura 11.100 Problema 35.

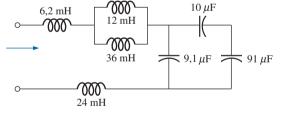



Figura 11.103 Problema 38.

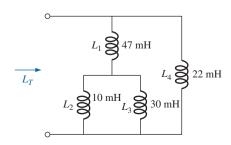



Figura 11.101 Problema 36.

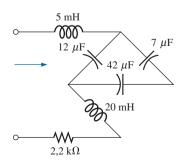



Figura 11.104 Problema 39.

***40.** Considerando o circuito na Figura 11.105:

a) Escreva as expressões matemáticas para as tensões υ_L e υ_R e para a corrente i_L se a chave for fechada em $t = 0$ s.

b) Esboce as formas de onda de υ_L, υ_R e i_L.

***41.** Considerando o circuito na Figura 11.106:

a) escreva as expressões matemáticas para a tensão υ_L e para a corrente i_L se a chave for fechada em $t = 0$ s. Atente para o υ_L exigido;

b) esboce as formas de onda de υ_L e i_L.

***42.** Considerando o circuito na Figura 11.107:

a) Determine as expressões matemáticas para a tensão υ_L e para a corrente i_L seguindo o fechamento da chave.

b) Esboce as formas de onda de υ_L e i_L obtidas na parte (a).

c) Determine a expressão matemática para a tensão υ_{L_3} seguindo o fechamento da chave, e esboce sua forma de onda.

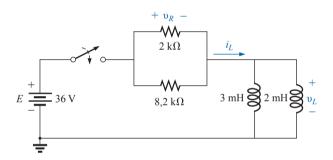



Figura 11.105 Problema 40.

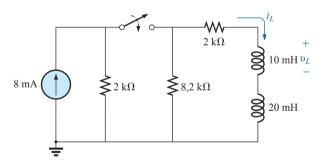



Figura 11.106 Problema 41.

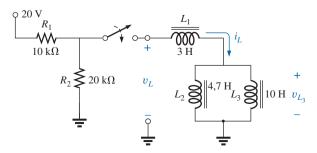



Figura 11.107 Problema 42.

Seção 11.12 Condições em estado estacionário

43. Determine as correntes de estado estacionário I_1 e I_2 para o circuito na Figura 11.108.

44. Determine as correntes e tensões de estado estacionário para o circuito na Figura 11.109.

45. Determine as correntes e as tensões de estado estacionário para o circuito na Figura 11.110 após a chave ser fechada.

46. Determine as correntes e tensões em estado estacionário indicadas para o circuito na Figura 11.111.

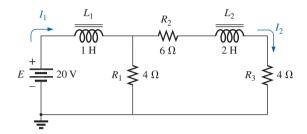



Figura 11.108 Problema 43.

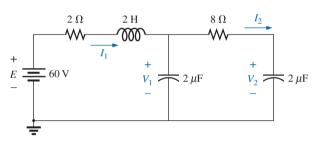



Figura 11.109 Problema 44.

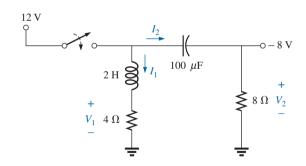



Figura 11.110 Problema 45.

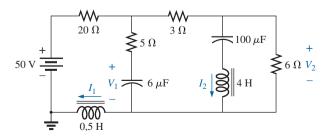



Figura 11.111 Problema 46.

Seção 11.15 Análise computacional

47. Usando PSpice ou Multisim, verifique os resultados do Exemplo 11.3.

48. Usando PSpice ou Multisim, verifique os resultados do Exemplo 11.4.

49. Usando PSpice ou Multisim, determine a solução para o Problema 14.

50. Usando PSpice ou Multisim, determine a solução para o Problema 21.

51. Usando PSpice ou Multisim, verifique os resultados do Exemplo 11.8.

GLOSSÁRIO

Choke: Termo usado frequentemente como referência a um indutor, em função da sua capacidade de se opor às variações na corrente que o atravessa.

Densidade de fluxo magnético (*B*): Medida do fluxo por unidade de área perpendicular às linhas de campo. Sua unidade de medida é dada por Tesla (T) ou webers por metro quadrado (Wb/m^2).

Eletromagnetismo: Efeitos magnéticos resultantes do fluxo de cargas ou de corrente.

Força magnetomotriz (fmm) ($\mathscr{F}$): 'Pressão' necessária para estabelecer um fluxo magnético em um material ferromagnético. É medida em ampères-espiras (Ae).

Ímã permanente: Materiais como o aço ou o ferro que se mantêm magnetizados por longos períodos de tempo sem a ajuda de uma fonte externa.

Indutância (*L*): Medida da capacidade de um indutor de se opor a qualquer variação na corrente que o atravessa e de armazenar energia na forma de campo magnético na região em torno do indutor.

Indutor (bobina): Componente fundamental de sistemas elétricos constituído de um grupo de espiras de fio em torno de um núcleo de material ferromagnético ou de ar.

Lei circuital de Ampère: Lei segundo a qual a soma algébrica das elevações e das quedas da força magnetomotriz (fmm) em uma malha fechada de um circuito magnético é igual a zero.

Lei de Faraday: Lei que relaciona a tensão induzida em um indutor ao número de espiras da bobina e à taxa de variação do fluxo magnético no seu interior.

Lei de Lenz: Lei segundo a qual um efeito induzido sempre se opõe à causa que o produziu.

Linhas de campo: Linhas de natureza contínua que revelam a intensidade e a orientação do campo magnético.

Materiais diamagnéticos: Materiais que têm permeabilidades um pouco menores que a do espaço livre.

Materiais ferromagnéticos: Materiais cuja permeabilidade é centenas ou até milhares de vezes maior que a do espaço livre.

Materiais paramagnéticos: Materiais cuja permeabilidade é um pouco maior que a do espaço livre.

Permeabilidade (μ): Medida da facilidade com que um campo magnético pode se estabelecer em um material. É medida em Wb/A·m.

Permeabilidade relativa (μ_r): Razão entre a permeabilidade de um material e a do espaço livre.

Circuitos magnéticos

Objetivos

- Tomar conhecimento das similaridades entre a análise de circuitos magnéticos e a análise de circuitos elétricos.
- Desenvolver uma compreensão clara dos parâmetros importantes de um circuito magnético e entender como determinar cada quantidade para uma série de configurações de circuitos magnéticos.
- Perceber a razão pela qual uma compreensão clara dos parâmetros de circuitos magnéticos é um componente importante no projeto de sistemas eletroeletrônicos.

12.1 INTRODUÇÃO

Os efeitos magnéticos e eletromagnéticos exercem um papel importante no projeto de uma ampla gama de sistemas eletroeletrônicos em uso atualmente. Motores, geradores, transformadores, alto-falantes, relés, equipamentos médicos e mecanismos de todos os tipos dependem de efeitos magnéticos para funcionar de maneira apropriada. A resposta e as características de cada um têm impacto sobre os níveis de corrente e de tensão do sistema, além de influenciar a eficiência do design, o tamanho resultante, entre outros aspectos importantes.

Felizmente, há uma grande semelhança entre a análise de circuitos elétricos e a de circuitos magnéticos. O fluxo magnético de circuitos magnéticos tem propriedades muito similares às da corrente de circuitos elétricos. Como mostra a Figura 11.15, ele tem um sentido e um caminho fechado. A magnitude do fluxo estabelecido é uma função direta da **força magnetomotriz** aplicada, e resulta em uma dualidade com os circuitos elétricos que faz com que a corrente resultante seja uma função da magnitude da tensão aplicada. O fluxo estabelecido também está inversamente relacionado à oposição estrutural do caminho magnético da mesma maneira que a corrente, em um circuito, está inversamente relacionada à resistência do circuito. Todas essas similaridades são usadas na análise para esclarecer a abordagem.

Uma das dificuldades associadas com o estudo de circuitos magnéticos é que três sistemas diferentes de unidades são comumente usados na indústria. Tanto o fabricante quanto a aplicação e o tipo de componente têm impacto sobre qual sistema é usado. Na medida da praticidade, o sistema SI será aplicado ao longo do capítulo. Referências aos sistemas CGS e Inglês exigem o uso do Apêndice E.

12.2 CAMPO MAGNÉTICO

A distribuição do campo magnético em torno de um ímã permanente ou de um **eletroímã** foi abordada em detalhes no Capítulo 11. Lembre-se de que linhas de fluxo buscam ser o mais curtas possível e tomar o caminho com a permeabilidade mais alta. A **densidade de fluxo** é definida como mostramos a seguir (a Equação 11.1 é repetida aqui por conveniência):

$$B = \frac{\Phi}{A} \qquad \begin{aligned} B &= \text{Wb/m}^2 = \text{teslas (T)} \\ \Phi &= \text{webers (Wb)} \\ A &= \text{m}^2 \end{aligned} \qquad (12.1)$$

A 'pressão' sobre o sistema para que se estabeleçam linhas magnéticas de força é determinada pela força magnetomotriz aplicada, que está diretamente relacionada ao número de espiras e à corrente da bobina magnetizante, como mostra a equação a seguir (a Equação 11.3 é repetida aqui por conveniência):

$$\mathscr{F} = NI \qquad \begin{aligned} \mathscr{F} &= \text{ampère-espiras (Ae)} \\ N &= \text{espiras (e)} \\ I &= \text{ampères (A)} \end{aligned} \qquad (12.2)$$

O nível de fluxo magnético estabelecido em um núcleo ferromagnético é uma função direta da permeabilidade do material. **Materiais ferromagnéticos** têm um nível muito alto de **permeabilidade**, enquanto materiais não magnéticos, como o ar e a madeira, têm níveis muito baixos. A razão da permeabilidade do material em relação ao ar é chamada de **permeabilidade relativa**, e é definida pela equação a seguir (a Equação 11.5 é repetida aqui por conveniência:

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} \qquad \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ Wb/A} \cdot \text{m} \qquad (12.3)$$

Como mencionado no Capítulo 11, os valores de μ_r não são fornecidos em um formato de tabela porque o valor é determinado pelas outras quantidades do circuito magnético. Mude a força magnetomotriz, e a permeabilidade relativa mudará também.

12.3 RELUTÂNCIA

A resistência de um material ao fluxo de cargas (corrente) é dada pela equação:

$$R = \rho \frac{l}{A} \qquad (\text{ohms}, \Omega)$$

A **relutância** de um material à tentativa de estabelecer um fluxo magnético no seu interior é dada pela seguinte equação:

$$\mathscr{R} = \frac{l}{\mu A} \qquad (\text{rels, ou Ae/Wb}) \qquad (12.4)$$

onde $\mathscr{R}$ é a relutância, l é o comprimento do caminho magnético e A é a área da seção transversal. O A nas unidades Ae/Wb é o número de espiras do enrolamento aplicado. Na próxima seção, voltaremos a falar a respeito do número de ampères-espiras (Ae). Note que tanto a resistência quanto a relutância são inversamente proporcionais à área e, portanto, um aumento da área resulta na redução de cada um e *aumento* da corrente ou do fluxo magnético. No caso de aumento no comprimento, acontece o oposto, e o efeito desejado é reduzido. Entretanto, a relutância é inversamente proporcional à permeabilidade magnética, enquanto a resistência é diretamente proporcional à resistividade. Quanto maior for μ ou menor for ρ, menor serão a relutância e a resistência, respectivamente. Portanto, é claro que materiais de alta permeabilidade como os ferromagnéticos apresentam relutâncias muito pequenas e valores elevados de fluxo magnético através do núcleo. Não existe uma unidade oficial para a relutância, embora o *rel* e o Ae/Wb sejam normalmente usados.

12.4 LEI DE OHM PARA CIRCUITOS MAGNÉTICOS

Lembre-se da equação:

$$\text{Efeito} = \frac{\text{causa}}{\text{oposiÁ‚o}}$$

que apareceu no Capítulo 4, quando introduzimos a lei de Ohm para circuitos elétricos. No caso dos circuitos magnéticos, o efeito desejado é o fluxo magnético, Φ. A causa é a **força magnetomotriz (fmm)** $\mathscr{F}$, que representa a força externa (ou 'pressão') necessária para estabelecer as linhas de **fluxo magnético** no interior do material. A propriedade que se opõe à criação do fluxo magnético Φ é a relutância $\mathscr{R}$. Substituindo, temos:

$$\Phi = \frac{\mathscr{F}}{\mathscr{R}} \qquad (12.5)$$

Tendo em vista que $\mathscr{F} = NI$, a Equação 12.5 mostra claramente que um aumento do número de espiras ou da intensidade da corrente no enrolamento na Figura 12.1 provoca aumento da 'pressão' do sistema para estabelecer as linhas de fluxo através do núcleo.

Embora existam muitas semelhanças entre os circuitos elétricos e os magnéticos, é preciso ter em mente que o fluxo magnético Φ é uma variável 'de movimento' como a corrente em um circuito elétrico. O fluxo magnético é estabelecido no núcleo graças a alterações na estrutura atômica do núcleo, devido a uma pressão externa e não é uma medida de movimento de partículas carregadas através dele.

12.5 FORÇA MAGNETIZANTE

A força magnetomotriz por unidade de comprimento é chamada de **força magnetizante** (H). Em forma de equação, temos:

$$H = \frac{\mathscr{F}}{l} \qquad (\text{Ae/m}) \qquad (12.6)$$

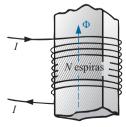



Figura 12.1 Fatores que contribuem para a força magnetomotriz.

Substituindo pela força magnetomotriz, temos:

$$H = \frac{NI}{l} \quad \text{(Ae/m)} \qquad (12.7)$$

No caso do circuito magnético visto na Figura 12.2, se $NI = 40$ Ae e $I = 0{,}2$ m, temos:

$$H = \frac{NI}{l} = \frac{40\ \text{Ae}}{0{,}2\ \text{m}} = 200\ \text{Ae/m}$$

Esse resultado mostra que existem 200 A de 'pressão' para estabelecer um fluxo magnético no núcleo.

Observe na Figura 12.2 que a direção e o sentido do campo magnético responsável pelo fluxo Φ podem ser determinados fechando os dedos da mão direita em torno do enrolamento, no sentido da corrente, assim, o campo magnético terá a direção e o sentido do polegar. É interessante perceber que a *força magnetizante é independente do tipo de material do núcleo*; ela é determinada apenas pelo número de espiras, pela intensidade da corrente e pelo comprimento do núcleo.

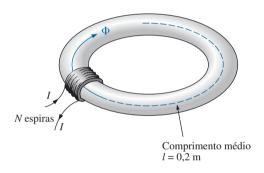



Figura 12.2 Definição da força magnetizante de um circuito magnético.

A força magnetizante aplicada tem um efeito pronunciado na permeabilidade resultante de um material magnético. À medida que a força magnetizante aumenta, a permeabilidade aumenta até um valor máximo, para então cair para um valor mínimo, conforme mostra a Figura 12.3 para três materiais magnéticos comumente usados.

A densidade de fluxo e a força magnetizante estão relacionadas pela seguinte equação:

$$B = \mu H \qquad (12.8)$$

Essa equação indica que, para um valor particular da força magnetizante, quanto maior a permeabilidade, maior o valor da densidade de fluxo induzido no material.

Como o henry (H) e a força magnetizante (H) são representados pela mesma letra maiúscula, é necessário ressaltar o fato de que, neste livro, as unidades de medida como o henry aparecem em tipo normal, ou seja, H, enquanto variáveis como a força magnetizante aparecem em itálico, ou seja, H.

12.6 HISTERESE

Os gráficos da densidade de fluxo B em função da força magnetizante H aplicada a um material são muito usados pelos engenheiros. Curvas desse tipo são encontradas em manuais e folhetos distribuídos pelos fabricantes de materiais magnéticos. Um gráfico *B-H* típico para

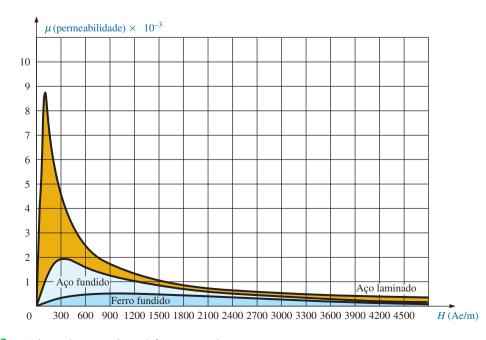



Figura 12.3 Variação de μ em relação à força magnetizante.

um material ferromagnético como o aço pode ser obtido usando o arranjo experimental ilustrado na Figura 12.4.

Inicialmente, o núcleo não está magnetizado, e a corrente I é nula. Se a corrente I aumentar e chegar a um valor acima de zero, a força magnetizante H aumentará e chegará a um valor dado por:

$$H\uparrow = \frac{NI\uparrow}{l}$$

O fluxo ϕ e a densidade de fluxo B ($B = \phi/A$) também aumentam à medida que I ou H aumentam. Se o material não possuir nenhum magnetismo residual e a força magnetizante H aumentar de zero para um certo valor H_a, a curva de B-H descreverá a trajetória mostrada na Figura 12.5 entre o e a. Se continuarmos a aumentar a força magnetizante H até o valor de saturação (H_S), a curva continua, conforme mostra a figura, até o ponto b. Quando ocorre a saturação, a densidade de fluxo, *para todos os efeitos práticos*, alcança o seu valor máximo. Qualquer aumento adicional na corrente através da bobina aumentando $H = NI/l$ resulta em um aumento muito pequeno na densidade de fluxo B.

Se a força magnetizante for reduzida a zero, diminuindo gradualmente o valor da corrente I, a curva seguirá a trajetória de b até c. A densidade de fluxo B_R que é mantida quando a força magnetizante é zero é denominada *densidade de fluxo residual*. É ela que torna possível a criação de ímãs permanentes. Se a bobina, vista na Figura 12.4, for removida do núcleo nesse momento, ela ainda terá propriedades magnéticas determinadas pela densidade de fluxo residual, que é uma medida da sua 'retentividade'. Se o sentido da corrente I for invertido, causando o aparecimento de uma força magnetizante $-H$, a densidade de fluxo B diminuirá à medida que a intensidade da corrente I aumentar. Finalmente a densidade de fluxo atingirá o valor zero quando $-H_d$ (trecho da curva entre c e d) for alcançado. A força magnetizante $-H_d$ necessária para 'forçar' a densidade de fluxo é denominada *força coerciva*, que é uma medida da coercitividade da amostra magnética. À medida que a força $-H$ aumenta (tornando-se mais negativa), até que ocorra novamente a saturação e depois seja invertida no sentido até que atinja novamente o valor zero, a curva descreverá a trajetória def. Se aumentarmos o valor da força magnetizante no sentido positivo ($+H$), a curva descreverá a trajetória de f até b. A curva completa, representada pela trajetória $bcdefb$, é denominada **curva de histerese** para o material ferromagnético, esse termo vem do grego *hysterein*, que significa 'estar atrasado'. A densidade de fluxo B está sempre *atrasada* em relação à força magnetizante H ao longo de toda a curva. Quando H era nula em c, B não era nula, mas estava apenas começando a diminuir de valor; B só atinge o valor zero muito depois de H ter passado pelo mesmo valor e ter alcançado o valor $-H_d$.

Se o ciclo completo for repetido, a curva obtida para o mesmo núcleo será determinada pelo maior valor de H aplicado. A Figura 12.6 mostra três curvas de histerese para o mesmo material e para valores máximos de H menores que o valor de saturação. Além disso, a curva de saturação foi incluída para fins de comparação.

Observe, a partir das várias curvas, que, para um valor particular de H, digamos, H_x, o valor de B pode assumir diferentes valores, dependendo da história do núcleo. Em um esforço para associar um valor particular de B a cada valor de H, podemos conectar as extremidades dos

Figura 12.4 Circuito magnético em série utilizado para se obter a curva de histerese.

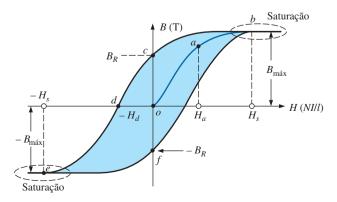



Figura 12.5 Curva de histerese.

laços de histerese. A curva resultante, representada como uma linha mais grossa na Figura 12.6, e apresentada para alguns materiais na Figura 12.7, é denominada *curva normal de magnetização*. A Figura 12.8 apresenta uma visão ampliada de um trecho da curva.

Ao comparar as figuras 12.3 e 12.7, vemos que, para o mesmo valor de H, o valor de B é maior na Figura 12.7 para os materiais que apresentam valores de μ maiores na Figura 12.3. Isso é particularmente óbvio para pequenos valores de H. Tem de haver uma correspondência entre as duas figuras, já que $B = \mu H$. Na verdade, se na Figura 12.7 determinarmos μ para cada valor de H, usando a equação $\mu = B/H$, obteremos as curvas da Figura 12.3.

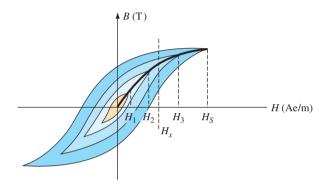



Figura 12.6 Definição da curva normal de magnetização.

É interessante notar que as curvas de histerese vistas na Figura 12.6 apresentam *simetria pontual* em relação à origem, ou seja, ao inverter a curva do lado esquerdo do eixo vertical, obteremos a mesma que aparece à direita do eixo vertical. Além disso, a aplicação da mesma sequência de valores da força magnetizante à amostra resultará sempre no mesmo gráfico. Se a corrente I em $H = NI/l$ oscilar entre os valores máximos positivo e negativo a uma taxa constante, teremos a mesma curva no decorrer de cada ciclo. Tal situação acontecerá quando analisarmos um circuito de corrente alternada (senoidal) em capítulos posteriores. A inversão do campo (ϕ) decorrente da mudança no sentido da corrente resulta em uma dissipação de energia que pode ser mais bem descrita com o auxílio da *teoria dos domínios magnéticos*.

Dentro de cada átomo, os elétrons em órbita (descritos no Capítulo 2) apresentam uma propriedade chamada spin, que faz com que se comportem como pequenos ímãs à medida que giram em torno dos núcleos. Por causa desse efeito, os átomos apresentam um campo magnético associado. Nos materiais não magnéticos, o campo magnético total devido aos spins dos elétrons é zero, visto que os campos magnéticos dos átomos se opõem. Entretanto,

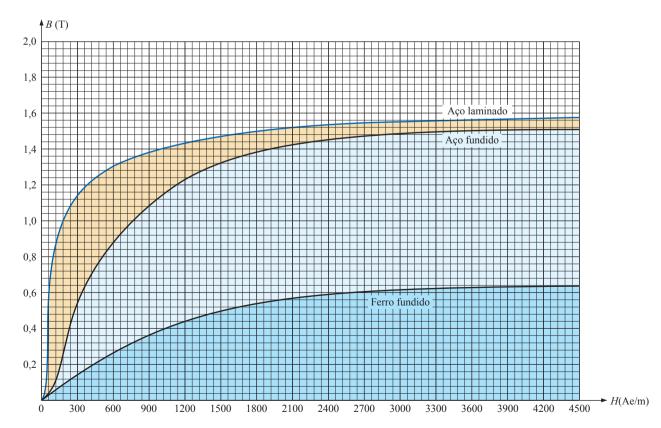



Figura 12.7 Curva normal de magnetização para três materiais ferromagnéticos.

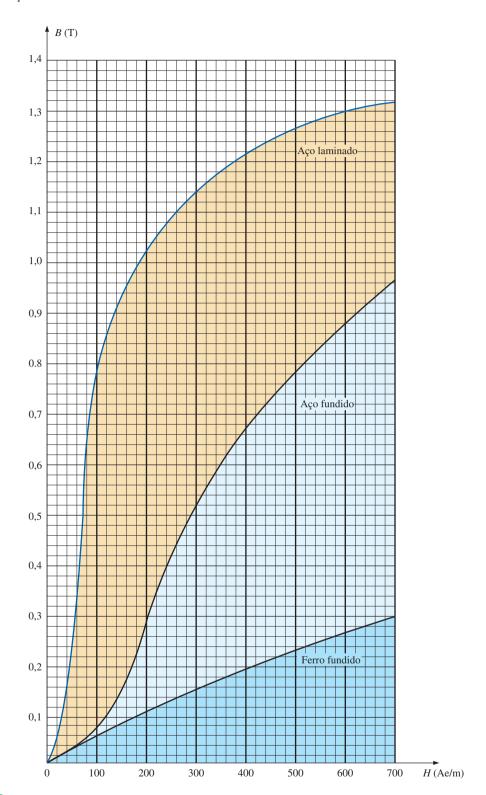



Figura 12.8 Ampliação da Figura 12.7 na região de baixas forças magnetizantes.

nos materiais magnéticos como o ferro e o aço, os campos magnéticos dos grupos com até 10^{12} elétrons se alinham, formando regiões que são ímãs muito pequenos. Esse grupo de átomos magneticamente alinhados é chamado de **domínio**. Os domínios são entidades isoladas; ou seja, cada domínio é independente dos domínios vizinhos. Em uma amostra não magnetizada de um material magnético, como a que aparece na Figura 12.9(a), os domínios estão distribuídos de forma aleatória, e o campo magnético total em qualquer direção é zero.

(a) (b)

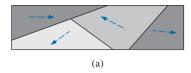
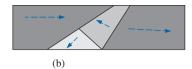



Figura 12.9 Demonstração da teoria dos domínios magnéticos.

Quando o material sofre a ação de uma força magnetizante externa, os domínios que estão aproximadamente alinhados com o campo aplicado crescem à custa de outros domínios que apresentam uma orientação contrária, como vemos na Figura 12.9(b). Se o campo externo aplicado for suficientemente intenso, todos os domínios se orientarão nessa direção, e, daí em diante, um aumento do campo externo não causará nenhum aumento na magnetização da amostra — condição denominada *saturação*. A flexibilidade do material fica evidente quando a força magnetizante externa é removida; o grau de alinhamento diminui, e o campo (densidade de fluxo) no interior do material cai para o valor B_R. Em outras palavras, a remoção da força magnetizante faz com que alguns domínios voltem a ficar desalinhados no interior do núcleo. Entretanto, a quantidade de domínios que continuam alinhados é responsável pela criação de **ímãs permanentes**.

Em um ponto anteriormente próximo à saturação, os domínios não alinhados ficam reduzidos a pequenos cilindros denominados *bolhas*. Essas bolhas podem ser movimentadas no interior da amostra magnética pela aplicação de um campo magnético *controlador*. As bolhas magnéticas formam a base experimental de um projeto lançado alguns anos atrás para o desenvolvimento de memórias para computadores.

12.7 LEI CIRCUITAL DE AMPÈRE

Conforme mencionado na introdução deste capítulo, existe uma grande semelhança entre a análise dos circuitos elétricos e a dos circuitos magnéticos. Essa afirmação é demonstrada para as grandezas que aparecem na Tabela 12.1.

Por analogia com a lei de Kirchhoff para tensões ($\Sigma_{\circlearrowright} V = 0$), obtemos o seguinte:

$$\Sigma_{\circlearrowright} \mathscr{F} = 0 \quad \text{(para circuitos magnéticos)} \qquad (12.9)$$

Tabela 12.1

	Circuitos elétricos	Circuitos magnéticos
Causa	E	$\mathscr{F}$
Efeito	I	Φ
Oposição	R	$\mathscr{R}$

que significa que a soma algébrica das elevações e das quedas da força magnetomotriz (fmm) em um circuito magnético fechado é nula; ou seja, a soma das elevações de fmm é igual à soma das quedas de fmm na malha fechada.

A Equação 12.9 é denominada **lei circuital de Ampère**. Quando aplicada a circuitos magnéticos, as fontes de fmm são expressas pela equação

$$\mathscr{F} = NI \quad \text{(Ae)} \qquad (12.10)$$

A equação que permite calcular as variações de fmm ao longo do circuito pode ser obtida observando-se a Tabela 12.1; ou seja, no caso dos circuitos elétricos:

$$V = IR$$

o que resulta na seguinte equação para circuitos magnéticos:

$$\mathscr{F} = \Phi\mathscr{R} \quad \text{(Ae)} \qquad (12.11)$$

onde ϕ é o fluxo magnético através de uma seção transversal do circuito e $\mathscr{R}$ é a relutância dessa seção. Entretanto, é muito raro que se calcule a relutância na análise de circuitos magnéticos. Uma equação mais prática para calcular a fmm é a seguinte:

$$\mathscr{F} = Hl \quad \text{(Ae)} \qquad (12.12)$$

obtida a partir da Equação 12.6, onde H é a força magnetizante em uma seção do circuito magnético e l, o comprimento dessa seção.

Como um exemplo de aplicação da Equação 12.9, considere o circuito magnético mostrado na Figura 12.10, constituído por três materiais ferromagnéticos diferentes.

Aplicando a lei circuital de Ampère, temos:

$$\Sigma_{\circlearrowright} \mathscr{F} = 0$$

$$\underbrace{+NI}_{\text{Elevação}} - \underbrace{H_{ab}l_{ab}}_{\text{Queda}} - \underbrace{H_{bc}l_{bc}}_{\text{Queda}} - \underbrace{H_{ca}l_{ca}}_{\text{Queda}} = 0$$

$$\underbrace{NI}_{\substack{\text{fmm}\\ \text{especificado}}} = \underbrace{H_{ab}l_{ab} + H_{bc}l_{bc} - H_{ca}l_{ca}}_{\text{Queda de fmm}}$$

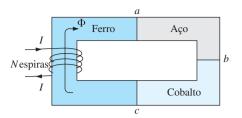



Figura 12.10 Circuito magnético em série com três materiais diferentes.

Todos os termos que aparecem nessas equações são conhecidos, com exceção das forças magnetizantes para as diferentes partes do circuito magnético, que podem ser obtidas a partir do gráfico *B*-*H* se a densidade de fluxo *B* for conhecida.

12.8 O FLUXO Φ

Se aplicarmos as relações descritas na seção anterior à lei de Kirchhoff para correntes, chegaremos à conclusão de que a soma dos fluxos que entram em uma junção é igual à soma dos fluxos que saem dessa mesma junção. Ou seja, para o circuito visto na Figura 12.11, temos:

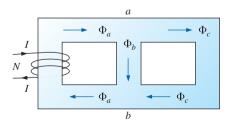
$$\Phi_a = \Phi_b + \Phi_c \quad \text{(na junção } a\text{)}$$

ou

$$\Phi_b + \Phi_c = \Phi_a \quad \text{(na junção } b\text{)}$$

Essas duas equações são equivalentes.

12.9 CIRCUITOS MAGNÉTICOS EM SÉRIE: DETERMINAÇÃO DO PRODUTO *NI*

Estamos agora em condições de resolver alguns problemas que envolvem circuito magnéticos, que são basicamente de dois tipos. *Em um deles, é dado o fluxo Φ, sendo que a fmm NI tem de ser calculada.* Esse é o tipo de problema que aparece no projeto de motores, geradores e transformadores. *No outro, NI é conhecido e o fluxo Φ tem de ser calculado.* Esse é o tipo de problema que aparece principalmente no projeto de amplificadores magnéticos, e a solução é mais difícil, pois deve ser obtida pelo método de tentativa e erro.

Conforme mencionamos em discussões anteriores, o valor de μ varia de ponto para ponto da curva de magnetização. Isso elimina a possibilidade de calcular a relutância de cada 'ramo' ou a 'relutância total' de um circuito magnético, como fizemos para os circuitos elétricos em que ρ tinha um valor fixo para qualquer tensão ou corrente no circuito. Se a relutância total pudesse ser determinada, poderíamos calcular Φ usando a analogia da lei de Ohm para circuitos magnéticos.

No caso dos circuitos magnéticos, obtemos o valor de *B* a partir do valor de *H*, ou vice-versa, usando a curva *B*-*H*, e μ raramente é calculado, a menos que isso seja solicitado.

Uma abordagem bastante empregada nas análises de circuitos magnéticos é a da *tabela*. Antes de analisar um problema em detalhes, preparamos uma tabela colocando na coluna da extremidade esquerda as várias partes do circuito magnético (veja a Tabela 12.2). As colunas à direita são reservadas para as grandezas a serem determinadas em cada parte do circuito. Dessa forma, cada fase do problema pode ser acompanhada para que se descubra qual a grandeza a ser obtida e também qual deve ser o próximo passo. Após a análise de alguns exemplos, a utilidade desse método ficará evidente.

Nessa seção, analisaremos somente circuitos magnéticos em *série*, nos quais o fluxo ϕ é o mesmo ao longo de todo o circuito. Em cada exemplo, deve-se determinar o valor da força magnetomotriz.

Figura 12.11 Distribuição do fluxo em um circuito magnético série-paralelo.

EXEMPLO 12.1

Considerando o circuito magnético em série visto na Figura 12.12:

a) Calcule o valor de *I* necessário para gerar um fluxo magnético $\Phi = 4 \times 10^{-4}$ Wb.

b) Determine μ e μ_r para o material nessas condições.

Soluções:

O circuito magnético pode ser representado pelo sistema mostrado na Figura 12.13(a). A analogia com

Tabela 12.2

Trecho	Φ (Wb)	*A* (m²)	*B* (T)	*H* (Ae/m)	*l* (m)	*Hl* (Ae)
Uma seção contínua	4×10^{-4}	2×10^{-3}			0,16	

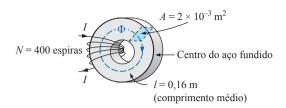



Figura 12.12 Exemplo 12.1.

um circuito elétrico é ilustrada na Figura 12.13(b). Analogias desse tipo podem ser muito úteis na solução de problemas envolvendo circuitos magnéticos. A Tabela 12.2 foi construída para resolver o item (a). No caso do presente exemplo ela é bastante trivial, mas, mesmo assim, deixa claro quais são as quantidades a serem determinadas.

a) A densidade de fluxo B é:

$$B = \frac{\Phi}{A} = \frac{4 \times 10^{-4}\ \text{Wb}}{2 \times 10^{-3}\ \text{m}^2} = 2 \times 10^{-1}\ \text{T} = 0{,}2\ \text{T}$$

Utilizando o gráfico *B-H* mostrado na Figura 12.8, podemos determinar a força magnetizante H:

$$H\ (\text{aço fundido}) = 170\ \text{Ae/m}$$

Aplicando a lei circuital de Ampère, temos:

$$NI = Hl$$

e $$I = \frac{Hl}{N} = \frac{(170\ \text{Ae/m})(0{,}16\ \text{m})}{400\ \text{t}} = \mathbf{68\ mA}$$

(Lembre-se de que N representa o número de espiras.)

b) A permeabilidade do material pode ser determinada usando a Equação 12.8:

$$\mu = \frac{B}{H} = \frac{0{,}2\ \text{T}}{170\ \text{Ae/m}} = \mathbf{1{,}176 \times 10^{-3}\ Wb/A \cdot m}$$

e a permeabilidade relativa é:

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_o} = \frac{1{,}176 \times 10^{-3}}{4\pi \times 10^{-7}} = \mathbf{935{,}83}$$

EXEMPLO 12.2

O eletroímã mostrado na Figura 12.14 atraiu uma barra de ferro fundido. Determine a corrente I necessária para estabelecer um fluxo no núcleo com o valor indicado na figura.

Solução:

Para poder utilizar os gráficos das figuras 12.7 e 12.8, temos de primeiro converter as dimensões para o sistema métrico. Entretanto, como a área é a mesma ao longo de todo o circuito, podemos determinar o comprimento para cada material em vez de trabalhar com trechos isolados:

$$l_{efab} = 4\ \text{pol.} + 4\ \text{pol.} + 4\ \text{pol.} = 12\ \text{pol.}$$
$$l_{bcde} = 0{,}5\ \text{pol.} + 4\ \text{pol.} + 0{,}5\ \text{pol.} = 5\ \text{pol.}$$

$$12\ \cancel{\text{pol.}}\left(\frac{1\ \text{m}}{39{,}37\ \cancel{\text{pol.}}}\right) = 304{,}8 \times 10^{-3}\ \text{m}$$

$$5\ \cancel{\text{pol.}}\left(\frac{1\ \text{m}}{39{,}37\ \cancel{\text{pol.}}}\right) = 127 \times 10^{-3}\ \text{m}$$

$$1\ \cancel{\text{pol.}^2}\left(\frac{1\ \text{m}}{39{,}37\ \cancel{\text{pol.}}}\right)\left(\frac{1\ \text{m}}{39{,}37\ \cancel{\text{pol.}}}\right) = 6{,}452 \times 10^{-4}\ \text{m}^2$$

Figura 12.13 (a) Circuito magnético equivalente; (b) circuito elétrico analógico.

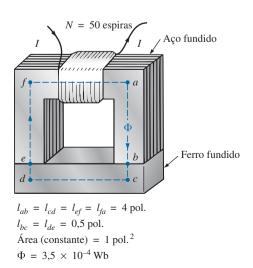



Figura 12.14 Eletroímã para o Exemplo 12.2.

As informações disponíveis para as especificações de *efab* e *bcde* o problema foram inseridas na Tabela 12.3. Quando a solução do problema estiver completa, todos os espaços em branco estarão preenchidos. A melhor forma de resolver o problema é preencher as colunas da esquerda para a direita. À medida que formos obtendo as várias quantidades, elas serão colocadas em uma tabela semelhante, que aparece no final desse exemplo. A densidade do fluxo em cada seção é:

$$B = \frac{\Phi}{A} = \frac{3,5\times10^{-4}\ \text{Wb}}{6,452\times10^{-4}\ \text{m}^2} = 0,542\ \text{T}$$

e as forças magnetizantes são:

$$H\ (\text{aço laminado, Figura 12.8}) \cong 70\ \text{Ae/m}$$
$$H\ (\text{ferro fundido, Figura 12.7}) \cong 1600\ \text{Ae/m}$$

Observe a enorme diferença entre as forças magnetizantes nos dois materiais para a mesma densidade de fluxo. Na realidade, quando aplicamos a lei circuital de Ampère, vemos que o trecho de aço laminado pode ser ignorado sem que a solução apresente uma diferença considerável.

Determinando Hl para cada trecho, obtemos:

$$H_{efab}l_{efab} = (70\ \text{Ae/m})(304,8\times10^{-3}\ \text{m}) = 21,34\ \text{Ae}$$
$$H_{bcde}l_{bcde} = (1600\ \text{Ae/m})(127\times10^{-3}\ \text{m}) = 203,2\ \text{Ae}$$

Inserindo os dados anteriormente citados na Tabela 12.3, obtemos a Tabela 12.4. O circuito magnético equivalente e o circuito elétrico análogo para o sistema visto na Figura 12.14 aparecem na Figura 12.15.

Aplicando a lei circuital de Ampère, obtemos:

$$NI = H_{efab}l_{efab} + H_{bcde}l_{bcde}$$
$$= 21,34\ \text{Ae} + 203,2\ \text{Ae} = 224,54\ \text{Ae}$$

e $(50\ \text{t})I = 224,54\ \text{Ae}$

de forma que: $I = \dfrac{224,54\ \text{Ae}}{50\ \text{t}} = \mathbf{4,49\ A}$

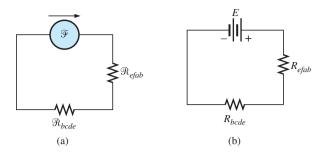



Figura 12.15 (a) Circuito magnético equivalente e (b) circuito elétrico análogo para o eletroímã da Figura 12.14.

EXEMPLO 12.3

Determine a corrente no secundário I_2 do transformador visto na Figura 12.16, se o fluxo resultante no núcleo for $1,5\times10^{-5}$ Wb, no sentido horário.

Solução:

Esse é o primeiro exemplo que envolve duas forças magnetizantes. Na analogia vista na Figura 12.17, pode-se notar que o fluxo resultante dos dois enrolamentos estão em oposição, assim como as duas fontes de tensão, estão em oposição no circuito elétrico análogo.

Os dados estruturais *abcda* aparecem na Tabela 12.5.

A densidade de fluxo em todo o circuito é:

$$B = \frac{\phi}{A} = \frac{1,5\times10^{-5}\ \text{Wb}}{0,15\times10^{-3}\ \text{m}^2} = 10\times10^{-2}\ \text{T} = 0,10\ \text{T}$$

e

$$\text{H (da Figura 12.8)} \cong \frac{1}{5}(100\ \text{Ae/m}) = 20\ \text{Ae/m}$$

Aplicando a lei circuital de Ampère, temos:

$$N_1I_1 - N_2I_2 = H_{abcda}l_{abcda}$$
$$(60\ \text{t})(2\ \text{A}) - (30\ \text{t})(I_2) = (20\ \text{Ae/m})(0,16\text{m})$$
$$120\ \text{Ae} - (30\ \text{t})I_2 = 3,2\ \text{Ae}$$

e $(30\ \text{t})I_2 = 120\ \text{Ae} - 3,2\ \text{Ae}$

ou $I_2 = \dfrac{116,8\ \text{Ae}}{30\ \text{t}} = \mathbf{3,89\ A}$

Tabela 12.3

Trecho	Φ (Wb)	*A* (m²)	*B* (T)	*H* (Ae/m)	*l* (m)	*Hl* (Ae)
efab	$3,5\times10^{-4}$	$6,452\times10^{-4}$			$304,8\times10^{-3}$	
bcde	$3,5\times10^{-4}$	$6,452\times10^{-4}$			127×10^{-3}	

Tabela 12.4

Trecho	Φ (Wb)	*A* (m²)	*B* (T)	*H* (Ae/m)	*l* (m)	*Hl* (Ae)
efab	$3,5\times10^{-4}$	$6,452\times10^{-4}$	0,542	70	$304,8\times10^{-3}$	21,34
bcde	$3,5\times10^{-4}$	$6,452\times10^{-4}$	0,542	1600	127×10^{-3}	203,2

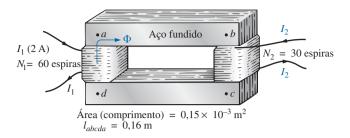



Figura 12.16 Transformador do Exemplo 12.3.

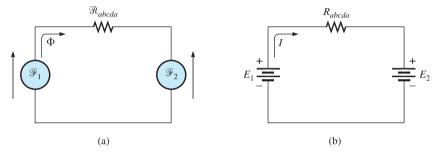



Figura 12.17 (a) Circuito magnético equivalente e (b) circuito elétrico análogo para o transformador da Figura 12.16.

Tabela 12.5

Trecho	Φ (Wb)	A (m²)	B (T)	H (Ae/m)	l (m)	Hl (Ae)
abcda	$1{,}5 \times 10^{-5}$	$0{,}15 \times 10^{-3}$			0,16	

Na análise da maioria dos sistemas com transformador, a equação $N_1I_1 = N_2I_2$ é empregada. No caso do exemplo anterior, obteríamos 4 A em vez de 3,89 A. Entretanto, essa diferença é normalmente ignorada, e consideramos a equação $N_1I_1 = N_2I_2$ exata.

Em razão da não linearidade do gráfico *B-H*, *não é possível aplicar o teorema da superposição a circuitos magnéticos*; ou seja, no Exemplo 12.3, não podemos considerar os efeitos de cada fonte independentemente e, em seguida, determinar o efeito total usando o teorema da superposição.

12.10 ENTREFERROS

Antes de continuar com os exemplos ilustrativos, consideremos o efeito de um entreferro, ou espaço vazio, nos circuitos magnéticos. Note a presença de entreferros nos circuitos magnéticos do motor e do medidor que aparecem na Figura 11.15. A dispersão das linhas de campo fora da área comum do núcleo para o interior do entreferro, visto na Figura 12.18(a), é conhecido como *efeito de borda*. Na discussão que segue, desprezaremos esse efeito e suporemos que a distribuição de linhas de campo tem o aspecto da Figura 12.18(b).

A densidade de fluxo no entreferro visto na Figura 12.18(b) é dada por:

$$B_g = \frac{\Phi_g}{A_g} \qquad (12.13)$$

onde, para todos os efeitos práticos:

$$\Phi_g = \Phi_{\text{núcleo}}$$

e

$$A_g = A_{\text{núcleo}}$$

Para a maioria das aplicações práticas, a permeabilidade do ar é igualada à do vácuo. A força magnetizante no entreferro é determinada por:

$$H_g = \frac{B_g}{\mu_o} \qquad (12.14)$$

e a queda de fmm no entreferro é igual a H_gL_g. Uma equação para H_g é a seguinte:

$$H_g = \frac{B_g}{\mu_o} = \frac{B_g}{4\pi \times 10^{-7}}$$

e

$$H_g = (7{,}96 \times 10^5)B_g \quad \text{(Ae/m)} \qquad (12.15)$$

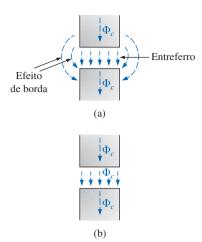



Figura 12.18 Entreferros: (a) com efeito de borda; (b) ideal.

EXEMPLO 12.4

Calcule o valor de I necessário para estabelecer um fluxo $\phi = 0{,}75 \times 10^{-4}$ Wb no circuito magnético em série mostrado na Figura 12.19.

Solução:

Um circuito magnético equivalente e o seu circuito elétrico análogo são vistos na Figura 12.20.

O fluxo magnético em cada seção é dado por:

$$B = \frac{\Phi}{A} = \frac{0{,}75 \times 10^{-4}\ \text{Wb}}{1{,}5 \times 10^{-4}\ \text{m}^2} = 0{,}5\,\text{T}$$

Pelas curvas *B-H* mostradas na Figura 12.8:

$$H\ (\text{aço fundido}) \cong 280\ \text{Ae/m}$$

Aplicando a Equação 12.15, temos:

$$H_g = (7{,}96 \times 10^5)Bg = (7{,}96 \times 10^5)(0{,}5\ \text{T})$$
$$= 3{,}98 \times 10^5\ \text{Ae/m}$$

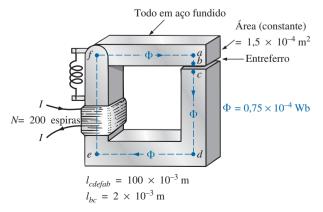



Figura 12.19 Relé do Exemplo 12.4.

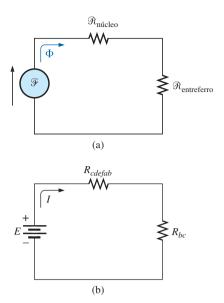



Figura 12.20 (a) Circuito magnético equivalente e (b) circuito elétrico análogo para o relé da Figura 12.19.

As quedas de fmm são:

$$H_{\text{núcleo}}l_{\text{núcleo}} = (280\ \text{Ae/m})(100 \times 10^{-3}\ \text{m}) = 28\ \text{Ae}$$
$$H_g l_g = (3{,}98 \times 10^5\ \text{Ae/m})(2 \times 10^{-3}\ \text{m}) = 796\ \text{Ae}$$

Aplicando a lei circuital de Ampère, temos:

$$NI = H_{\text{núcleo}}l_{\text{núcleo}} + H_g l_g$$
$$= 28\ \text{Ae} + 796\ \text{Ae}$$
$$(200\ \text{t})I = 824\ \text{Ae}$$
$$I = \mathbf{4{,}12\ A}$$

Observe que, a partir do cálculo acima, o ar apresenta uma queda de fmm muito maior no entreferro que no resto do circuito pelo fato de o ar não ser magnético.

12.11 CIRCUITOS MAGNÉTICOS EM SÉRIE-PARALELO

Como esperado, a analogia entre os circuitos elétricos e magnéticos leva ao conceito de circuitos magnéticos em série-paralelo, semelhantes, sob muitos aspectos, aos circuitos elétricos discutidos no Capítulo 7. Na realidade, a analogia com circuitos elétricos será útil na definição do procedimento a ser seguido em busca da solução.

EXEMPLO 12.5

Determine a corrente I necessária para estabelecer um fluxo de $1{,}5 \times 10^{-4}$ Wb no trecho do núcleo indicado na Figura 12.21.

Solução:
O circuito magnético equivalente e o circuito elétrico análogo aparecem na Figura 12.22. Temos:

$$B_2 = \frac{\Phi_2}{A} = \frac{1,5 \times 10^{-4}\ \text{Wb}}{6 \times 10^{-4}\ \text{m}^2} = 0,25\,\text{T}$$

A partir da Figura 12.8:

$$H_{bcde} \cong 40\ \text{Ae/m}$$

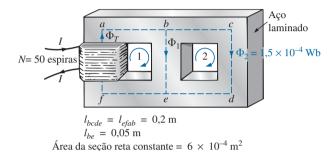



Figura 12.21 Exemplo 12.5.

(a)

(b)

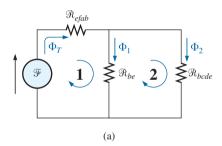
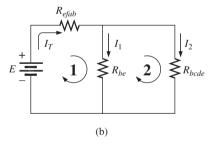



Figura 12.22 (a) Circuito magnético equivalente e (b) circuito elétrico análogo para o sistema em série-paralelo da Figura 12.21.

Aplicando a lei circuital de Ampère à malha 2, vista nas figuras 12.21 e 12.22, temos:

$$\Sigma_{\circlearrowleft} \mathscr{F} = 0$$

$$H_{be}l_{be} - H_{bcde}l_{bcde} = 0$$

$$H_{be}(0,05\ \text{m}) - (40\ \text{Ae/m})(0,2\text{m}) = 0$$

$$H_{be} = \frac{8\ \text{Ae}}{0,05\,\text{m}} = 160\,\text{Ae/m}$$

A partir da Figura 12.8:

$$B_1 \cong 0,97\ \text{T}$$

e

$$\Phi_1 = B_1 A = (0,97\ \text{T})(6 \times 10^{-4}\ \text{m}^2) = 5,82 = 10^{-4}\ \text{Wb}$$

Os resultados de *bcde*, *be* e *efab* foram inseridos na Tabela 12.6.
A tabela mostra que temos de concentrar nossa atenção agora ao trecho *efab*:

$$\Phi_T = \Phi_1 + \Phi_2 = 5,82 \times 10^{-4}\ \text{Wb} + 1,5 \times 10^{-4}\ \text{Wb}$$
$$= 7,32 \times 10^{-4}\ \text{Wb}$$
$$B = \frac{\Phi_T}{A} = \frac{7,32 \times 10^{-4}\ \text{Wb}}{6 \times 10^{-4}\ \text{m}^2}$$
$$= 1,22\,\text{T}$$

A partir da Figura 12.7:

$$H_{efab} \cong 400\ \text{Ae}$$

Aplicando a lei circuital de Ampère, temos:

$$+NI - H_{efab}l_{efab} - H_{be}l_{be} = 0$$

$$NI = (400\ \text{Ae/m})(0,2\text{m}) + (160\ \text{Ae/m})(0,05\ \text{m})$$

$$(50\ \text{t})I = 80\ \text{Ae} + 8\ \text{Ae}$$

$$I = \frac{88\ \text{Ae}}{50\ \text{t}} = \mathbf{1,76\ A}$$

Para demonstrar que μ depende da força magnetizante *H*, a permeabilidade de cada trecho é determinada como segue. No trecho *bcde*:

Tabela 12.6

Trecho	Φ (Wb)	A (m²)	B (T)	H (Ae/m)	l (m)	Hl (Ae)
bcde	$1,5 \times 10^{-4}$	6×10^{-4}	0,25	40	0,2	8
bcde	$5,82 \times 10^{-4}$	6×10^{-4}	0,97	160	0,05	8
efab		6×10^{-4}			0,2	

$$\mu = \frac{B}{H} = \frac{0,25\text{ T}}{40\text{ Ae/m}} = 6,25\times10^{-3}$$

e $$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_o} = \frac{6,25\times10^{-3}}{12,57\times10^{-7}} = \mathbf{4972,2}$$

No trecho *be*:

$$\mu = \frac{B}{H} = \frac{0,97\text{ T}}{160\text{ Ae/m}} = 6,06\times10^{-3}$$

e $$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_o} = \frac{6,06\times10^{-3}}{12,57\times10^{-7}} = \mathbf{4821}$$

No trecho *efab*:

$$\mu = \frac{B}{H} = \frac{1,22\text{ T}}{400\text{ Ae/m}} = 3,05\times10^{-3}$$

e $$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_o} = \frac{3,05\times10^{-3}}{12,57\times10^{-7}} = \mathbf{2426,41}$$

12.12 DETERMINAÇÃO DE Φ

Os exemplos dessa seção são do segundo tipo, em que a força *NI* é conhecida e o fluxo Φ tem de ser calculado. Se apenas uma seção magnética estiver envolvida, esse problema é relativamente simples e direto. Então:

$$H = \frac{NI}{l} \quad H \rightarrow B \qquad (\text{curva } B\text{-}H)$$

e $$\Phi = BA$$

No caso de circuitos magnéticos feitos com mais de um material, não existe um método geral para obter a resposta exata para todos os problemas. Entretanto, na maioria dos casos procedemos como a seguir. Fazemos uma *estimativa* do fluxo Φ e então comparamos com o valor fmm especificado. Após essa comparação, podemos ajustar nossa estimativa do fluxo de modo a tornar o valor da fmm mais próximo do especificado. Para a maioria das aplicações, um valor dentro dos limites de ± 5 por cento do Φ ou NI especificado é aceitável.

Podemos fazer uma estimativa inicial razoável do valor de Φ se nos lembrarmos de que a maior queda de fmm ocorre no trecho feito com o material de menor permeabilidade, se o comprimento e a área de cada material forem os mesmos. Como vimos no Exemplo 12.4, se existir um entreferro no circuito magnético, haverá uma queda considerável de fmm nessa região do circuito. Portanto, como ponto de partida, podemos considerar que a fmm total (*NI*) está aplicada ao trecho com o menor valor de μ ou o maior valor de $\mathcal{R}$ (se as outras dimensões físicas forem relativamente similares). Essa consideração nos dará um valor de Φ, que produzirá um valor *NI* maior que o especificado. Então, depois de analisar muito cuidadosamente os resultados relativos à consideração inicial, *diminuímos* o valor de Φ e *NI* introduzindo os efeitos (relutâncias) das outras partes do circuito e fazendo uma nova *tentativa* com a estimativa assim obtida. Por razões óbvias, esse método é frequentemente denominado método de *reduções* e *tentativas*.

EXEMPLO 12.6

Calcule o fluxo magnético Φ para o circuito mostrado na Figura 12.23.

Solução:

Utilizando a lei circuital de Ampère, temos

$$NI = H_{abcda}l_{abcda}$$

ou $$H_{abcda} = \frac{NI}{l_{abcda}} = \frac{(60\text{ t})(5\text{ A})}{0,3\text{ m}} = \frac{300\text{ Ae}}{0,3\text{ m}} = 1000\text{ Ae/m}$$

e $$B_{abcda}\ (\text{segundo a Figura 12.7}) \cong 0,39\text{ T}$$

Como $B = \Phi/A$, temos:

$$\Phi = BA = (0,39\text{ T})(2\times10^{-4}\text{ m}^2) = \mathbf{0,78\times10^{-4}\ Wb}$$

EXEMPLO 12.7

Calcule o fluxo Φ para o circuito magnético em série mostrado na Figura 12.24 com a fmm especificada.

Solução:

Considerando que toda a fmm *NI* está aplicada ao entreferro, obtemos:

$$NI = H_g l_g$$

ou $$H_g = \frac{NI}{l_g} = \frac{400\text{ Ae}}{0,001\text{ m}} = 4\times10^5\text{ Ae/m}$$

e $$B_g = \mu_o H_g = (4\pi\times10^{-7})(4\times10^5\text{ Ae/m}) = 0,503\text{ T}$$

O fluxo é dado por:

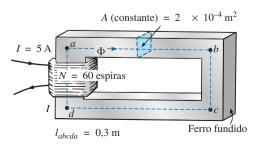



Figura 12.23 Exemplo 12.6.

$$\Phi_g = \Phi_{\text{núcleo}} = B_g A$$
$$= (0{,}503\ \text{T})(0{,}003\ \text{m}^2)$$
$$\Phi_{\text{núcleo}} = 1{,}51 \times 10^{-3}\ \text{Wb}$$

Usando esse valor de Φ, podemos calcular NI. Os resultados aparecem na Tabela 12.7.

$$H_{\text{núcleo}} l_{\text{núcleo}} = (1.500\ \text{Ae/m})(0{,}16\ \text{m}) = 240\ \text{Ae}$$

Aplicando a lei circuital de Ampère, temos:

$$NI = H_{\text{núcleo}} l_{\text{núcleo}} + H_g l_g$$
$$= 240\ \text{Ae} + 400\ \text{Ae}$$
$$400\ \text{Ae} \neq 640\ \text{Ae}$$

Como desprezamos a relutância de todos os trechos do circuito com exceção do entreferro, o valor calculado é maior que o especificado. Portanto, temos de reduzir esse valor introduzindo o efeito das outras relutâncias. Como aproximadamente 37,5 por cento, obtido a partir de (640 Ae – 400 Ae)/640 Ae = 240 Ae/640 Ae, é o erro percentual para mais em relação ao valor desejado, vamos reduzir Φ em 30 por cento e observar o quanto isso nos aproxima do valor dado para a fmm de 400 Ae:

$$\Phi = (1 - 0{,}3)(1{,}51 \times 10^{-3}\ \text{Wb})$$
$$= 1{,}057 \times 10^{-3}\ \text{Wb}$$

Veja a Tabela 12.8. Temos:

$$B = \frac{\Phi}{A} = \frac{1{,}057 \times 10^{-3}\ \text{Wb}}{0{,}003\ \text{m}^3} \cong 0{,}352\ \text{T}$$
$$H_g l_g = (7{,}96 \times 10^5) B_g l_g$$
$$= (7{,}96 \times 10^5)(0{,}352\ \text{T})(0{,}001\ \text{m})$$
$$\cong 280{,}19\ \text{Ae}$$

A partir das curvas B-H,

$$H_{\text{núcleo}} \cong 850\ \text{Ae/m}$$
$$H_{\text{núcleo}} l_{\text{núcleo}} = (850\ \text{Ae/m})(0{,}16\ \text{m}) = 136\ \text{Ae}$$

Aplicando a lei circuital de Ampère, temos:

$$NI = H_{\text{núcleo}} l_{\text{núcleo}} + H_g l_g$$
$$= 136\ \text{Ae} + 280{,}19\ \text{Ae}$$

400 Ae = **416,19 Ae** (mas dentro da faixa de ±5 por cento e, portanto, aceitável)

A solução é, portanto:

$$\Phi \cong \mathbf{1{,}057 \times 10^{-3}\ Wb}$$

Figura 12.24 Exemplo 12.7.

12.13 APLICAÇÕES

Alto-falantes e microfones

Os efeitos eletromagnéticos são essenciais para o funcionamento de alto-falantes, como o que aparece na Figura 12.25. A forma de onda pulsante da corrente de entrada é determinada pelo som a ser reproduzido pelo alto-falante. Com a variação da corrente relativa ao som, a força do eletroímã varia exatamente da mesma forma.

Tabela 12.7

Trecho	Φ (Wb)	A (m²)	B (T)	H (Ae/m)	l (m)	Hl (Ae)
Núcleo	$1{,}5 \times 10^{-3}$	0,003	0,503	1500 (curva $B-H$)	0,16	
Espaço	1.5×10^{-3}	0,003	0,503	4×10^5	0,001	400

Tabela 12.8

Trecho	Φ (Wb)	A (m²)	B (T)	H (Ae/m)	l (m)	Hl (Ae)
Núcleo	$1{,}057 \times 10^{-3}$	0,003			0,16	
Espaço	$1{,}057 \times 10^{-3}$	0,003			0,001	

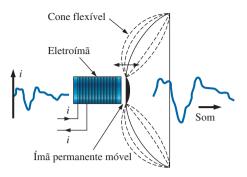



Figura 12.25 Alto-falante.

Isso faz com que o cone do alto-falante vibre em uma frequência igual à da corrente. Quanto maior a intensidade do som, maior a amplitude de oscilação entre os picos e vales na forma de onda da corrente, e maior a amplitude de vibração do cone.

Outro sistema, que é usado mais frequentemente em sistemas de áudio de melhor qualidade, aparece na Figura 12.26. Nesse caso, o ímã permanente é fixo e a corrente de entrada é aplicada a uma bobina móvel no interior do ímã como mostra a figura. A corrente produz um fluxo magnético no interior da bobina, fazendo com que ela se movimente no campo do ímã permanente. Assim, do mesmo modo que para o sistema da Figura 12.25, o núcleo vibra com a frequência do sinal de entrada, reproduzindo o som original.

Microfones, como o que aparece na Figura 12.26, também empregam efeitos eletromagnéticos. A onda sonora a ser reproduzida faz com que uma bobina móvel, fixada no núcleo, desloque-se no campo magnético de um ímã permanente. De acordo com a lei de Faraday ($e = N\,d\phi/dt$), uma tensão é induzida na bobina móvel cuja intensidade é proporcional à velocidade com que ela se move no campo magnético. A tensão induzida resultante pode então ser amplificada e usada para reproduzir o som original através de alto-falantes, como os que acabamos de descrever. Os microfones desse tipo são os mais usados, embora existam outros tipos cujo funcionamento se baseia em capacitores, carbono granulado ou cristal piezoelétrico.[1] O microfone eletromagnético é conhecido comercialmente como microfone *dinâmico*.

Sensor de efeito Hall

O sensor de efeito Hall é um dispositivo semicondutor que gera tensão de saída quando exposto a um campo magnético. Sua construção básica consiste de um bloco de material semicondutor percorrido por uma corrente, como mostra a Figura 12.27(a). Se aplicarmos um campo magnético perpendicular à direção da corrente, como ilustra a figura, uma tensão V_H será gerada entre os dois terminais, conforme mostra a Figura 12.27(a). Essa tensão se deve à separação entre cargas positivas e negativas causada pela força de Lorentz, estudada pela primeira vez pelo Professor Hendrick Lorentz no final do século XIX. Ele descobriu que, ao serem submetidos a um campo magnético, os elétrons estão sujeitos à ação de uma força proporcional à sua velocidade e à intensidade do campo magnético. A direção da força é determinada pela regra da mão esquerda. Coloque o dedo indicador da mão esquerda na direção do campo magnético e o dedo médio na direção da corrente

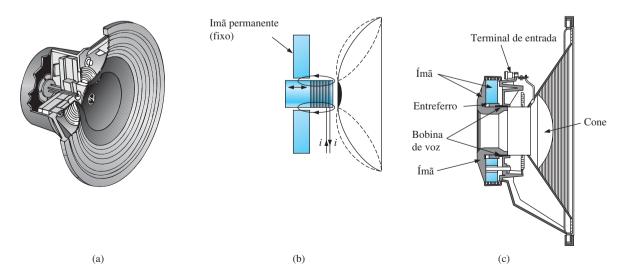



Figura 12.26 Alto-falante coaxial de alta fidelidade: (a) construção; (b) princípio de operação; (c) corte transversal de um alto-falante real. (Cortesia da Electro-Voice, Inc.)

1 Piezoeletricidade é a geração de uma pequena tensão resultante da pressão sobre certos tipos de cristais.

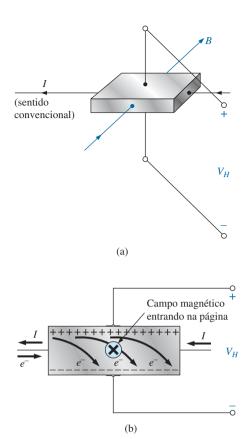



Figura 12.27 Sensor de efeito Hall: (a) orientação dos parâmetros envolvidos; (b) efeito no fluxo de elétrons.

convencional, de acordo com a Figura 12.27(b). Nesse caso, o polegar, quando orientado perpendicularmente ao dedo indicador, apontará na direção da força a que os elétrons são submetidos. Na Figura 12.27(b), a força faz com que os elétrons se acumulem na parte de cima do semicondutor (conectado ao terminal negativo da tensão V_H), deixando uma carga positiva na parte superior do material (conectado ao terminal positivo de V_H). Quanto maior a intensidade da corrente ou a força do campo magnético, maior a tensão induzida, V_H.

Portanto, em essência, o sensor de efeito Hall pode ser utilizado para medir a intensidade de um campo magnético ou a corrente por um dispositivo, dependendo de qual dessas duas quantidades for mantida constante. Duas aplicações desse sensor são evidentes — medir a força de um campo magnético na vizinhança do sensor (aplicando-se uma corrente fixa) e medir a intensidade de corrente através do sensor (sendo conhecida a força do campo magnético em torno do sensor). O gaussímetro mostrado na Figura 11.14 usa um sensor de efeito Hall. No aparelho, uma corrente constante é aplicada ao sensor, e a tensão V_H indica a intensidade relativa do campo magnético. Por meio de amplificação, calibração e do uso de uma escala adequada, um medidor pode indicar diretamente a intensidade do campo em gauss.

Existem muitas aplicações interessantes e inovadoras para os sensores de efeito Hall. Eles são bastante utilizados como dispositivos em um sistema de alarme em grandes lojas de departamento cujo objetivo é dificultar o roubo de mercadorias. Uma pequena tira magnética, presa à mercadoria, dispara um alarme sonoro quando um cliente atravessa as portas de saída sem ter pagado pelo produto. O sensor, a fonte de corrente e o sistema de controle ficam perto das portas de saída. Quando o cliente efetua o pagamento, o caixa remove a tira magnética ou a desmagnetiza, aplicando um campo magnético que reduz o magnetismo residual da faixa a praticamente zero.

O sensor de efeito Hall também é usado para indicar a velocidade de uma bicicleta em um display digital montado no guidão. Como vemos na Figura 12.28(a), o sensor é montado no garfo da bicicleta, e um pequeno ímã permanente é fixado a um dos raios da sua roda dianteira. O ímã tem de ser fixado cuidadosamente, de modo que ele passe nas proximidades do sensor. Quando isso acontece, o sensor é submetido a um campo magnético variável, como se pode ver na Figura 12.28(b), o que causa o aparecimento de uma tensão entre os terminais da sonda. Considerando uma bicicleta de aro 26, o comprimento da circunferência da roda será de aproximadamente 82 polegadas (2 m). Depois de percorrer 1 milha (1,6 km), o número de rotações será:

$$5280\ \cancel{\text{pÈs}}\left(\frac{12\ \cancel{\text{pol.}}}{1\ \cancel{\text{pÈs}}}\right)\left(\frac{1\ \text{rotaÁ,o}}{82\ \cancel{\text{pol.}}}\right) \cong 773\ \text{rotaÁıes}$$

Se a bicicleta estiver se movendo a 20 milhas por hora (32 km/h), a frequência dos pulsos de tensão será 4,29 pulsos por segundo. É interessante notar que a essa velocidade a roda completa aproximadamente 4 revoluções por segundo, e que o número total de revoluções após a bicicleta percorrer 32 km é 15.460.

Chave magnética reed

Um dos tipos de chaves mais usados em sistemas de alarme é a *chave magnética reed*, mostrada na Figura 12.29. Como se vê, a chave reed possui dois componentes — um ímã permanente, que é montado no elemento móvel (porta, janela, entre outros), e a chave reed, que é conectada ao circuito elétrico de controle. A chave reed é constituída de duas palhetas feitas de uma liga de ferro (ferromagnético) e encapsuladas em um invólucro hermeticamente fechado. As extremidades das duas palhetas não se tocam, mas ficam muito próximas. Na ausência de um campo magnético, elas permanecem separadas. Entretanto, se um campo magnético for produzido próximo às

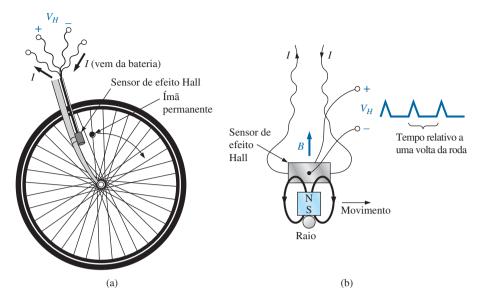



Figura 12.28 Obtenção da velocidade de uma bicicleta utilizando um sensor de efeito Hall: (a) montagem dos componentes; (b) tensão induzida no sensor (resposta do efeito Hall).

palhetas, elas se atrairão, pois as linhas de campo procuram sempre o caminho de menor relutância, e, quando possível, estabelecem esse caminho de relutância mínima. A situação é semelhante àquela na qual aproximamos uma barra de material ferromagnético das extremidades de um ímã em forma de 'U'. A barra é atraída para os polos do ímã, de modo a formar um circuito magnético sem entreferros e com a menor relutância possível. Quando as palhetas estão separadas, a resistência entre elas é maior que 100 MΩ, enquanto no momento em que se tocam, a resistência cai para menos de 1 Ω.

A Figura 12.30 mostra uma chave reed instalada na moldura de uma janela e um ímã permanente é montado na parte móvel da janela. Quando fechada, como ilustra a Figura 12.30, o ímã e a chave reed estão suficientemente próximos para estabelecer um contato entre as palhetas, permitindo a passagem de corrente pela chave reed para o painel de controle. A existência dessa corrente é interpretada pelo sistema de controle como uma situação normal. Se a janela for aberta, o ímã permanente se afasta da chave reed, e a chave se abre. A corrente através da chave é interrompida, fazendo soar o alarme.

Uma das vantagens da chave magnética reed é que seu funcionamento pode ser testado facilmente com a ajuda de um pequeno ímã. Basta aproximá-lo e afastá-lo da chave reed e observar a resposta de saída. Não há necessidade de abrir e fechar continuamente portas e janelas. Além disso, as palhetas ficam no interior de um invólucro hermeticamente fechado que impede que sejam danificadas pela oxidação ou por objetos estranhos, fazendo com que esse dispositivo tenha uma vida útil extremamente longa. As chaves magnéticas reed são fabricadas em grande variedade de formas e tamanhos, o que permite instalá-las em locais discretos. Um dos modelos é constituído por dois pequenos discos que podem ser instalados na borda de uma porta e em sua moldura, de modo que apenas dois pequenos discos sejam vistos quando a porta é aberta.

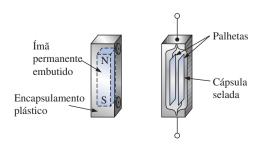



Figura 12.29 Chave magnética (reed).

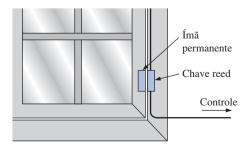



Figura 12.30 Uso de uma chave magnética reed para monitorar o estado de uma janela.

Formação de imagens por ressonância magnética

A formação de imagens por ressonância magnética (MRI — *magnetic resonance imaging*) fornece imagens em corte do corpo humano para diagnóstico e tratamento médico. Essa técnica não expõe o paciente aos potencialmente perigosos raios X nem exige material de contraste como o que é usado na tomografia axial computadorizada (CAT — *computerized axial tomography*).

Os três principais componentes de um sistema de MRI são um grande eletroímã, uma mesa móvel que transporta o paciente para o interior do eletroímã e uma mesa de controle, como mostra a Figura 12.31. A imagem é obtida colocando-se o paciente no interior do eletroímã, em uma posição que depende da parte do corpo a ser examinada, e aplicando-se um forte campo magnético que provoca o alinhamento dos momentos magnéticos dos núcleos de certos átomos do corpo do paciente. Em seguida, são aplicadas ondas de rádio de diferentes frequências na região de interesse, e quando a frequência dessas ondas coincide com a frequência natural dos átomos, os núcleos entram em um estado de ressonância, absorvendo energia do sinal aplicado. Quando o sinal de rádio é removido, os núcleos emitem essa energia na forma de sinais fracos, mas que podem ser detectados. A duração e intensidade desses sinais variam de um tipo de tecido para o outro no corpo. Os sinais fracos são amplificados, digitalizados e usados para produzir uma imagem em corte, como a mostra a Figura 12.32. Uma unidade mais aberta foi desenvolvida como mostra a Figura 12.33, que elimina grande parte do desconforto.

Os exames de MRI não são recomendados a pessoas que tenham próteses metálicas, usem marca-passos ou trabalhem em ambientes industriais nos quais partículas ferromagnéticas podem se alojar em partes expostas do corpo, como olhos e nariz. Tais pacientes podem ter de recorrer ao uso do sistema CAT, porque este não usa efeitos magnéticos. O profissional da área é muito bem treinado, e removerá qualquer receio infundado ou sugerirá métodos alternativos.

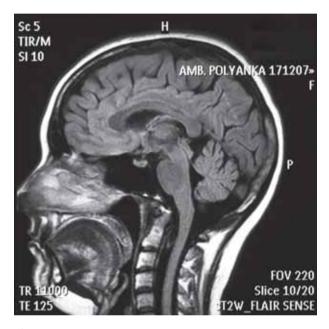



Figura 12.32 Imagem obtida por ressonância magnética. (Cortesia da iStockphoto/Getty Images)

Figura 12.31 Equipamento de obtenção de imagem por ressonância magnética. (Cortesia da haak78/Shutterstock)

Figura 12.33 Equipamento de obtenção de imagens por ressonância magnética (versão aberta). (Cortesia da Picsfive/Shutterstock)

PROBLEMAS

Seção 12.2 Campo magnético

1. Usando o Apêndice E, preencha as lacunas da tabela a seguir. Indique as unidades de cada grandeza.

	Φ	B
SI	5×10^{-4} Wb	8×10^{-4} T
CGS	______	______
Inglês	______	______

2. Repita o Problema 1 usando a seguinte tabela para uma área de 2 polegadas²:

	Φ	B
SI	______	______
CGS	60.000 maxwells	______
Inglês	______	______

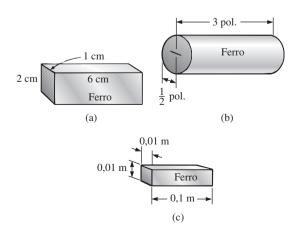
3. Considerando o eletroímã mostrado na Figura 12.34:

a) Calcule a densidade de fluxo no núcleo.

b) Faça um esboço das linhas de campo e indique o seu sentido.

c) Assinale os polos norte e sul do eletroímã.

Seção 12.3 Relutância

4. Em qual das amostras vistas na Figura 12.35 — (a), (b) ou (c) — a relutância é maior ao longo da maior dimensão?

Seção 12.4 Lei de Ohm para circuitos magnéticos

5. Determine a relutância de um circuito magnético se um fluxo $\Phi = 4.2 \times 10^{-4}$ é estabelecido por uma fmm de 400 Ae.

6. Repita o Problema 5 para Φ = 72.000 maxwells e uma fmm de 120 gilberts.

Seção 12.5 Força magnetizante

7. Calcule a força magnetizante H para a situação do Problema 5 em unidades do sistema SI se o circuito magnético tem 6 polegadas de comprimento.

8. Se uma força magnetizante H de 600 Ae/m é aplicada em um circuito magnético, uma densidade de fluxo B de 1.200 $\times 10^{-4}$ Wb/m² é estabelecida. Calcule a permeabilidade μ de um material no qual a mesma força magnetizante causaria uma densidade de fluxo duas vezes maior.

Seção 12.6–12.9 Histerese a circuitos magnéticos em série

9. Para o circuito magnético em série visto na Figura 12.36, determine a corrente I necessária para estabelecer o fluxo magnético indicado.

10. Determine a corrente necessária para estabelecer um fluxo $\Phi = 3 \times 10^{-4}$ Wb no circuito magnético em série mostrado na Figura 12.37.

11. a) Calcule o número N_1 de espiras necessário para estabelecer um fluxo $\Phi = 12 \times 10^{-4}$ Wb no circuito magnético da Figura 11.38.

b) Calcule a permeabilidade μ do material.

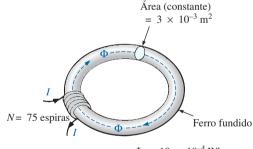



Figura 12.34 Problema 3.

Figura 12.35 Problema 4.

Figura 12.36 Problema 9.

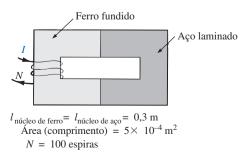



Figura 12.37 Problema 10.

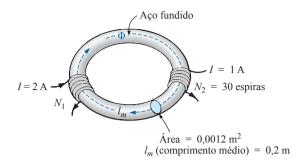



Figura 12.38 Problema 11.

12. a) Determine a fmm (*NI*) necessária para estabelecer um fluxo $\Phi = 80.000$ linhas no circuito magnético visto na Figura 12.39.

b) Calcule as permeabilidades dos dois materiais.

***13.** Para o circuito magnético em série visto na Figura 12.40, no qual existem duas fontes de 'pressão' magnética, determine a corrente *I*. As duas fmm aplicadas estabelecem fluxos magnéticos no sentido horário.

Seção 12.10 Entreferros

14. a) Calcule a corrente *I* necessária para estabelecer um fluxo magnético $\Phi = 2{,}4 \times 10^{-4}$ Wb no circuito magnético mostrado na Figura 12.41.

b) Compare a queda de fmm no entreferro com a queda no resto do circuito magnético. Discuta os resultados à luz dos valores de μ para cada material.

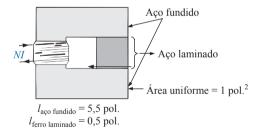



Figura 12.39 Problema 12.

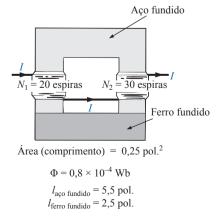



Figura 12.40 Problema 13.

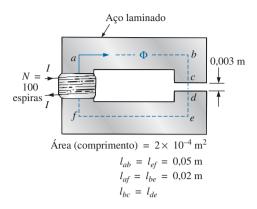



Figura 12.41 Problema 14.

***15.** A força exercida sobre o martelo de campainha ilustrado na Figura 12.42 é dada por:

$$f = \frac{1}{2} NI \frac{d\phi}{dx} \quad \text{(newtons)}$$

onde $d\phi/dx$ é a taxa de variação do fluxo magnético no interior da bobina quando o martelo for puxado para o seu interior. Essa taxa de variação é máxima quando o martelo ocupa de 25 por cento (1⁄4) a 75 por cento (3⁄4) do espaço inteiro da bobina. Se nesse trecho do percurso Φ varia de $0{,}5 \times 10^{-4}$ Wb para 8×10^{-4} Wb, qual é a força exercida sobre o martelo?

16. Determine a corrente I_1 necessária para estabelecer um fluxo $\Phi = 2 \times 10^{-4}$ Wb no circuito magnético da Figura 12.43.

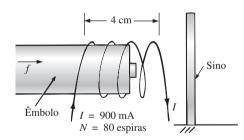



Figura 12.42 Campainha de porta do Problema 15.

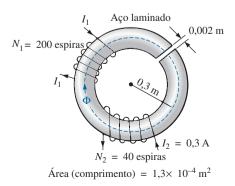



Figura 12.43 Problema 16.

***17. a)** Um fluxo de $0,2 \times 10^{-4}$ Wb estabelece uma força de atração suficiente para que o solenoide ilustrado na Figura 12.44 atraia a armação para vencer a resistência da mola e fechar os contatos. Calcule a corrente necessária para estabelecer esse fluxo, considerando que toda a queda de fmm ocorre no entreferro.

b) A força exercida sobre a armação é dada pela equação:

$$F(\text{newtons}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{B_g^2 A}{\mu_o}$$

onde B_g é a densidade de fluxo no entreferro e A, a área comum do entreferro. Calcule a força em newtons a que é submetida a armadura quando o fluxo Φ tiver o valor especificado no item (a).

Seção 12.11 Circuitos magnéticos em série-paralelo

***18.** Calcule para o circuito magnético em série-paralelo da Figura 12.45 o valor de I necessário para estabelecer um fluxo no entreferro $\Phi_g = 2 \times 10^{-4}$ Wb.

Seção 12.12 Determinação de Φ

19. Calcule o valor do fluxo magnético Φ no circuito em série da Figura 12.46.

***20.** Calcule o valor do fluxo magnético no circuito magnético em série visto na Figura 12.47.

***21.** Observe que a curva *B-H* para o aço fundido (veja a Figura 12.7) é semelhante à curva da tensão entre os terminais de um capacitor quando ele é carregado até o seu valor final.

a) Fazendo uma analogia com a equação para a tensão entre os terminais de um capacitor, escreva uma equação para B em função de H [$B = f(H)$] para o caso do aço fundido.

b) Verifique a equação para H = 900 Ae/m, 1.800 Ae/m e 2.700 Ae/m.

c) Usando a equação obtida no item (a), obtenha a função inversa de B[$H = f(B)$].

d) Teste a validade da expressão obtida no item (c) para B = 1 T e B = 1,4 T.

e) Usando o resultado do item (c), resolva o problema do Exemplo 12.1 e compare o valor de I com o que foi obtido originalmente.

Figura 12.44 Relé do Problema 17.

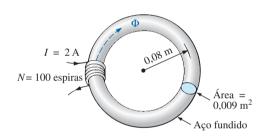



Figura 12.46 Problema 19.

Figura 12.45 Problema 18.

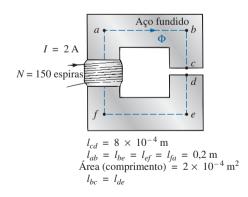



Figura 12.47 Problema 20.

GLOSSÁRIO

Densidade de fluxo magnético (*B*): Medida do fluxo por unidade de área perpendicular às linhas de campo. Sua unidade de medida é o tesla (T) ou webers por metro quadrado (Wb/m^2).

Domínio: Grupo de átomos magneticamente alinhados.

Eletromagnetismo: Efeitos magnéticos resultantes do fluxo de cargas (corrente).

Força magnetizante (*H*): Medida da força magnetomotriz por unidade de comprimento do circuito magnético.

Força magnetomotriz (fmm) ($\mathscr{F}$): 'Pressão' necessária para estabelecer um fluxo magnético em um material ferromagnético. É medida em ampères-espiras (Ae).

Histerese: Defasagem entre a densidade de fluxo em um material e a força de magnetização aplicada.

Ímã permanente: Materiais tais como o aço ou o ferro que se mantêm magnetizados por longos períodos de tempo sem a ajuda de uma fonte externa.

Lei circuital de Ampère: Lei segundo a qual a soma algébrica das elevações e das quedas da força magnetomotriz (fmm) em uma malha fechada de um circuito magnético é igual a zero.

Linhas de fluxo magnético: Linhas de natureza contínua que revelam a intensidade e a orientação do campo magnético.

Materiais ferromagnéticos: Materiais cuja permeabilidade é centenas ou até milhares de vezes maior que a do espaço livre.

Permeabilidade (μ): Medida da facilidade com que um campo magnético pode se estabelecer em um material. É medida em Wb/Am.

Permeabilidade relativa (μ_r): Razão entre a permeabilidade de um material e a do espaço livre.

Relutância ($\mathscr{R}$): Grandeza determinada pelas características físicas de um material que fornece uma indicação da 'relutância' do material em se deixar atravessar por um fluxo magnético. É medida em rels ou Ae/Wb.

Formas de ondas alternadas senoidais

Objetivos

- Familiarizar-se com as características de uma forma de onda senoidal, incluindo seu formato geral, valor médio e valor eficaz.
- Ser capaz de determinar o relacionamento de fase entre duas formas de onda senoidais da mesma frequência.
- Entender como calcular os valores médio e eficaz de qualquer forma de onda.
- Familiarizar-se com o uso de instrumentos projetados para medir quantidades CA.

13.1 INTRODUÇÃO

Até agora, analisamos somente circuitos de corrente contínua, nos quais as tensões e correntes não variam, exceto durante efeitos transitórios. Vamos agora dirigir nossa atenção para a análise de circuitos nos quais a intensidade da fonte varia de uma forma definida. A tensão variante no tempo, fornecida pelas empresas geradoras de energia elétrica, a qual é normalmente denominada *tensão CA*, é de interesse particular (As letras CA são uma abreviação de *Corrente Alternada*, do inglês *Alternating Current — AC*). Em termos mais rigorosos, a terminologia *tensão CA* ou *corrente CA* não é suficiente para descrever o tipo de sinal em questão. Cada forma de onda vista na Figura 13.1 é uma **forma de onda alternada** fornecida por geradores disponíveis comercialmente. O termo *alternada* indica apenas que o valor da tensão ou da corrente se alterna, ao longo do tempo, regularmente entre dois níveis predefinidos. Para ser precisos, temos de usar os termos *senoidal*, *quadrada* ou *triangular*.

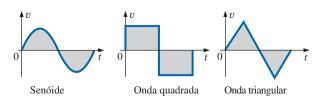



Figura 13.1 Formas de ondas alternadas.

Um sinal particularmente importante é o da **tensão CA senoidal**, mostrado na Figura 13.1. Como esse tipo de sinal é encontrado na grande maioria das aplicações, as frases abreviadas como *tensão CA* e *corrente CA* normalmente são aplicadas sem causar confusão. No caso dos outros tipos vistos na Figura 13.1, o termo que descreve a forma de onda é sempre usado, porém, a abreviação *CA* não é usada, o que resulta nas expressões *onda quadrada* ou *onda triangular*.

Uma das principais razões para concentrar nossa atenção na tensão alternada senoidal é que esse tipo de tensão é gerado nas usinas de energia elétrica em todo o mundo. Outras razões incluem seu uso em diversos sistemas elétricos, eletrônicos, de comunicação e industriais. Além disso, como veremos nos capítulos seguintes, essa forma de onda tem diversas características que resultam em uma resposta exclusiva quando aplicada aos componentes elétricos básicos. Os diversos teoremas e métodos introduzidos para circuitos de corrente contínua também serão aplicados a circuitos de corrente alternada senoidal. Embora a aplicação de sinais senoidais implique um aumento do nível de complexidade matemática, uma vez que a notação apresentada no Capítulo 14 tenha sido entendida, muitos dos conceitos introduzidos nos capítulos sobre corrente contínua poderão ser aplicados a circuitos CA com um mínimo de dificuldades adicionais.

13.2 TENSÃO ALTERNADA SENOIDAL: CARACTERÍSTICAS E DEFINIÇÕES

Geração

As tensões alternadas senoidais podem ser geradas por diversas fontes. A mais comum é aquela que obtemos nas tomadas residenciais, que fornecem tensão alternada cuja origem é uma usina geradora; essas usinas são em geral alimentadas por quedas-d'água, óleo, gás ou fissão nuclear. Em cada caso, um **gerador CA** (também denominado *alternador*), como mostra a Figura 13.2(a), é o componente mais importante no processo de conversão de energia. A energia oriunda de uma das fontes citadas acima é utilizada para girar um *rotor* (construído com polos magnéticos alternados) envolvido pelos enrolamentos do *estator* (a parte estacionária do gerador), induzindo assim uma tensão nos enrolamentos do estator, como define a lei de Faraday:

$$e = N\frac{d\phi}{dt}$$

Usando um gerador projetado apropriadamente, obteremos nos terminais de saída uma tensão alternada senoidal que pode ter a sua amplitude aumentada consideravelmente para ser distribuída através das linhas de transmissão até chegar aos consumidores. No caso de regiões isoladas, onde não foram instaladas linhas de transmissão, podem ser usados geradores portáteis (veja a Figura 13.2(b)), que funcionam com gasolina ou óleo diesel. Porém, assim como nas usinas geradoras, eles também têm um gerador CA como parte integral do sistema.

Em vista da necessidade de conservar os recursos naturais, a energia eólica, a energia solar e as células de combustível vêm despertando um interesse crescente nas diversas regiões do mundo onde tais fontes de energia são abundantes em nível e duração, de maneira a tornar esse processo de conversão viável. As pás da turbina que aparecem na Figura 13.2(c) estão diretamente conectadas ao eixo de um gerador CA para fornecer a tensão CA descrita acima. Por meio da energia luminosa absorvida na forma de *fótons*, as células solares (veja a Figura 13.2(d)) podem gerar tensões contínuas. Usando um sistema eletrônico denominado *inversor*, a tensão contínua pode ser convertida em alternada. Pequenas embarcações, veículos de recreação etc. fazem uso frequente desse processo de inversão em locais isolados.

Tensões alternadas senoidais com características que podem ser controladas pelo usuário estão disponíveis a partir dos **geradores de sinais** (ou geradores de funções), como o que é visto na Figura 13.2(e). Usando as chaves e os botões existentes no painel de controle, podemos obter formas de ondas com diferentes amplitudes e frequências. O gerador de sinais tem uma importante função no estudo dos diversos teoremas, métodos de análise e tópicos a serem apresentados nos próximos capítulos.

Definições

A forma de onda senoidal, com sua notação adicional, é vista na Figura 13.3 e será o modelo para a definição de alguns termos básicos. Entretanto, esses termos podem ser aplicados a qualquer forma de onda alternada. É importante lembrar que, ao longo do estudo das diversas definições, o eixo vertical dos gráficos é usado para representar tensões e correntes, enquanto o eixo horizontal sempre representa o tempo.

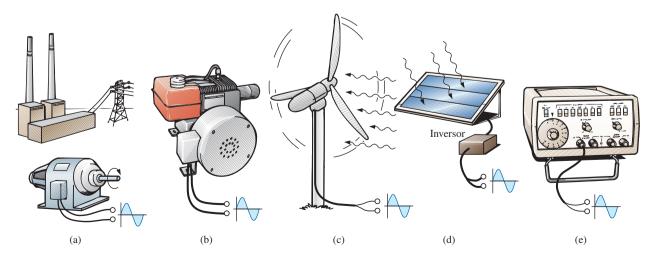



Figura 13.2 Fontes de corrente alternada: (a) usina geradora; (b) gerador CA portátil; (c) gerador eólico; (d) painel solar; (e) gerador de sinais.

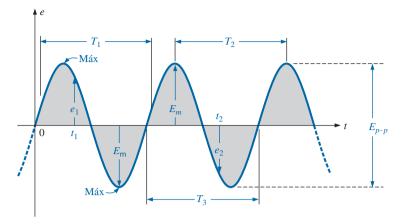



Figura 13.3 Parâmetros importantes de uma tensão senoidal.

Forma de onda: Gráfico de uma grandeza, como a tensão na Figura 13.3, em função de uma variável como o tempo (como na figura), posição, graus, radianos, temperatura, entre outras.

Valor instantâneo: Amplitude de uma forma de onda em um instante de tempo qualquer. É representado por letras minúsculas (e_1, e_2 na Figura 13.3).

Amplitude de pico: Valor máximo de uma forma de onda em relação ao *valor médio*. É representado por letras maiúsculas (como E_m na Figura 13.3 para fontes de tensão e V_m para quedas de tensão por meio de uma carga). No caso da forma de onda vista na Figura 13.3, o valor médio é zero volt e E_m é a amplitude indicada na figura.

Valor de pico: Valor máximo instantâneo de uma função medido a partir do nível de zero volt. No caso da forma de onda vista na Figura 13.3, a amplitude de pico e o valor de pico são iguais, pois o valor médio da função é zero volt.

Valor pico a pico: Denotado por $E_{p\text{-}p}$ ou $V_{p\text{-}p}$ (como mostra a Figura 13.3), é a diferença entre os valores dos picos positivo e negativo, isto é, a soma dos módulos das amplitudes positiva e negativa.

Forma de onda periódica: Forma de onda que se repete continuamente após certo intervalo de tempo constante. A forma de onda vista na Figura 13.3 é periódica.

Período (*T*): Intervalo de tempo entre repetições sucessivas de uma forma de onda periódica.

Ciclo: Parte de uma forma de onda contida em um intervalo de tempo igual a um período. Os ciclos definidos por T_1, T_2 e T_3 na Figura 13.3 podem parecer diferentes na Figura 13.4, mas como estão todos contidos em um período, satisfazem à definição de ciclo.

Frequência (*f*): O número de ciclos que ocorrem em 1 s. A frequência da forma de onda vista na Figura 13.5(a) é 1 ciclo por segundo, e a da Figura 13.5(b), $2\frac{1}{2}$ (2,5) ciclos por segundo. No caso de uma forma de onda semelhante, cujo período é 0,5 s (veja a Figura 13.5(c)), a frequência seria 2 ciclos por segundo.

A unidade de frequência é o hertz (Hz), onde:

$$1 \text{ hertz (Hz)} = 1 \text{ ciclo por segundo (c/s)} \tag{13.1}$$

O nome hertz é uma homenagem a Heinrich Rudolph Hertz (veja a Figura 13.6), que realizou pesquisas de importância fundamental sobre correntes e tensões alternadas e seus efeitos sobre resistores, indutores e capacitores (elementos *R, L* e *C* básicos). A frequência mais comum nas redes de transmissão em toda a América do Norte é 60 Hz, enquanto na maior parte da Europa predomina a frequência de 50 Hz.

Figura 13.4 Definição de ciclo e período de uma forma de onda senoidal.

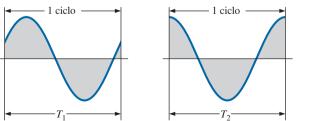
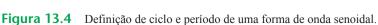
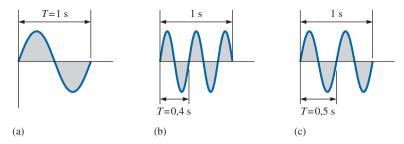



Figura 13.5 Ilustração do efeito da mudança de frequência sobre o período de uma forma de onda senoidal.

Figura 13.6 Heinrich Rudolph Hertz.
Cortesia da Biblioteca do Congresso, Washington, EUA.

Alemão (Hamburgo, Berlim, Karlsruhe) (1857-1894)
Físico
Professor de Física, Escola Politécnica de Karlsruhe e Universidade de Bonn.

Estimulado pelas previsões do físico inglês James Clerk Maxwell, Heinrich Hertz produziu ondas eletromagnéticas em seu laboratório na Escola Politécnica de Karlsruhe pouco depois de completar 30 anos. O transmissor e o receptor rudimentares construídos por Hertz foram os primeiros aparelhos a emitir e a receber ondas de rádio. Ele conseguiu medir o comprimento de onda das ondas eletromagnéticas e verificou que a velocidade de propagação era da mesma ordem de grandeza que a velocidade da luz. Além disso, demonstrou que a propriedade de reflexão e refração de ondas eletromagnéticas são as mesmas para as ondas de calor e de luz. É lamentável que uma pessoa tão talentosa e habilidosa tenha morrido precocemente aos 37 anos, devido a uma doença óssea.

Assim como acontece com os padrões, qualquer desvio a partir do valor determinado pela norma pode gerar problemas. Em 1993, a cidade de Berlim, na Alemanha, recebia toda a sua energia elétrica de usinas gerando tensões CA cuja frequência de saída variava entre 50,03 Hz e 51 Hz. Como consequência disso, os relógios elétricos chegavam a adiantar quatro minutos por dia, fazendo com que os despertadores tocassem antes da hora, os videocassetes parassem de gravar antes do final dos programas etc., e precisassem ser acertados constantemente. Entretanto, em 1994, quando a rede elétrica de Berlim foi interligada com o resto da Europa, o padrão exato de 50 Hz foi restabelecido e todos voltaram a ter a hora certa.

EXEMPLO 13.1

Para a forma de onda senoidal da Figura 13.7:

a) Qual é o valor de pico?
b) Qual é o valor instantâneo em 0,3 s e 0,6 s?
c) Qual é o valor pico a pico da forma de onda?
d) Qual é o período da forma de onda?
e) Quantos ciclos aparecem na figura?
f) Qual é a frequência da forma de onda?

Soluções:

a) **8 V**.
b) Em 0,3 s, –**8 V**; em 0,6 s, **0 V**.
c) **16 V**.
d) **0,4 s**.
e) **3,5 ciclos**.
f) **2,5 c/s,** ou **2,5 Hz**.

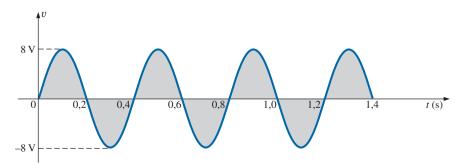



Figura 13.7 Exemplo 13.1.

13.3 ESPECTRO DE FREQUÊNCIA

Usando uma escala logarítmica (descrita em detalhes no Capítulo 20), podemos representar um espectro de 1 Hz a 1.000 GHz em um único gráfico, como mostra a Figura 13.8. Vários dos termos associados a regiões específicas do espectro eletromagnético são provavelmente familiares ao leitor com base em sua experiência diária. Observe que a faixa de áudio (intervalo de resposta do ouvido humano) vai de 15 Hz a 20 kHz, mas as transmissões de sinais de rádio podem ser efetuadas entre 3 kHz e 300 GHz. O processo uniforme de definição dos intervalos do espectro de radiofrequência (RF) que vão do VLF (*Very Low Frequency* — Frequência Muito Baixa) a EHF (*Extremely*

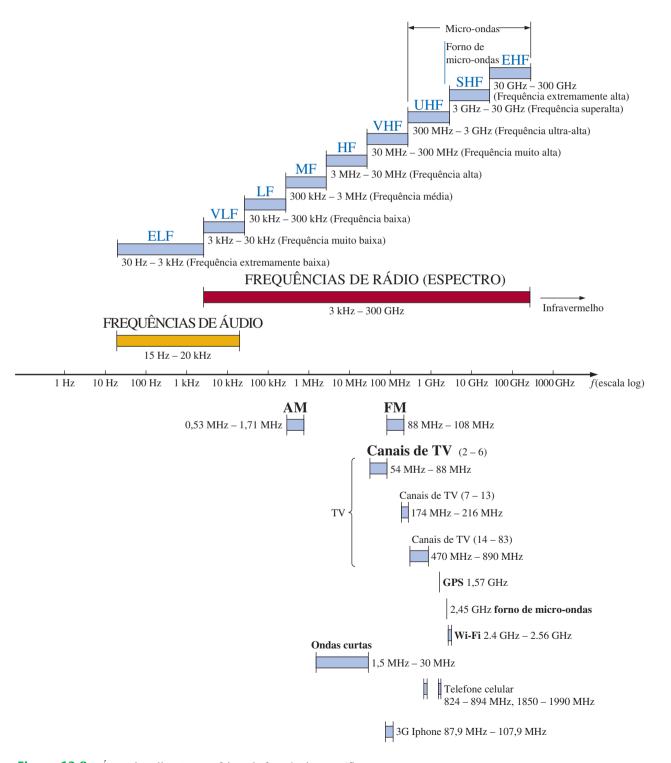



Figura 13.8 Áreas de aplicação para faixas de frequência específicas.

High Frequency — Frequência Extremamente Alta) está bem ilustrado pelas barras na figura (mas tenha em mente que se trata de uma escala logarítmica e, assim, as frequências envolvidas em cada segmento são bastante diferentes). Outras frequências de interesse (TV, CB, micro-ondas etc.) também estão indicadas na figura com a finalidade de orientação. Embora seja fácil falar de frequência nas faixas megahertz e gigahertz, lembre-se de que uma frequência de 100 MHz, por exemplo, representa uma forma de onda senoidal que passa por 100.000.000 de ciclos em apenas 1 s — um número impressionante quando comparado aos 60 Hz da rede elétrica. O processador Intel® Core 2 Extreme pode operar em até 3 GHz. Imagine um produto capaz de processar 3 bilhões de instruções por segundo; é um feito notável.

Como a frequência é inversamente proporcional ao período, ou seja, à medida que um aumenta o outro diminui na mesma proporção, as duas grandezas estão relacionadas pela seguinte equação:

$$f = \frac{1}{T} \qquad \begin{array}{l} f = \text{Hz} \\ T = \text{segundos (s)} \end{array} \tag{13.2}$$

ou

$$T = \frac{1}{f} \tag{13.3}$$

EXEMPLO 13.2

Calcule o período de uma forma de onda periódica cuja frequência seja:

a. 60 Hz.
b. 1000 Hz.

Soluções:

a. $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{60\,\text{Hz}} \cong 0{,}01667\,\text{s}$ ou $\mathbf{16{,}67\ ms}$

(um valor muito usado na prática, pois a frequência 60 Hz é muito utilizada)

b. $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{1000\,\text{Hz}} = 10^{-3}\,\text{s} = \mathbf{1 ms}$

EXEMPLO 13.3

Determine a frequência da forma de onda vista na Figura 13.9.

Solução:

A partir da figura, T = (25 ms − 5 ms) ou (35 ms − 15 ms) = 20 ms, e, portanto,

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{20 \times 10^{-3}\,\text{s}} = \mathbf{50 Hz}$$

Na Figura 13.10, pode-se ver o sismograma resultante de um sismógrafo localizado na área em que ocorre um terremoto. Antes da perturbação, a forma de onda tem um nível relativamente uniforme, mas, quando o evento está para ocorrer, a frequência começa a aumentar, juntamente com a amplitude. Finalmente, ocorre o terremoto, e a frequência e a amplitude aumentam drasticamente. Em outras palavras, as frequências relativas podem ser determinadas, simplesmente, ao se examinar o quanto a forma

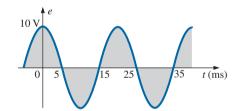



Figura 13.9 Exemplo 13.3.

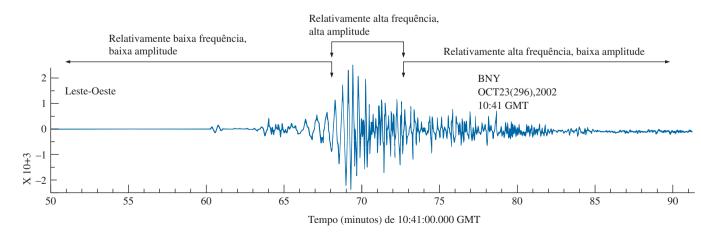



Figura 13.10 Sismograma da estação BNY (Binghamton University) de Nova York devido a terremoto de magnitude 6,7 no Alasca Central, que ocorreu em 63,62°N, 148,04°W, a uma profundidade de 10 km, na quarta-feira, 23 de outubro de 2002.

de onda está estreita e o período associado. A mudança na amplitude é imediatamente óbvia a partir da forma de onda resultante. O fato de o terremoto durar apenas alguns minutos é óbvio pela escala horizontal.

Definições de polaridade e sentido

Você pode estar se perguntando como uma polaridade para uma tensão ou um sentido para uma corrente podem ser estabelecidos se a forma de onda se move da região positiva para a região negativa. Por um período de tempo, a tensão tem uma polaridade, enquanto, para o próximo período igual, ela é invertida. Para resolver esse problema, um sinal positivo é aplicado se a tensão estiver acima do eixo, como mostra a Figura 13.11(a). Para uma fonte de corrente, o sentido no símbolo corresponde à região positiva da forma de onda, como mostra a Figura 13.11(b).

Para qualquer quantidade que não mude com o tempo, é utilizada uma letra maiúscula, como V ou I. Para expressões que dependem do tempo ou que representam um instante de tempo em particular, é utilizada uma letra minúscula, como e ou i.

A necessidade de definição de polaridades e de sentido da corrente torna-se bastante óbvia quando consideramos circuitos CA com múltiplas fontes. Observe, na sentença anterior, a ausência do termo *senoidal* antes da frase *circuitos CA*. Essa frase será cada vez mais usada a cada passo; *senoidal* deve estar subentendido, a menos que indicado de outra forma.

13.4 A SENOIDE

Os termos definidos na seção anterior podem ser aplicados a qualquer função periódica, seja ela contínua seja descontínua. Entretanto, a forma de onda senoidal é particularmente importante, pois facilita imensamente a análise matemática e a análise dos fenômenos físicos associados com os circuitos elétricos. Considere o impacto da seguinte afirmação:

A senoide é a única forma de onda alternada cuja forma não se altera ao ser aplicada a um circuito contendo resistores, indutores e capacitores.

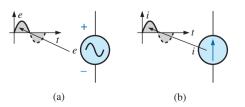



Figura 13.11 (a) Fonte de tensão alternada senoidal; (b) fonte de corrente alternada senoidal.

Em outras palavras, se a tensão (ou a corrente) em um resistor, indutor ou capacitor for senoidal, a corrente resultante (ou a tensão, respectivamente) em cada um também terá características senoidais, conforme mostra a Figura 13.12. Caso fosse aplicada qualquer outra forma de onda alternada, como uma onda quadrada ou triangular, isso não aconteceria.

A unidade de medida escolhida para o eixo horizontal pode ser **tempo** (conforme aparece nas figuras até aqui), **graus** ou **radianos**. O termo **radiano** pode ser definido da seguinte forma: se demarcarmos uma parte da circunferência de um círculo por uma extensão igual ao raio do círculo, como mostra a Figura 13.13, o ângulo resultante é chamado de *1 radiano*. O resultado é:

$$1 \text{ rad} = 57{,}296° \cong 57{,}3° \qquad (13.4)$$

onde 57,3° é a aproximação normal aplicada.

Um círculo completo tem 2π radianos, como mostra a Figura 13.14. Ou seja,

$$2\pi \text{ rad} = 360° \qquad (13.5)$$

de modo que:

$$2\pi = 2(3{,}142) = 6{,}28$$

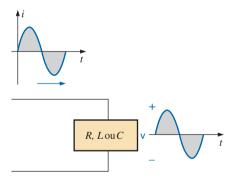



Figura 13.12 A senoide é a única forma de onda que não se altera ao ser aplicada a um circuito contendo resistores, indutores e capacitores.

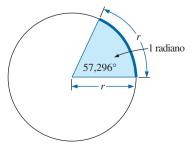



Figura 13.13 Definição de radiano.

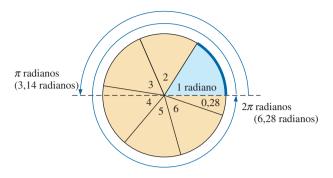



Figura 13.14 Existem 2π radianos em um círculo completo de 360°.

e

$$2\pi(57{,}3°) = 6{,}28(57{,}3°) = 359{,}84° \cong 360°$$

Diversas fórmulas usadas no estudo dos circuitos elétricos contêm o fator π. Por isso, algumas vezes é preferível medir ângulos em radianos em vez de em graus.

O número π é a razão entre o comprimento da circunferência de um círculo e o seu diâmetro.

O valor do número π tem sido calculado com um grande número de casas decimais, principalmente para verificar se aparece uma sequência repetida de dígitos. Esse não é o caso. Uma pequena amostra do resultado desses cálculos pode ser vista a seguir:

$$\pi = 3{,}14159\ 26535\ 89793\ 23846\ 26433\ldots$$

Embora a aproximação $\pi \cong 3{,}14$ seja frequentemente utilizada, todos os cálculos neste livro usam o valor de π fornecido pelas calculadoras científicas.

No caso dos ângulos de 180° e 360°, as duas unidades são relacionadas como mostra a Figura 13.14. As equações para conversões entre essas duas unidades são as seguintes:

$$\text{Radianos} = \left(\frac{\pi}{180°}\right)\times(\text{graus}) \qquad (13.6)$$

$$\text{Graus} = \left(\frac{180°}{\pi}\right)\times(\text{radianos}) \qquad (13.7)$$

Eis alguns exemplos da aplicação dessas equações:

$$90°: \text{Radianos} = \frac{\pi}{180°}(90°) = \frac{\pi}{2}\,\text{rad}$$

$$30°: \text{Radianos} = \frac{\pi}{180°}(30°) = \frac{\pi}{6}\,\text{rad}$$

$$\frac{\pi}{3}\,\text{rad}: \text{Graus} = \frac{180°}{\pi}\left(\frac{\pi}{3}\right) = 60°$$

$$\frac{3\pi}{2}\,\text{rad}: \text{Graus} = \frac{180°}{\pi}\left(\frac{3\pi}{2}\right) = 270°$$

Para fins de comparação, duas tensões senoidais são representadas na Figura 13.15, usando graus e radianos como unidade de medida no eixo das abscissas (horizontal).

Há um interesse particular no fato de a forma de onda senoidal poder ser obtida a partir do comprimento da *projeção vertical* de um vetor radial girando com movimento circular uniforme em torno de um ponto fixo. Começando na posição ilustrada na Figura 13.16(a) e plotando a amplitude (acima e abaixo do zero) no sistema de coordenadas (veja a Figura 13.16(b) até (i)), traçamos um ciclo completo da senoide após o vetor radial completar uma rotação de 360º em torno do centro.

A velocidade com que o vetor gira em torno do centro, denominada **velocidade angular**, pode ser determinada a partir da seguinte equação:

$$\text{Velocidade angular} = \frac{\text{dist,ncia (graus ou radianos)}}{\text{tempo(segundos)}} \qquad (13.8)$$

Substituindo na Equação 13.8 e usando a letra grega ômega (ω) para a velocidade angular, temos:

$$\omega = \frac{\alpha}{t} \qquad (13.9)$$

Figura 13.15 Gráfico da função seno contra (a) graus e (b) radianos.

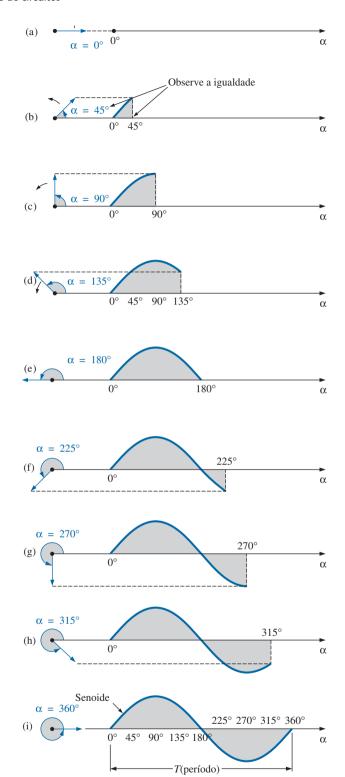



Figura 13.16 Geração de uma forma de onda senoidal usando as projeções de um vetor girante.

e

$$\alpha = \omega t \tag{13.10}$$

Como ω é normalmente expresso em radianos por segundo, o ângulo α é obtido pela Equação 13.10 e é geralmente expresso em radianos. Se for necessário expressar α em graus, a Equação 13.7 tem de ser aplicada. A importância de lembrar o que foi dito ficará evidente nos exemplos a seguir.

Na Figura 13.16, o tempo necessário para completar uma rotação é igual ao período (T) da forma de onda

senoidal vista na Figura 13.16(i). O número de radianos que corresponde a esse intervalo de tempo é 2π. Substituindo, temos:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad \text{(rad/s)} \tag{13.11}$$

Expressa em palavras, essa equação nos diz que, quanto menor o período da forma de onda senoidal da Figura 13.16(i), ou quanto menor o intervalo de tempo antes que seja gerado um ciclo completo, maior a velocidade angular do vetor radial girante. Certamente, essa afirmação está de acordo com o que estudamos até aqui. Agora podemos ir além, usando o fato de que a frequência da forma de onda gerada é inversamente proporcional ao seu período; ou seja, $f = 1/T$. Assim,

$$\omega = 2\pi f \quad \text{(rad/s)} \tag{13.12}$$

Essa equação diz que, quanto maior a frequência da forma de onda senoidal, maior a velocidade angular do vetor. As equações 13.11 e 13.12 são ilustradas na Figura 13.17, na qual, para o mesmo vetor radial, tomamos ω = 100 rad/s e ω = 500 rad/s.

EXEMPLO 13.4

Determine a velocidade angular relativa a uma forma de onda senoidal cuja frequência seja 60 Hz.

Solução:

$$\omega = 2\pi f = (2\pi)(60 \text{ Hz}) \cong \mathbf{377\ rad/s}$$

(um valor muito comum, já que a frequência de 60 Hz é muito usada na prática)

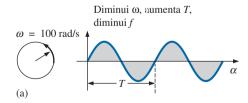
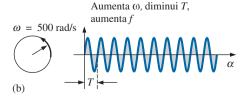



Figura 13.17 Ilustração da influência do valor de ω sobre a frequência e o período.

EXEMPLO 13.5

Determine a frequência e o período da senoide vista na Figura 13.17(b).

Solução:

Como $\omega = 2\pi/T$,

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi \text{ rad}}{500 \text{ rad/s}} = \mathbf{12{,}57\ ms}$$

e

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{12{,}57 \times 10^{-3}\text{ s}} = \mathbf{79{,}58\ Hz}$$

EXEMPLO 13.6

Dado o valor ω = 200 rad/s, determine o intervalo de tempo necessário para a forma de onda senoidal passar no ponto correspondente a 90º.

Solução:

Pela Equação 13.10: $\alpha = \omega t$, e

$$t = \frac{\alpha}{\omega}$$

Entretanto, α tem de ser substituído por $\pi/2$ (= 90º) em função de ω estar em radianos por segundo:

$$t = \frac{\alpha}{\omega} = \frac{\pi/2 \text{ rad}}{200 \text{ rad/s}} = \frac{\pi}{400}\text{ s} = \mathbf{7{,}85\ ms}$$

EXEMPLO 13.7

Determine o ângulo através do qual uma forma de onda senoidal de 60 Hz passará em um período de 5 ms.

Solução:

Pela Equação 13.11: $\alpha = \omega t$, ou

$$\alpha = 2\pi f t = (2\pi)(60 \text{ Hz})(5 \times 10^{-3} \text{ s}) = \mathbf{1{,}885\ rad}$$

Se não formos cuidadosos, a resposta pode ser erroneamente interpretada como 1,885º. Portanto:

$$\alpha(^\circ) = \frac{180^\circ}{\pi \text{ rad}}(1{,}885 \text{ rad}) = \mathbf{108\propto}$$

13.5 EXPRESSÃO GERAL PARA TENSÕES OU CORRENTES SENOIDAIS

A expressão matemática geral para uma forma de onda senoidal é:

$$A_m \text{ sen } \alpha \tag{13.13}$$

onde A_m é o valor de pico da onda e α é um ângulo na unidade do eixo horizontal, como mostra a Figura 13.18.

A equação $\alpha = \omega t$ diz que o ângulo α do vetor girante visto na Figura 13.16 é determinado pela velocidade angular desse vetor e pelo período de tempo em que o vetor gira. Por exemplo, para uma determinada velocidade angular (ω fixo), quanto mais tempo o vetor radial gasta para atingir um ponto (ou seja, quanto maior o valor de t), maior será o valor do ângulo em graus ou em radianos descrito pelo vetor. Relacionando essa afirmação com a forma de onda senoidal para uma determinada velocidade angular quanto maior o tempo, maior o número de ciclos. Para um intervalo de tempo fixo, quanto maior a velocidade angular, maior o número de ciclos gerados.

De acordo com a Equação 13.10, a expressão geral para uma senoide também pode ser escrita como:

$$A_m \text{ sen } \omega t \quad (13.14)$$

com ωt tendo a unidade de medida do eixo horizontal.

No caso das grandezas elétricas como a tensão e a corrente, as expressões gerais são:

$$i = I_m \text{ sen } \omega t = I_m \text{ sen } \alpha$$

$$e = E_m \text{ sen } \omega t = E_m \text{ sen } \alpha$$

onde as letras maiúsculas com o índice m representam amplitudes e as letras minúsculas i e e representam os valores instantâneos da corrente e da tensão, respectivamente, em um instante t qualquer. Essa forma é particularmente importante porque expressa uma tensão ou uma corrente senoidal em função do tempo, que é a escala horizontal dos osciloscópios. Lembre-se de que a sensibilidade horizontal desse instrumento é dada em unidade de tempo por divisão, e não em graus por centímetro.

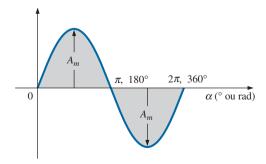



Figura 13.18 Função senoidal básica.

EXEMPLO 13.8

Sendo $e = 5$ sen α, determine e para $\alpha = 40°$ e $\alpha = 0{,}8\pi$.

Solução:

Para $\alpha = 40°$,

$$e = 5 \text{ sen } 40° = 5(0{,}6428) = \mathbf{3{,}21\ V}$$

Para $\alpha = 0{,}8\pi$,

$$\alpha(°) = \frac{180°}{\pi}(0{,}8\pi) = 144°$$

e

$$e = 5 \text{ sen } 144° = 5(0{,}5878) = \mathbf{2{,}94\ V}$$

O ângulo associado a um valor particular da tensão é obtido manipulando a equação:

$$e = E_m \text{ sen } \alpha$$

da seguinte forma:

$$\text{sen } \alpha = \frac{e}{E_m}$$

que pode ser escrita como:

$$\alpha = \text{sen}^{-1} \frac{e}{E_m} \quad (13.15)$$

Da mesma maneira, para um determinado valor de corrente,

$$\alpha = \text{sen}^{-1} \frac{i}{I_m} \quad (13.16)$$

EXEMPLO 13.9

a) Determine o ângulo para o qual o valor da função $v = 10$ sen 377 t é 4 V.
b) Determine o momento em que a função assume o valor dado no item (a).

Soluções:

a) Pela Equação 13.15:

$$\alpha_1 = \text{sen}^{-1} \frac{\upsilon}{E_m} = \text{sen}^{-1} \frac{4\text{ V}}{10\text{ V}} = \text{sen}^{-1} 0{,}4 = \mathbf{23{,}58\propto}$$

Entretanto, a Figura 13.19 revela que o valor de 4 V (positivo) pode corresponder a dois ângulos entre 0º e 180º. O valor do segundo ângulo é determinado por:

$$\alpha_2 = 180° - 23{,}578° = \mathbf{156{,}42°}$$

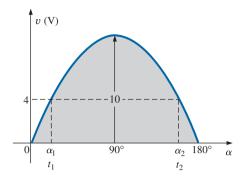



Figura 13.19 Exemplo 13.9.

Portanto, em geral, tenha em mente que as equações 13.15 e 13.16 fornecem um ângulo com valor entre 0º e 90º.

b) Equação 13.10: $\alpha = \omega t$ e, portanto, $t = \alpha / \omega$. Entretanto, α tem de ser expresso em radianos. Assim,

$$\alpha(\text{rad}) \frac{\pi}{180°}(23{,}578°) = 0{,}412\,\text{rad}$$

e

$$t_1 = \frac{\alpha}{\omega} = \frac{0{,}412\,\text{rad}}{377\,\text{rad/s}} = \mathbf{1{,}09\ ms}$$

Para a segunda intersecção,

$$\alpha(\text{rad}) = \frac{\pi}{180°}(156{,}422°) = 2{,}73\,\text{rad}$$

$$t_2 = \frac{\alpha}{\omega} = \frac{2{,}73\,\text{rad}}{377\,\text{rad/s}} = \mathbf{7{,}24\ ms}$$

Operações com calculadora

Tanto sen quanto sen^{-1} estão disponíveis em todas as calculadoras científicas. Você também pode usá-los para trabalhar com o ângulo em graus ou em radianos sem ter que converter uma forma na outra. Ou seja, se o ângulo estiver em radianos e a definição de modo for para radianos, você poderá informar a medida em radianos diretamente.

Para definir a operação no modo DEGREE (grau), prossiga, conforme mostra a Figura 13.20(a), usando a calculadora TI-89. O valor da tensão *e* em 40º pode, então, ser encontrado usando a sequência na Figura 13.20(b).

Depois de estabelecer o modo RADIAN, a sequência na Figura 13.21 determina a tensão em 0,8π.

Finalmente, o ângulo em graus para α_1 na parte (a) do Exemplo 13.9 pode ser determinado pela sequência na Figura 13.22 com o modo definido em graus, enquanto o ângulo em radianos para a parte (a) do Exemplo 13.9 pode ser determinado pela sequência na Figura 13.23, com o modo definido em radianos.

A forma de onda senoidal também pode ser desenhada contra o *tempo* no eixo horizontal. O período de tempo para cada intervalo pode ser determinado a partir de $t = \alpha/\omega$, mas o caminho mais direto é simplesmente encontrar o período *T* a partir de $T = 1/f$ e desmembrá-lo nos intervalos exigidos. Essa última técnica é demonstrada no Exemplo 13.10.

Antes de analisar o exemplo, observe especialmente a simplicidade relativa da equação matemática que pode representar uma forma de onda senoidal. Qualquer forma de onda alternativa, cujas características sejam diferentes daquelas da senoide, não pode ser representada por um único termo, mas pode exigir dois, quatro, seis ou talvez um número infinito de termos para ser representada com precisão.

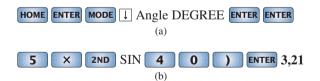



Figura 13.20 (a) Definição do modo DEGREE; (b) avaliação de 5 sen 40°.

5 × 2ND SIN 0 · 8 2ND π) ENTER 2,94

Figura 13.21 Obtenção do resultado $e = 5$ sen 0,8π usando a calculadora no modo RADIAN.

Figura 13.22 Obtenção do resultado $\alpha_1 = \text{sen}^{-1}(4/10)$ usando a calculadora no modo DEGREE.

Figura 13.23 Obtenção do resultado $\alpha_1 = \text{sen}^{-1}(4/10)$ usando a calculadora no modo RADIAN.

EXEMPLO 13.10

Esboce $e = 10$ sen $314t$ com a abscissa

a) ângulo (α) em graus.
b) ângulo (α) em radianos.
c) tempo (t) em segundos.

Soluções:

a) Veja a Figura 13.24. (Observe que nenhum cálculo é necessário.)
b) Veja a Figura 13.25. (Quando o relacionamento entre graus e radianos é compreendido, nenhum cálculo é necessário.)
c) Ver Figura 13.26.

$$360°: \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{314} = 20 \text{ ms}$$

$$180°: \quad \frac{T}{2} = \frac{20 \text{ ms}}{2} = 10 \text{ ms}$$

$$90°: \quad \frac{T}{4} = \frac{20 \text{ ms}}{4} = 5 \text{ ms}$$

$$30°: \quad \frac{T}{12} = \frac{20 \text{ ms}}{12} = 1{,}67 \text{ ms}$$

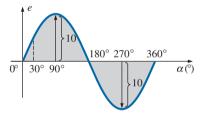



Figura 13.24 Exemplo 13.10, eixo horizontal em graus.

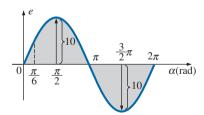



Figura 13.25 Exemplo 13.10, eixo horizontal em radianos.

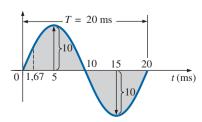



Figura 13.26 Exemplo 13.10, eixo horizontal em milissegundos.

EXEMPLO 13.11

Dado $i = 6 \times 10^{-3}$ sen $1000t$, determine i no instante $t = 2$ ms.

Solução:

$$\alpha = \omega t = 1000t = (1000 \text{ rad/s})(2 \times 10^{-3} \text{ s}) = 2 \text{ rad}$$

$$\alpha(°) = \frac{180°}{\pi \text{ rad}}(2 \text{ rad}) = 114{,}59°$$

$$i = (6 \times 10^{-3})(\text{sen } 114{,}59°) = (6 \text{ mA})(0{,}9093) = \mathbf{5{,}46 \text{ mA}}$$

13.6 RELAÇÕES DE FASE

Até aqui, consideramos apenas ondas senoidais com máximos em π/2 e 3π/2, e zeros em 0, π e 2π, como mostra a Figura 13.25. Se a forma de onda for deslocada para a direita ou para a esquerda de 0º, a expressão passará a ser:

$$A_m \text{ sen } (\omega t \pm \theta) \qquad (13.17)$$

onde θ é o ângulo, em graus ou radianos, a que a forma de onda foi deslocada.

Se a forma de onda intercepta o eixo horizontal *à esquerda da origem* com inclinação positiva (função crescente) antes de 0º, como vemos na Figura 13.27, a expressão é:

$$A_m \text{ sen } (\omega t + \theta) \qquad (13.18)$$

Em $\omega t = \alpha = 0°$, o valor da função é calculado por A_m sen θ. Se o gráfico corta o eixo horizontal com inclinação positiva após 0º, como na Figura 13.28, a expressão é:

$$A_m \text{ sen } (\omega t - \theta) \qquad (13.19)$$

Finalmente, em $\omega t = \alpha = 0$, o valor da função é A_m sen $(-\theta)$, que, por uma identidade trigonométrica, é $-A_m$ sen θ.

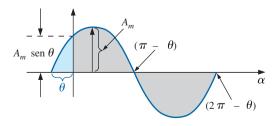



Figura 13.27 Definição do deslocamento de fase de uma função senoidal que corta o eixo horizontal com inclinação positiva antes de 0º.

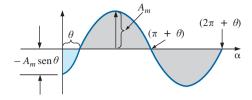



Figura 13.28 Definição do deslocamento de fase de uma senoide que corta o eixo horizontal com uma inclinação positiva após 0º.

Se a forma de onda corta o eixo horizontal com inclinação positiva e adiantada de 90º ($\pi/2$), como na Figura 13.29, o gráfico é chamado de função *cosseno*. Ou seja,

$$\operatorname{sen}(\omega t + 90°) = \operatorname{sen}\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = \cos \omega t \qquad (13.20)$$

ou

$$\operatorname{sen} \omega t = \cos(\omega t - 90°) = \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \qquad (13.21)$$

Os termos **adiantado** e **atrasado** são usados para indicar diferenças de fase entre duas formas de onda senoidais de *mesma frequência* plotadas no mesmo conjunto de eixos. Na Figura 13.29, dizemos que a curva que representa o cosseno está *adiantada* 90º em relação à curva do seno, e que a curva que representa o seno está *atrasada* 90º em relação ao cosseno. Esse ângulo é conhecido como diferença de fase entre as duas formas de onda. Dizemos normalmente também que elas estão *defasadas* 90º. Observe que a diferença de fase entre duas curvas é sempre medida entre dois pontos do eixo horizontal nos quais as duas curvas têm a *mesma inclinação*. Se duas formas de ondas interceptam o eixo horizontal no mesmo ponto e com a mesma inclinação, elas estão *em fase*.

As relações geométricas entre as diversas formas das funções seno e cosseno podem ser deduzidas a partir da Figura 13.30. Por exemplo, começando na posição +sen α, vemos que +cos α corresponde a uma rotação de 90º no sentido anti-horário (positivo). Assim, cos α = sen (α + 90º). Para obter −sen α, devemos efetuar uma rotação de 180º no sentido horário (ou anti-horário). Assim, −sen α = sen (α ± 180º), e assim por diante, como podemos ver a seguir:

$$\begin{aligned} \cos \alpha &= \operatorname{sen}(\alpha + 90°) \\ \operatorname{sen} \alpha &= \cos(\alpha - 90°) \\ -\operatorname{sen} \alpha &= \operatorname{sen}(\alpha \pm 180°) \\ -\cos \alpha &= \operatorname{sen}(\alpha + 270°) = \operatorname{sen}(\alpha - 90°) \text{ etc.} \end{aligned} \qquad (13.22)$$

Além disso, observe que:

$$\begin{aligned} \operatorname{sen}(-\alpha) &= -\operatorname{sen} \alpha \\ \cos(-\alpha) &= \cos \alpha \end{aligned} \qquad (13.23)$$

Se uma expressão senoidal aparecesse como:

$$e = -E_m \operatorname{sen} \omega t$$

o sinal negativo deveria ser associado à parte do seno da expressão, e não ao valor de pico E_m. Em outras palavras, a expressão (se não por conveniência) deveria ser reescrita na forma:

$$e = E_m(-\operatorname{sen} \omega t)$$

Como $\quad -\operatorname{sen} \omega t = \operatorname{sen}(\omega t \pm 180°)$

a expressão também pode ser escrita como:

$$e = E_m \operatorname{sen}(\omega t \pm 180°)$$

revelando que o sinal negativo pode ser substituído por uma variação (positiva ou negativa) de 180º no ângulo de fase. Ou seja,

$$e = -E_m \operatorname{sen} \omega t = E_m \operatorname{sen}(\omega t + 180°) = E_m \operatorname{sen}(\omega t - 180°)$$

Um gráfico de cada uma dessas expressões mostrará claramente a sua equivalência. Portanto, existem duas representações matemáticas corretas para essas funções.

A **relação de fase** entre duas formas de onda indica qual delas está adiantada ou atrasada e por quantos graus ou radianos.

Figura 13.29 Relação de fase entre o seno e o cosseno.

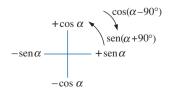



Figura 13.30 Método gráfico para encontrar relações entre funções específicas de seno e cosseno.

EXEMPLO 13.12

Qual é a relação de fase entre as formas de onda senoidais em cada um dos seguintes pares?

a) $v = 10\ \text{sen}(\omega t + 30°)$
   $i = 5\ \text{sen}(\omega t + 70°)$

b) $i = 15\ \text{sen}(\omega t + 60°)$
   $v = 10\ \text{sen}(\omega t - 20°)$

c) $i = 2\cos(\omega t + 10°)$
   $v = 3\ \text{sen}(\omega t - 10°)$

d) $i = -\ \text{sen}(\omega t + 30°)$
   $v = 2\ \text{sen}(\omega t + 10°)$

e) $i = -2\cos(\omega t - 60°)$
   $v = 3\ \text{sen}(\omega t - 150°)$

Soluções:

a) Veja a Figura 13.31.
   ***i* está adiantada 40º em relação a *v*, ou *v* está atrasada 40º em relação a *i*.**

b) Veja a Figura 13.32.
   ***i* está adiantada 80º em relação a *v*, ou *v* está atrasada 80º em relação a *i*.**

c) Veja a Figura 13.33.

$$i = 2\cos(\omega t + 10º) = 2\ \text{sen}(\omega t + 10º + 90º) = 2\ \text{sen}(\omega t + 100º)$$

***i* está adiantada 110º em relação a *v*, ou *v* está atrasada 110º em relação a *i*.**

Figura 13.32 Exemplo 13.12(b): *i* adiantada 80º em relação a *v*.

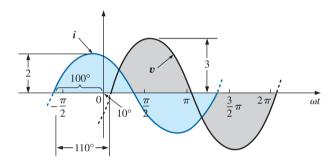



Figura 13.33 Exemplo 13.12(c): *i* adiantada 110º em relação a *v*.

Figura 13.31 Exemplo 13.12(a): *i* adiantada 40º em relação a *v*.

d) Veja a Figura 13.34.

Note

$$-\text{sen}(\omega t + 30º) = \text{sen}(\omega t + 30º - 180º) = \text{sen}(\omega t - 150º)$$

***v* está adiantada 160º em relação a *i*, ou *i* está atrasada 160º em relação a *v*.**

Ou então, usando:

Note

$$-\text{sen}(\omega t + 30º) = \text{sen}(\omega t + 30º + 180º) = \text{sen}(\omega t + 210º)$$

***i* está adiantada 200º em relação a *v*, ou *v* está atrasada 200º em relação a *i*.**

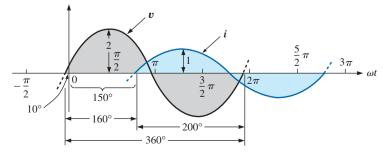



Figura 13.34 Exemplo 13.12(d): *v* adiantada 160º em relação a *i*.

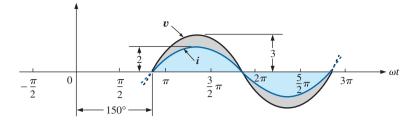



Figura 13.35 Exemplo 13.12(e): v está em fase com i.

e) Veja a Figura 13.35.

Por escolha

$$i = -2\cos(\omega t - 60^\circ) = 2\cos(\omega t - 60^\circ - 180^\circ)$$
$$= 2\cos(\omega t - 240^\circ)$$

Porém, $\cos\alpha = \text{sen}(\alpha + 90^\circ)$

de modo que $2\cos(\omega t - 240^\circ) = 2\,\text{sen}(\omega t - 240^\circ + 90^\circ)$
$$= 2\,\text{sen}(\omega t - 150^\circ)$$

***v* e *i* estão em fase.**

Geradores de funções

Geradores de funções são um componente importante do ambiente típico de laboratório. O gerador da Figura 13.36 pode gerar seis saídas diferentes: onda senoidal, triangular e quadrada, declive, +pulso e −pulso com frequências que se estendem de 0,5 Hz a 4 MHz. Porém, como vemos na listagem de saída, ele tem uma amplitude máxima de 20 V_{p-p}. Diversas outras características estão incluídas para demonstrar como o texto cobrirá cada uma com certos detalhes.

O osciloscópio

O **osciloscópio** da Figura 13.37 é um instrumento que exibirá a forma de onda alternada senoidal de um modo que permitirá a análise de todas as características da forma de onda. De algumas maneiras, a tela e os botões dão a um osciloscópio a aparência de uma pequena TV, mas lembre-se de que *ele só pode exibir o que você lhe fornece*. Não é possível ligá-lo e pedir uma onda senoidal, uma onda quadrada e outras; ele precisa estar conectado a uma fonte ou a um circuito ativo para apanhar a forma de onda desejada.

A tela tem uma aparência padrão, com 10 divisões horizontais e 8 divisões verticais. A distância entre as

SAÍDA PRINCIPAL
Faixa de frequência .... 0,5 Hz a 4 MHz em seis faixas
Formas de onda .... Seis formas de onda (senóide, quadrada, triângulo, declive, +pulso, -pulso)
Amplitude .... 20 Vp-p entrada aberta (10 Vp-p entrada de 50 Ω)
Atenuador .... 0 dB, -20 dB (+2%) — Capítulo 21
Impedância de saída .... 50 Ω (+2%) — Capítulo 26
Distorção .... <1%, 1 Hz a 100 kHz
Tempo de subida/queda .... <60 ns — Capítulo 24
SAÍDA SYNC
Tempo de subida .... < 40 ns — Capítulo 24
Formas de onda .... Quadrada, pulso — Capítulo 24
VARREDURA
Modo .... Varredura linear/log — Capítulo 21
Taxa .... De 10 ms a 5 s variável continuamente
Saída de varredura .... 10 Vp-p (aberto)
Impedância de saída .... 1 kΩ +2% — Capítulo 26

Figura 13.36 Gerador de sinais. (Cortesia da B+K Precision.)

Figura 13.37 Osciloscópio de armazenamento digital. (Cortesia da B+K Precision.)

Sensibilidade vertical = 0,1 V/div.
Sensibilidade horizontal = 50 μs/div.

Figura 13.38 Exemplo 13.13.

divisões é de 1 cm nas escalas vertical e horizontal. *A escala vertical é definida para exibir níveis de tensão, enquanto a escala horizontal é sempre dada em unidades de tempo.* O controle de sensibilidade vertical define o nível de tensão para cada divisão, enquanto o controle de sensibilidade horizontal define o tempo associado a cada divisão. Em outras palavras, se a sensibilidade vertical for definida em 1 V/div., cada divisão mostrará um nível de 1 V, de modo que uma extensão vertical total de 8 divisões representa 8 V de pico a pico. Se o controle horizontal for definido em 10 µs/div., 4 divisões serão iguais ao período de tempo de 40 µs. Lembre-se de que a tela do osciloscópio apresenta uma tensão senoidal contra o tempo, e não graus ou radianos. Além disso, a escala vertical sempre é uma sensibilidade de tensão, e nunca unidades de ampères.

O osciloscópio da Figura 13.37 é um escopo de armazenamento digital, em que *armazenamento* indica que ele pode armazenar a forma de onda em formato digital. O escopo de armazenamento digital (DSO — Digital Storage Scope) é o padrão para a maioria dos laboratórios de hoje. Na entrada do escopo, um conversor analógico-digital (ADC — Analog-to-Digital Converter) converterá o sinal analógico para digital na taxa de 250 MSa/s, ou 250.000.000 de amostras por segundo — um número enorme —, capaz de apanhar qualquer distorção na forma de onda.

EXEMPLO 13.13

Ache o período, a frequência e o valor de pico da forma de onda senoidal que aparece na tela do osciloscópio da Figura 13.38. Observe as sensibilidades fornecidas na figura.

Solução:

Um ciclo se espalha por 4 divisões. Portanto, o período é:

$$T = 4\,\cancel{\text{div.}}\left(\frac{50\,\mu\text{s}}{\cancel{\text{div.}}}\right) = \mathbf{200\ \mu s}$$

e a frequência é:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{200\times10^{-6}\ \text{s}} = \mathbf{5\ kHz}$$

A altura vertical acima do eixo horizontal compreende 2 divisões. Portanto,

$$V_m = 2\,\cancel{\text{div.}}\left(\frac{0{,}1\ \text{V}}{\cancel{\text{div.}}}\right) = \mathbf{0{,}2\ V}$$

Um osciloscópio também pode ser usado para fazer medições de fase entre duas formas de onda senoidais. Praticamente todos os osciloscópios de laboratório hoje têm a opção de duplo traço, ou seja, a capacidade de mostrar duas formas de onda ao mesmo tempo. Contudo, é importante lembrar que as duas formas de onda terão e deverão ter a mesma frequência. O procedimento de ligação para usar um osciloscópio para medir ângulos de fase é explicado com detalhes na Seção 15.13. Contudo, a equação para determinar o ângulo de fase pode ser introduzida usando-se a Figura 13.39.

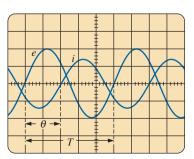
Primeiro, observe que cada função senoidal *tem a mesma frequência*, permitindo o uso de qualquer forma de onda para determinar o período. Para a forma de onda escolhida na Figura 13.39, o período compreende 5 divisões a 0,2 ms/div. O deslo-

Sensibilidade vertical = 2 V/div.
Sensibilidade horizontal = 0,2 ms/div.

Figura 13.39 Encontrando o ângulo de fase entre formas de onda por meio de um osciloscópio de duplo traço.

camento de fase entre as formas de onda (independentemente de qual está adiantada ou atrasada) é de 2 divisões. Como o período completo representa um ciclo de 360º, a seguinte razão (da qual a Equação 13.24 pode ser derivada) pode ser formada:

$$\frac{360°}{T(\text{n° m. de div.})} = \frac{\theta}{\text{desl. de fase}(\text{n° m. de div.})}$$

e

$$\theta = \frac{\text{desl. de fase}(\text{n° m. de div.})}{T(\text{n° m. de div.})} \times 360° \tag{13.24}$$

Substituindo na Equação 13.24, o resultado é:

$$\theta = \frac{(2\,\text{div.})}{(5\,\text{div.})} \times 360° = \mathbf{144\infty}$$

e e está adiantado 144° em relação a i.

13.7 VALOR MÉDIO

Muito embora o conceito de **valor médio** seja importante em todos os ramos do conhecimento, seu significado é frequentemente mal compreendido. Na Figura 13.40(a), por exemplo, pode ser necessário conhecer a altura média do monte de areia para determinar o volume de areia disponível. A altura média do monte de areia é a altura que será obtida se mantivermos constante a distância entre as extremidades do monte e espalharmos a areia até que a altura fique uniforme, como na Figura 13.40(b). A área da seção reta do monte na Figura 13.40(a) será então igual à área do monte da seção retangular na Figura 13.40(b), que é dada por $A = b \times h$. É claro que a profundidade do monte (na direção perpendicular à página) deve ser a mesma nos dois casos para que as conclusões a que chegamos sejam verdadeiras.

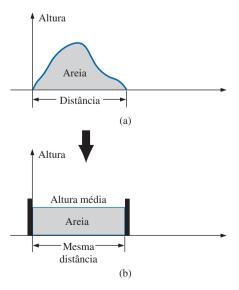



Figura 13.40 Definição de valor médio.

Na Figura 13.40, a distância entre as extremidades do monte de areia foi mantida constante. Na Figura 13.41(a), a distância se estende além da extremidade do monte original visto na Figura 13.40. Por exemplo, poderia ser que um jardineiro desejasse saber a altura média da areia se ela fosse espalhada para cobrir a distância indicada na Figura 13.41(a). O resultado desse aumento na distância é visto na Figura 13.41(b). Comparada com a situação da Figura 13.40, a altura média diminui. Portanto, é bastante óbvio que, quanto maior a distância, menor o valor médio.

Se existe uma depressão no terreno, como mostra a Figura 13.42(a), uma parte da areia é usada para preencher

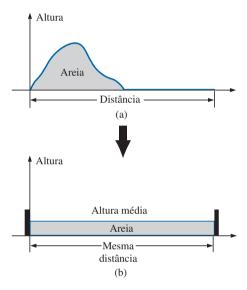



Figura 13.41 Influência da distância (largura) sobre o valor médio.

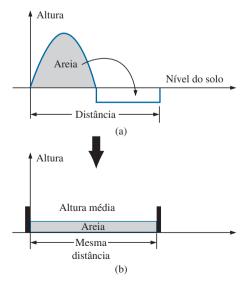



Figura 13.42 Influência de depressões (valores negativos) sobre o valor médio.

a depressão, resultando em um valor médio ainda menor, como mostra a Figura 13.42(b). No caso de uma forma de onda senoidal, a depressão tem a mesma forma que o monte de areia (em um ciclo completo), o que implica uma altura média nula (ou zero volt para uma tensão senoidal quando calculamos a média para um período completo).

Algumas pessoas, depois de terem percorrido uma distância considerável de carro, gostam de calcular a velocidade média durante toda a viagem. Em geral, isso é feito dividindo o número de quilômetros percorrido pelo número de horas necessário para percorrer a distância. Por exemplo, se uma pessoa viajou 225 milhas em 5 horas, a velocidade média foi de 225 milhas/5 horas, ou 45 milhas/h. Essa distância pode ter sido percorrida com várias velocidades em diferentes intervalos de tempo, como vemos na Figura 13.43.

Calculando a área total sob a curva para 5 horas e dividindo o resultado por 5 h (o tempo total da viagem), obtemos o mesmo resultado: 45 mi/h. Ou seja:

$$\text{Velocidade mÈdia} = \frac{\text{□rea sob a curva}}{\text{comprimento da curva}} \qquad (13.25)$$

$$\begin{aligned}\text{Velocidade mÈdia} &= \frac{A_1 + A_2}{5\,\text{h}}\\ &= \frac{(60\,\text{mi/h})(2\,\text{h}) + (50\,\text{mi/h})(2{,}5\,\text{h})}{5\,\text{h}}\\ &= \frac{225}{5}\,\text{mi/h} = \mathbf{45\ mi/h}\end{aligned}$$

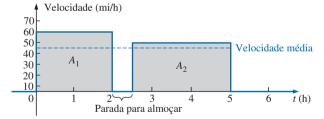



Figura 13.43 Gráfico da velocidade em função do tempo para uma viagem de automóvel.

A Equação 13.25 pode ser aplicada a qualquer variável, por exemplo, à corrente ou à tensão. Se representarmos por G o valor médio, teremos:

$$G(\text{Valor mÈdio}) = \frac{\text{soma algÈbrica da □rea}}{\text{comprimento da curva}} \qquad (13.26)$$

A soma *algébrica* das áreas deve ser determinada, pois algumas podem estar abaixo do eixo horizontal. As áreas acima do eixo são tomadas com sinal positivo, e as áreas abaixo do eixo, com sinal negativo. Um valor médio positivo estará acima do eixo, e um valor negativo, abaixo.

O valor médio de *qualquer* corrente ou tensão é o valor indicado por um medidor de corrente contínua. Em outras palavras, ao longo de um ciclo completo, o valor médio de uma forma de onda periódica é o valor CC equivalente. Em cursos mais avançados de análise de circuitos eletrônicos, tanto a fonte de tensão CC quanto a CA aparecem no mesmo circuito. Então, será necessário conhecer ou determinar as componentes CC (que é o valor médio) e CA de tensões e correntes em diversos pontos do sistema.

EXEMPLO 13.14

Determine o valor médio das formas de onda vistas na Figura 13.44.

Soluções:

a) Por inspeção, a área acima do eixo é igual à área abaixo do mesmo eixo ao longo de um ciclo, resultando em um valor médio nulo. Usando a Equação 13.26, temos:

$$G = \frac{(10\,\text{V})(1\,\text{ms}) - (10\,\text{V})(1\,\text{ms})}{2\,\text{ms}} = \frac{0}{2\,\text{ms}} = \mathbf{0\ V}$$

b) Usando a Equação 13.26, temos:

$$G = \frac{(14\,\text{V})(1\,\text{ms}) - (6\,\text{V})(1\,\text{ms})}{2\,\text{ms}} = \frac{14\,\text{V} - 6\,\text{V}}{2} = \frac{8\,\text{V}}{2} = \mathbf{4\ V}$$

como vemos na Figura 13.45.

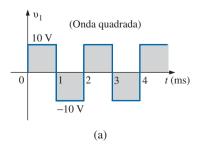
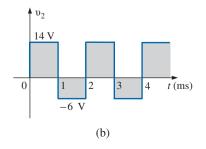



Figura 13.44 Exemplo 13.14.

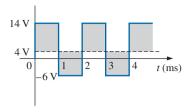



Figura 13.45 Resposta de um medidor CC à forma de onda da Figura 13.44 (b).

Na realidade, a forma de onda da Figura 13.44(b) é a onda quadrada da Figura 13.44(a) somada a uma tensão contínua de 4 V; ou seja,

$$v_2 = v_1 + 4\text{ V}$$

EXEMPLO 13.15

Determine os valores médios das seguintes formas de onda por um ciclo completo:

a) Figura 13.46.
b) Figura 13.47.

Soluções:

$$\text{a) } G = \frac{+(3\text{ V})(4\text{ ms}) - (1\text{ V})(4\text{ ms})}{8\text{ ms}} = \frac{12\text{ V} - 4\text{ V}}{8} = \mathbf{1\text{ V}}$$

Observe a Figura 13.48.

$$\text{b) } G = \frac{-(10\text{ V})(2\text{ ms}) - (4\text{ V})(2\text{ ms}) - (2\text{ V})(2\text{ ms})}{10\text{ ms}} =$$

$$= \frac{-20\text{ V} + 8\text{ V} - 4\text{ V}}{10} = -\frac{16\text{ V}}{10} = \mathbf{-1{,}6\text{ V}}$$

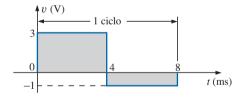



Figura 13.46 Exemplo 13.15(a).

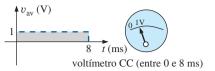



Figura 13.48 Resposta de um medidor CC à forma de onda da Figura 13.46.

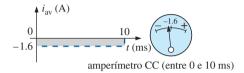



Figura 13.49 Resposta de um medidor CC à forma de onda da Figura 13.47.

Observe a Figura 13.49.

No Exemplo 13.15, determinamos as áreas sob as curvas usando uma simples fórmula geométrica. Entretanto, se encontrássemos uma senoide ou qualquer outra forma de onda incomum, teríamos de determinar a área de outro jeito. Podemos obter uma boa aproximação no valor da área tentando reproduzir a forma de onda original usando diversos pequenos retângulos ou outras formas familiares, de modo que a área de cada uma dessas formas possa ser calculada a partir de equações geométricas simples. Por exemplo,

a área do semiciclo positivo (ou negativo) de uma senoide é igual a $2A_m$.

Substituindo a forma de onda real por dois triângulos (veja a Figura 13.50) e usando a fórmula para a área de um triângulo (usando *área = 1/2 base × altura*), obtemos uma estimativa grosseira da área real:

$$\text{¡ rea sombreada} = 2\left(\frac{1}{2}bh\right) = 2\left[\overbrace{\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{\pi}{2}\right)}^{b}\overbrace{(A_m)}^{h}\right]$$

$$= \frac{\pi}{2}A_m \cong 1{,}58\text{ A}_m$$

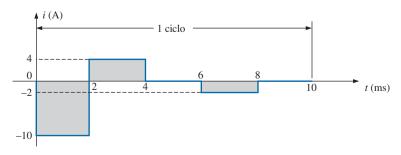



Figura 13.47 Exemplo 13.15(b).

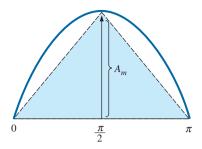



Figura 13.50 Aproximação do semiciclo positivo de uma senoide por dois triângulos retângulos.

Obtemos uma aproximação mais precisa usando um retângulo e dois triângulos (veja a Figura 13.51):

$$\text{Área} = A_m\frac{\pi}{3} + 2\left(\frac{1}{2}bh\right) = A_m\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{3}A_m$$
$$= \frac{2}{3}\pi A_m = 2{,}094A_m$$

que está certamente mais próximo do valor real. Se fosse usado um número infinito de subdivisões, a resposta exata de $2A_m$ seria encontrada. Para formas de onda irregulares, esse método pode ser especialmente útil, caso se deseje saber o valor médio.

O procedimento de cálculo que fornece o valor exato, $2A_m$, é conhecido como *integração*. O cálculo de integrais é apresentado aqui apenas para que o leitor tome conhecimento de sua existência; não será necessário conhecer integração para continuar a fazer uso deste livro. Entretanto, o cálculo integral é uma ferramenta matemática extremamente útil que o leitor deve procurar aprender. Para calcular a área sob o pulso positivo usando integração, começamos com a expressão:

$$\text{Área} = \int_0^{\pi} A_m \operatorname{sen}\alpha\, d\alpha$$

onde $\int$ é o símbolo de integração, 0 e π são os limites de integração, A_m sen α é a função a ser integrada e $d\alpha$ indica que estamos integrando em relação a α.

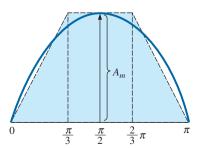



Figura 13.51 Aproximação mais precisa do semiciclo positivo de uma senoide.

Integrando a expressão anterior, obteremos:

$$\text{Área} = A_m\left[-\cos\alpha\right]_0^{\pi}$$
$$= -A_m\left(\cos\pi - \cos 0°\right)$$
$$= -A_m\left[-1-(+1)\right] = -A_m(-2)$$

$$\text{Área} = 2A_m \qquad (13.27)$$

Como conhecemos a área do semiciclo positivo (ou negativo) da senoide, podemos determinar facilmente o valor médio usando a Equação 13.26:

$$G = \frac{2A_m}{\pi}$$

e

$$G = \frac{2A_m}{\pi} = 0{,}637A_m \qquad (13.28)$$

Para a forma de onda na Figura 13.52,

$$G = \frac{(2A_m/2)}{\pi/2} = \frac{2A_m}{\pi}$$ (A média é a mesma que para um semiciclo completo.)

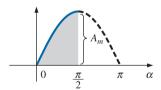



Figura 13.52 Encontrado o valor médio de metade do pulso positivo de uma forma de onda senoidal.

EXEMPLO 13.16

Determine o valor médio das formas de onda vistas na Figura 13.53.

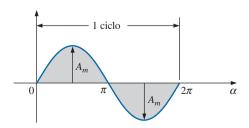



Figura 13.53 Exemplo 13.16.

Solução:

Por inspeção, vemos que:

o valor médio de uma função senoidal pura para um período completo é sempre zero.

Pela Equação 13.26:

$$G = \frac{+2A_m - 2A_m}{2\pi} = \mathbf{0\ V}$$

EXEMPLO 13.17

Determine o valor médio da forma de onda vista na Figura 13.54.

Solução:

O valor pico a pico dessa tensão é 16 mV + 2 mV = 18 mV. A amplitude de pico da forma de onda senoidal é, portanto, 18 mV/2 = 9 mV. Subtraindo 9 mV de 2 mV (ou somando 9 mV a –16 mV), obtemos um valor médio (ou nível CC) de **–7 mV**, indicado pela linha tracejada da Figura 13.54.

EXEMPLO 13.18

Determine o valor médio da forma de onda vista na Figura 13.55.

Solução:

$$G = \frac{2A_m + 0}{2\pi} = \frac{2(10\ V)}{2\pi} \cong \mathbf{3{,}18\ V}$$

EXEMPLO 13.19

No caso da forma de onda da Figura 13.56, verifique se o valor médio é positivo ou negativo e determine seu valor aproximado.

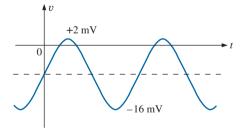



Figura 13.54 Exemplo 13.17

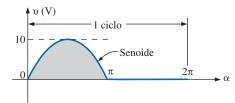



Figura 13.55 Exemplo 13.18

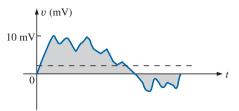



Figura 13.56 Exemplo 13.19.

Solução:

Pela aparência do gráfico, o valor médio é positivo, e está próximo de 2 mV. Em algumas ocasiões, avaliações como essa terão de ser feitas.

Instrumentação

O valor médio (nível CC) de qualquer forma de onda pode ser medido usando um multímetro digital (DMM) ou um **osciloscópio**. No caso de circuitos de corrente contínua, basta colocar o DMM no modo CC (o mesmo que DC) e efetuar a leitura do valor de corrente ou tensão. O osciloscópio só pode ser utilizado para medir valores de tensão seguindo a sequência a seguir:

1. Primeiramente, escolha GND a partir da lista de opções DC-GND-AC associada a cada um dos canais verticais. Essa escolha bloqueia qualquer sinal que tente entrar pela ponta de prova do osciloscópio e faz com que apareça na tela uma linha horizontal, como a que vemos na Figura 13.57(a).
2. Conecte a ponta de prova do osciloscópio à tensão a ser medida (se isso já não tiver sido feito) e selecione a opção DC. Se existir uma tensão contínua, a reta horizontal será deslocada para cima ou para baixo, como na Figura 13.57(b). Multiplicando esse deslocamento pela sensibilidade vertical, obtemos o valor médio. Um deslocamento para cima significa uma tensão positiva (a ponta de prova vermelha ou positiva do osciloscópio está ligada ao potencial mais alto), enquanto um deslocamento para baixo indica uma tensão negativa (a ponta de prova vermelha ou positiva do osciloscópio está ligada ao potencial mais baixo).

Em geral:

$$V_{cc} = (\text{deslocamento vertical em div.}) \times (\text{sensibilidade vertical em V/div.}) \qquad (13.29)$$

Para a forma de onda da Figura 13.57(b),

$$V_{cc} = (2{,}5\ \text{div.})(50\ \text{mV/div.}) = \mathbf{125\ mV}$$

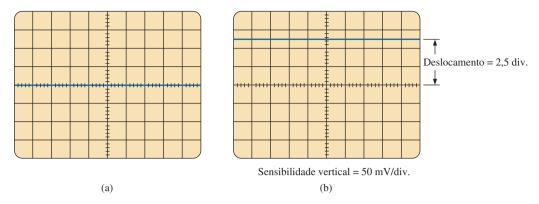



Figura 13.57 Uso do osciloscópio para medir tensões contínuas: (a) opção GND selecionada; (b) deslocamento vertical devido a uma tensão contínua com a opção DC selecionada.

Podemos também utilizar o osciloscópio para medir o valor médio de uma forma de onda qualquer por meio da seguinte sequência de operações:

3. Usando a opção GND, recoloque a linha horizontal no meio da tela.
4. Escolha a opção modo AC (todas as componentes contínuas do sinal serão bloqueadas — apenas as componentes variáveis aparecerão na tela). Observe a localização de algum ponto bem definido da forma de onda, assim como a base da meia onda retificada vista na Figura 13.58(a); ou seja, anote a posição desse ponto na escala vertical. Lembre-se para referência futura de que, *quando você usar a opção AC, o computador distribuirá a forma de onda acima e abaixo do eixo horizontal, de forma que o valor médio passará a ser zero*; ou seja, as áreas acima e abaixo do eixo serão iguais.
5. Agora, escolha a opção modo DC (para permitir que tanto a componente contínua quanto a alternada do sinal entrem no osciloscópio) e observe o deslocamento do ponto anotado no item 2, como na Figura 13.58(b). A Equação 13.29 pode então ser usada para determinar o valor médio da forma de onda. No caso da forma de onda vista na Figura 13.58(b), esse valor será aproximadamente

$$V_{\text{média}} = V_{\text{cc}} = (0{,}9 \text{ div.})(5 \text{ V/div.}) = \mathbf{4{,}5\ V}$$

Essa sequência de operações pode ser aplicada a qualquer sinal alternado, como o que vemos na Figura 13.56. Em alguns casos, pode ser necessário, para obter o valor médio, deslocar a posição inicial da forma de onda, na opção AC, para uma região diferente da tela, ou escolher uma escala de tensão mais alta. Um DMM pode fornecer o valor médio de qualquer forma de onda, bastando para isso que se escolha a escala apropriada.

13.8 VALORES EFICAZES (RMS)

Nessa seção, discutiremos a diferença entre correntes contínuas e alternadas no que diz respeito à potência dissipada pela carga. Isso nos ajudará a determinar a amplitude de uma corrente alternada senoidal necessária para fornecer a mesma potência que uma corrente contínua particular. Uma questão surge frequentemente: como é possível que uma corrente alternada forneça potência

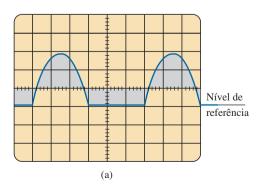
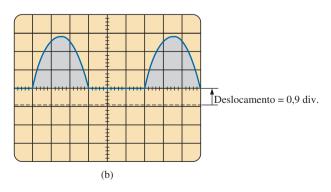



Figura 13.58 Determinação do valor médio de uma onda não senoidal usando um osciloscópio: (a) canal vertical no modo AC; (b) canal vertical no modo DC.

ao circuito, ao longo de um ciclo, se seu valor médio for zero? À primeira vista, poderia parecer que a potência fornecida durante a parte positiva do ciclo seria absorvida durante a parte negativa dele; como as duas têm o mesmo valor absoluto, a potência total seria nula. Entretanto, é importante entender que, independentemente do *sentido* e do valor da corrente através de um resistor, *esse resistor* dissipará potência. Em outras palavras, durante o semiciclo negativo ou positivo de uma corrente alternada senoidal, uma potência está sendo dissipada *a todo instante* no resistor. É claro que a potência dissipada em cada instante varia com a intensidade da corrente alternada, mas haverá uma potência efetiva durante os dois semiciclos e ao longo de um ciclo completo. A potência efetiva é igual a duas vezes a de um dos semiciclos.

A partir do arranjo experimental ilustrado na Figura 13.59, podemos obter uma relação fixa entre correntes e tensões contínuas e alternadas. Um resistor em um recipiente com água é ligado por chaves a duas fontes, uma de corrente contínua e outra de corrente alternada. Se a chave 1 for fechada, uma corrente contínua I_{cc}, que depende da resistência R e da tensão E da bateria, atravessará o resistor R. A temperatura atingida pela água é função da potência dissipada (convertida em calor) pelo resistor.

Se a chave 2 for fechada e a chave 1 for deixada aberta, a corrente no resistor será uma corrente alternada cuja amplitude de pico chamaremos de I_m. A temperatura atingida pela água novamente é função da potência dissipada pelo resistor. A fonte alternada é ajustada de maneira que a temperatura seja a mesma que foi alcançada quando a fonte contínua foi ligada. Quando isso acontece, a potência elétrica média dissipada pelo resistor R em função da fonte alternada é a mesma potência dissipada em função da fonte contínua.

A potência instantânea fornecida pela fonte de CA é dada por:

$$P_{ca} = (i_{ca})^2R = (I_m \text{ sen } \omega t)^2R = (I^2_m \text{ sen}^2\omega t)R$$

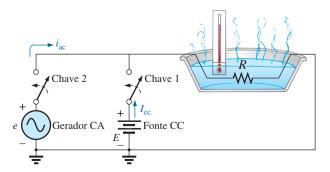



Figura 13.59 Arranjo experimental usado para estabelecer uma relação entre grandezas CC e CA.

Porém,

$$\text{sen}^2\,\omega t = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\omega t) \quad \text{(identidade trigonométrica)}$$

Portanto,

$$P_{ca} = I^2_m\left[\frac{1}{2}(1 - \cos 2\omega t)\right]R$$

e

$$P_{ca} = \frac{I^2_m R}{2} - \frac{I^2_m R}{2}\cos 2\omega t \tag{13.30}$$

A *potência média* fornecida pela fonte alternada corresponde apenas ao primeiro termo, já que o valor médio de um cosseno é zero, mesmo que a frequência da onda seja o dobro da frequência da forma de onda da corrente de entrada. Igualando a potência média, fornecida pela fonte de corrente alternada, à potência fornecida pela fonte de corrente contínua, temos:

$$P_{av(ca)} = P_{cc}$$

$$\frac{I^2_m R}{2} = I^2_{cc}R$$

e

$$I_{cc} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0{,}7071 I_m$$

que, expresso em palavras, quer dizer que

o valor equivalente CC de uma tensão ou corrente senoidal vale 0,707 (1/√2) do seu valor máximo.

O valor da corrente contínua equivalente é chamado de **rms** ou **valor eficaz** da grandeza senoidal.

Para dar um exemplo numérico simples, seria necessária uma corrente alternada de amplitude de pico $\sqrt{2}(10) =$ 14,4 A para fornecer ao resistor da Figura 13.59 a mesma potência que uma corrente CC de 10 A. O valor eficaz de qualquer grandeza, cuja variação com o passar do tempo é conhecida, pode ser calculado a partir da equação a seguir, deduzida a partir do experimento que acabamos de descrever:

Formato de cálculo: $$I_{rms} = \sqrt{\frac{\int_0^T i^2(t)\,dt}{T}} \tag{13.31}$$

que significa $$I_{rms} = \sqrt{\frac{\cdot\, rea\left(i^2(t)\right)}{T}} \tag{13.32}$$

que, expresso em palavras, diz que, para calcular o valor eficaz, devemos elevar $i(t)$ ao quadrado. Em seguida, devemos determinar a área sob a função $i^2(t)$ por meio de integração, e então dividi-la por T, o período da forma de onda, para obter a média ou o valor médio do quadrado

forma de onda. O último passo é extrair a *raiz quadrada* do valor médio. Esse procedimento dá outra designação para valor eficaz, o **valor médio quadrático (rms — *root-mean-square*)**. Como o uso do termo rms é comum no meio educacional e industrial, ele é usado ao longo deste livro.

O relacionamento entre o valor de pico e o valor rms é o mesmo que para tensões, resultando no seguinte conjunto de relacionamentos para os exemplos e o material de texto a seguir:

$$I_{\text{rms}} = \frac{1}{\sqrt{2}} I_m = 0{,}707 I_m$$
$$E_{\text{rms}} = \frac{1}{\sqrt{2}} E_m = 0{,}707 E_m \qquad (13.33)$$

De modo semelhante:

$$I_m = \sqrt{2} I_{\text{rms}} = 1{,}414 I_{\text{rms}}$$
$$E_m = \sqrt{2} E_{\text{rms}} = 1{,}414 E_{\text{rms}} \qquad (13.34)$$

EXEMPLO 13.20

Calcule os valores rms para a forma de onda senoidal em cada parte da Figura 13.60.

Solução:

No item (a), $I_{\text{rms}} = 0{,}707(12 \times 10^{-3}\text{ A}) = \mathbf{8{,}48\ mA}$. No item (b), novamente $I_{\text{rms}} = \mathbf{8{,}48\ mA}$. Note que a mudança da frequência não alterou o valor eficaz de (b) em comparação com (a). No item (c), $V_{\text{rms}} = 0{,}707\,(169{,}73\text{ V}) \cong \mathbf{120\ V}$, a tensão eficaz das tomadas residenciais.

EXEMPLO 13.21

A fonte contínua de 120 V mostrada na Figura 13.61(a) fornece 3,6 W à carga. Determine os valores de pico da tensão aplicada (E_m) e da corrente (I_m) para que a fonte alternada (veja a Figura 13.61(b)) forneça a mesma potência a uma carga idêntica.

Solução:

$$P_{\text{cc}} = V_{\text{cc}} I_{\text{cc}}$$

e
$$I_{cc} = \frac{P_{cc}}{V_{cc}} = \frac{3{,}6\text{ W}}{120\text{ V}} = 30\text{ mA}$$
$$I_m = \sqrt{2} I_{cc} = (1{,}414)(30\text{mA}) = \mathbf{42{,}42mA}$$
$$\text{E}_m = \sqrt{2} E_{cc} = (1{,}414)(120\text{V}) = \mathbf{169{,}68V}$$

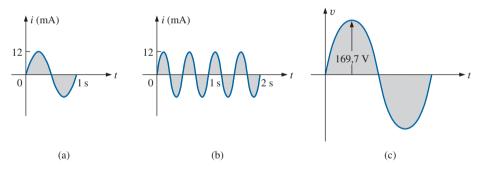



Figura 13.60 Exemplo 13.20.

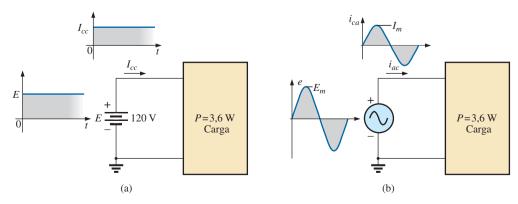



Figura 13.61 Exemplo 13.21.

EXEMPLO 13.22

Calcule o valor rms da forma de onda vista na Figura 13.62.

Solução:

v^2 (Figura 13.63):

$$V_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{(9)(4)+(1)(4)}{8}} = \sqrt{\frac{40}{8}} = \mathbf{2{,}24\ V}$$

EXEMPLO 13.23

Calcule o valor rms da tensão relativa à forma de onda vista na Figura 13.64.

Solução:

v^2 (Figura 13.65):

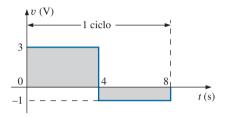



Figura 13.62 Exemplo 13.22.

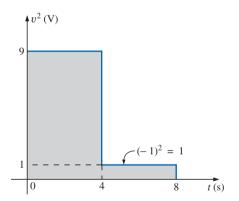



Figura 13.63 Forma de onda da Figura 13.62 elevada ao quadrado.

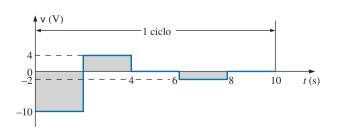



Figura 13.64 Exemplo 13.23.

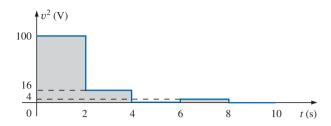



Figura 13.65 Forma de onda da Figura 13.64 elevada ao quadrado.

EXEMPLO 13.24

Determine os valores médio e rms da onda quadrada mostrada na Figura 13.66.

Solução:

Por inspeção, o valor médio é zero.

v^2 (Figura 13.67)

$$V_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{(1600)(10\times10^{-3})+(1600)(10\times10^{-3})}{20\times10^{-3}}}$$

$$= \sqrt{\frac{32.000\times10^{-3}}{20\times10^{-3}}} = \sqrt{1600} = \mathbf{40\ V}$$

(o valor máximo da forma de onda vista na Figura 13.66)

As formas de onda que utilizamos nesses exemplos são as mesmas que foram utilizadas nos exemplos de valor

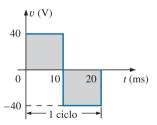



Figura 13.66 Exemplo 13.24.

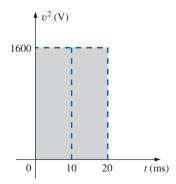



Figura 13.67 Forma de onda da Figura 13.66 elevada ao quadrado.

médio. Seria interessante comparar valores médios e rms dessas formas de onda.

Os valores rms de tensões e correntes senoidais são representados pelos símbolos E e I. Esses símbolos são idênticos aos utilizados para tensões e correntes contínuas. Para evitar confusão, a amplitude de pico de uma forma de onda terá sempre um subscrito m associado a ela: I_m sen ωt. *Atenção:* quando calcular o valor eficaz do semiciclo positivo de uma forma de onda senoidal, observe que a área do semiciclo positivo elevada ao quadrado não é $(2A_m)^2 = 4A^2_m$; a área deve ser calculada por uma nova integração. O mesmo se aplica a qualquer forma de onda não retangular.

Uma situação interessante é aquela na qual uma forma de onda possui uma componente contínua e outra alternada que podem ser geradas por uma fonte como a que vemos na Figura 13.68. Essa combinação é encontrada frequentemente na análise de circuitos eletrônicos onde os níveis CC e CA estão presentes no mesmo sistema.

Uma questão que surge é: Qual é o valor eficaz da tensão v_T? Podemos ser tentados a supor que é simplesmente a soma dos valores rms das componentes do sinal, isto é, que $V_{T(\text{rms})} = 0{,}7071\ (1{,}5\ \text{V}) + 6\ \text{V} = 1{,}06\ \text{V} + 6\ \text{V} = 7{,}06\ \text{V}$. Entretanto, o valor rms é na realidade calculado por:

$$V_{\text{rms}} = \sqrt{V_{dc}^2 + V_{ac(\text{rms})}^2} \qquad (13.35)$$

que, para a forma de onda na Figura 13.68, é:

$$V_{\text{rms}} = \sqrt{(6\ \text{V})^2 + (1{,}06\ \text{V})^2} = \sqrt{37{,}124\ \text{V}} \cong \mathbf{6{,}1\ V}$$

Esse resultado é notavelmente menor do que a solução de 7,06 V.

Medidores true rms

Por toda essa seção, o valor rms de uma série de formas de onda foi determinado para ajudar a garantir que o conceito seja compreendido corretamente. Porém, seria preciso usar um medidor projetado especialmente para se medir o valor rms das mesmas formas de onda. Frequentemente, o painel de um medidor mostrará **True rms Multimeter**, ou algo parecido. Porém, na maior parte dos casos, o medidor só é projetado para ler o valor rms de sinais periódicos sem nível CC e ter uma simetria em torno do eixo zero. A maioria dos multímetros é acoplada a CA (a componente CC do sinal é bloqueada por um capacitor nos terminais de entrada), de modo que apenas a parte CA é medida. Para esses casos, pode ser preciso primeiro determinar o valor rms da parte CA da forma de onda e depois usar a seção CC do medidor para medir o nível de CC. Então, a Equação 13.35 pode ser usada para determinar o valor rms correto.

Contudo, o problema é que muitas formas de onda não são simétricas em torno do eixo zero. Como uma leitura de rms é obtida? Em geral, o valor rms de qualquer forma de onda é uma medida do potencial de 'aquecimento' da forma de onda aplicada, conforme discutimos anteriormente nessa seção. Um resultado direto é o desenvolvimento de medidores que utilizam um conversor térmico calibrado para exibir o valor rms apropriado. Porém, uma desvantagem dessa técnica é que o medidor usará potência do circuito durante o processo de aquecimento, e os resultados possuem um padrão de baixa precisão. Uma técnica melhor, que é comumente usada, utiliza um conversor analógico-digital (ADC — Analog-to-Digital Converter) mencionado anteriormente para digitalizar o sinal, de modo que o valor rms possa então ser determinado com um alto grau de precisão. Um medidor desse tipo aparece na Figura 13.69, que realiza a amostragem do sinal a 1,4 MHz, ou 1.400.000 amostras

Figura 13.69 Multímetro true rms. (© Agilent Technologies 2009. Todos os direitos reservados.)

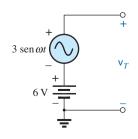
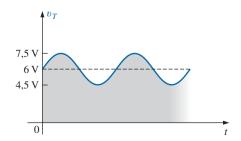



Figura 13.68 Geração de uma tensão com componentes contínua e alternada e o gráfico da forma de onda resultante.

por segundo — certamente, o suficiente para diversos tipos de sinais. Esse medidor usará a taxa de amostragem em todos os momentos, mesmo quando estiver fazendo medições CC, de modo que os conteúdos CC e CA de uma forma de onda podem ser exibidos ao mesmo tempo.

13.9 MEDIDORES E INSTRUMENTOS DE CORRENTE ALTERNADA

Movimento de lâmina de ferro ou de Arsonval

Se um movimento de leitura médio, como o movimento de lâmina de ferro usado no **VOM** da Figura 2.29, for usado para medir uma corrente ou uma tensão CA, o nível indicado pelo movimento deverá ser multiplicado por um **fator de calibragem**. Em outras palavras, se o movimento de qualquer voltímetro ou amperímetro estiver apresentando o valor médio, esse nível deverá ser multiplicado por uma constante específica, ou por um fator de calibragem, para indicar o nível rms. Para formas de onda CA, primeiro o sinal deverá ser convertido em um sinal que tenha um valor médio pelo período de tempo. Lembre-se de que ele é zero por um período completo para uma forma de onda senoidal. Isso normalmente é feito para formas de onda senoidais usando um retificador em ponte, como mostra a Figura 13.70. O processo de retificação, envolvendo quatro diodos em ponte, é descrito com clareza na maioria dos textos básicos de eletrônica.

Em essência, os diodos permitem a passagem da corrente de um modo tal que o sinal de entrada da Figura 13.71(a) é convertido no que aparece na Figura 13.71(b). O semiciclo negativo do sinal é 'invertido' pelo retificador em ponte. A forma de onda que aparece na Figura 13.71(b) é chamada *onda completa retificada*.

O valor médio zero na Figura 13.71(a) foi substituído por um padrão com um valor médio determinado por:

$$G = \frac{2V_m + 2V_m}{2\pi} = \frac{4V_m}{2\pi} = \frac{2V_m}{\pi} = 0,637V_m$$

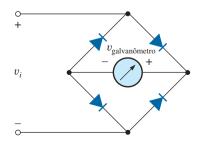



Figura 13.70 Retificador em ponte de onda completa.

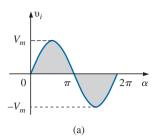
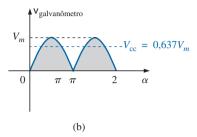



Figura 13.71 (a) Entrada senoidal; (b) sinal retificado de onda completa.

O movimento do ponteiro, portanto, está relacionado diretamente com o valor de pico do sinal pelo fator 0,637.

A formação da razão entre os níveis de rms e CC resulta em:

$$\frac{V_{\text{rms}}}{V_{\text{cc}}} = \frac{0,707V_m}{0,637V_m} \cong 1,11$$

revelando que a indicação da escala é igual a 1,11 vezes o valor CC medido. Ou seja:

$$\text{Indicação do medidor} = 1,11\ (\text{valor médio ou CC}) \quad \text{onda completa} \qquad (13.36)$$

Alguns medidores de corrente alternada utilizam um retificador de meia onda que fornece uma saída como a ilustrada na Figura 13.72, cujo valor médio é a metade do da forma de onda da Figura 13.71(b) por um ciclo completo. O resultado é

$$\text{Indicação do medidor} = 2,22\ (\text{valor médio ou CC}) \quad \text{meia onda} \qquad (13.37)$$

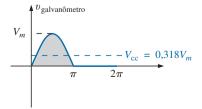



Figura 13.72 Sinal retificado de meia onda.

Movimento do eletrodinamômetro

O movimento do eletrodinamômetro é um movimento que tem a vantagem distinta de ser capaz de ler o valor rms da volta de qualquer medição de corrente, tensão ou potência sem circuitos adicionais. A construção básica aparece na Figura 13.73, que mostra duas bobinas fixas e uma bobina móvel. As duas bobinas fixas estabelecem um campo semelhante ao que foi estabelecido pelo ímã permanente em um movimento de lâmina de ferro. Porém, nesse caso, a mesma corrente que estabelece o campo nas bobinas fixas também estabelecerá o campo na bobina móvel. O resultado são polaridades opostas entre as bobinas móvel e fixa, o que estabelecerá um torque sobre a bobina móvel e fará com que ela gire e ofereça uma leitura a partir de um ponteiro conectado. A remoção da força de excitação permitirá que a mola conectada traga o ponteiro de volta à posição de repouso. Embora o movimento do eletrodinamômetro seja muito eficaz na leitura do valor rms de qualquer tensão ou corrente, ele é usado quase exclusivamente em wattímetros CC/CA para qualquer forma de entrada. Ele também pode ser usado em medições de deslocamento de fase, análise de harmônicas e medições de frequência, embora a melhoria da tecnologia eletrônica digital seja o novo rumo para essas áreas de aplicação.

EXEMPLO 13.25

Determine a leitura dos medidores em cada uma das situações ilustradas nas Figuras 13.74(a) e (b).

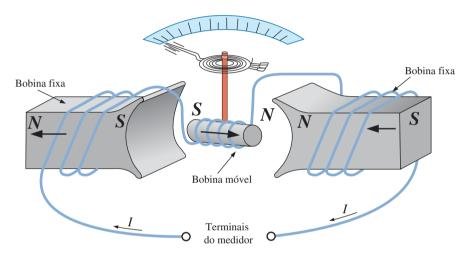



Figura 13.73 Sinal retificado de meia onda.

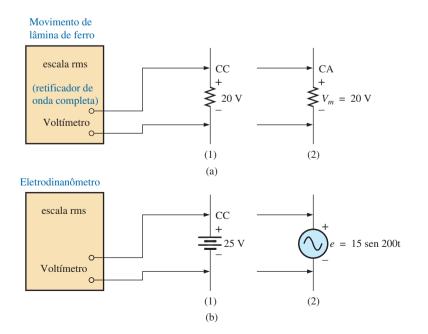



Figura 13.74 Exemplo 13.25.

Solução:
Para a Figura 13.74(a), a situação 1:
Pela Equação 13.36:

$$\text{Indicação do medidor} = 1{,}11\ (20\ \text{V}) = \mathbf{22{,}2\ V}$$

Para a Figura 13.74(a), situação 2:

$$V_{\text{rms}} = 0{,}707\ V_m = (0{,}707)(20\ \text{V}) = \mathbf{14{,}14\ V}$$

Para a Figura 13.74(b), situação 1:

$$V_{\text{rms}} = V_{\text{cc}} = \mathbf{25\ V}$$

Para a Figura 13.74(b), situação 2:

$$V_{\text{rms}} = 0{,}707\ V_m = 0{,}707(15\ \text{V}) \cong \mathbf{10{,}6\ V}$$

Frequencímetro

No caso de medidas de frequência, o **frequencímetro**, visto na Figura 13.75, fornece resultados em forma digital para ondas senoidais, quadradas e triangulares no intervalo de 0,1 Hz a 2,4 GHz. A base de tempo com temperatura compensada, controlada por cristal, é estável a ± 1 parte por milhão por ano.

Medidores alicate

O **medidor alicate** da AEMC®, mostrado na Figura 13.76, é um instrumento capaz de medir correntes alternadas na faixa de ampères sem a necessidade de interromper o circuito. A bobina existente na extremidade do aparelho é aberta apertando um 'gatilho', e colocada em torno do condutor cuja corrente se deseja medir. Por meio da ação de um transformador, a intensidade da corrente eficaz

Figura 13.75 Frequencímetro, instrumento multifuncional a 2,4 GHz. (Cortesia da B + K Precision.)

Figura 13.76 Amperímetro e voltímetro de alicate. (Cortesia da Khotenko Volodymyr.)

aparece em uma escala adequada. O modelo 501 tem detecção automática de escala (ou seja, as escalas mudam automaticamente), e pode medir correntes CC ou CA de até 400 mA. A inclusão de duas pontas de prova permite que o instrumento seja usado também como voltímetro (até 400 V, CC ou CA) e ohmímetro (de zero a 400 Ω).

Medições de impedância

Antes de sair do assunto de medidores de CA e instrumentação, você precisará entender que

um ohmímetro não pode ser usado para medir reatância ou impedância CA de um elemento ou de um circuito, embora a reatância e a impedância sejam medidas em ohms.

Lembre-se de que os ohmímetros não podem ser usados em redes energizadas; a energia deverá estar desligada ou desconectada. Para um indutor, se a energia CA for cortada, a reatância da bobina será simplesmente a resistência CC das espiras, pois a frequência aplicável será 0 Hz. Para um capacitor, se a energia CA for cortada, a reatância do capacitor será simplesmente a resistência interna do capacitor. Em geral, portanto, lembre-se sempre de que *os ohmímetros só podem ler a resistência CC de um elemento ou circuito, e somente depois que a energia aplicada tiver sido cortada*.

13.10 APLICAÇÕES

(120 V/60 Hz) *versus* (220 V/50 Hz)

Nas Américas do Norte e do Sul, a fonte de tensão alternada mais comum disponível é 120 V/60 Hz; na Europa ocidental e central, África e Austrália, 220 V/50 Hz

é o mais comum. O Japão é único, porque a parte oriental do país usa 100 V/50 Hz, enquanto a maioria da parte ocidental usa 100 V/60 Hz. As escolhas dos valores rms e da frequência foram obviamente feitas com cuidado, pois elas têm um impacto importante no projeto e no funcionamento de muitos sistemas.

O fato de a diferença de frequência ser de apenas 10 Hz revela que houve concordância na faixa de frequência geral que seria usada na geração e na distribuição de energia elétrica. A história sugere que a questão da seleção da frequência foi originalmente centrada no valor de frequência que não apresentaria *cintilações (flikers) nas lâmpadas incandescentes* disponíveis naquela época. Entretanto, tecnicamente não haveria diferença significativa entre 50 e 60 ciclos por segundo, com base nesse critério. Outro fator importante no estágio inicial do projeto foi o efeito da frequência no tamanho dos transformadores, que trabalham principalmente na função de geração e distribuição. Manipulando as equações fundamentais para projeto de transformadores, vemos que *o tamanho do transformador é inversamente proporcional à frequência*. O resultado é que os transformadores que operam a 50 Hz têm de ser maiores (matematicamente 17 por cento maiores) que os que operam a 60 Hz. Portanto, poderão ser encontrados transformadores projetados para o mercado internacional, os quais podem operar a 50 ou 60 Hz e que foram projetados para uma frequência em torno de 50 Hz. No entanto, por outro lado, frequências maiores resultam em uma preocupação maior em relação a arco elétrico, aumento de perdas no núcleo do transformador devido a correntes parasitas e perdas por histerese e o fenômeno denominado de efeito *pelicular*. Em algum ponto dessa discussão, temos de considerar o fato de que 60 Hz é um múltiplo de 60 segundos em um minuto e 60 minutos em uma hora. Porém, por outro lado, um sinal de 60 Hz tem um período de 16,67 ms (um número estranho), mas um período de um sinal de 50 Hz tem exatamente 20 ms. Visto que uma temporização precisa é como uma parte crítica dos nossos projetos tecnológicos, seria esse um motivo significativo na escolha final? Há questionamentos a respeito de se a frequência de 50 Hz seria o resultado de uma estreita afinidade desse valor com o sistema métrico. Lembre-se de que as potências de 10 são muito práticas no sistema métrico, com 100 cm em um metro, 100ºC é o ponto de ebulição da água etc. Note que 50 Hz é exatamente a metade desse número especial. De modo geral, vemos que os dois lados têm argumentos que seriam dignos de serem defendidos. Entretanto, em uma análise final, temos também de nos perguntar se a diferença é simplesmente de natureza política.

A diferença de tensão entre a América do Norte e a Europa é significativa no sentido de que ela é de quase 100 por cento. Mas existem também argumentos válidos de ambos os lados. Não há dúvidas de que tensões maiores, como 220 V, *aumentam os cuidados com a segurança* além daqueles destacados para as tensões de 120 V. Entretanto, quando tensões maiores são fornecidas, as correntes nos fios são menores para a mesma potência demandada, o que permite o uso de condutores de dimensões menores — uma verdadeira economia de dinheiro. Além disso, motores e compressores, entre outros itens, encontrados em aparelhos domésticos comuns e por toda a indústria *podem ser menores em tamanho*. No entanto, tensões maiores trazem preocupações em relação a efeitos de arco, necessidades de isolamento e, devido a preocupações reais com segurança, com os custos maiores nas instalações. Entretanto, em geral, os turistas internacionais estarão preparados para a maioria das situações se tiverem um transformador que possa converter a tensão dos seus equipamentos para aquela encontrada no país que desejam visitar. A maioria dos equipamentos (exceto relógios, é claro) pode funcionar muito bem em 50 ou 60 Hz para a maior parte dos períodos de viagem. Qualquer unidade que não opere na frequência para a qual foi projetada terá simplesmente de 'trabalhar em um regime um pouco mais severo' para realizar uma dada tarefa. O principal problema para os turistas não é propriamente o transformador, mas a grande variedade de tomadas usadas de um país para outro. Cada país tem um projeto próprio para as tomadas de parede. Uma viagem de turismo de três semanas pode significar o uso de 6 a 10 tomadas diferentes, como as mostradas na Figura 13.77. No caso de uma alimentação de 120 V/60 Hz, o conector macho para tomada é bastante padronizado na aparência, tendo dois terminais chatos (com uma possível conexão terra).

De qualquer maneira, tanto o padrão de 120 V/60 Hz quanto o de 220 V/50 Hz atendem às necessidades dos consumidores. Esse é um debate que poderia se estender sem que tivesse um vencedor.

Cuidados com a segurança (altas tensões e CC *versus* CA)

Saiba que qualquer circuito 'vivo' deve ser tratado com atenção. Não é para ter medo da eletricidade em suas diversas formas, mas deve-se empregá-la com alguma

Figura 13.77 Variedades de conectores macho para tomadas de 220 V/50 Hz.

informação sobre seus efeitos secundários potencialmente perigosos. Normalmente, as pessoas sabem que eletricidade e água não combinam (jamais use fios de extensões ou energize TVs ou rádios no banheiro) porque uma tensão de 120 V em uma camada de água de qualquer espessura (desde uma poça d'água a uma banheira cheia) pode ser *letal*. Entretanto, outros efeitos das tensões contínuas e alternadas são menos conhecidos. Em geral, à medida que o valor da tensão ou da corrente aumenta, a nossa preocupação com a segurança deve aumentar exponencialmente. Por exemplo, com o corpo seco, a maioria dos seres humanos pode sobreviver a um choque elétrico de uma tensão alternada de 120 V, como o que poderia acontecer na troca de uma lâmpada, no acionamento de um interruptor etc. A maioria dos eletricistas já passou pela experiência de sofrer solavancos ao longo da carreira. No entanto, pergunte a um eletricista o que ele sente quando sofre um choque elétrico em 220 V e a resposta (se ele infelizmente passou por tal experiência) será totalmente diferente. Quantas vezes você ouviu falar que um operador de retroescavadeira atingiu uma rede elétrica de 220 V e sofreu um ataque fatal do coração? Lembre-se, o operador está sentando em uma caixa metálica sobre um terreno úmido, o qual fornece um excelente caminho para a corrente fluir da rede elétrica para a terra. Se for apenas por um curto período de tempo, com as melhores condições (sapato com solado de borracha etc.) em uma situação da qual se pode escapar rapidamente, grande parte das pessoas sobrevive a um choque de 220 V. Como mencionado anteriormente, pode haver uma situação em que não se possa escapar rapidamente. Para tensões acima de 220 V rms, as chances de sobreviver caem exponencialmente com o aumento da tensão. São necessários apenas 10 mA de corrente através do coração para colocá-lo em desfibrilação. Portanto, em geral, certifique-se sempre de que o sistema elétrico esteja desligado ao fazer a manutenção de um equipamento elétrico. Não considere que o desligamento de um interruptor na parede vá desligar a energia elétrica. Desarme o disjuntor principal e teste a linha com um voltímetro antes de trabalhar no sistema. Como a tensão é um fenômeno que se estabelece entre dois pontos, não se aventure e trabalhe com uma linha de cada vez; acidentes acontecem!

Também é preciso saber que a reação a tensões CC é bastante diferente das relativas a tensões CA. Provavelmente você já viu no cinema ou em história em quadrinhos que as pessoas frequentemente são incapazes de se desprender de um fio energizado. Essa é uma evidência da diferença mais importante entre os dois tipos de tensões. Conforme mencionado, se acontecer de alguém tocar em uma linha 'viva' alternada de 120 V, provavelmente levará uma boa 'agulhada', mas essa pessoa *é capaz de se desprender* do fio. Caso isso aconteça com uma linha 'viva' CC de 120 V, provavelmente a pessoa não será capaz de se desprender do fio e poderá ocorrer uma fatalidade. O tempo desempenha uma importante função quando isso acontece, porque, quanto mais tempo alguém estiver sujeito a uma tensão CC, mais a resistência do corpo cai até o estabelecimento de uma corrente fatal. O motivo que nos faz desprender de uma linha CA é mais bem demonstrado a partir de uma exame cuidadoso da tensão de 120 V em 60 Hz, que podemos ver na Figura 13.78. Como a tensão é oscilante, existe um período de tempo em que a tensão está próxima de zero ou menor que, digamos, 20 V, e inverte de polaridade. Embora esse intervalo de tempo seja muito curto, ele aparece a cada 8,3 ms e proporciona uma 'janela' para que a pessoa possa se *desprender do fio*.

Agora que estamos cientes dos perigos adicionais de tensões contínuas, é importante mencionar que, nas piores condições, as tensões contínuas com valores tão baixos quanto 12 V, como a tensão da bateria de um automóvel, podem ser muito perigosas. Se alguém estiver trabalhando em um carro em um ambiente úmido, ou estiver suando muito por alguma razão ou, pior ainda, estiver usando uma aliança de casamento que possa estar molhada e o corpo levemente salgado devido ao suor, tocar o terminal positivo pode iniciar um processo segundo o qual a resistência do corpo começa a cair e sérios danos podem ocorrer. Essa é uma das razões pelas quais raramente se vê um profissional eletricista usando algum tipo de anel ou joia; o risco não vale a pena.

Antes de finalizar esse tópico sobre cuidados com a segurança, é preciso falar também dos perigos das fontes de alta frequência. Sabemos que 2,45 GHz a 120 V é capaz de preparar uma porção de carne em um micro-ondas e, portanto, é muito importante que a porta do forno esteja tão selada quanto possível. Entretanto, nunca considere que equipamentos tenham um design absolutamente perfeito; assim, não tenha como hábito observar o processo

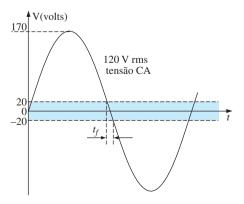



Figura 13.78 Intervalo de tempo em que uma tensão senoidal está próxima de zero.

de cozimento do micro-ondas a uma distância de cerca de 15 cm da porta continuamente. Procure alguma outra coisa para fazer e verifique o alimento apenas quando o processo de cozimento estiver completo. Se um dia você for ao Empire State Building, observe que é impossível se aproximar da antena na cúpula devido aos sinais de alta frequência emitidos com grandes valores de potência. Observe também, próximo das torres de transmissão de rádio em estações locais, as grandes placas de advertência: MANTENHA DISTÂNCIA. Estar a uma distância de até cerca de 3 m de um transmissor AM trabalhando a 540 kHz poderia resultar em um acidente. Ao segurar uma lâmpada fluorescente (não tente fazer isto!) próximo a uma torre de transmissão de rádio, ela pode acender devido à excitação das moléculas dentro da lâmpada.

Portanto, em resumo, trate qualquer situação que envolva tensões ou correntes contínuas e alternadas de altos valores e altas frequências com cuidados redobrados.

13.11 ANÁLISE COMPUTACIONAL

PSpice

O OrCAD Capture oferece uma variedade de tensões CA e fontes de corrente. Entretanto, para o propósito deste livro, a fonte de tensão **VSIN** e a fonte de corrente **ISIN** são mais apropriadas porque elas têm uma lista de atributos que abrangem áreas de interesse atuais. Na biblioteca **SOURCE**, constam diversas outras fontes, mas elas não apresentam todo o alcance das fontes citadas anteriormente ou são dedicadas a apenas um tipo de análise. Em determinadas situações, a fonte **ISRC** será usada porque ela tem uma seta no símbolo como os que aparecem nesse texto, podendo ser usada em análises CC, CA e transitórios. O símbolo para a fonte **ISIN** é simplesmente uma senoide que usa o sinal de positivo/negativo (±) para indicar o sentido. As fontes **VAC**, **IAC**, **VSRC** e **ISRC** são adequadas quando é necessário especificar o valor e a fase ou quando se deseja um gráfico transitório em função da frequência. Entretanto, essas fontes não fornecem uma resposta transitória em função do tempo, mesmo que a frequência e as informações do transitório sejam fornecidas para a simulação.

Para todas as fontes senoidais, a magnitude (**VAMPL**) é o valor de pico da forma de onda, e não o valor rms. Isso se tornará claro quando se desejar traçar um gráfico de uma grandeza, sendo a magnitude calculada pelo PSpice o valor de pico de uma resposta transitória. No entanto, para uma resposta meramente CA em estado estacionário, a magnitude fornecida pode ser o valor rms, e a saída lida como valor rms. Apenas quando for desejado traçar um gráfico é que o PSpice aceitará todas as magnitudes como valores de pico da forma de onda. Evidentemente, os ângulos de fase serão os mesmos, tanto para valores de pico quanto para rms.

Antes de examinar as formas de se obter as diversas fontes, lembre-se de que

a opção Transient Analysis fornece uma saída CC ou CA em função do tempo, enquanto a opção AC Sweep é usada para se obter um gráfico em função da frequência.

Para obter qualquer uma das fontes mencionadas anteriormente, realize a seguinte sequência: botão **Place part -** botão **Place Part - Source -** (selecione o tipo de fonte). Uma vez selecionada a fonte CA, **VSIN** aparecerá no esquema juntamente com os parâmetros **OFF**, **VAMPL** e **FREQ**. Sempre especifique **VOFF** como 0 V (a menos que um determinado valor seja especificado na análise), e forneça um valor para a amplitude e para a frequência. Os outros parâmetros como **PHASE**, **AC**, **DC**, **DF** e **TD** podem ser especificados por meio de um duplo clique no símbolo da fonte para se obter a caixa de diálogo **Property Editor**, embora **PHASE**, **DF** (fator de amortecimento) e **TD** (atraso de tempo) tenham de ter o valor default de 0 s. Para inserir um ângulo de fase, clique em **PHASE**, digite o ângulo de fase na caixa logo abaixo e então acione o botão **Apply**. Se desejar mostrar um parâmetro junto ao símbolo, como um ângulo de fase de 60º, simplesmente clique em **PHASE** seguido de **Display** para obter a caixa de diálogo **Display Properties**. Em seguida, escolha **Name and Value** seguido do botão **OK** e do botão **Apply**. Feche a caixa de diálogo **Properties Editor** (**X**) para ver **PHASE=60** junto ao símbolo da fonte **VSIN**. O próximo capítulo incluirá o uso de uma fonte CA em um circuito simples.

Multisim

Para o Multisim, a fonte de tensão CA está disponível a partir de três fontes: a tecla **Place Source**, na barra de ferramentas **Components**, o **Show Power Source Family**, na barra de ferramentas **Virtual** ou **BASIC**, e o **Function Generator**. A principal diferença entre as opções é que o ângulo de fase não pode ser definido usando o **Function Generator**.

Usando a opção **Place Source**, selecione o grupo **SIGNAL_VOLTAGE_ SOURCES** sob o cabeçalho **Family**, seguido por **AC_ VOLTAGE**. Quando selecionado e posicionado, ele apresenta os valores default para a amplitude, frequência e fase. Todos os parâmetros da origem podem ser mudados com um clique duplo no símbolo da origem para se obter a caixa de diálogo. A listagem indica claramente que a tensão definida é o valor de pico. Observe que a unidade de medida é controlada pelas barras de rolagem à direita do label default, e não podem ser definidas digitando a unidade de medida desejada. O

label pode ser alterado trocando-se o cabeçalho **Label** e inserindo-se o label desejado. Depois que as mudanças tiverem sido feitas na caixa de diálogo, clique em **OK** e todas as mudanças aparecerão ao lado do símbolo de origem de tensão CA. Na Figura 13.79, o label foi mudado para **Vs** e a amplitude para 10 V, enquanto a frequência e o ângulo de fase ficaram com seus valores default. É importante, sobretudo, observar que

para qualquer análise de frequência (ou seja, onde a frequência mudará), a grandeza CA (AC Magnitude) da origem de CA precisa ser definida sob Analysis Setup na caixa de diálogo SIGNAL_VOLTAGE_SOURCES. Se você deixar de fazer isso, criará resultados ligados aos valores default, e não ao valor definido sob o cabeçalho Value.

Para ver a tensão senoidal definida na Figura 13.79, selecione um osciloscópio pela barra de ferramentas **Instrument** no lado direito da tela. Ao conectar o osciloscópio, não se preocupe com fios sobrepostos. As conexões são mostradas por pequenos pontos sólidos. Essa é a quarta opção de cima para baixo, e tem a aparência mostrada na Figura 13.79 quando selecionada. Observe que esse é um osciloscópio de duplo canal, com um canal **A** e um canal **B**. Ele tem uma conexão terra (**G**) e uma conexão de gatilho (**T**). As conexões para exibir a origem de tensão CA no canal **A** aparecem na Figura 13.79. Observe que o controle de gatilho também está conectado ao canal **A** para o controle de sincronismo. A tela que aparece na Figura 13.79 pode ser exibida com um clique duplo no símbolo de osciloscópio na tela. Ela tem todos os principais controles de um osciloscópio típico de laboratório. Quando você seleciona **Simulate-Run** ou seleciona **1** na **Simulate Switch**, a tensão CA aparece na tela. Mudando a **Time base** para 100 μs/div. resulta na tela da Figura 13.79, pois existem 10 divisões na horizontal da tela e 10(100 μs) = 1 ms (o período do sinal aplicado). As mudanças na **Time base** são feitas clicando no valor default para se obter as rolagens na mesma caixa. Para uma única forma de onda, como a da Figura 13.79, não se esqueça de selecionar **Sing.** (de Singular) no canto inferior direito do osciloscópio. Porém, é importante lembrar que

as mudanças na opção do osciloscópio ou em qualquer circuito não deverão ser feitas até que a simulação tenha terminado ao se desativar a opção Simulate-Run ou ao se colocar a chave Simulate no modo 0.

Para terminar a simulação, existem três opções: escolher **Simulate-Stop** na barra de ferramentas superior da tela; selecionar o quadrado vermelho à direita da seta verde; ou clicar na chave de volta para a posição **0**.

As opções dentro da base de tempo são definidas pelas barras de rolagem e não podem ser alteradas — novamente, elas correspondem àquelas normalmente disponíveis em um osciloscópio de laboratório. A sensibilidade vertical do canal **A** foi definida automaticamente pelo programa em 5 V/div. para resultar em duas caixas verticais para o valor de pico, como mostra a Figura 13.79. Observe os painéis **AC** e **DC** abaixo do Channel **A**. Como não existe um componente CC no sinal aplicado, qualquer um resulta na mesma tela. O controle **Trigger** é definido na transição positiva em um nível de 0 V. **T1** e **T2** referem-se às posições do

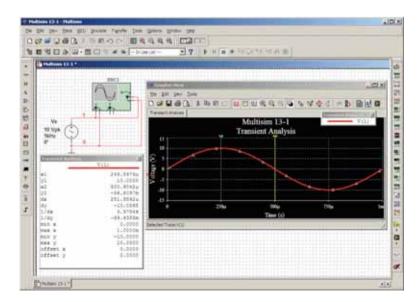



Figura 13.79 Uso do osciloscópio para exibir a origem de tensão CA senoidal disponível na aba de ferramentas Multisim Sources.

cursor no eixo de tempo horizontal. Clicando no pequeno triângulo verde no alto da linha verde, no canto esquerdo da tela, e arrastando o triângulo, você pode mover a linha verde vertical para qualquer posição ao longo do eixo. Na Figura 13.79, ela foi movida para o valor de pico da forma de onda, a um quarto do período total, ou 0,25 ms = 250 μs. Observe o valor de **T1** (250 μs) e o valor correspondente de **VA1** (9,995 V ≅ 10,0 V). Selecionando o outro cursor com um triângulo amarelo no alto para metade do período total, ou 0,5 ms = 500 μs, descobrimos que o valor em **T2** (500 μs) é 0,008 pV (**VA2**), que é basicamente 0 V para uma forma de onda com um valor de pico de 10 V. A precisão é controlada pelo número de pontos de dados exigidos na preparação da simulação. Quanto mais pontos de dados, mais alta a probabilidade de um grau de precisão melhor para a quantidade desejada. Porém, um número maior de pontos de dados também estende o tempo de execução da simulação. A terceira linha oferece a diferença entre **T2** e **T1** como 250 μs, e a diferença entre suas grandezas (**VA2** - **VA1**) como −9,995 V, com o sinal negativo aparecendo porque **VA1** é maior que **VA2**.

Como já dissemos, você também pode obter uma tensão CA a partir do **Function Generator** que aparece como a segunda opção na barra de ferramentas **Instrument**. Seu símbolo aparece na Figura 13.80 com conexões positivas, negativas e de terra. Dê um clique duplo no símbolo gráfico do gerador e a caixa de diálogo **Function Generator** aparecerá, onde poderão ser feitas as seleções. Para esse exemplo, a forma de onda senoidal é a escolhida. Para definir a frequência, clique na unidade de medida para produzir a lista de opções. Para esse caso, kHz foi escolhido e o **1**, deixado como está. A **Amplitude** (valor de pico) é definida como V_p = 10 V, e o **Offset**, em 0 V. Observe que não existe uma opção para definir o ângulo de fase, como foi possível para a origem anterior. Um clique duplo no osciloscópio gera a caixa de diálogo **Oscilloscope-XSCI**, em que uma **Timebase** de 100 μs/div. pode ser definida novamente com uma sensibilidade vertical de 5 V/div. Selecione **1** na chave **Simulate** e a forma de onda da Figura 13.80 aparecerá. A escolha de **Sing.** sob **Trigger** resulta em uma tela fixa. Defina a chave **Simulate** como **0** para encerrar a simulação. Colocar os cursores na mesma posição mostra que as formas de onda para as figuras 13.79 e 13.80 são as mesmas.

Para que a maior parte das análises do Multisim apareçam nesse texto, a **AC_VOLTAGE** sob **Place Source** será empregada. Porém, com essa introdução tão limitada ao Multisim, parece apropriado introduzir o uso do **Function Generator**, devido à sua relação importante com a experiência em laboratório.

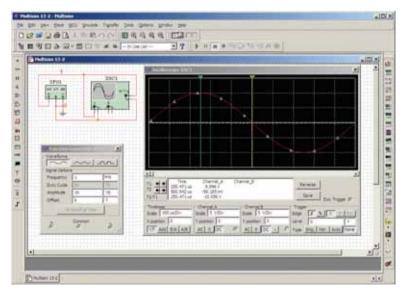



Figura 13.80 Uso do gerador de função para colocar uma forma de onda de tensão CA senoidal na tela do osciloscópio.

PROBLEMAS

Seção 13.2 Tensão alternada senoidal: características e definições

1. Considerando a forma de onda periódica vista na Figura 13.81:
   a) Qual é o valor de pico?
   b) Qual é o valor instantâneo a 15 ms e a 20 ms?
   c) Qual é o valor pico a pico da forma de onda?
   d) Qual é o período da forma de onda?
   e) Quantos ciclos aparecem?

2. Considerando o sinal senoidal da Figura 13.82:
   a) Qual é o valor de pico?
   b) Qual é o valor instantâneo a 1 μs e a 7 μs?
   c) Qual é o valor pico a pico da forma de onda?
   d) Qual é o período da forma de onda?
   e) Quantos ciclos aparecem?

3. Considerando a forma de onda quadrada periódica da Figura 13.83:
   a) Qual é o valor de pico?
   b) Qual é o valor instantâneo a 1,5 ms e a 5,1 ms?
   c) Qual é o valor pico a pico da forma de onda?
   d) Qual é o período da forma de onda?
   e) Quantos ciclos aparecem?

Secão 13.3 Espectro de frequência

4. Determine o período de uma forma de onda periódica cuja frequência é:
   a) 200 Hz. **c)** 20 kHz.
   b) 40 MHz. **d)** 1 Hz.

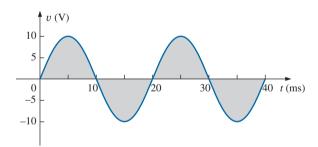



Figura 13.81 Problema 1.

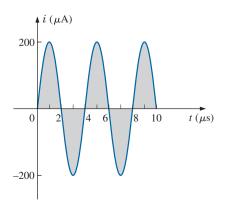



Figura 13.82 Problema 2.

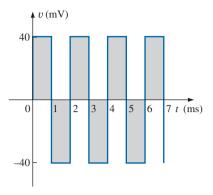



Figura 13.83 Problema 3.

5. Determine a frequência da forma de onda repetitiva cujo período é:
   a) 1 s. **c)** 40 ms.
   b) 1/16 s. **d)** 25 μs.

6. Se uma forma de onda periódica tem uma frequência de 1 kHz, qual o tempo (em segundos) necessário para completar 5 ciclos?

7. Determine o período de uma forma de onda senoidal que completa 80 ciclos em 24 ms.

8. Qual a frequência de uma onda periódica que completa 42 ciclos em 6 segundos?

9. Considerando o padrão de osciloscópio da Figura 13.84:
   a) Determine a amplitude de pico.
   b) Determine o período.
   c) Calcule a frequência.
   Redesenhe essa forma de onda caso uma tensão contínua de +20 mV fosse somada à onda de entrada.

Seção 13.4 A senoide

10. Converta os valores dos seguintes ângulos de graus em radianos:
   a) 40° **c)** 135°
   b) 60° **d)** 170°

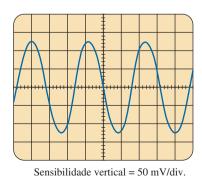
11. Converta os ângulos a seguir de radianos em graus:
   a) $\pi/3$ **c)** $\frac{1}{10}\pi$
   b) $1{,}2\pi$ **d)** $0{,}6\pi$

Sensibilidade vertical = 50 mV/div.
Sensibilidade horizontal = 10 μs/div.

Figura 13.84 Problema 9.

12. Determine a velocidade angular de uma onda cujo período é:
a) 1,8 s. **c)** 8 µs.
b) 0,3 ms. **d)** 4×10^{-6} s.

13. Determine a velocidade angular de uma onda cuja frequência é:
a) 100 Hz. **c)** 2 kHz.
b) 0,25 kHz. **d)** 0,004 MHz.

14. Determine a frequência e o período de ondas senoidais que têm como velocidade angular os valores a seguir:
a) 754 rad/s. **c)** 6000 rad/s.
b) 12 rad/s. **d)** 0,16 rad/s.

***15.** Considerando uma onda senoidal com frequência $f = 60$ Hz, determine o intervalo de tempo necessário para que essa onda sofra uma variação de fase de 60º.

***16.** Se uma onda senoidal sofre uma variação de fase de 30º em 5 ms, determine a velocidade angular dessa onda.

Seção 13.5 Expressão geral para tensões ou correntes senoidais

17. Calcule a amplitude e a frequência a partir das seguintes funções:
a) 20 sen $377t$ **c)** 10^6 sen $10.000t$
b) 12 sen 2π $120t$ **d)** -8 sen $10.058t$

18. Faça o esboço do gráfico da função 6 sen $754t$ usando como unidade do eixo das abscissas:
a) o ângulo em graus. **c)** o tempo em segundos.
b) o ângulo em radianos.

***19.** Esboce o gráfico da função -8 sen 2π $80t$ usando como unidade do eixo das abscissas:
a) o ângulo em graus. **c)** o tempo em segundos.
b) o ângulo em radianos.

20. Se $e = 300$ sen $157t$, qual o tempo necessário (em segundos) para que a onda complete meio ciclo?

21. Dado $i = 0{,}5$ sen α, calcule i para $\alpha = 72º$.

22. Dado $v = 20$ sen α, calcule v para a = $1{,}2\pi$.

***23.** Dado $v = 30 \times 10^{-3}$ sen α, determine os ângulos para os quais v vale 6 mV.

***24.** Se $v = 40$ V para $\alpha = 30$ e $t = 1$ ms, determine a expressão matemática para a tensão senoidal.

Seção 13.6 Relações de fase

25. Esboce o gráfico de sen $(377t + 60º)$ usando como unidade do eixo das abscissas:
a) o ângulo em graus;
b) o ângulo em radianos;
c) o tempo em segundos.

26. Esboce o gráfico das seguintes formas de onda:
a) $50\ \text{sen}(\omega t + 0°)$ **c)** $2\cos(\omega t + 10°)$
b) $5\ \text{sen}(\omega t + 120°)$ **d)** $-20\ \text{sen}(\omega t + 10°)$

27. Escreva expressões analíticas para as formas de onda da Figura 13.85 com o ângulo de fase em graus.

28. Escreva expressões analíticas para a forma de onda da Figura 13.86 com o ângulo de fase em graus.

29. Escreva expressões analíticas para a forma de onda da Figura 13.87 com o ângulo de fase em graus.

30. Escreva expressões analíticas para a forma de onda da Figura 13.88 com o ângulo de fase em radianos.

31. Determine a diferença de fase em milissegundos entre as seguintes formas de onda:

$$\upsilon = 25\ \text{sen}(\omega t + 80°)$$
$$i = 4\ \text{sen}(\omega t - 10°)$$

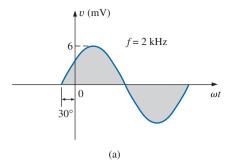
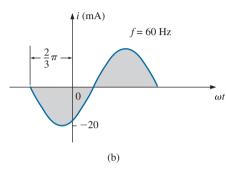



Figura 13.85 Problema 27.

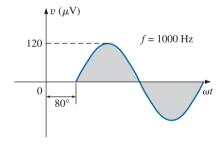



Figura 13.86 Problema 28.

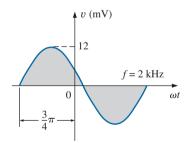



Figura 13.87 Problema 29.

32. Determine a diferença de fase em milissegundos entre as seguintes formas de onda:

$$\upsilon = 0{,}2\ \text{sen}(\omega t - 60°)$$
$$i = 0{,}1\ \text{sen}(\omega t - 20°)$$

***33.** Determine a diferença de fase em milissegundos entre as seguintes formas de onda:

$$\upsilon = 2\cos(\omega t - 30°)$$
$$i = 5\ \text{sen}(\omega t + 60°)$$

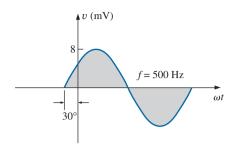



Figura 13.88 Problema 35.

***34.** Determine a diferença de fase em milissegundos entre as seguintes formas de onda:

$$\upsilon = -4 \cos(\omega t + 90°)$$
$$i = -2 \operatorname{sen}(\omega t + 10°)$$

***35.** A tensão senoidal $v = 160 \operatorname{sen}(2\pi 1000t + 60°)$ é representada na Figura 13.89. Determine o instante t_1 em que a forma de onda cruza o eixo.

***36.** A corrente senoidal $i = 20 \times 10^{-3} \operatorname{sen}(50.000t - 40°)$ é representada na Figura 13.90. Determine o instante t_1 em que a forma de onda cruza o eixo.

37. Para a forma de onda da Figura 13.89, encontre o instante em que a forma de onda tem seu valor de pico.

38. Considerando a tela de um osciloscópio ilustrada na Figura 13.91, determine:

a) os períodos das duas ondas.
b) as frequências das duas ondas.
c) os valores rms das duas ondas.
d) a diferença de fase entre as duas ondas, e qual está adiantada e qual está atrasada.

Seção 13.7 Valor médio

39. Calcule o valor médio a partir da forma de onda periódica vista na Figura 13.92.

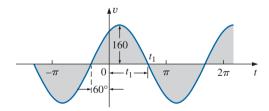



Figura 13.89 Problema 35.

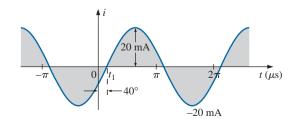



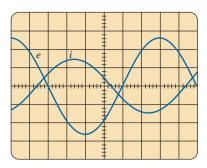
Figura 13.90 Problema 36.

Sensibilidade vertical = 0,5V/div.
Sensibilidade horizontal = 1 ms/div.

Figura 13.91 Problema 38.

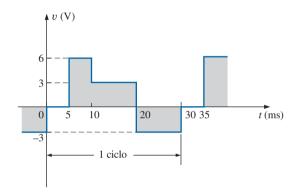



Figura 13.92 Problema 39.

40. Calcule o valor médio a partir da forma de onda periódica vista na Figura 13.93 por um ciclo completo.

41. Calcule o valor médio a partir da forma de onda periódica vista na Figura 13.94 por um ciclo completo.

42. Calcule o valor médio a partir da forma de onda periódica vista na Figura 13.95 por um ciclo completo.

43. Calcule o valor médio a partir da forma de onda periódica vista na Figura 13.96:

a) Por inspeção.
b) Por meio de cálculos.
c) Compare os resultados dos itens (a) e (b).

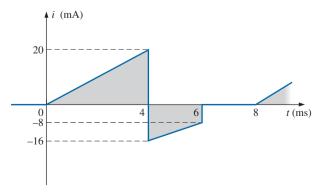



Figura 13.93 Problema 40.

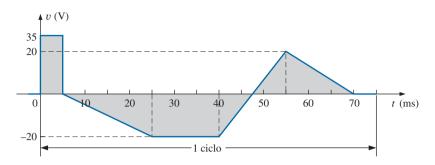



Figura 13.94 Problema 41.

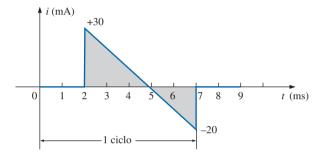



Figura 13.95 Problema 42.

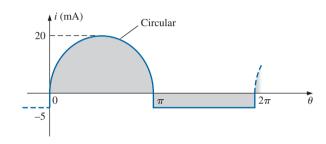



Figura 13.97 Problema 44.

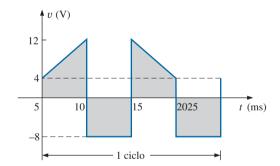
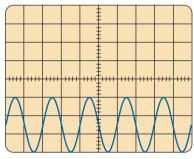



Figura 13.96 Problema 43.

Figura 13.98 Problema 45.

44. Calcule o valor médio a partir da forma de onda periódica vista na Figura 13.97.

45. Considerando a forma de onda vista na Figura 13.98:

a) Determine o período.
b) Determine a frequência.
c) Calcule o valor médio.
d) Esboce a forma de onda resultante mostrada por um osciloscópio se mudarmos o canal vertical de DC para AC.

***46.** Para a forma de onda vista na Figura 13.99:

a) determine o período.
b) determine a frequência.
c) calcule o valor médio.
d) esboce a forma de onda resultante mostrada por um osciloscópio se mudarmos o canal vertical de DC para AC.

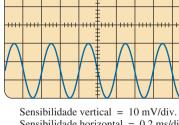
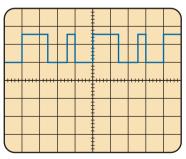



Figura 13.99 Problema 46.

Seção 13.8 Valores eficazes (rms)

47. Determine os valores rms das seguintes formas de onda senoidais:

a) $v = 120 \text{ sen}(377t + 60°)$

b) $i = 6 \times 10^{-3} \text{ sen}(2\pi\ 1000t)$

c) $v = 8 \times 10^{-6} \text{ sen}(2\pi\ 5000t + 30°)$

48. Escreva as expressões senoidais para tensões e correntes com os seguintes valores rms a uma frequência de 60 Hz com deslocamento de fase zero:

a) 4,8 V **c)** 2 kV

b) 50 mA

49. Determine o valor rms da forma de onda periódica da Figura 13.100 por um ciclo completo.

50. Determine o valor rms da forma de onda periódica da Figura 13.101 por um ciclo completo.

51. Quais são os valores médio e eficaz da onda quadrada vista na Figura 13.102?

***52.** Para cada uma das formas de onda vistas na Figura 13.103, determine o período, a frequência, o valor médio e o valor rms.

***53.** Considerando a forma de onda vista na Figura 13.104:

a) Esboce cuidadosamente a forma de onda quadrada. Observe que você primeiro deverá determinar a equação para a linha inclinada.

b) Usando algumas equações básicas de área e a técnica aproximada, determine a área aproximada sob a forma de onda quadrada.

c) Determine o valor rms da forma de onda original.

d) Determine o valor médio da forma de onda original.

e) Qual é a comparação entre o valor médio e o valor rms da forma de onda?

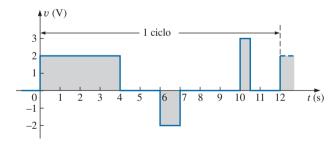



Figura 13.100 Problema 49.

Figura 13.101 Problema 50.

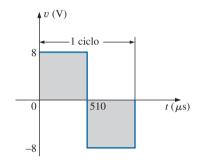



Figura 13.102 Problema 51.

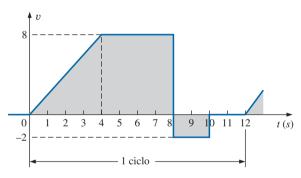
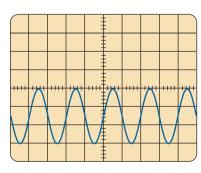



Figura 13.104 Problema 53.

Sensibilidade vertical = 20 mV/div.
Sensibilidade horizontal = 10 μs/div.

(a)

Sensibilidade vertical = 0,2 V/div.
Sensibilidade horizontal = 50 μs/div.

(b)

Figura 13.103 Problema 52.

Seção 13.9 Medidores e instrumentos de corrente alternada

54. Determine a leitura do medidor para cada uma das situações mostradas na Figura 13.105.

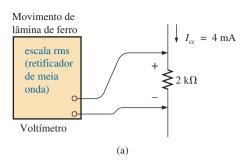
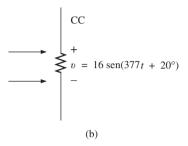



Figura 13.105 Problema 54.

GLOSSÁRIO

Amplitude de pico: Valor máximo de uma forma de onda em relação ao seu valor médio denotado por letras maiúsculas.

Ciclo: Uma parte de uma forma de onda contida em um período de tempo.

Clamp Meter®: Instrumento em forma de alicate que permite a medição de corrente sem a abertura do circuito e que pode ser usado como um voltímetro ou um ohmímetro convencional.

Eletrodinamômetros: Instrumentos que podem medir tanto grandezas alternadas quanto contínuas sem alterações no circuito interno.

Fator de calibragem: Fator multiplicador usado para converter uma indicação de medidor em outra.

Forma de onda adiantada: Forma de onda que atravessa o eixo do tempo em um instante no tempo anterior ao de outra forma de onda com a mesma frequência.

Forma de onda alternada: Forma de onda que oscila acima e abaixo de um nível de referência definido.

Forma de onda alternada senoidal: Forma de onda alternada com características únicas que oscila com a mesma amplitude acima e abaixo de determinado eixo.

Forma de onda atrasada: Forma de onda que atravessa o eixo do tempo em um instante no tempo posterior ao de outra forma de onda com a mesma frequência.

Forma de onda: Gráfico de uma grandeza em função de uma variável, como posição, tempo, graus, temperatura, entre outras.

Forma de onda periódica: Forma de onda que se repete continuamente a cada intervalo definido de tempo.

Frequência (*f*): Número de ciclos de uma onda periódica que acontecem em 1 segundo.

Frequencímetro: Instrumento usado para medir a frequência de sinais periódicos variantes no tempo.

Osciloscópio: Instrumento que mostra, por meio do uso de um tubo de raios catódicos, as características de um sinal variante no tempo.

Período (*T*): Intervalo de tempo entre repetições sucessivas de uma forma de onda periódica.

Radiano (rad): Unidade de medida usada para definir determinado segmento de um círculo. Um radiano é aproximadamente igual a 57,3°; 2π rad é igual a 360°.

Relação de fase: Indicação de qual entre duas ondas está adiantada ou atrasada em relação à outra, e por quantos graus ou radianos.

Valor de pico: Valor máximo de uma forma de onda denotado por letras maiúsculas.

Valor eficaz: Valor de uma tensão ou de uma corrente alternada equivalente a uma tensão contínua que desenvolve a mesma potência.

Valor instantâneo: Amplitude de uma forma de onda em qualquer instante de tempo denotado por letras minúsculas.

Valor médio: Nível de uma forma de onda definido pela condição de que a área delimitada pela curva acima desse nível é exatamente igual à área delimitada pela curva abaixo desse nível.

Valor pico a pico: Diferença entre os valores de pico positivo e negativo. A amplitude total de um sinal desde o pico positivo até o negativo.

Velocidade angular: Velocidade em que a projeção de um vetor radial gera uma função senoidal girando em torno de um centro.

VOM: Multímetro com capacidade de medir resistência, tensões e correntes tanto em CC quanto em CA.

Os dispositivos básicos e os fasores

Objetivos

- Familiarizar-se com a resposta de um resistor, indutor ou capacitor à aplicação de uma tensão ou de uma corrente senoidal.
- Aprender como aplicar o formato de fasor para somar e subtrair formas de onda senoidais.
- Entender como calcular a potência real dos dispositivos resistivos e a potência reativa aos dispositivos indutivo e capacitivo.
- Aprender as diferenças entre a resposta de frequência de dispositivos ideais e práticos.
- Aprender a usar uma calculadora para trabalhar com números complexos.

14.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo, estudaremos a resposta dos dispositivos básicos resistor (R), indutor (L) e capacitor (C) à aplicação de tensões senoidais, com uma atenção especial dedicada à análise de como a frequência influencia as características de 'oposição' de cada dispositivo. A notação fasorial será introduzida em seguida com o intuito de fornecer um método de análise que possibilite uma correspondência direta com os diversos métodos, teoremas e conceitos introduzidos nos capítulos em que se trata de corrente contínua.

14.2 A DERIVADA

Para compreender a resposta dos dispositivos básicos (R, L e C) a um sinal senoidal é necessário examinar o conceito de **derivada** detalhadamente. Não será necessário desenvolver uma grande habilidade nessa técnica matemática, mas apenas compreender o significado de uma relação definida por uma derivada.

Lembre-se de que na Seção 10.10 definimos a derivada dx/dt como a taxa de variação de x em relação ao tempo. Se não houver variação de x em um instante particular, $dx = 0$, a derivada será nula. No caso de uma forma de onda senoidal, dx/dt será zero apenas nos picos positivo e negativo ($\omega t = \pi/2$ e $\frac{3}{2}\pi$ na Figura 14.1), pois x não varia

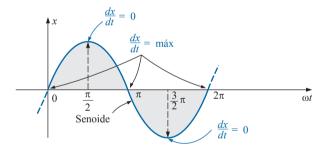



Figura 14.1 Pontos em que a derivada de uma senoide apresenta valores máximo e mínimo.

nesses instantes. O valor da derivada dx/dt em um gráfico é a inclinação da curva em um dado instante de tempo.

Um exame mais cuidadoso da senoide também indicará que a maior mudança em x ocorre nos instantes $\omega t = 0$, π e 2π. A derivada, portanto, é máxima nesses pontos. Em 0 e 2π, x aumenta até a sua razão máxima, e a derivada recebe um sinal positivo, pois x aumenta com o tempo. Em π, dx/dt diminui na mesma razão em que aumenta em 0 e 2π, mas a derivada recebe um sinal negativo, pois x diminui com o tempo. Como a razão de mudança em 0, π e 2π é a mesma, a grandeza da derivada nesses pontos também é a mesma. Para diversos valores de ωt entre esses máximos e mínimos, a derivada existirá e terá valores desde o mínimo até o máximo. Um gráfico da derivada na Figura 14.2 mostra que:

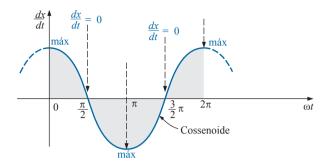



Figura 14.2 Gráfico da derivada da função senoidal vista na Figura 14.1.

a derivada de uma senoide é uma cossenoide.

O valor de pico da cossenoide é diretamente proporcional à frequência da forma de onda original. Quanto maior a frequência, maior a inclinação no ponto em que a curva corta o eixo, e, portanto, maior o valor de dx/dt nesse ponto, como mostra a Figura 14.3 para duas frequências diferentes.

Observe na Figura 14.3 que, embora as duas formas de onda (x_1 e x_2) tenham valores de pico iguais, a função senoidal de maior frequência produz uma função derivada com um valor de pico maior. Além disso, observe que

a derivada de uma senoide tem o mesmo período e a mesma frequência que a função senoidal original.

No caso de uma tensão senoidal,

$$e(t) = E_m \text{ sen}(\omega t \pm \theta)$$

a derivada pode ser determinada diretamente por diferenciação (estudada no curso de cálculo), produzindo o seguinte:

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}e(t) &= \omega E_m \cos(\omega t \pm \theta)\\ &= 2\pi f E_m \cos(\omega t \pm \theta)\end{aligned} \qquad (14.1)$$

O mecanismo do processo de diferenciação não será discutido ou investigado neste livro, nem será necessário para prosseguir em seu estudo. Entretanto, observe que o valor de pico da derivada, $2\pi f E_m$, é uma função da frequência de $e(t)$ e que a derivada de uma senoide é uma função cossenoide.

14.3 RESPOSTA DOS DISPOSITIVOS BÁSICOS *R*, *L* E *C* A UMA TENSÃO OU A UMA CORRENTE SENOIDAL

Agora que estamos familiarizados com as características de derivada de uma função senoidal, podemos investigar a resposta dos dispositivos básicos R, L e C a uma tensão ou a uma corrente senoidal.

Resistor

Em termos práticos, para as frequências da rede elétrica e para as frequências com algumas centenas de kilohertz, o valor da resistência não é influenciado por tensões, nem por correntes senoidais aplicadas. Nessa faixa de frequência, o resistor R, visto na Figura 14.4, pode ser considerado constante e a lei de Ohm pode ser aplicada. Para $\upsilon = V_m$ sen ωt:

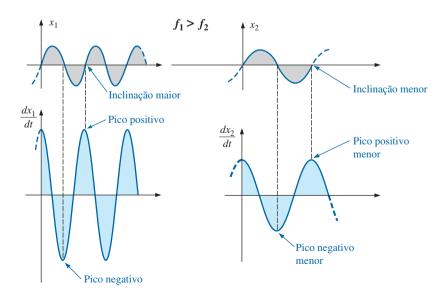



Figura 14.3 Efeito da frequência sobre o valor de pico da derivada.

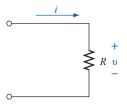



Figura 14.4 Resposta de um dispositivo resistivo a uma corrente senoidal.

$$i = \frac{\upsilon}{R} = \frac{V_m \operatorname{sen} \omega t}{R} = \frac{V_m}{R} \operatorname{sen} \omega t = I_m \operatorname{sen} \omega t$$

onde
$$I_m = \frac{V_m}{R} \qquad (14.2)$$

Além disso, para determinado valor de i,

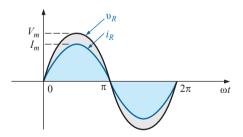
$$\upsilon = iR = (I_m \operatorname{sen} \omega t)R = I_m R \operatorname{sen} \omega t = V_m \operatorname{sen} \omega t$$

onde
$$V_m = I_m R \qquad (14.3)$$

Um gráfico de υ e i na Figura 14.5 revela que

para um dispositivo puramente resistivo, a tensão e a corrente que atravessam o dispositivo estão em fase, com seus valores de pico relacionados pela lei de Ohm.

Indutor

Para a configuração em série vista na Figura 14.6, a tensão $\upsilon_{\text{dispositivo}}$ do dispositivo no interior da caixa se opõe à fonte e, reduzindo assim o valor da corrente i. O valor da tensão sobre o dispositivo é determinado por sua oposição ao fluxo de carga, ou seja, à corrente i. No caso de um dispositivo resistivo, observamos que a oposição se deve à resistência, e que $\upsilon_{\text{dispositivo}}$ e i estão relacionados por $\upsilon_{\text{dispositivo}} = iR$.

Estudamos no Capítulo 11 que a tensão em um indutor é diretamente proporcional à taxa de variação da corrente que o atravessa. Consequentemente, quanto maior a frequência, maior a taxa de variação da corrente no indutor e maior o valor da tensão induzida. Além disso, vimos no mesmo capítulo que a indutância de um enrolamento determina a taxa de variação do fluxo magnético no indutor para uma variação da corrente. Quanto maior a indutância, maior a taxa de variação do fluxo e maior a tensão no indutor.

Portanto, a tensão no indutor é diretamente proporcional à frequência (ou, mais especificamente, à frequência angular da corrente alternada senoidal nele) e à indutância do enrolamento. Para valores crescentes de f e L, conforme a Figura 14.7, o valor da tensão υ_L aumenta conforme descrito anteriormente.

Comparando as figuras 14.6 e 14.7, percebemos que valores crescentes de υ_L estão diretamente relacionadas a valores crescentes de oposição na Figura 14.6. Como υ_L aumenta tanto em função de ω (= 2πf) quanto de L, a oposição de um dispositivo indutivo tem a forma definida na Figura 14.7.

Agora confirmaremos algumas das conclusões anteriores usando uma abordagem mais matemática e, em seguida, definiremos certas grandezas importantes que serão empregadas em seções e capítulos posteriores.

No caso do indutor visto na Figura 14.8, podemos nos lembrar que foi estudado no Capítulo 11 que:

Figura 14.5 A tensão e a corrente de um dispositivo resistivo estão em fase.

Figura 14.6 Ilustração de como um dispositivo se opõe à passagem de corrente.

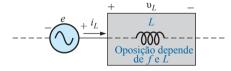



Figura 14.7 Ilustração dos parâmetros que determinam a oposição de um indutor à passagem de corrente.

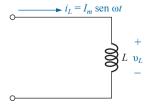



Figura 14.8 Investigação da resposta de um dispositivo indutivo a uma corrente senoidal.

$$\upsilon_L = L\frac{di_L}{dt}$$

e, aplicando a diferenciação,

$$\frac{di_L}{dt} = \frac{d}{dt}(I_m \operatorname{sen} \omega t) = \omega I_m \cos \omega t$$

Portanto, $\upsilon_L = L\frac{di_L}{dt} = L(\omega I_m \cos \omega t) = \omega L I_m \cos \omega t$

ou $\upsilon_L = V_m \operatorname{sen}(\omega t + 90°)$

onde $V_m = \omega L I_m$

Observe que o valor de pico de υ_L é diretamente proporcional a ω ($= 2\pi f$) e a L, como previmos na discussão anterior.

O gráfico de υ_L e I_L mostrado na Figura 14.9 revela que

para um indutor, υ_L está adiantada 90° em relação a i_L, ou i_L está atrasada 90° em relação a υ_L.

Se o ângulo fasorial é incluído em uma expressão para i_L, como:

$$i_L = Im \operatorname{sen}(\omega t \pm \theta)$$

então $\upsilon_L = \omega L I_m \operatorname{sen}(\omega t \pm \theta + 90°)$

A oposição causada por um indutor em um circuito de corrente alternada senoidal pode ser calculada agora a partir da Equação 4.1:

$$\text{Efeito} = \frac{\text{causa}}{\text{oposiÁ‚o}}$$

que, para os nossos propósitos, pode ser escrita como:

$$\text{OposiÁ‚o} = \frac{\text{causa}}{\text{efeito}}$$

Substituindo os valores, obtemos:

$$\text{OposiÁ‚o} = \frac{V_m}{I_m} = \frac{\omega L I_m}{I_m} = \omega L$$

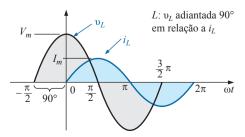



Figura 14.9 Para um indutor puro, a tensão está adiantada 90° em relação à corrente.

revelando que a oposição criada pelo indutor em um circuito de corrente alternada senoidal é diretamente proporcional ao produto da velocidade angular ($\omega = 2\pi f$) pela indutância, confirmando nossas conclusões anteriores.

A grandeza ωL, denominada **reatância** (derivada da palavra *reação*) indutiva, é simbolizada por X_L e medida em ohms. Ou seja,

$$X_L = \omega L \quad \text{(ohms, } \Omega) \qquad (14.4)$$

Usando a forma da lei de Ohm, seu valor pode ser determinado a partir de

$$X_L = \frac{V_m}{I_m} \quad \text{(ohms, } \Omega) \qquad (14.5)$$

A reatância indutiva é uma oposição à corrente que resulta em uma troca contínua de energia entre a fonte e o campo magnético do indutor. Em outras palavras, a reatância indutiva, ao contrário da resistência (que dissipa energia na forma de calor), não dissipa energia elétrica (ignorando os efeitos da resistência interna do indutor).

Capacitor

Retornemos à configuração em série vista na Figura 14.6, usando agora o capacitor como objeto de estudo. Entretanto, no caso do capacitor, determinaremos a corrente i para uma determinada tensão sobre ele. Quando a análise for concluída, a relação entre tensão e corrente será conhecida e a tensão de oposição ($\upsilon_{\text{dispositivo}}$) poderá ser determinada para qualquer corrente senoidal i.

Nossa investigação do indutor mostrou que a tensão induzida nos terminais da bobina se opõe à variação instantânea da corrente no indutor. No caso de circuitos capacitivos, a tensão no capacitor é limitada pela taxa com que a carga é depositada nas placas do capacitor ou ainda retirada delas, durante as fases de carga e de descarga, respectivamente. Em outras palavras, uma variação instantânea da tensão no capacitor sofre uma oposição devido ao fato de que é necessário um tempo para carregar (ou descarregar) as placas de um capacitor, e $V = Q/C$.

Como a capacitância é uma medida da rapidez com que um capacitor armazena carga em suas placas,

para uma determinada mudança na tensão do capacitor, quanto maior o valor da capacitância, maior a corrente capacitiva resultante.

Além disso, a equação fundamental relacionando a tensão em um capacitor à corrente que atravessa esse capacitor [$i = C(d\upsilon/dt)$] indica que

para uma determinada capacitância, quanto maior a taxa de variação da tensão entre os terminais de um capacitor, maior a corrente capacitiva.

Obviamente, um aumento da frequência corresponde a um aumento da taxa de variação da tensão no capacitor e a um aumento da corrente no capacitor.

Portanto, a corrente em um capacitor é diretamente proporcional à frequência (ou, mais especificamente, à frequência angular) e à capacitância dele. Um aumento em qualquer uma das duas grandezas provoca um aumento da corrente no capacitor. Entretanto, no caso da configuração básica vista na Figura 14.10, estamos interessados em determinar uma expressão para a oposição exercida pelo capacitor, análoga à resistência de um resistor e a ωL no caso de um indutor. Como um aumento da corrente implica uma menor oposição e i_C é proporcional a ω e à capacitância C, a oposição exercida por um capacitor é inversamente proporcional a ω (= $2\pi f$) e C.

Agora, como fizemos no caso do indutor, verificaremos algumas das conclusões anteriores usando uma abordagem matemática.

No caso do capacitor mostrado na Figura 14.11, podemos lembrar do que vimos no Capítulo 11,

$$i_C = C\frac{d\upsilon_C}{dt}$$

e, aplicando a diferenciação,

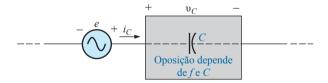



Figura 14.10 Ilustração dos parâmetros que determinam a oposição de um dispositivo capacitivo à passagem de corrente.

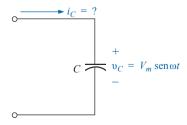



Figura 14.11 Investigação da resposta de um dispositivo capacitivo a uma corrente senoidal.

$$\frac{d\upsilon_C}{dt} = \frac{d}{dt}(V_m \operatorname{sen} \omega t) = \omega V_m \cos \omega t$$

Portanto,

$$i_c = C\frac{d\upsilon_C}{dt} = C(\omega V_m \cos \omega t) = \omega C V_m \cos \omega t$$

ou
$$i_C = I_m \operatorname{sen}(\omega t + 90°)$$
onde
$$I_m = \omega C V_m$$

Note que o valor de pico de i_C é diretamente proporcional a ω (= $2\pi f$) e C, como previmos na discussão anterior.

O gráfico de υ_C e i_C, mostrado na Figura 14.12, revela que

para um capacitor, i_C está adiantada 90° em relação a υ_C, ou υ_C está atrasada 90° em relação a i_C.

Se um ângulo de fase for incluído na expressão senoidal de υ_C, como:

$$\upsilon_C = V_m \operatorname{sen}(\omega t \pm \theta)$$
então
$$i_C = \omega C V_m \operatorname{sen}(\omega t \pm \theta + 90°)$$

Aplicando agora:

$$\text{OposiÁ,o} = \frac{\text{causa}}{\text{efeito}}$$

e substituindo os valores, obtemos:

$$\text{OposiÁ,o} = \frac{V_m}{I_m} = \frac{V_m}{\omega C V_m} = \frac{1}{\omega C}$$

que concorda com os resultados obtidos anteriormente.

A grandeza $1/\omega C$, denominada **reatância** capacitiva, é simbolizada por X_C e medida em ohms. Ou seja,

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \quad \text{(ohms, } \Omega\text{)} \qquad (14.6)$$

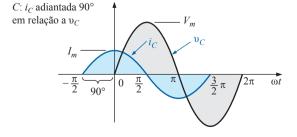



Figura 14.12 A corrente em um dispositivo puramente capacitivo está adiantada 90° em relação à tensão.

Usando a forma da lei de Ohm, seu valor pode ser determinado a partir de:

$$X_C = \frac{V_m}{I_m} \quad \text{(ohms, } \Omega\text{)} \qquad (14.7)$$

A reatância capacitiva é uma oposição à corrente que resulta em uma troca contínua de energia entre a fonte e o campo elétrico no capacitor. Assim como um indutor, um capacitor *não* dissipa energia (se ignorarmos os efeitos da resistência de fuga).

Nos circuitos considerados até aqui, foram dadas a corrente no circuito indutivo e a tensão no circuito capacitivo. Isso foi feito para evitar o uso de integração no cálculo das grandezas desconhecidas. No caso do circuito indutivo,

$$\upsilon_L = L\frac{di_L}{dt}$$

mas

$$i_L = \frac{1}{L}\int \upsilon_L\, dt \qquad (14.8)$$

No circuito capacitivo,

$$i_C = C\frac{d\upsilon_C}{dt}$$

mas

$$\upsilon_C = \frac{1}{C}\int i_C\, dt \qquad (14.9)$$

Adiante, consideraremos um método de análise de circuitos de corrente alternada que permite calcular uma grandeza desconhecida para uma entrada senoidal, sem necessidade de recorrer à integração ou à diferenciação.

É possível determinar se um circuito com um ou mais dispositivos é predominantemente capacitivo ou indutivo observando a relação de fase entre a tensão e a corrente de entrada.

Se a corrente estiver adiantada em relação à tensão aplicada, o circuito será predominantemente capacitivo, e, se a tensão aplicada estiver adiantada em relação à corrente, ele será predominantemente indutivo.

Como agora já temos uma equação para o cálculo das reatâncias de indutores e capacitores, não há necessidade de usar derivação ou integração nos exemplos a serem considerados. Basta aplicar a lei de Ohm, $I_m = E_m/X_L$ ou $I_m = E_m/X_C$, e, levando em conta o fato de que existe uma diferença de fase entre a tensão e a corrente para cada um, isso será suficiente para solucionar os problemas apresentados nos exemplos.

EXEMPLO 14.1

Considerando a tensão no resistor, como indicam os itens (a) e (b), calcule as expressões para a corrente, sendo o resistor de 10 Ω. Esboce os gráficos de υ e i.

a) $\upsilon = 100 \text{ sen } 377t$

b) $\upsilon = 25 \text{ sen}(377t + 60°)$

Soluções:

a) Equação 14.2: $I_m = \dfrac{V_m}{R} = \dfrac{100 \text{ V}}{10\ \Omega} = 10 \text{ A}$

(υ e i estão em fase), então,

$$i = \mathbf{10\ sen\ 377}\boldsymbol{t}$$

As curvas de υ e i são mostradas na Figura 14.13.

b) Equação 14.2: $I_m = \dfrac{V_m}{R} = \dfrac{25 \text{ V}}{10\ \Omega} = 2{,}5 \text{ A}$

(υ e i estão em fase), então,

$$i = \mathbf{2{,}5\ sen\ (377}\boldsymbol{t}\mathbf{ + 60°)}$$

As curvas de υ e i são mostradas na Figura 14.14.

EXEMPLO 14.2

A corrente em um resistor de 5 Ω é indicada. Determine a expressão senoidal da tensão no resistor para $i = 40 \text{ sen}(377t + 30°)$.

Solução:

Equação 14.3: $V_m = I_mR = (40 \text{ A})(5\ \Omega) = 200 \text{ V}$

(υ e i estão em fase), então,

$$\upsilon = \mathbf{200\ sen\ (377}\boldsymbol{t}\mathbf{ + 30°)}$$

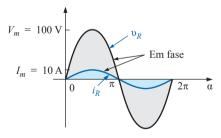



Figura 14.13 Exemplo 14.1(a).

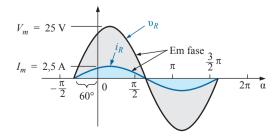



Figura 14.14 Exemplo 14.1(b).

EXEMPLO 14.3

A corrente em um indutor de 0,1 H é dada nos itens (a) e (b) a seguir. Determine em cada caso a expressão para a tensão no indutor. Esboce as curvas de υ e *i*.

a) $i = 10$ sen $377t$

b) $i = 7$ sen$(377t - 70°)$

Soluções:

a) Equação 14.4: $X_L = \omega L = (377 \text{ rad/s})(0{,}1 \text{ H}) = 37{,}7\ \Omega$

Equação 14.5: $V_m = I_m X_L = (10 \text{ A})(37{,}7\ \Omega) = 377 \text{ V}$

Sabemos que, no caso de um indutor, υ está adiantada 90° em relação a *i*. Portanto:

$$v = \mathbf{377\ sen\ (377}t\mathbf{ + 90°)}$$

As curvas de υ e *i* são mostradas na Figura 14.15.

b) X_L continua valendo 37,7 Ω.

$$V_m = I_m X_L = (7 \text{ A})(37{,}7\ \Omega) = 263{,}9 \text{ V}$$

e, sabendo que para um indutor υ está adiantada 90° em relação a *i*,

$$\upsilon = 263{,}9 \text{ sen}(377t - 70° + 90°)$$

e

$$\upsilon = \mathbf{263{,}9\ sen(377}t\mathbf{ + 20°)}$$

As curvas de υ e *i* são mostradas na Figura 14.16.

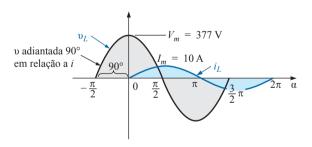



Figura 14.15 Exemplo 14.3(a).

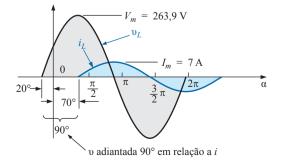



Figura 14.16 Exemplo 14.3(b).

EXEMPLO 14.4

A expressão para a tensão em um indutor é fornecida a seguir. Qual é a expressão senoidal para a corrente?

$$\upsilon = 100 \text{ sen } 20t$$

Solução:

$$X_L = \omega L = (20 \text{ rad/s})(0{,}5 \text{ H}) = 10\ \Omega$$

$$I_m = \frac{V_m}{X_L} = \frac{100 \text{ V}}{10\Omega} = 10 \text{ A}$$

e sabendo que *i* está atrasada 90° em relação a υ,

$$i = \mathbf{10\ sen(20}t\mathbf{ - 90°)}$$

EXEMPLO 14.5

A expressão para a tensão em um capacitor de 1 μF é fornecida a seguir. Qual é a expressão senoidal para a corrente? Faça um esboço das curvas de υ e *i*.

$$\upsilon = 30 \text{ sen } 400t$$

Solução:

Equação 14.6: $X_C = \dfrac{1}{\omega C} = \dfrac{1}{(400 \text{ rad/s})(1\times10^{-6} \text{F})}$

$$= \frac{10^6\ \Omega}{400} = 2500\ \Omega$$

Equação 14.7: $I_m = \dfrac{V_m}{X_C} = \dfrac{30 \text{ V}}{2500\ \Omega} = 0{,}0120 \text{ A} = 12 \text{ mA}$

e sabendo que, para um capacitor, *i* está adiantada 90° em relação a υ,

$$i = \mathbf{12 \times 10^{-3}\ sen\ (400}t\mathbf{ + 90°)}$$

As curvas υ e *i* são mostradas na Figura 14.17.

EXEMPLO 14.6

A expressão para a corrente em um capacitor de 100 μF é dada a seguir. Determine a expressão senoidal para a tensão no capacitor.

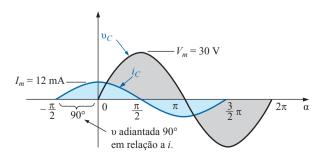



Figura 14.17 Exemplo 14.5.

$$i = 40 \text{ sen}(500t + 60°)$$

Solução:

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{(500 \text{ rad/s})(100 \times 10^{-6} \text{ F})} = \frac{10^6 \,\Omega}{5 \times 10^4}$$

$$= \frac{10^2 \,\Omega}{5} = 20 \,\Omega$$

$$V_M = I_M X_C = (40 \text{ A})(20 \,\Omega) = 800 \text{ V}$$

e sabendo que, para um capacitor, υ está atrasada 90° em relação a i,

$$\upsilon = 800 \text{ sen}(500t + 60° - 90°)$$

e $$\upsilon = \mathbf{800 \text{ sen } (500}t \mathbf{- 30°)}$$

EXEMPLO 14.7

Dados os pares de expressões para tensões e correntes a seguir, determine se o dispositivo envolvido é um capacitor, um indutor ou um resistor. Calcule os valores de C, L e R se houver dados suficientes para isso (veja a Figura 14.18):

a) $\upsilon = 100 \text{ sen}(\omega t + 40°)$
   $i = 20 \text{ sen}(\omega t + 40°)$
b) $\upsilon = 1.000 \text{ sen}(377t + 10°)$
   $i = 5 \text{ sen}(377t - 80°)$
c) $\upsilon = 500 \text{ sen}(157t + 30°)$
   $i = 1 \text{ sen}(157t + 120°)$
d) $\upsilon = 50 \cos(\omega t + 20°)$
   $i = 5 \text{ sen}(\omega t + 110°)$

Soluções:

a) Como υ e i estão *em fase*, o dispositivo é um *resistor*, e:

$$R = \frac{V_m}{I_m} = \frac{100 \text{ V}}{2 \text{ A}} = \mathbf{5 \,\Omega}$$

b) Como υ está *adiantada* 90° em relação a i, o dispositivo é um *indutor*, e:

$$X_L = \frac{V_m}{I_m} = \frac{1000 \text{ V}}{5 \text{ A}} = 200\Omega$$

de forma que: $X_L = \omega L = 200 \,\Omega$ ou

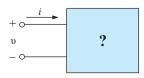



Figura 14.18 Exemplo 14.7.

$$L = \frac{200 \,\Omega}{\omega} = \frac{200 \,\Omega}{377 \text{ rad/s}} = \mathbf{0{,}53 \text{ H}}$$

c) Como i está *adiantada* 90° em relação a υ, o dispositivo é um *capacitor*, e:

$$X_C = \frac{V_m}{I_m} = \frac{500 \text{ V}}{1 \text{ A}} = 500 \,\Omega$$

de forma que: $X_C = \dfrac{1}{\omega C} = 500 \,\Omega$ ou

$$C = \frac{1}{\omega 500 \,\Omega} = \frac{1}{(157 \text{ rad/s})(500 \,\Omega)} = \mathbf{12{,}74 \text{ F}}$$

d) $\upsilon = 50 \cos(\omega t + 20°) = 50 \text{ sen}(\omega t + 20° + 90°)$
   $= 50 \text{ sen}(\omega t + 110°)$
   Como υ e i estão *em fase*, o dispositivo é um *resistor*, e:

$$R = \frac{V_m}{I_m} = \frac{50 \text{ V}}{5 \text{ A}} = \mathbf{10 \,\Omega}$$

14.4 RESPOSTAS EM FREQUÊNCIA DOS DISPOSITIVOS BÁSICOS

Até agora, cada descrição foi feita para uma frequência definida, resultando em um nível de impedância fixo para cada um dos dispositivos básicos. Agora, precisamos investigar como uma mudança na frequência afeta o nível de impedância dos dispositivos básicos. Essa não é uma consideração importante, pois a maioria dos sinais que não sejam aqueles fornecidos por uma companhia de energia contém uma série de níveis de frequência. A seção anterior deixou bem claro que a reatância de um indutor ou de um capacitor é sensível à frequência aplicada. Porém, surge uma questão: como esses níveis de reatância mudam se aumentarmos uniformemente a frequência de um nível muito baixo para um nível muito mais alto?

Embora queiramos pensar em cada dispositivo como o ideal, é importante observar que cada dispositivo comercial disponível hoje *não responderá em um padrão ideal por toda a faixa de frequências possíveis*. Ou seja, cada dispositivo é tal que, para uma faixa de frequências, ele funciona de uma maneira basicamente ideal. Porém, há sempre um intervalo de frequências em que o desempenho varia do ideal. Felizmente, o projetista está ciente dessas limitações e as levará em consideração no projeto.

A discussão começa com uma ideia da resposta dos *dispositivos ideais* — uma resposta que será considerada nos capítulos restantes deste livro e que pode ser assumida em qualquer investigação inicial de um circuito. Essa discussão é acompanhada por uma ideia dos fatores que fazem com que o dispositivo desvie da resposta ideal à

medida que os níveis de frequência se tornam muito baixos ou muito altos.

Resposta ideal

Resistor *R*. Para um resistor ideal, podemos supor que *a frequência ideal, rigorosamente, não terá efeito nenhum sobre o nível de impedância*, como mostra a resposta na Figura 14.19. Observe que, em 5 kHz ou em 20 kHz, a resistência do resistor permanece em 22 Ω; não há qualquer mudança. Para o restante das análises neste livro, o nível de resistência permanece com o valor nominal, não importando qual seja a frequência aplicada.

Indutor *L*. Para o indutor ideal, a equação para a reatância pode ser escrita da forma mostrada a seguir, a fim de isolar o termo da frequência na equação. O resultado é uma constante vezes a variável de frequência que muda enquanto descemos pelo eixo horizontal de um gráfico:

$$X_L = \omega L = 2\pi f L = (2\pi L)f = kf \quad \text{com } k = 2\pi L$$

A equação resultante pode ser comparada diretamente com a equação para uma linha reta:

$$y = mx + b = kf + 0 = kf$$

onde $b = 0$ e a inclinação é k ou $2\pi L$. X_L é a variável y, e f é a variável x, como mostra a Figura 14.20. Como a indutância determina a inclinação da curva, quanto maior a indutância, mais inclinado é o gráfico da linha reta, como mostra a Figura 14.20 para os dois níveis de indutância.

Particularmente, observe que, em $f = 0$ Hz, a reatância de cada gráfico é zero ohm, conforme determinado pela substituição de $f = 0$ Hz na equação básica para a reatância de um indutor:

$$X_L = 2\pi f L = 2\pi(0 \text{ Hz})L = 0\ \Omega$$

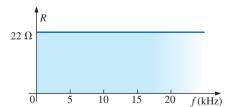



Figura 14.19 R em função de f para o intervalo de interesse.

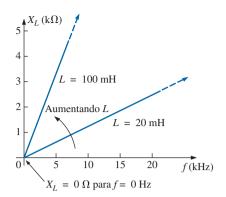



Figura 14.20 X_L contra frequência.

Como a reatância de zero ohm corresponde às características de um curto-circuito, podemos concluir que

> *a uma frequência de 0 Hz, um indutor assume as características de um curto-circuito, como pode ser visto na Figura 14.21.*

Como a Figura 14.21 indica, quando a frequência aumenta, a reatância aumenta, até que ela alcança um nível extremamente alto em frequências muito altas. O resultado é que:

> *com frequências muito altas, as características de um indutor se aproximam às de um circuito aberto, como pode ser visto na Figura 14.21.*

O indutor, portanto, é capaz de tratar de níveis de impedância que abrangem a faixa inteira, de zero ohm até infinitos ohms, mudando a uma *velocidade constante* determinada pelo nível de indutância. Quanto mais alta a indutância, mais rapidamente ela se aproxima do equivalente do circuito aberto.

Capacitor *C*. Para o capacitor, a equação para a reatância

$$X_C = \frac{1}{2\pi f C}$$

pode ser escrita como:

$$X_C f = \frac{1}{2\pi C} = k \qquad \text{(uma constante)}$$

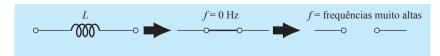



Figura 14.21 Efeito de frequências baixas e altas sobre o modelo de circuito de um indutor.

que corresponde ao formato básico de uma hipérbole:

$$yx = k$$

onde X_C é a variável y, f é a variável x e k é uma constante igual a $1/(2\pi C)$.

Hipérboles têm a forma que aparece na Figura 14.22 para dois níveis de capacitância. Observe que, quanto mais alta a capacitância, mais a curva se aproxima dos eixos vertical e horizontal em frequências baixas e altas.

A 0 Hz, ou perto disso, a reatância de qualquer capacitor é extremamente alta, conforme determinado pela equação básica para a capacitância:

$$X_C \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2\pi(0\,\text{Hz})C} \Rightarrow \infty\Omega$$

O resultado é que

a 0 Hz ou perto disso, as características de um capacitor se aproximam às de um circuito aberto, como mostra a Figura 14.23.

À medida que a frequência aumenta, a reatância se aproxima de um valor de zero ohm. O resultado é que

com frequências muito altas, um capacitor assume as características de um curto-circuito, como pode ser visto na Figura 14.23.

É importante observar, na Figura 14.22, que a reatância cai muito rapidamente quando a frequência aumenta. Essa não é uma queda gradual, como ocorre no caso do aumento na reatância indutiva. Além disso, a reatância se situa em um nível muito baixo para uma grande faixa de frequências. Em geral, portanto, reconheça que, para dispositivos capacitivos, uma mudança relativamente pequena no nível de frequência pode acarretar uma mudança muito drástica no nível de reatância.

Finalmente, reconheça o seguinte:

À medida que a frequência aumenta, a reatância de um dispositivo indutivo aumenta, enquanto a de um capacitor diminui, como se um se aproximasse do equivalente a um circuito aberto enquanto e o outro se aproxima do equivalente a um curto-circuito.

Figura 14.22 X_C contra frequência.

Resposta prática

Resistor *R*. No processo de fabricação, cada dispositivo resistivo herda alguns níveis de capacitância parasita e indutâncias do fio. Para a maioria das aplicações, os níveis são tão baixos que seus efeitos podem ser ignorados. Porém, quando a frequência ultrapassa alguns megahertz, pode ser preciso conhecer seus efeitos. Por exemplo, diversos resistores com composição de carbono possuem uma resposta em frequência como a que aparece na Figura 14.24. O resistor de 100 Ω é basicamente estável até cerca de 300 MHz, enquanto o resistor de 100 kΩ começa a cair ao atingir mais ou menos 15 MHz. Em geral, portanto, esse tipo de resistor com composição de carbono tem as características ideais da Figura 14.19 para frequências de até cerca de 15 MHz. Para frequências de 100 Hz, 1 kHz, 150 kHz, e assim por diante, o resistor pode ser considerado ideal.

A escala horizontal da Figura 14.24 é uma escala logarítmica que começa em 1 MHz em vez de zero, conforme aplicada à escala vertical. Os logaritmos são discutidos em detalhes no Capítulo 21, que descreve por que a escala não pode começar em zero e o fato de que os intervalos principais são separados por potências de 10. Por enquanto, basta observar que as escalas logarítmicas permitem a exibição de um intervalo de frequências inviável com uma escala linear, como a que foi usada para a escala vertical da Figura 14.24. Imagine tentar desenhar uma escala linear de 1 MHz a 1000 MHz usando uma escala linear. Essa seria uma tarefa impossível, a menos que a largura do gráfico fosse enorme. Conforme indicamos, explicaremos muito mais sobre as escalas logarítmicas no Capítulo 21.

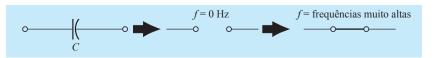



Figura 14.23 Efeito de frequências baixas e altas sobre o modelo de circuito de um capacitor.

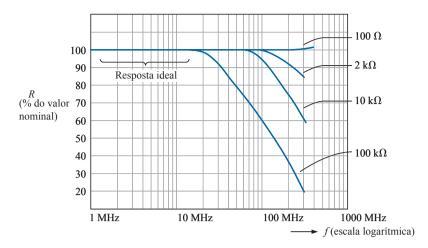



Figura 14.24 Equivalente prático para um indutor.

Indutor *L*. Na realidade, a indutância pode ser afetada por frequência, temperatura e corrente. Um equivalente verdadeiro para um indutor aparece na Figura 14.25. A resistência em série R_s representa as perdas no cobre (resistência das muitas voltas do fino fio de cobre); as perdas de correntes parasitas (perdas devido a pequenas correntes circulares no núcleo quando uma tensão CA é aplicada); e as perdas por histerese (perdas devido às perdas do núcleo criadas pelo campo em rápida reversão no núcleo). A capacitância C_p é a capacitância parasita que existe entre os enrolamentos do indutor.

Na maioria dos indutores, a construção normalmente é tal que, quanto maior a indutância, menor a frequência em que os dispositivos parasitas se tornam importantes. Ou seja, para os indutores na faixa de milihenry (mH, o que é muito comum), as frequências que se aproximam de 100 kHz podem ter um efeito sobre as características ideais do elemento. Para indutores na faixa de microhenry (μH), uma frequência de 1 MHz pode introduzir efeitos negativos. Isso não é uma sugestão de que os indutores perdem seu efeito nessas frequências, mas, sim, que eles não podem mais ser considerados ideais (dispositivos puramente indutivos).

Figura 14.25 Equivalente prático para um indutor.

A Figura 14.26 mostra um gráfico do valor da impedância Z_L da Figura 14.25 em função da frequência. Observe que, até cerca de 2 MHz, a impedância aumenta de forma quase linear com a frequência, sugerindo claramente que o indutor de 100 μH é praticamente ideal. Entretanto, acima de 2 MHz, todos os fatores que contribuem para R_s começam a aumentar, enquanto a reatância devida ao dispositivo capacitivo C_p é mais pronunciada. O nível de queda da reatância capacitiva começa a ter um efeito de curto entre os enrolamentos do indutor e reduz o efeito indutivo geral. Por fim, se a frequência continuar a aumentar, os efeitos capacitivos superam os efeitos

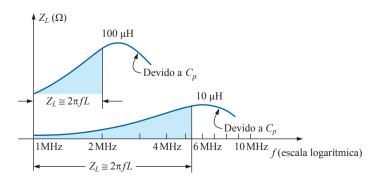



Figura 14.26 Z_L contra a frequência para o indutor prático equivalente da Figura 14.25.

indutivos, e o elemento realmente começa a se comportar em um padrão capacitivo. Observe as semelhanças dessa região com as curvas na Figura 14.22. Além disso, observe que níveis de indutância cada vez menores (o que pode ser alcançado usando menos espiras e, portanto, com níveis mais baixos de C_p) não demonstram o efeito degradante até que frequências maiores sejam aplicadas.

Em geral, portanto, a frequência a ser aplicada no indutor passa a ser importante quando ela é aumentada. Os indutores apresentam características que se distanciam das características de um componente ideal e passam a se comportar como dispositivos capacitivos, apresentando perdas crescentes com o aumento da frequência.

Capacitor C. O capacitor, assim como o indutor, não é ideal para toda a faixa de frequência. Na verdade, existe um ponto de transição em que as características de um capacitor realmente assumem as de um indutor. O modelo equivalente para um indutor que aparece na Figura 14.27(a) é uma versão expandida daquele que aparece na Figura 10.21. Um indutor L_s foi acrescentado para refletir a indutância presente devido aos fios do capacitor e qualquer indutância introduzida pelo projeto do capacitor. A indutância dos fios normalmente é de cerca de 0,05 μH por centímetro, que é aproximadamente 0,2 μH para um capacitor cujos terminais medem 2 cm — valor que pode ser importante em altas frequências.

A resistência R_d reflete a perda de energia devido ao atrito molecular associado ao movimento dos átomos sob o efeito de um campo elétrico alternado. Entretanto, o interessante é que a permissividade relativa diminui com o aumento da frequência, mas finalmente muda de direção e começa a aumentar em frequências altas. Observe que o capacitor foi incluído em série com R_d para refletir o fato de que essa perda não está presente sob condições de corrente contínua. O capacitor assume seu estado de circuito aberto para aplicações de CC.

A resistência R_p, que depende da resistividade do dielétrico (normalmente, da ordem de 10^{12} Ω ou mais) e da resistência do encapsulamento, é que determina a intensidade da corrente de fuga durante o ciclo de descarga. Dependendo do capacitor, o tempo de descarga pode ir de uns poucos segundos, para alguns capacitores eletrolíticos, até várias horas (dielétrico de papel) ou até dias (dielétrico de poliestireno), revelando que esses capacitores normalmente possuem níveis muito menores de R_p do que a maioria dos outros capacitores.

O efeito de todos os elementos sobre a resposta real de um capacitor de filme metalizado de 0,01 μF com terminais de 2 cm é mostrado na Figura 14.27(b), onde a resposta é quase ideal para a faixa de baixa e média frequências, mas em cerca de 3,7 MHz ele começa a mostrar uma resposta indutiva devido a L_s.

Em geral, portanto, a frequência de aplicação é importante para os elementos capacitivos, pois, quando a frequência aumenta a um certo nível, os elementos assumem características indutivas. Além disso, a frequência de aplicação define o tipo do capacitor (ou indutor) que é aplicado: capacitores eletrolíticos são limitados a frequências de talvez 10 kHz, enquanto capacitores de cerâmica ou mica podem lidar com frequências maiores do que 10 MHz.

A faixa de temperatura de operação pode ter uma influência importante no tipo do capacitor escolhido para uma determinada aplicação. Os capacitores eletrolíticos, de tântalo e alguns de cerâmica de alto k são muito sensíveis a baixas temperaturas. De fato, muitos capacitores eletrolíticos, por exemplo, perdem 20 por cento da capacitância que possuem à temperatura ambiente quando resfriados a 0°C. As temperaturas altas (até 100°C ou 212°F) parecem ter uma influência menor que as temperaturas baixas, mas a capacitância dos capacitores de cerâmica de alto k pode diminuir até 30 por cento do seu valor à

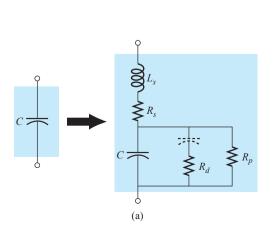
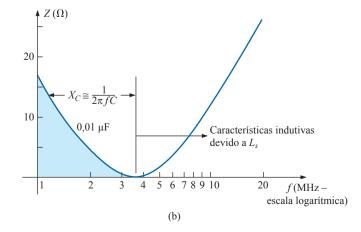



Figura 14.27 Circuito equivalente de um capacitor real; (a) circuito; (b) resposta.

temperatura ambiente quando é exposta à temperatura de 100°C. À medida que for adquirindo experiência, o leitor aprenderá a escolher o tipo de capacitor a ser empregado em cada aplicação e terá de fazer uma análise mais cuidadosa somente em condições extremas, como frequências muito altas, temperaturas extremas e valores muito grandes de tensão e corrente.

ESR. O termo *resistência equivalente em série* (ESR — Equivalent Series Resistance) foi introduzido no Capítulo 10, em que foi observado que o tópico apareceria novamente após o conceito de resposta em frequência ter sido apresentado. No mais simples dos termos, a ESR, que aparece no modelo simples da Figura 14.28(a), é o fator dissipador real que se pode esperar quando se usa um capacitor em diversas frequências. Para condições de CC, essa é basicamente a resistência CC do capacitor que aparece como R_s na Figura 14.27(a). Porém, para qualquer aplicação, o nível de dissipação será uma função dos níveis de R_p e R_d e a frequência aplicada.

Embora o espaço não permita uma derivação detalhada, a ESR para um capacitor é definida pela seguinte equação:

$$ESR = R_s + \frac{1}{\omega^2 C^2 R_p} + \frac{1}{\omega C^2 R_d}$$

Observe que o primeiro termo é simplesmente a resistência CC, e não é uma função da frequência. Porém, os dois termos seguintes são uma função da frequência no denominador, revelando que eles aumentam muito rapidamente enquanto a frequência cai. O resultado é a preocupação válida sobre os níveis de ESR em baixas frequências. Em altas frequências, os dois termos seguintes cairão rapidamente, deixando apenas a resistência CC. Em geral, portanto, lembre-se de que

o nível de ESR, ou resistência equivalente em série, é sensível à frequência e consideravelmente maior em baixas frequências que apenas a resistência CC. Em frequências muito altas, ele se aproxima do nível CC.

Figura 14.28 ESR. (a) Impacto no modelo equivalente; (b) Instrumento de medição. [Parte (b) por cortesia da Peak Electronic Design Limited.]

Esse é um fator tão importante em alguns projetos que instrumentos têm sido desenvolvidos principalmente para medir essa quantidade. Um instrumento desse tipo aparece na Figura 14.28(b).

Existem algumas regras sobre o nível de ESR associado a diversos capacitores. Para todas as aplicações, quanto menor a ESR, melhor. Os capacitores eletrolíticos normalmente têm níveis muito mais altos de ESR que os capacitores de filme, cerâmica ou papel. Um capacitor eletrolítico padrão de 22 μF tem uma ESR entre 5 e 30 Ω, enquanto um capacitor de cerâmica padrão tem apenas 10 a 100 mΩ, uma diferença significativa. Os capacitores eletrolíticos, porém, devido às suas outras características, ainda são muito populares no projeto de fonte de alimentação; essa é simplesmente uma questão de balancear o nível de ESR com outros fatores importantes.

EXEMPLO 14.8

Em que frequência a reatância de um indutor de 200 mH corresponde ao nível de resistência de um resistor de 5 kΩ?

Solução:

A resistência permanece constante a 5 kΩ para a faixa de frequência do indutor. Portanto,

$$R = 5000\ \Omega = X_L = 2\pi fL = 2\pi Lf$$
$$= 2\pi(200 \times 10^{-3}\ \text{H})f = 1{,}257f$$

e $$f = \frac{5000\ \text{Hz}}{1{,}257} \cong \mathbf{3{,}98\ kHz}$$

EXEMPLO 14.9

Em que frequência um indutor de 5 mH terá a mesma reatância de um capacitor de 0,1 μF?

Solução:

$$X_L = X_C$$

$$2\pi fL = \frac{1}{2\pi fC}$$

$$f^2 = \frac{1}{4\pi^2 LC}$$

e

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{(5\times10^{-3}\ \text{H})(0{,}1\times10^{-6}\ \text{F})}}$$
$$= \frac{1}{2\pi\sqrt{5\times10^{-10}}} = \frac{1}{(2\pi)(2{,}236\times10^{-5})} = \frac{10^5\ \text{Hz}}{14{,}05}$$
$$\cong \mathbf{7{,}12\ kHz}$$

14.5 POTÊNCIA MÉDIA E FATOR DE POTÊNCIA

Uma pergunta frequente é: como uma tensão ou uma corrente senoidal oferece potência a uma carga se parece estar fornecendo potência durante uma parte do seu ciclo e tirando-a durante a parte negativa do ciclo da senoide? As oscilações iguais acima e abaixo do eixo parecem sugerir que, por um ciclo completo, não existe transferência líquida de potência ou energia. Porém, como dissemos no capítulo anterior, existe uma transferência líquida de potência por um ciclo completo, pois a potência é fornecida à carga *a cada instante* da tensão ou corrente aplicada (exceto quando está cruzando o eixo), não importando o sentido da corrente ou a polaridade da tensão.

Para demonstrar isso, considere a configuração relativamente simples na Figura 14.29, onde uma tensão senoidal de pico é aplicada a um resistor de 2 Ω. Quando a tensão está em seu pico positivo, a potência fornecida nesse instante é 32 W, como mostra a figura. No ponto intermediário de 4 V, a potência instantânea fornecida cai para 8 W; quando a tensão atravessa o eixo, ela cai para 0 W. Observe, porém, que quando a tensão aplicada está em seu pico negativo, a corrente pode reverter, mas, nesse instante, 32 W ainda estão sendo fornecidos ao resistor.

No total, portanto,

embora a corrente e a tensão revertam o sentido e a polaridade, respectivamente, a potência é fornecida à carga resistiva a cada instante do tempo.

Se desenharmos a potência fornecida por um ciclo completo, obteremos a curva da Figura 14.30. Observe que a tensão aplicada e a corrente resultante estão em fase e possuem o dobro da frequência da curva de potência. Para um ciclo completo da tensão aplicada que tenha um período T, o nível de potência terá um pico em cada pulso da onda senoidal.

O fato de que a curva de potência está sempre acima do eixo horizontal revela que a potência está sendo fornecida à carga a cada instante do tempo da tensão senoidal aplicada.

Qualquer parte da curva de potência abaixo do eixo revela que a potência está sendo retornada à fonte. O valor médio da curva de potência ocorre em um nível igual a $V_mI_m/2$, como mostra a Figura 14.30. Esse nível de potência é chamado de nível de **potência média** ou **real**. Ele estabelece um nível de potência em particular para o ciclo completo, de modo que não temos que determinar o nível de potência a se aplicar a uma quantidade que varia em uma natureza senoidal.

Se substituirmos a equação para o valor de pico em termos do valor rms como:

$$P_{\text{mÈdia}} = \frac{V_mI_m}{2} = \frac{(\sqrt{2}V_{\text{rms}})(\sqrt{2}I_{\text{rms}})}{2} = \frac{2V_{\text{rms}}I_{\text{rms}}}{2}$$

descobrimos que a potência média ou real fornecida a um resistor assume a seguinte forma, muito conveniente:

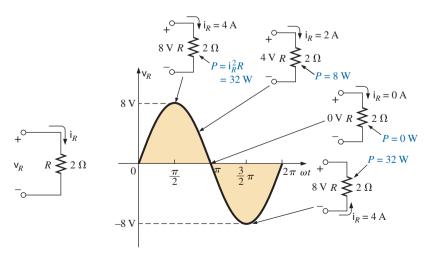



Figura 14.29 Demonstração de que a potência é fornecida em cada instante de uma forma de onda de tensão senoidal (exceto $\upsilon_R = 0$ V).

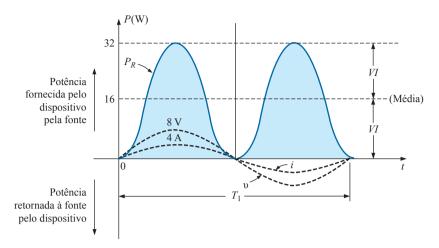



Figura 14.30 Potência em função do tempo para uma carga puramente resistiva.

$$P_{\text{média}} = V_{\text{rms}}\, I_{\text{rms}} \tag{14.10}$$

Observe que a equação da potência é exatamente a mesma quando aplicada a redes CC, desde que trabalhemos com valores rms.

A análise anterior se refere a uma carga puramente resistiva. Se a tensão senoidal for aplicada a uma rede com uma combinação de componentes R, L e C, a equação instantânea para os níveis de potência é mais complexa. Porém, se tivermos cuidado no desenvolvimento da equação geral e examinarmos os resultados, chegaremos a algumas conclusões gerais que serão muito úteis na análise a seguir.

Na Figura 14.31, uma tensão com um ângulo de fase inicial é aplicada a um circuito com qualquer combinação de elementos que resulte em uma corrente com o ângulo de fase indicado.

A potência fornecida a cada instante de tempo é então definida por:

$$\begin{aligned} p = \upsilon i &= V_m \operatorname{sen}(\omega t + \theta_\upsilon) I_m \operatorname{sen}(\omega t + \theta_i) \\ &= V_m I_m \operatorname{sen}(\omega t + \theta_\upsilon)\operatorname{sen}(\omega t + \theta_i) \end{aligned}$$

Usando a identidade trigonométrica, temos:

$i = I_m \operatorname{sen}(\omega t + \theta_i)$

P →

$+$

$\mathrm{v} = V_m \operatorname{sen}(\omega t + \theta_\mathrm{v})$

Carga

$-$

Figura 14.31 Determinação da potência dissipada em um circuito de corrente alternada senoidal.

$$\operatorname{sen} A \operatorname{sen} B = \frac{\cos(A-B) - \cos(A+B)}{2}$$

vemos que a função $\operatorname{sen}(\omega t + \theta_\upsilon)\operatorname{sen}(\omega t + \theta_i)$ se transforma em:

$$\begin{aligned} \operatorname{sen} &= (\omega t + \theta_\upsilon)\operatorname{sen}(\omega t + \theta_i) \\ &= \frac{\cos[(\omega t + \theta_\upsilon) - (\omega t + \theta_i)] - \cos[(\omega t + \theta_\upsilon)(\omega t + \theta_i)]}{2} \\ &= \frac{\cos(\theta_\upsilon + \theta_i) - \cos(2\omega t + \theta_\upsilon + \theta_i)}{2} \end{aligned}$$

de modo que

$$p = \overbrace{\left[\frac{V_m I_m}{2}\cos(\theta_\upsilon - \theta_i)\right]}^{\text{Valor fixo}} - \overbrace{\left[\frac{V_m I_m}{2}\cos(2\omega + \theta_\upsilon + \theta_i)\right]}^{\text{Variação no tempo (função de } t\text{)}}$$

A Figura 14.32 mostra uma representação de υ, i e ρ sobre o mesmo conjunto de eixos.

Note que o segundo termo na equação anterior representa uma cossenoide de amplitude $V_m I_m/2$ e frequência duas vezes maior que a da tensão e a da corrente. O valor médio desse termo é zero e, portanto, ele não tem nenhuma influência no processo de dissipação de energia.

Entretanto, o primeiro termo da equação anterior é constante (não depende do tempo), e representa uma transferência líquida de energia. Esse termo é chamado de **potência média** ou **potência real**, conforme explicado anteriormente. O ângulo $(\theta_\upsilon - \theta_i)$ é o ângulo de fase entre υ e i. Como $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$,

o valor da potência média não depende do fato de a tensão estar atrasada ou adiantada em relação à corrente.

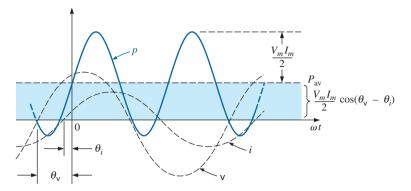



Figura 14.32 Determinação da potência média para um circuito de corrente alternada senoidal.

Fazendo θ igual a $|\theta_\upsilon - \theta_i|$, onde | | indica que apenas o valor absoluto é importante, ou seja, o sinal é irrelevante, temos:

$$P = \frac{V_m I_m}{2}\cos\theta \quad \text{(watts, W)} \qquad (14.11)$$

onde P é a potência média em watts. Essa equação também pode ser escrita na forma

$$P = \left(\frac{V_m}{\sqrt{2}}\right)\left(\frac{I_m}{\sqrt{2}}\right)\cos\theta$$

ou, como $V_{eff} = \frac{V_m}{\sqrt{2}}$ e $I_{eff} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$

A Equação 14.11 se transforma em

$$P = V_{rms} I_{rms} \cos\theta \qquad (14.12)$$

Agora, aplicaremos as equações 14.11 e 14.12 aos dispositivos básicos R, L e C.

Resistor

Em um circuito puramente resistivo, como υ e i estão em fase, $|\theta_\upsilon - \theta| = \theta = 0°$ e $\cos\theta = \cos 0° = 1$, de forma que:

$$P = \frac{V_m I_m}{2} = V_{rms} I_{rms} \quad \text{(W)} \qquad (14.13)$$

ou, como $I_{rms} = \frac{V_{rms}}{R}$

então $$P = \frac{V_{rms}^2}{R} = I_{rms}^2 R \quad \text{(W)} \qquad (14.14)$$

Indutor

Em um circuito puramente indutivo, como υ está adiantada 90° em relação a i, $|\theta_\upsilon - \theta_i| = \theta = |-90°| = 90°$. Portanto,

$$P = \frac{V_m I_m}{2}\cos 90° = \frac{V_m I_m}{2}(0) = \mathbf{0\ W}$$

A potência média ou potência dissipada por um indutor ideal (sem resistência associada) é zero.

Capacitor

Em um circuito puramente capacitivo, i está adiantada 90° em relação a υ, logo $|\theta_\upsilon - \theta_i| = \theta = |-90°| = 90°$. Portanto,

$$P = \frac{V_m I_m}{2}\cos(90°) = \frac{V_m I_m}{2}(0) = \mathbf{0\ W}$$

A potência média ou potência dissipada por um capacitor ideal (sem resistência associada) é zero.

EXEMPLO 14.10

Calcule a potência média dissipada em um circuito no qual a corrente e a tensão de entrada sejam dadas por:

$$i = 5\ \text{sen}(\omega t + 40°)$$
$$\upsilon = 10\ \text{sen}(\omega t + 40°)$$

Solução:

Como υ e i estão em fase, o circuito se mostra puramente resistivo visto pelos terminais de entrada. Portanto,

$$P = \frac{V_m I_m}{2} = \frac{(10\ \text{V})(5\ \text{A})}{2} = \mathbf{25\ W}$$

ou $$R = \frac{V_m}{I_m} = \frac{10\ \text{V}}{5\ \text{A}} = 2\ \Omega$$

e $$P = \frac{V_{rms}^2}{R} = \frac{[(0{,}707)(10\ \text{V})]^2}{2} = \mathbf{25\ W}$$

ou $$P = I_{rms}^2 R = [0{,}707)(5\ \text{A})]^2(2) = \mathbf{25\ W}$$

No exemplo a seguir, os circuitos consistem em combinações de resistências e reatâncias que produzem diferenças de fase entre a tensão e a corrente de entrada diferentes de 0° e de 90°.

EXEMPLO 14.11

Determine a potência média fornecida a circuitos tendo as seguintes expressões para a tensão e para a corrente de entrada:

a) $\upsilon = 100 \operatorname{sen}(\omega t + 40°)$
$i = 20 \operatorname{sen}(\omega t + 70°)$

b) $\upsilon = 150 \operatorname{sen}(\omega t - 70°)$
$i = 3 \operatorname{sen}(\omega t - 50°)$

Soluções:

a) $V_m = 100, \quad \theta_\upsilon = 40°$
$I_m = 20 \text{ A}, \quad \theta_i = 70°$
$\theta = |\theta_\upsilon - \theta_i| = |40° - 70°| = |-30°| = 30°$

e $P = \dfrac{V_m I_m}{2} \cos\theta = \dfrac{(100 \text{ V})(20 \text{ A})}{2} \cos(30°)$
$= (1000 \text{ W})(0{,}866)$

b) $V_m = 150\text{V}, \quad \theta_\upsilon = -70°$
$I_m = 3 \text{ A}, \quad \theta_i = -50°$
$\theta = |\theta_\upsilon - \theta_i| = |-70° - (-50°)|$
$= |-70° + 50°| = |-20°| = 20°$

e $P = \dfrac{V_m I_m}{2} \cos\theta = \dfrac{(150 \text{ V})(3 \text{ A})}{2} \cos(20°)$
$= (225 \text{ W})\,(0{,}9397) = \mathbf{211{,}43\ W}$

Fator de potência

Na equação $P = (V_m I_m/2) \cos \theta$, o fator que tem uma influência significativa no valor da potência fornecida é cos θ. Independentemente dos valores da tensão e da corrente, se cos θ = 0, a potência é nula; se cos θ = 1, a potência é máxima. Por ter tal influência, a expressão recebeu o nome **fator de potência**, e é definida por:

$$\text{Fator de potência} = F_p = \cos\theta \qquad (14.15)$$

Para uma carga puramente resistiva como a ilustrada na Figura 14.33, a diferença de fase entre υ e *i* é 0° e $F_p = \cos\theta = \cos 0° = 1$. A potência fornecida é, no máximo, $(V_m I_m/2) \cos\theta = ((100 \text{ V})(5 \text{ A})/2)(1) = 250 \text{ W}$.

No caso de uma carga puramente reativa (indutiva ou capacitiva), como a que é vista na Figura 14.34, a diferença de fase entre υ e *i* é 90° e $F_p = \cos\theta = \cos 90° = 0$. Nesse caso, a potência entregue à carga é nula, *embora a corrente tenha o mesmo valor de pico* que no circuito da Figura 14.33.

Nas situações em que a carga é uma combinação de dispositivos resistivos e reativos, o fator de potência tem um valor entre 0 e 1. Quanto mais resistiva for a impedância total, mais próximo da unidade estará o fator de potência; quanto mais reativa é a impedância, mais o fator de potência se aproxima de zero.

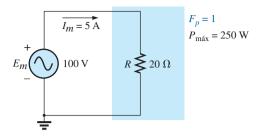



Figura 14.33 Carga puramente resistiva com $F_p = 1$.

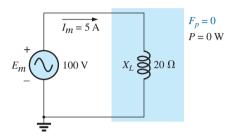



Figura 14.34 Carga puramente indutiva com $F_p = 0$.

Em termos da potência média, da tensão e da corrente no circuito, temos:

$$F_p = \cos\theta = \frac{P}{V_{\text{rms}} I_{\text{rms}}} \qquad (14.16)$$

Os termos *adiantado* e *atrasado* são frequentemente escritos juntamente com o fator de potência. *O termo a ser usado é definido em função da corrente na carga*. Quando a corrente está adiantada em relação à tensão aplicada, dizemos que a carga tem um **fator de potência adiantado**. Quando a corrente está atrasada, dizemos que a carga tem um **fator de potência atrasado**. Em outras palavras,

os circuitos capacitivos têm um fator de potência adiantado, enquanto circuitos indutivos têm um fator de potência atrasado.

A importância do fator de potência para os sistemas de distribuição de energia é examinada no Capítulo 19. Na realidade, existe uma seção dedicada ao estudo da correção do fator de potência.

EXEMPLO 14.12

Determine os fatores de potência das cargas nas figuras mencionadas a seguir e verifique se eles estão atrasados ou adiantados:

a) Figura 14.35

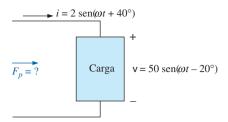



Figura 14.35 Exemplo 14.12(a).

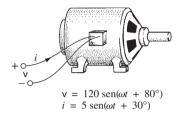



Figura 14.36 Exemplo 14.12(b).

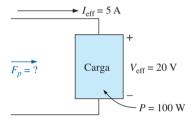



Figura 14.37 Exemplo 14.12(c).

b) Figura 14.36
c) Figura 14.37

Soluções:

a) $F_p = \cos\theta = \cos|40° - (-20°)| = \cos 60° =$ **0,5 adiantado**

b) $F_p = \cos\theta\ |80° - 30°| = \cos 50° =$ **0,64 atrasado**

c) $F_p = \cos\theta = \dfrac{P}{V_{\text{eff}} I_{\text{eff}}} = \dfrac{100\text{ W}}{(20\text{ V})(5\text{ A})} = \dfrac{100\text{ W}}{100\text{ W}} = \mathbf{1}$

A carga é resistiva e, portanto, F_p não está nem atrasado, nem adiantado.

14.6 NÚMEROS COMPLEXOS

Em nossa análise dos circuitos de corrente contínua, tivemos que determinar somas algébricas de tensões e de correntes. Como será necessário efetuar as mesmas operações para circuitos de corrente alternada, surge uma questão: como se calcula a soma algébrica de duas ou mais tensões (ou correntes) senoidais? Embora uma possível solução fosse calcular essa soma algébrica somando os valores das funções ponto a ponto (como é mostrado na Seção 14.12), seria um processo longo e tedioso no qual a precisão dependeria da escala escolhida.

O objetivo deste capítulo é introduzir um sistema de **números complexos** que, quando aplicado a formas de onda CA senoidais, resulta em uma técnica de aplicação rápida, direta e precisa para determinar a soma algébrica de formas de onda senoidais. Nos capítulos a seguir, essa técnica será estendida à análise de circuitos alternados senoidais de uma maneira muito similar à aplicada em circuitos de corrente contínua. Os métodos e os teoremas descritos para os circuitos de corrente contínua poderão então ser aplicados aos circuitos senoidais sem muita dificuldade.

Um **número complexo** pode ser representado por um ponto em um plano bidimensional, associado a um sistema de eixos cartesianos. Esse ponto também determina um vetor a partir da origem até o ponto. O eixo horizontal é chamado de eixo *real*, e o vertical é denominado eixo *imaginário*. Os dois eixos estão indicados na Figura 14.38. Qualquer número real de zero a $\pm\infty$ pode ser representado por um ponto sobre o eixo real. Antes da introdução dos números complexos, acreditava-se que os números que estão fora do eixo real não existissem; foi por isso que o eixo vertical foi chamado de eixo *imaginário*.

No plano complexo, o eixo horizontal ou real representa todos os números positivos à direita do eixo imaginário e todos os números negativos à esquerda do mesmo. Todos os números imaginários positivos são representados acima do eixo real, e todos os números imaginários negativos, abaixo dele. O símbolo j (ou algumas vezes i) é usado para indicar a parte imaginária.

São usadas duas formas para representar um número complexo: a **retangular** e a **polar**. Cada uma delas pode representar um ponto no plano ou um vetor da origem até esse ponto.

14.7 FORMA RETANGULAR

A representação na **forma retangular** é:

$$\mathbf{C} = X + jY \tag{14.17}$$

Figura 14.38 Definição dos eixos real e imaginário do plano complexo.

como mostra a Figura 14.39. A letra **C** foi escolhida a partir da palavra 'complexo'. A notação em **negrito** é usada para qualquer número com magnitude e fase. A notação em itálico é usada apenas para a magnitude.

EXEMPLO 14.13

Represente os seguintes números no plano complexo:

a) $\mathbf{C} = 3 + j4$
b) $\mathbf{C} = 0 - j\,6$
c) $\mathbf{C} = -10 - j20$

Soluções:

a) Veja a Figura 14.40.
b) Veja a Figura 14.41.
c) Veja a Figura 14.42.

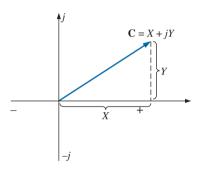



Figura 14.39 Forma retangular de um número complexo.

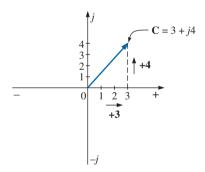



Figura 14.40 Exemplo 14.13(a).

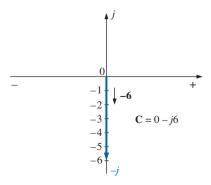



Figura 14.41 Exemplo 14.13(b).

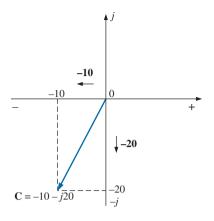



Figura 14.42 Exemplo 14.13(c).

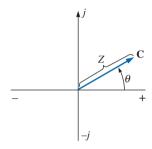



Figura 14.43 Forma polar de um número complexo.

14.8 FORMA POLAR

A representação de um número complexo na **forma polar** é

$$\mathbf{C} = Z\angle\theta \qquad (14.18)$$

onde a letra Z foi escolhida a partir da sequência X, Y, Z.

Z indica apenas o módulo, e θ *é sempre medido no sentido anti-horário (CCW) a partir do eixo real positivo*, como mostra a Figura 14.43. Os ângulos medidos no sentido horário a partir do eixo real positivo têm de ser associados a um sinal negativo.

O sinal negativo em frente ao número complexo na forma polar é mostrado na Figura 14.44. Observe que o resultado é um número complexo oposto ao número complexo com sinal positivo.

$$-\mathbf{C} = -Z\angle\theta = Z\angle\theta \pm 180° \qquad (14.19)$$

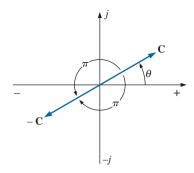



Figura 14.44 Efeito de um sinal negativo sobre a forma polar.

EXEMPLO 14.14

Represente os números complexos a seguir no plano complexo:

a) $\mathbf{C} = 5 \angle 30°$

b) $\mathbf{C} = 7 \angle -120°$

c) $\mathbf{C} = -4{,}2 \angle 60°$

Soluções:

a) Veja a Figura 14.45.

b) Veja a Figura 14.46.

c) Veja a Figura 14.47.

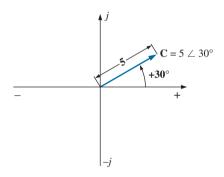



Figura 14.45 Exemplo 14.14(a).

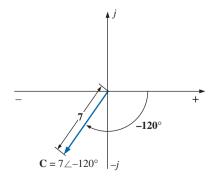



Figura 14.46 Exemplo 14.14(b).

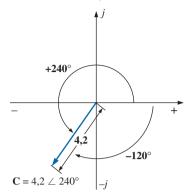



Figura 14.47 Exemplo 14.14(c).

14.9 CONVERSÃO ENTRE AS DUAS FORMAS

As duas formas são relacionadas pelas equações a seguir, conforme ilustra a Figura 14.48.

Retangular para polar

$$Z = \sqrt{X^2 + Y^2} \tag{14.20}$$

$$\theta = \text{tg}^{-1}\frac{Y}{X} \tag{14.21}$$

Polar para retangular

$$X = Z\cos\theta \tag{14.22}$$

$$Y = Z\,\text{sen}\theta \tag{14.23}$$

EXEMPLO 14.15

Converta o número complexo a seguir, na forma retangular, para a forma polar:

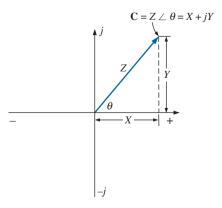



Figura 14.48 Relação entre as duas formas.

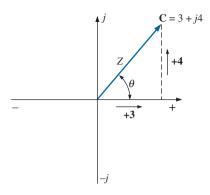



Figura 14.49 Exemplo 14.15.

$$\mathbf{C} = 3 + j4 \quad \text{(Figura 14.49)}$$

Solução:

$$Z = \sqrt{(3)^2 + (4)^2} = \sqrt{25} = 5$$

$$\theta = \text{tg}^{-1}\left(\frac{4}{3}\right) = 53{,}13°$$

e $$\mathbf{C} = \mathbf{5} \ \angle \mathbf{53{,}13°}$$

EXEMPLO 14.16

Converta o seguinte número complexo, na forma polar, para a forma retangular:

$$\mathbf{C} = 10 \ \angle 45° \quad \text{(Figura 14.50)}$$

Solução:

$$X = 10 \cos 45° = (10)(0{,}707) = 7{,}07$$

$$Y = 10 \text{ sen } 45° = (10)(0{,}707) = 7{,}07$$

e $$\mathbf{C = 7{,}07 + \mathit{j}7{,}07}$$

Se o ângulo de um número complexo estiver no segundo, no terceiro ou no quarto quadrante, basta convertê-lo nesse quadrante e determinar cuidadosamente o ângulo apropriado a ser associado à magnitude do vetor.

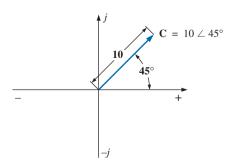



Figura 14.50 Exemplo 14.16.

EXEMPLO 14.17

Faça a seguinte conversão da forma retangular para a forma polar:

$$\mathbf{C} = -6 + j3 \quad \text{(Figura 14.51)}$$

Solução:

$$Z = \sqrt{(6)^2 + (3)^2} = \sqrt{45} = 6{,}71$$

$$\beta = \text{tg}^{-1}\left(\frac{3}{6}\right) = 26{,}57°$$

$$\theta = 180° - 26{,}57° = 153{,}43°$$

e $$\mathbf{C} = \mathbf{6{,}71} \ \angle \mathbf{153{,}43°}$$

EXEMPLO 14.18

Faça a seguinte conversão da forma polar para a forma retangular:

$$\mathbf{C} = 10 \ \angle 230° \quad \text{(Figura 14.52)}$$

Solução:

$$X = Z \cos\beta = 10 \cos(230° - 180°) = 10 \cos 50°$$
$$= (10)(0{,}6428) = 6{,}428$$
$$Y = Z \text{ sen}\beta = 10 \text{ sen } 50° = (10)(0{,}7660) = 7{,}660$$

e $$\mathbf{C = -6{,}43 - \mathit{j}7{,}66}$$

14.10 OPERAÇÕES MATEMÁTICAS COM NÚMEROS COMPLEXOS

As operações básicas de adição, subtração, multiplicação e divisão podem ser realizadas com facilidade com os números complexos. Antes de considerarmos essas operações, algumas regras básicas e definições têm que ser bem compreendidas.

Examinaremos primeiro o símbolo j associado aos números imaginários. Por definição,

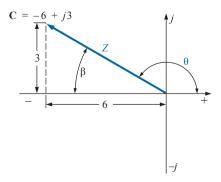



Figura 14.51 Exemplo 14.18.

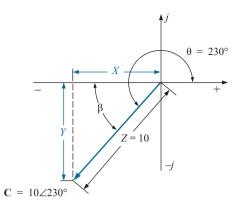



Figura 14.52 Exemplo 14.18.

Figura 14.53 Definição do complexo conjugado de um número complexo na forma retangular.

$$j = \sqrt{-1} \tag{14.24}$$

Assim,

$$j^2 = -1 \tag{14.25}$$

e $\quad j^3 = j^2 j = -1j = -j$

com $\quad j^4 = j^2 j^2 = (-1)(-1) = +1$

$$j^5 = j$$

e assim por diante. Além disso,

$$\frac{1}{j} = (1)\left(\frac{1}{j}\right) = \left(\frac{j}{j}\right)\left(\frac{1}{j}\right) = \frac{j}{j^2} = \frac{j}{-1}$$

e

$$\frac{1}{j} = -j \tag{14.26}$$

Complexo conjugado

O **conjugado** ou **complexo conjugado** de um número complexo é obtido simplesmente trocando o sinal da parte imaginária, na forma retangular, ou usando o negativo do ângulo, na forma polar. Por exemplo, o conjugado de:

$$\mathbf{C} = 2 + j3$$

é

$$2 - j3$$

como mostra a Figura 14.53. O conjugado de:

$$\mathbf{C} = 2 \angle 30°$$

é

$$2 \angle -30°$$

como ilustra a Figura 14.54.

Recíproco

O **recíproco** de um número complexo é 1 dividido pelo número complexo. Por exemplo, o recíproco de:

$$\mathbf{C} = X + jY$$

Figura 14.54 Definição de um complexo conjugado de um número complexo na forma polar.

é

$$\frac{1}{X + jY}$$

e o de $Z \angle \theta$ é

$$\frac{1}{Z\angle\theta}$$

Agora estamos preparados para conhecer as operações de *adição*, *subtração*, *multiplicação* e *divisão* com números complexos.

Adição

Para adicionar dois ou mais números complexos, basta adicionar as partes reais e imaginárias separadamente. Por exemplo, se:

$$\mathbf{C}_1 = \pm X_1 \pm jY_1 \quad \text{e} \quad \mathbf{C}_2 = \pm X_2 \pm jY_2$$

então:

$$\mathbf{C}_1 + \mathbf{C}_2 = (\pm X_1 \pm X_2) + j(\pm Y_1 \pm Y_2) \tag{14.27}$$

Na realidade, não é necessário memorizar essa equação. Simplesmente coloque um número sobre o outro e considere separadamente as partes reais e as imaginárias, como mostra o Exemplo 14.19.

EXEMPLO 14.19

a) Adicione $\mathbf{C}_1 = 2 + j4$ e $\mathbf{C}_2 = 3 + j1$.

b) Adicione $\mathbf{C}_1 = 3 + j6$ e $\mathbf{C}_2 = -6 + j3$.

Soluções:

a) Pela Equação 14.27,

$$\mathbf{C}_1 + \mathbf{C}_2 = (2 + 3) + j(4 + 1) = \mathbf{5 + j5}$$

Observe a Figura 14.55. Um método alternativo é:

$$\begin{array}{c} 2 + j4 \\ \underline{3 + j1} \\ \downarrow \quad \downarrow \\ \mathbf{5 + j5} \end{array}$$

b) Pela Equação 14.27,

$$\mathbf{C}_1 + \mathbf{C}_2 = (3 - 6) + j(6 + 3) = \mathbf{-3 + j9}$$

Observe a Figura 14.56. Um método alternativo é:

$$\begin{array}{c} 3 + j6 \\ \underline{-6 + j3} \\ \downarrow \quad \downarrow \\ \mathbf{-3 + j9} \end{array}$$

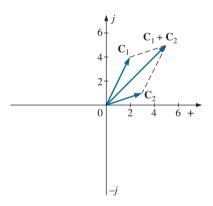



Figura 14.55 Exemplo 14.19(a).

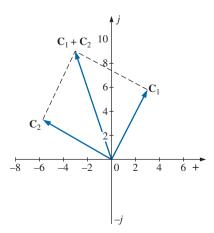



Figura 14.56 Exemplo 14.19(b).

Subtração

Na subtração, as partes reais e imaginárias também são consideradas separadamente. Por exemplo, se:

$$\mathbf{C}_1 = \pm X_1 \pm jY_1 \quad \text{e} \quad \mathbf{C}_2 = \pm X_2 \pm jY_2$$

então

$$\mathbf{C}_1 - \mathbf{C}_2 = [\pm X_1 - (\pm X_2)] + j[\pm Y_1 - (Y_2)] \tag{14.28}$$

Novamente, não é necessário memorizar a expressão se utilizarmos o método alternativo, empregado no Exemplo 14.20.

EXEMPLO 14.20

a) Subtraia $\mathbf{C}_2 = 1 + j4$ de $\mathbf{C}_1 = 4 + j6$.

b) Subtraia $\mathbf{C}_2 = -2 + j5$ de $\mathbf{C}_1 = +3 + j3$.

Soluções:

a) Pela Equação 14.28,

$$\mathbf{C}_1 - \mathbf{C}_2 = (4 - 1) + j(6 - 4) = \mathbf{3 + j2}$$

Observe a Figura 14.57. Um método alternativo é

$$\begin{array}{c} 4 + j6 \\ \underline{-(1 + j4)} \\ \downarrow \quad \downarrow \\ \mathbf{3 + j2} \end{array}$$

b) Pela Equação 14.28,

$$\mathbf{C}_1 - \mathbf{C}_2 = [3 - (-2)] + j(3 - 5) = \mathbf{5 - j2}$$

Observe a Figura 14.58. Um método alternativo é

$$\begin{array}{c} 3 + j3 \\ \underline{-(-2 + j5)} \\ \downarrow \quad \downarrow \\ \mathbf{5 - j2} \end{array}$$

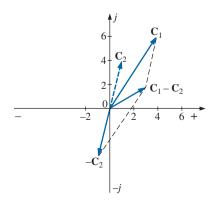



Figura 14.57 Exemplo 14.20(a).

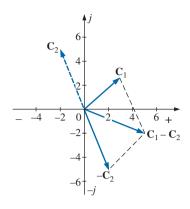



Figura 14.58 Exemplo 14.20(b).

> *A adição e a subtração não podem ser realizadas na forma polar, a menos que os números complexos tenham o mesmo ângulo θ ou a menos que sua diferença seja um múltiplo de 180°.*

EXEMPLO 14.21

a) $2 \angle 45° + 3 \angle 45° = \mathbf{5 \angle 45°}$. Observe a Figura 14.59.

b) $2 \angle 0° - 4 \angle 180° = \mathbf{6 \angle 0°}$. Observe a Figura 14.60.

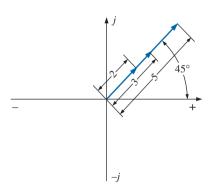



Figura 14.59 Exemplo 14.21(a).

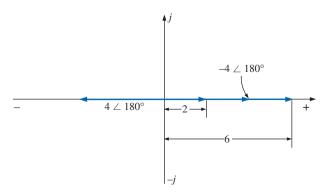



Figura 14.60 Exemplo 14.21(b).

Multiplicação

Para multiplicar dois números complexos na forma *retangular*, multiplique as partes real e imaginária de um pelas partes correspondentes do outro. Por exemplo, se:

$$\mathbf{C}_1 = X_1 + jY_1 \quad \text{e} \quad \mathbf{C}_2 = X_2 + jY_2$$

então, C1 · C2:

$$\begin{array}{r} X_1 + jY_1 \\ X_2 + jY_2 \\ \hline X_1X_2 + jY_1X_2 \\ + jX_1Y_2 + j^2Y_1Y_2 \\ \hline X_1X_2 + j(Y_1X_2 + X_1Y_2) + Y_1Y_2(-1) \end{array}$$

e

$$\mathbf{C}_1 \cdot \mathbf{C}_2 = (X_1X_2 - Y_1Y_2) + j(Y_1X_2 + X_1Y_2) \qquad (14.29)$$

No Exemplo 14.22(b), obtivemos o resultado sem usar a Equação 14.29. Simplesmente efetuamos a multiplicação de cada parte de um vetor pelas partes real e imaginária do outro, tomando o devido cuidado com o fator *j*.

EXEMPLO 14.22

a) Calcule $\mathbf{C}_1 \cdot \mathbf{C}_2$ se

$$\mathbf{C}_1 = 2 + j3 \quad \text{e} \quad \mathbf{C}_2 = 5 + j10$$

b) Calcule $\mathbf{C}_1 \cdot \mathbf{C}_2$ se

$$\mathbf{C}_1 = -2 - j3 \quad \text{e} \quad \mathbf{C}_2 = +4 - j6$$

Soluções:

a) Usando o formato mencionado, temos:

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_1 \cdot \mathbf{C}_2 &= [(2)(5) - (3)(10)] + j\,[(3)(5) + (2)(10)] \\ &= \mathbf{-20 + j35} \end{aligned}$$

b) Efetuando diretamente a multiplicação, obtemos:

$$\begin{array}{r} -2 - j\,3 \\ +4 - j\,6 \\ \hline -8 - j\,12 \\ + j12 + j^2 18 \\ \hline -8 + j(-12 + 12) - 18 \end{array}$$

e

$$\mathbf{C}_1 \cdot \mathbf{C}_2 = \mathbf{-26 = 26 \angle 180°}$$

Em formato *polar*, os valores são multiplicados e os ângulos são somados algebricamente. Por exemplo, para

$$\mathbf{C}_1 = Z_1 \angle \theta_1 \quad \text{e} \quad \mathbf{C}_2 = Z_2 \angle \theta_2$$

escrevemos:

$$\mathbf{C}_1 \cdot \mathbf{C}_2 = \mathbf{Z_1Z_2} \angle \theta_1 + \theta_2 \qquad (14.30)$$

EXEMPLO 14.23

a) Calcule $\mathbf{C}_1 \cdot \mathbf{C}_2$ se

$$\mathbf{C}_1 = 5 \angle 20° \quad \text{e} \quad \mathbf{C}_2 = 10 \angle 30°$$

b) Calcule $\mathbf{C}_1 \cdot \mathbf{C}_2$ se

$$\mathbf{C}_1 = 2 \angle -40° \quad \text{e} \quad \mathbf{C}_2 = 7 \angle +120°$$

Soluções:

a) $\mathbf{C}_1 \cdot \mathbf{C}_2 = (5 \angle 20°)(10 \angle 30°) = (5)(10) \underline{\angle 20° + 30°}$
$= \mathbf{50 \angle 50°}$

b) $\mathbf{C}_1 \cdot \mathbf{C}_2 = (2 \angle -40°)(7 \angle +120°)$
$= (2)(7) \underline{\angle -40° + 120°}$
$= \mathbf{14 \angle +80°}$

Para multiplicar um número complexo na forma retangular por um número real, é necessário que tanto a parte real quanto a parte imaginária sejam multiplicadas por esse número. Por exemplo:

$$(10)(2 + j3) = \mathbf{20 + j30}$$

e $$50 \angle 0°(0 + j6) = j300 = \mathbf{300 \angle 90°}$$

Divisão

Para dividir dois números complexos na forma *retangular*, multiplique o numerador e o denominador pelo conjugado do denominador, identificando depois as partes real e imaginária do resultado. Ou seja, se:

$$\mathbf{C}_1 = X_1 + jY_1 \quad \text{e} \quad \mathbf{C}_2 = X_2 + jY_2$$

então: $$\frac{\mathbf{C}_1}{\mathbf{C}_2} = \frac{(X_1 + jY_1)(X_2 - jY_2)}{(X_2 + jY_2)(X_2 - jY_2)}$$
$$= \frac{(X_1X_2 + Y_1Y_2) + j(X_2Y_1 - X_1Y_2)}{X_2^2 Y_2^2}$$

e $$\frac{\mathbf{C}_1}{\mathbf{C}_2} = \frac{X_1X_2 + Y_1Y_2}{X_2^2 + Y_2^2} + j\frac{X_2Y_1 - X_1Y_2}{X_2^2 + Y_2^2} \tag{14.31}$$

Se utilizarmos a sequência anterior, não é necessário memorizar essa equação. Ou seja, primeiro multiplique o numerador pelo complexo conjugado do denominador e separe as partes real e imaginária do resultado. Em seguida, divida cada uma dessas partes pela soma dos quadrados das partes real e imaginária do denominador.

EXEMPLO 14.24

a) Calcule $\mathbf{C}_1/\mathbf{C}_2$ se $\mathbf{C}_1 = 1 + j4$ e $\mathbf{C}_2 = 4 + j\,5$.

b) Calcule $\mathbf{C}_1/\mathbf{C}_2$ se $\mathbf{C}_1 = -4 - j8$ e $\mathbf{C}_2 = +6 - j1$.

Soluções:

a) Pela Equação 14.31,

$$\frac{\mathbf{C}_1}{\mathbf{C}_2} = \frac{(1)(4) + (4)(5)}{4^2 + 5^2} + j\frac{(4)(4) - (1)(5)}{4^2 + 5^2}$$
$$= \frac{24}{41} + \frac{j11}{41} \cong \mathbf{0{,}59 + j0{,}27}$$

b) Usando um método alternativo, obtemos

$$\begin{array}{l} -4 - j8 \\ +6 + j1 \\ \hline -24 - j48 \\ -j4 - j^2 8 \\ \hline -24 - j52 + 8 = -16 - j52 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} +6 - j1 \\ +6 + j1 \\ \hline 36 + j6 \\ -j6 - j^2 1 \\ \hline 36 + 0 + 1 = 37 \end{array}$$

e $$\frac{\mathbf{C}_1}{\mathbf{C}_2} = \frac{-16}{37} - \frac{j52}{37} = \mathbf{-0{,}43 - j\,1{,}41}$$

Para dividir um número complexo na forma retangular por um número real, tanto a parte real quanto a parte imaginária têm de ser divididas pelo número real. Por exemplo,

$$\frac{8 + j10}{2} = \mathbf{4 + j\,5}$$

e $$\frac{6{,}8 - j0}{2} = 3{,}4 - j0 = \mathbf{3{,}4 \angle 0°}$$

Na forma *polar*, a divisão é realizada simplesmente dividindo o módulo do numerador pelo módulo do denominador e subtraindo os respectivos ângulos. Ou seja, para

$$\mathbf{C}_1 = Z_1 \angle \theta_1 \quad \text{e} \quad \mathbf{C}_2 = Z_2 \angle \theta_2$$

escrevemos: $$\frac{\mathbf{C}_1}{\mathbf{C}_2} = \frac{Z_1}{Z_2} \underline{\angle \theta_1 + \theta_2} \tag{14.32}$$

EXEMPLO 14.25

a) Calcule $\mathbf{C}_1/\mathbf{C}_2$ se $\mathbf{C}_1 = 15 \angle 10°$ e $\mathbf{C}_2 = 2\angle 7°$.

b) Calcule $\mathbf{C}_1/\mathbf{C}_2$ se $\mathbf{C}_1 = 8 \angle 120°$ e $\mathbf{C}_2 = 16 \angle -50°$.

Soluções:

a) $$\frac{\mathbf{C}_1}{\mathbf{C}_2} = \frac{15\angle 10°}{2\angle 7°} = \frac{15}{2} \underline{\angle 10° - 7°} = \mathbf{7{,}5 \angle 3°}$$

b) $$\frac{\mathbf{C}_1}{\mathbf{C}_2} = \frac{8\angle 120°}{16\angle -50°} = \frac{8}{16} \underline{\angle 120° - (-50°)} = \mathbf{0{,}5 \angle 170°}$$

Obtemos o *inverso* de um número complexo na forma retangular multiplicando o numerador e o denominador pelo complexo conjugado do denominador:

$$\frac{1}{X+jY} = \left(\frac{1}{X+jY}\right)\left(\frac{X-jY}{X-jY}\right) = \frac{X-jY}{X^2+Y^2}$$

e

$$\boxed{\frac{1}{X+jY} = \frac{X}{X^2+Y^2} - j\frac{Y}{X^2+Y^2}} \qquad (14.33)$$

Na forma polar, o recíproco é obtido assim:

$$\boxed{\frac{1}{Z\angle\theta} = \frac{1}{Z}\angle -\theta} \qquad (14.34)$$

Para finalizar essa seção, o exemplo a seguir envolve as quatro operações básicas.

EXEMPLO 14.26

Execute as operações a seguir, deixando a resposta em forma polar ou retangular:

a) $\dfrac{(2+j3)+(4+j6)}{(7+j7)-(3-j3)} = \dfrac{(2+4)+j(3+6)}{(7-3)+j(7+3)}$

$= \dfrac{(6+j9)(4-j10)}{(4+j10)(4-j10)}$

$= \dfrac{[(6)(4)+(9)(10)]+j[(4)(9)-(6)(10)]}{4^2+10^2}$

$= \dfrac{114-j24}{116} = \mathbf{0{,}98 - j0{,}21}$

b) $\dfrac{(50\angle 30°)(5+j5)}{10\angle -20\int} = \dfrac{(50\angle 30°)(7{,}07\angle 45°)}{10\angle -20°}$

$= \dfrac{353{,}5\angle 75°}{10\angle -20°}$

$= 35{,}35 \; \underline{/75° - (-20°)}$

$= \mathbf{35{,}35 \angle 95°}$

c) $\dfrac{(2\angle 20°)^2 (3+j4)}{8-j6} = \dfrac{(2\angle 20°)(2\angle 20°)(5\angle 53{,}13°)}{10\angle -36{,}87°}$

$= \dfrac{(4\angle 40°)(5\angle 53{,}13°)}{10\angle -36{,}87}$

$= \dfrac{20\angle 93{,}13°}{10\angle -36{,}87°}$

$= 2 \; \underline{/93{,}13° - (-36{,}87°)}$

$= \mathbf{2{,}0 \angle 130°}$

d) $3\angle 27° - 6\angle -40°$

$= (2{,}673 + j1{,}362) - (4{,}596 - j3{,}857)$

$= (2{,}673 - 4{,}596) + j(1{,}362 + 3{,}857)$

$= \mathbf{-1{,}92 + j\,5{,}22}$

14.11 USO DE CALCULADORAS E MÉTODOS COMPUTACIONAIS NAS OPERAÇÕES COM NÚMEROS COMPLEXOS

Os processos de conversão da forma retangular para a polar (e vice-versa), e os cálculos envolvendo operações extensas com números complexos podem consumir um tempo considerável e, frequentemente, gerar frustrações se um erro de sinal ou de posicionamento da vírgula invalidar o resultado. Felizmente, a tecnologia dos dias de hoje nos oferece calculadoras e métodos computacionais que tornam o processo consideravelmente mais fácil e aumentam a confiabilidade e a precisão dos resultados.

Calculadoras

A calculadora TI-89, ilustrada na Figura 14.61, é apenas uma dentre as diversas calculadoras que convertem as duas formas de números complexos entre si e realizam operações extensas envolvendo esses números de forma precisa e organizada. Não incluímos aqui todos os detalhes de operação para uma calculadora específica, pois cada uma tem um formato próprio de dados, assim como uma sequência de etapas própria. Entretanto, incluímos as operações básicas principais para demonstrar a facilidade com que as conversões podem ser feitas e o formato das operações mais complicadas.

Existem diferentes maneiras de realizar as conversões e operações a seguir, mas as instruções aqui propostas oferecem um método bastante direto. Como a maioria das operações está no modo grau (DEGREE) em vez de no

Figura 14.61 Calculadora científica TI-89. (Cortesia da Texas Instruments, Inc.)

modo radiano (RADIAN), a sequência na Figura 14.62 mostra como definir o modo DEGREE para as operações que se seguem. Uma sequência semelhante define o modo RADIAN, caso seja necessário.

Conversão de retangular para polar. A sequência na Figura 14.63 oferece uma listagem detalhada das etapas necessárias para converter a forma retangular em polar. Nos exemplos seguintes, as etapas de rolagem não foram listadas para simplificar a sequência.

Na sequência da Figura 14.63, uma rolagem para cima é escolhida após Matrix, pois esse é um percurso mais direto para Vector ops. Uma rolagem para baixo gera o mesmo resultado, mas é preciso percorrer a listagem inteira. A sequência parece um pouco longa para uma conversão tão simples, mas, com a prática, você poderá realizar as etapas de rolagem muito rapidamente. Sempre cuide para que os dados de entrada sejam digitados corretamente, como a inclusão do *i* após o componente *y*. Qualquer entrada incorreta resultará em uma listagem de erro.

MODE ↓ Angle → ↓ DEGREE ENTER ENTER

Figura 14.62 Definição do modo DEGREE na calculadora TI-89.

Conversão de polar para retangular. A sequência na Figura 14.64 é uma listagem detalhada das etapas necessárias para converter a forma polar na forma retangular. Observe, no formato, que os parênteses precisam cercar a forma polar. Além disso, o sinal de grau precisa ser incluído com o ângulo para que o cálculo seja realizado. A resposta aparece na notação científica selecionada.

Operações matemáticas. As operações matemáticas são realizadas na ordem natural das operações, mas é preciso lembrar de selecionar o formato para a solução. Por exemplo, se a sequência na Figura 14.65 não incluísse a designação polar, a resposta seria na forma retangular, embora as duas grandezas no cálculo estejam em forma polar. No restante dos exemplos, a rolagem exigida para obter as funções matemáticas não foi incluída para diminuir o tamanho da sequência.

Para o produto de números complexos mistos, a sequência da Figura 14.66 é utilizada. Novamente, a forma polar foi selecionada para a solução.

Finalmente, o Exemplo 14.26(c) é inserido, como mostra a sequência da Figura 14.67. Observe que os resultados correspondem exatamente aos obtidos anteriormente.

Figura 14.63 Conversão de $3 + j5$ na forma polar usando a calculadora TI-89.

(5 2ND ∠ 5 3 . 1 2ND MATH ↓
Angle → ° ENTER) 2ND MATH ↓ Matrix → ↑ Vector ops → ↓
Rect ENTER ENTER **3.00E0+4.00E0i**

Figura 14.64 Conversão de $5\angle 53{,}1°$ na forma retangular usando a calculadora TI-89.

(1 0 ∠ 5 0 °) × (2 ∠ 2 0 °)
▶ Polar ENTER **20.00E0 ∠ 70.00E0**

Figura 14.65 Realização da operação $(10\angle 50°)(2\angle 20°)$.

(5 ∠ 5 3 . 1 °) × (2 + 2 *i*)
▶ Polar ENTER ENTER **14.14E0 ∠ 98.10E0**

Figura 14.66 Realização da operação $(5\angle 53{,}1°)(2 + j\,2)$.

Figura 14.67 Verificação dos resultados do Exemplo 14.26(c).

14.12 FASORES

Conforme mencionado anteriormente neste capítulo, a adição de tensões e correntes senoidais é frequentemente necessária quando analisamos circuitos CA. Um método longo, porém válido, é traçar as duas formas de onda senoidais no mesmo gráfico e somar algebricamente as ordenadas em cada ponto ao longo da abscissa, como mostra a Figura 14.68 em $c = a + b$. Entretanto, esse pode ser um processo longo e tedioso com precisão limitada. Um método mais rápido usa um vetor radial girante que apareceu primeiro na Figura 13.16. Esse *vetor radial* que tem um *módulo* (comprimento) *constante* e *uma extremidade fixa na origem* é denominado **fasor** quando usado na análise de circuitos elétricos. Durante o desenvolvimento rotativo da senoide, o fasor estará, no instante $t = 0$, nas posições vistas na Figura 14.69(a) para cada uma das formas de onda mostradas na Figura 14.69(b).

Observe na Figura 14.69(b) que υ_2 corta o eixo horizontal em $t = 0$ s, tornando necessário que o raio do vetor visto na Figura 14.69(a) coincida com o eixo horizontal nesse instante para garantir que a projeção vertical seja zero volt em $t = 0$ s. O seu comprimento, visto na Figura 14.69(a), é igual ao valor de pico da senoide, como exige o vetor na Figura 13.16. A outra senoide é gerada por um fasor que em $t = 0$ s já descreveu um ângulo de 90° em relação ao eixo horizontal, alcançando portanto a sua projeção vertical máxima, como mostra a Figura 14.69(a).

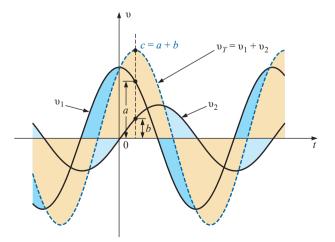



Figura 14.68 Adição ponto a ponto de duas formas de onda senoidais.

Como a projeção vertical é máxima, o valor de pico da senoide que o fasor gera também é alcançado em $t = 0$ s, conforme ilustra a Figura 14.69(b). Note também que em $t = 0$ s temos $\upsilon_T = \upsilon_1$, pois $\upsilon_2 = 0$ V nesse instante.

Usando a álgebra vetorial descrita na Seção 14.10, pode-se mostrar (veja a Figura 14.69(a)) que

$$1 \text{ V} \angle 0° + 2 \text{ V} \angle 90° = 2{,}236 \text{ V} \angle 63{,}43°$$

Em outras palavras, se convertermos υ_1 e υ_2 para a forma de fasores usando

$$\upsilon = V_m \operatorname{sen}(\omega t \pm \theta) \Rightarrow V_m \angle \pm\theta$$

e efetuarmos a adição com o uso da álgebra dos números complexos, poderemos obter υ_T, também em forma de fasor, com bastante facilidade. Podemos então converter υ_T para o domínio do tempo e plotá-la no mesmo gráfico, como na Figura 14.69(b). A Figura 14.69(a), que mostra os módulos e posições relativas dos fasores envolvidos, é denominada **diagrama de fasores**. Ela é, na realidade, um valor instantâneo dos vetores girantes em $t = 0$ s.

Portanto, daqui por diante, se for necessário adicionar duas funções senoidais, deveremos primeiro convertê-las na forma fasorial e calcular a soma usando a álgebra dos números complexos. O resultado poderá ser então transformado para obtermos uma função no domínio do tempo.

O caso de duas funções senoidais que têm ângulos de fases diferentes de 0° e 90° aparece na Figura 14.70. Observe novamente que as ordenadas das funções vistas na Figura 14.70(b) em $t = 0$ s são determinadas pelas posições angulares dos vetores que vemos na Figura 14.70(a).

Como usamos quase que exclusivamente os valores rms, e não os valores de pico, na análise de circuitos CA, o fasor agora será definido, por razões práticas e de uniformidade, como tendo um módulo igual ao *valor rms* da senoide que representa. O ângulo associado com o fasor permanecerá conforme descrito anteriormente — ângulo de fase.

Em geral, em todas as análises a seguir, a forma fasorial de uma tensão ou corrente senoidal será:

$$\mathbf{V} = V\angle\theta \quad \text{e} \quad \mathbf{I} = I\angle\theta$$

onde V e I são valores rms e θ é o ângulo de fase. Deve-se ressaltar que, na notação de fasores, as grandezas envol-

υ

2,236 V

$\upsilon_T = \upsilon_1 + \upsilon_2$
$= 2{,}236 \text{ sen } (\omega t + 63{,}43°)$

$\upsilon_1 = 2 \text{ sen } (\omega t + 90°)$

$\upsilon_2 = 1 \text{ sen } \omega t$

2 V

2,236 V

2 V

1 V

$\theta_1 = 90°$

$\theta_T = 63{,}43°$

1 V

$\theta_2 = 0°$

$\theta_T =$ 63,43°

θ_2 (0°)
(t = 0s)

$\theta_1 =$ 90°

ωt

(a) (b)

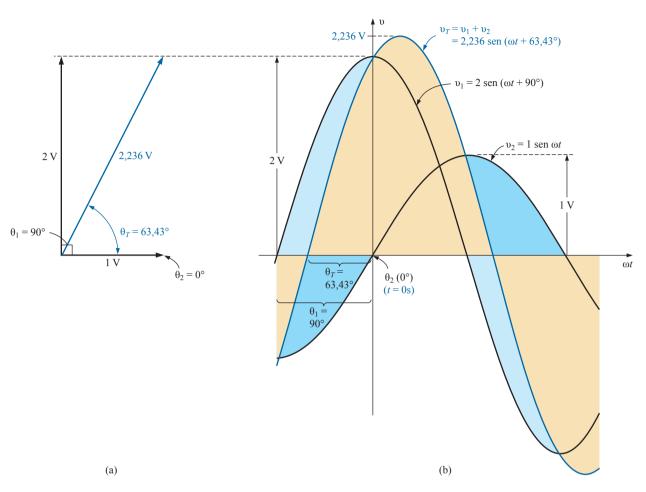



Figura 14.69 (a) Representação fasorial de formas de onda senoidais vistas na parte (b); (b) obtenção da soma de duas tensões alternadas senoidais υ_1 e υ_2.

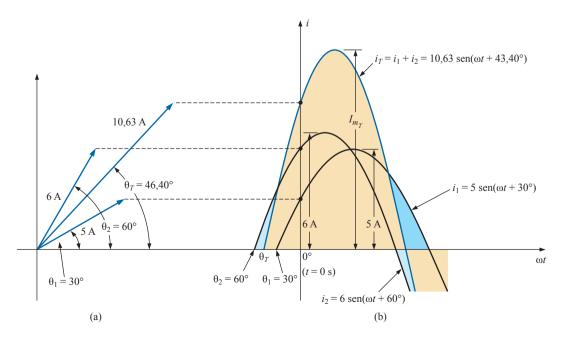



Figura 14.70 Adição de duas correntes senoidais cuja diferença de fase não é 90°.

vidas sempre variam de forma senoidal, e a frequência não é representada.

A álgebra dos fasores para grandezas senoidais pode ser aplicada somente a formas de onda senoidais de mesma frequência.

O uso da notação de fasor na análise de circuitos CA foi introduzido por Charles Proteus Steinmetz em 1897 (veja a Figura 14.71).

Figura 14.71 Charles Proteus Steinmetz.
(Cortesia da Biblioteca do Congresso, Washington, EUA.)

Alemão-Americano (Breslau, Alemanha; Yonkers e Schenectady, NY, Estados Unidos) **(1865-1923).**
Matemático, Cientista, Engenheiro, Inventor, Professor de Engenharia Elétrica e Eletrofísica, Union College.
Chefe de Departamento, General Electric Co.

Embora tenha sido detentor de cerca de 200 patentes e reconhecido mundialmente por suas contribuições ao estudo das perdas por histerese e dos transitórios elétricos, Charles Proteus Steinmetz é mais conhecido por suas contribuições ao estudo de circuitos de corrente alternada. Seu 'método simbólico para cálculos envolvendo corrente alternada' forneceu uma abordagem à análise de circuitos de corrente alternada que eliminou boa parte da confusão e da frustração que atingia os engenheiros daquela época, quando passavam do estudo dos circuitos CC para os circuitos CA. Seu método (no qual se baseia a notação de fasores usada neste livro) permitiu uma análise direta de sistemas CA usando muitos dos teoremas e métodos de análise desenvolvidos para circuitos de corrente contínua. Em 1897, publicou o livro *Theory and calculation of alternating current phenomena*, que se tornou a 'bíblia' dos engenheiros que atuavam nessa área. Steinmetz era carinhosamente conhecido como 'Doutor' na General Electric Company, onde trabalhou por cerca de 30 anos em vários setores. Sua fama de 'gênio polivalente' é reforçada pelo fato de ter sido amigo de pessoas como Albert Einstein, Guglielmo Marconi e Thomas A. Edison, para citar apenas alguns. Foi presidente do American Institute of Electrical Engineers (AIEE) e da National Association of Corporation Schools, tendo ainda participado ativamente da comunidade onde residia (Schenectady) como presidente do Conselho de Educação e da Comissão de Planejamento e Parques da Cidade.

EXEMPLO 14.27

Converta as expressões a seguir do domínio do tempo para o domínio dos fasores:

Domínio do Tempo	Domínio dos Fasores
a) $\sqrt{2}(50)$ sen ωt	**$50 \angle 0°$**
b) 69,6 sen(ωt + 72°)	$(0{,}707)(69{,}6) \angle 72°$ $= \mathbf{49{,}21 \angle 72°}$
c) 45 cos ωt	$(0{,}707)(45) \angle 90°$ $= \mathbf{31{,}82 \angle 90°}$

EXEMPLO 14.28

Escreva a expressão senoidal para os fasores a seguir se a frequência for 60 Hz:

Domínio do Tempo	Domínio dos Fasores
a) $\mathbf{I} = 10 \angle 30°$	$i = \sqrt{2}(10)\,\text{sen}(2\pi 60t + 30°)$ e $i = \mathbf{14{,}14\,sen(377\mathit{t} + 30°)}$
b) $\mathbf{V} = 115 \angle -70°$	$\upsilon = \sqrt{2}(115)\,\text{sen}(377t - 70°)$ e $\upsilon = \mathbf{162{,}6\,sen(377\mathit{t} - 70°)}$

EXEMPLO 14.29

Calcule a tensão de entrada no circuito visto na Figura 14.72 se

$$\left.\begin{aligned} \upsilon_a &= 50\,\text{sen}(377t + 30°) \\ \upsilon_b &= 30\,\text{sen}(377t + 60°) \end{aligned}\right\} f = 60\text{ Hz}$$

Figura 14.72 Exemplo 14.29.

Solução:

Aplicando a lei de Kirchhoff para tensões, temos:

$$e_{\text{in}} = \upsilon_a + \upsilon_b$$

Passando do domínio do tempo para o domínio dos fasores, temos:

$$\upsilon_a = 50\,\text{sen}(377t + 30°) \Rightarrow \mathbf{V}_a = 35{,}35\text{ V} \angle 30°$$
$$\upsilon_b = 30\,\text{sen}(377t + 60°) \Rightarrow \mathbf{V}_b\ 21{,}21\text{ V} \angle 60°$$

Passando da forma polar para a retangular a fim de poder efetuar a adição, temos:

$$\mathbf{V}_a = 35{,}35\text{ V} \angle 30° = 30{,}61\text{ V} + j17{,}68\text{ V}$$
$$\mathbf{V}_b = 21{,}21\text{ V} \angle 60° = 10{,}61\text{ V} + j18{,}37\text{ V}$$

Então,

$$\mathbf{E}_{in} = \mathbf{V}_a + \mathbf{V}_b$$
$$= (30{,}61 \text{ V} + j17{,}68 \text{ V}) + (10{,}61 \text{ V} + j18{,}37 \text{ V})$$
$$= 41{,}22 \text{ V} + j36{,}05 \text{ V}$$

Passando da forma retangular para a polar, temos:

$$\mathbf{E}_{in} = 41{,}22 \text{ V} + j36{,}05 \text{ V} = 54{,}76 \text{ V} \angle 41{,}17°$$

Convertendo o domínio fasorial em domínio do tempo, obtemos

$$\mathbf{E}_{in} = 54{,}76 \text{ V} \angle 41{,}17° \Rightarrow e_{in} = \sqrt{2}(54{,}76) \text{ sen}(377t + 41{,}17°)$$

e $$e_{in} = \mathbf{77{,}43 \text{ sen}(377}t \mathbf{+ 41{,}17°)}$$

Um gráfico contendo três formas de onda é visto na Figura 14.73. Observe que em cada instante a soma das duas formas de onda realmente coincide com e_{in}. Em $t = 0$ ($\omega t = 0$), e_{in} é a soma de dois valores positivos, enquanto para um valor de ωt quase a meio caminho entre $\pi/2$ e π, a soma do valor positivo de υ_a com o valor negativo de υ_b resulta em $e_{in} = 0$.

EXEMPLO 14.30

Determine a corrente i_2 para o circuito mostrado na Figura 14.74.

Solução:

Aplicando a lei de Kirchhoff para correntes, obtemos

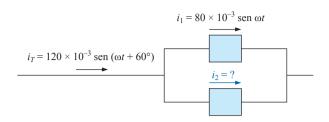



Figura 14.74 Exemplo 14.30.

$$i_T = i_1 + i_2 \quad \text{ou} \quad i_2 = i_T - i_1$$

Passando agora do domínio do tempo para o domínio dos fasores, temos:

$$i_T = 120 \times 10^{-3} \text{ sen}(\omega t + 60°) \Rightarrow 84{,}84 \text{ mA} \angle 60°$$
$$i_1 = 80 \times 10^{-3} \text{ sen } \omega t \Rightarrow 56{,}56 \text{ mA} \angle 0°$$

Convertendo a forma polar na forma retangular para efetuar a subtração, obtemos:

$$\mathbf{I}_T = 84{,}84 \text{ mA} \angle 60° = 42{,}42 \text{ mA} + j\,73{,}47 \text{ mA}$$
$$\mathbf{I}_1 = 56{,}56 \text{ mA} \angle 0° = 56{,}56 \text{ mA} + j\,0$$

Então,

$$\mathbf{I}_2 = \mathbf{I}_T - \mathbf{I}_1 = (42{,}42 \text{ mA} + j\,73{,}47 \text{ mA}) - (56{,}56 \text{ mA} + j\,0)$$

e $$\mathbf{I}_2 = -14{,}14 \text{ mA} + j\,73{,}47 \text{ mA}$$

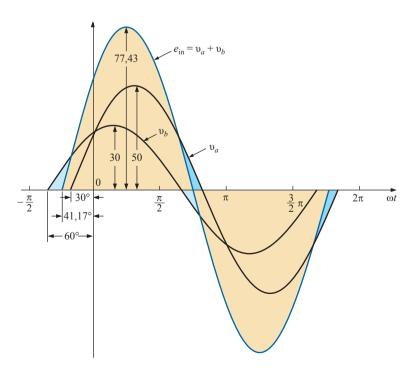



Figura 14.73 Solução para o Exemplo 14.29.

Passando da forma retangular para a polar, temos:

$$\mathbf{I}_2 = 74{,}82 \text{ mA} \angle 100{,}89°$$

Passando do domínio fasorial para o domínio do tempo, temos

$$\mathbf{I}_2 = 74{,}82 \text{ mA} \angle 100{,}89° \Rightarrow$$
$$i_2 = \sqrt{2}(74{,}82 \times 10^{-3}) \text{ sen}(\omega t + 100{,}89°)$$
e $$\mathbf{i_2 = 105{,}8 \times 10^{-3} \text{ sen}(\omega t + 100{,}89°)}$$

As três formas de onda estão ilustradas na Figura 14.75. Vemos claramente que $i_T = i_1 + i_2$.

14.13 ANÁLISE COMPUTACIONAL

PSpice

Capacitores e resposta CA. O mais simples dos circuitos capacitivos em corrente alternada será analisado agora para apresentar o processo de configuração de uma fonte CA e de execução do processo de simulação de transitórios em corrente alternada. A fonte CA, vista na Figura 14.76, é obtida através do botão **Place part-SOURCE--VSIN-OK**. O nome e o valor de qualquer parâmetro pode ser alterado com um simples duplo clique sobre o parâmetro na tela ou por meio de um duplo clique sobre o símbolo da fonte para obter a caixa de diálogo **Property Editor**. Dentro da caixa de diálogo, defina os valores que aparecem na Figura 14.76. Isso é feito rolando pela caixa de diálogo e selecionando a quantidade desejada a partir da listagem no topo. Quando selecionada, uma caixa preta aparecerá sob a quantidade de interesse. Clique na caixa preta e ela passará a ser branca. Digite o valor seguido por **Display-Name and Value**, se quiser que a quantidade e seu valor apareçam na tela. Se não quiser que isso apareça na tela, não use a opção **Display**. Quando cada quantidade for definida, o passo mais importante de todos deverá ser aplicado, que é selecionar o botão **Apply**. Se você se esquecer de aplicar as mudanças, nenhuma delas será usada na análise.

O processo de simulação é iniciado selecionando **New Simulation Profile** e, em **New Simulation**, inserindo o nome **PSpice 14-1** no campo **Name** seguido do botão **Create**. Na caixa de diálogo **Simulation Settings,** selecione a aba **Analysis** e escolha **Time Domain (Transient)** em **Analysis type**. O parâmetro **Run to time** deve ser ajustado em 3 ms para permitir a visualização de três ciclos das formas de onda senoidais ($T = 1/f = 1/1.000$ Hz $= 1$ ms). **Start saving data after** deve ser mantido em 0 s e **Maximum step size** deve ser 3 ms/1.000 = 3 μs. Clique em **OK** e, em seguida, selecione o ícone **Run PSpice**, e isso resultará em um gráfico com um eixo horizontal que se estende de 0 a 3 ms.

Agora, temos de informar ao computador em quais formas de onda estamos interessados. Primeiro, temos que dar uma olhada na fonte CA aplicada selecionando **Trace--Add Trace-V(Vs:+)** seguido do botão **OK**. O resultado é a forma de onda da tensão alternada que aparece na região inferior da tela mostrada na Figura 14.77. Note que ela

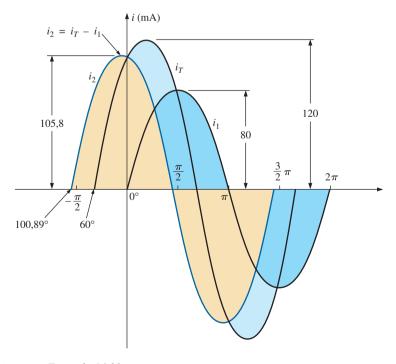



Figura 14.75 Solução para o Exemplo 14.30.

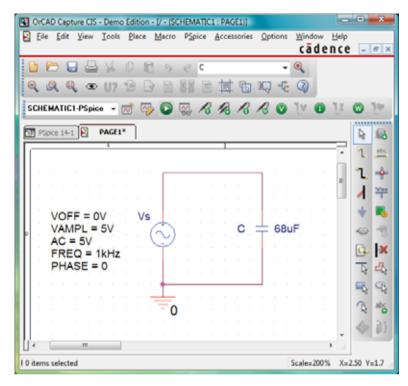



Figura 14.76 Uso do PSpice na análise da resposta de um capacitor a um sinal alternado senoidal.

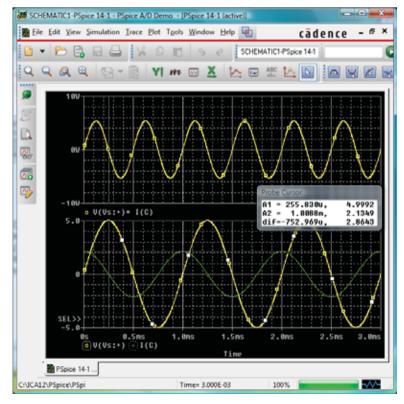



Figura 14.77 Gráficos da tensão, corrente e potência para o capacitor visto na Figura 14.76.

tem um valor de pico de 5 V e três ciclos aparecem em um tempo de 3 ms. A forma de onda da corrente no capacitor pode ser acrescentada ao gráfico selecionando **Trace--Add Trace** e escolhendo **I(C)** seguido do botão **OK**. O resultado é a forma de onda de **I(C)** que aparece com um deslocamento de fase de 90° a partir da tensão aplicada, sendo a corrente adiantada em relação à tensão (a corrente já está no valor de pico enquanto a tensão cruza o eixo em 0 V). Como o valor de pico de cada curva está na mesma faixa de valor, o valor 5 que aparece na escala vertical pode ser usado para ambas. Por meio de uma análise teórica, teríamos $X_C = 2{,}34\Omega$, e o valor de pico de $I_C = E/X_C = 5$ V/2,34 = 2,136 A, conforme mostra a Figura 14.77.

Para praticar, vamos obter a curva da potência fornecida para o capacitor ao longo do mesmo período de tempo. Primeiro selecione **Plot-Add Plot to Window--Trace-Add Trace** para obter a caixa de diálogo **Add Traces**. Então, escolha **V(Vs:+)** seguido de um asterisco (*) para multiplicação, e termine selecionando **I(C)**. O resultado é a expressão **V (Vs:+)*I(C)** no formato de potência: $p = \upsilon i$. Clique em **OK** e a curva da potência, vista na parte superior da Figura 14.77, aparecerá. Note que, ao longo dos três ciclos, as áreas acima e abaixo do eixo são iguais — não há uma transferência de potência ao longo de um intervalo de 3 ms. Note também que a curva da potência é senoidal (que é muito interessante) com o dobro da frequência do sinal aplicado. Usando o cursor, podemos determinar que a potência máxima (valor de pico da forma de onda senoidal) é 5,34 W. Os cursores, na realidade, foram acrescentados às curvas da parte inferior para mostrar os valores de pico da senoide aplicada e da corrente resultante.

Após a seleção do ícone **Toggle cursor**, clique com o botão esquerdo do mouse em torno de **V(Vs:+)** na parte de baixo da curva com uma linha tracejada para mostrar que o cursor está fornecendo os níveis daquela grandeza. Quando colocado a ¼ do período total, ou seja, 250 µs **(A1)**, o valor de pico é exatamente 5 V, como mostra a caixa de diálogo **Probe Cursor**. Colocando o cursor sobre o símbolo próximo a **I(C)**, na parte de baixo do gráfico, e clicando com o botão direito do mouse o cursor direito para a corrente será designado. Colocá-lo exatamente a 1 ms **(A2)** resultará em um valor de pico de 2,136 A, coincidindo com o valor calculado anteriormente. Para facilitar a distinção entre as curvas de tensão e a corrente, a cor e a espessura das linhas das curvas foram alteradas. Coloque o cursor da direita sobre a curva e clique com o botão direito do mouse. Em seguida, a opção **Properties** aparecerá. Quando **Properties** é selecionada, a caixa de diálogo **Trace Properties** aparece, na qual a cor amarela (yellow) pode ser selecionada e a largura aumentada para melhorar a visibilidade sobre o fundo preto. Você pode escolher o amarelo para **Vs** e o verde para **I(C)**. Observe também que o eixo e a grade tiveram suas cores alteradas para tons mais visíveis por meio do mesmo procedimento.

Multisim

Como o PSpice revisou a resposta de um dispositivo capacitivo a uma tensão CA, o Multisim repete a análise para um dispositivo indutivo. A fonte de tensão CA foi derivada da aba **Place Source**, conforme descrito no Capítulo 13, com os valores que aparecem na Figura 14.78 definidos na caixa de diálogo **AC-Voltage**.

Quando o circuito tiver sido construído, a sequência **Simulate-Analyses-Transient Analysis** resultará em uma caixa de diálogo **Transient Analysis** em que **Start time** é definida em 0 s e **End time** em 105 ms. Os 105 ms foram definidos como **End time** para dar ao circuito 100 ms para

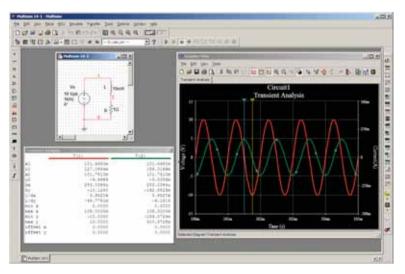



Figura 14.78 Uso do Multisim para rever a resposta de um dispositivo indutivo a um sinal alternado senoidal.

se estabelecer em seu modo de estado constante e 5 ms para cinco ciclos na tela de saída. **Minimum number of time points** foi definido em 10.000, para garantir uma boa exibição para as formas de onda que mudam rapidamente.

Em seguida, o cabeçalho **Output** foi escolhido dentro da caixa de diálogo e a tensão da fonte **V(1)** e a corrente da fonte **I(VS)** foram movidos de **Variables in Circuit** para **Selected variables for analysis** usando a opção **Add**. A escolha de **Simulate** resulta em uma forma de onda que se estende de 0 s a 105 ms. Embora planejemos salvar apenas a resposta que ocorre após 100 ms, o computador não conhece nosso interesse, e desenha a resposta para o período inteiro. Isso é corrigido selecionando o botão **Properties** na barra de ferramentas no alto do gráfico (ele se parece com uma etiqueta e um lápis) para obter a caixa de diálogo **Graph Properties**. A seleção de **Bottom Axis** permite a definição de **Range** desde um **Minimum of 0.100 s = 100 ms** até um **Maximum of 0.105 s = 105 ms**. Clique em **OK** e o período de tempo da Figura 14.78 será exibido. A estrutura de grade é acrescentada selecionando o botão **Show Grid**, e a cor associada a cada curva é exibida se escolhermos o botão **Show Legend** ao seu lado.

Pelo gráfico, fica claro que a escala para a corrente da fonte precisa ser melhorada para que possamos ler seus valores de pico e negativo com clareza. Isso é feito primeiro clicando na curva **I(VS)** para definir o **Selected Trace** na parte inferior do gráfico como **I(VS)**. Um clique do botão direito possibilita a escolha da opção **Trace Properties** para obter a caixa de diálogo **Graph Properties**. Sob **Y-Vertical Axis**, selecione **Right Axis** para estabelecer o eixo direito como a escala a ser usada para a corrente da fonte. Depois, selecione **Right Axis** e insira a **Label: Current(A)**, selecione **Enabled** no cabeçalho **Axis** e finalmente escolha **Pen Size** como 1. A **Scale** é **Linear** e o intervalo é –500E–3 a 500E–3 (–500 mA a 500 mA), com **Total Ticks** de 8 e **Minor Ticks** de 2. O resultado é o gráfico da Figura 14.78. O eixo da direita agora pode ser melhorado selecionando **Graph Properties** novamente, seguido por **Left Axis**, onde a **Current(A)** pode ser excluída. Podemos agora ver que a corrente da fonte tem um valor de pico de aproximadamente 160 mA. Para obter mais detalhes sobre as formas de onda, selecione o botão **Show Cursors** para obter a caixa de diálogo **Transient Analysis** com as caixas **V(1)** e **I(VS)** listadas com os mesmos cabeçalhos coloridos que foram usados no gráfico. Clicando em um dos cursores e movendo-o na horizontal para o valor máximo da corrente resultará em **x1** = 101,0 ms, com **y1** em 158,91 mA. Na realidade, o **max y** aparece abaixo, em 159,07 mA, e poderia ter sido obtido se tivéssemos aumentado o número de pontos de dados. Mover o outro cursor para encontrar o valor mínimo da corrente resultará em **x2** = 101,24 ms, com **y2** em 2,51 mA (o mais próximo do valor 1 possível com essa definição de nível). O valor máximo de **V(1)** aparece abaixo, como 10V, como deveria ser, e a distância entre o valor máximo de **I(VS)** e seu valor mínimo é **dx** = 242,91 μs, que é muito próximo de 0,25 ms, ou um quarto do período do sinal aplicado.

PROBLEMAS

Seção 14.2 A derivada

1. Faça o gráfico da expressão a seguir em função do tempo para um período completo. Em seguida, determine a derivada da função usando a Equação 14.1 e plote um ciclo completo da derivada no mesmo gráfico que a função original. Compare o valor da derivada em vários pontos em função da inclinação da função senoidal original.

$$\upsilon = 1 \text{ sen } 6{,}28t$$

2. Repita o Problema 1 para a função senoidal a seguir e compare os resultados. Determine as frequências das formas de onda nos Problemas 1 e 2 e compare os valores das derivadas.

$$\upsilon = 1 \text{ sen } 314{,}2t$$

3. Qual é a derivada de cada uma das expressões senoidais a seguir?
   a) 10 sen 377t
   b) 0,6 sen(200t + 20°)
   c) $\sqrt{2}$ 20 sen(157t – 20°)
   d) –200 sen(t + 180°)

Seção 14.3 Resposta dos dispositivos básicos *R*, *L* e *C* a uma tensão ou a uma corrente senoidal

4. As expressões a seguir representam a tensão em um resistor de 3 Ω. Determine a expressão senoidal para a corrente. Além disso, esboce as formas de onda de υ e *i* no mesmo gráfico.
   a) 150 sen 200t
   b) 30 sen(377t + 20°)
   c) 6 cos(ωt + 10°)
   d) –12 sen(ωt + 40°)
5. As expressões a seguir representam a corrente em um resistor de 7 kΩ. Obtenha a expressão senoidal para a tensão. Além disso, esboce as formas de onda de υ e *i* no mesmo gráfico.
   a) 0,1 sen 1000t
   b) 2×10^{-3} sen(400t – 120°)
6. Determine a reatância indutiva (em ohms) de um indutor de 2 mH no caso de
   a) Corrente contínua
   e para as seguintes frequências:
   b) 60 Hz
   c) 4 kHz
   d) 1,2 MHz

7. Determine a indutância de um indutor cuja reatância é:
a) 2 kΩ em f = 14,47 kHz.
b) 40 kΩ em f = 5,3 kHz.

8. Determine a frequência para a qual um indutor de 1 mH apresenta as seguintes reatâncias indutivas:
a) 10 Ω
b) 4 kΩ
c) 12 kΩ

9. A seguir, são dadas as expressões para a corrente em uma reatância indutiva de 20 Ω. Qual é a expressão senoidal para a tensão em cada caso? Plote as formas de onda senoidais de υ e i no mesmo gráfico.
a) $i = 5$ sen ωt
b) $i = 40 \times 10^{-3}$ sen$(\omega t + 60°)$
c) $i = -6$ sen$(\omega t - 30°)$

10. A seguir, é dada a expressão da corrente em uma bobina de 0,1 H. Qual é a expressão senoidal para a tensão em cada caso?
a) 10 sen $100t$
b) 5×10^{-6} sen$(400t + 20°)$

11. A tensão em uma reatância indutiva de 50 Ω é dada pelas expressões a seguir. Qual a expressão senoidal para a corrente? Esboce as formas de onda de υ e i no mesmo gráfico.
a) 120 sen t
b) 30 sen$(\omega t + 20°)$

12. As expressões a seguir são relativas à tensão em um indutor de 0,2 H. Qual é a expressão senoidal para a corrente em cada caso?
a) 1,5 sen $60t$
b) 16×10^{-3} sen$(10t + 2°)$

13. Calcule a reatância capacitiva (em ohms) de um capacitor de 5 μF em
a) Corrente contínua
e para as seguintes frequências:
b) 60 Hz
c) 2 kHz
b) 2 MHz

14. Determine o valor padrão mais próximo da capacitância que possui uma reatância de:
a) 60 Ω em f = 265 Hz.
b) 1,2 kΩ em f = 34 kHz.

15. Determine as frequências para as quais um capacitor de 3,9 μF apresenta as seguintes reatâncias capacitivas:
a) 10 Ω
b) 1,2 kΩ
c) 0,1 Ω
d) 2.000 Ω

16. A tensão em uma reatância capacitiva de 2,5 Ω é dada a seguir. Qual a expressão senoidal para a corrente em cada caso? Esboce as formas de onda de υ e i no mesmo gráfico.
a) 120 sen ωt
b) 4×10^{-3} sen$(\omega t + 40°)$

17. A seguir, são apresentadas as expressões para a tensão aplicada em um capacitor de 1 μF. Qual a expressão senoidal para a corrente em cada caso?
a) 30 sen $200t$
b) 60×10^{-3} sen $377t$

18. As expressões a seguir se referem à corrente em uma reatância capacitiva de 10 Ω. Determine as expressões senoidais para a tensão em cada caso. Esboce as formas de onda de υ e i no mesmo gráfico.
a) $i = 50 \times 10^{-3}$ sen ωt
b) $i = 2 \times 10^{-6}$ sen$(\omega t + 60°)$

19. Algumas expressões para a corrente em um capacitor de 0,56 μF são dadas a seguir. Qual é, em cada caso, a expressão para a tensão no capacitor?
a) 0,20 sen $300t$
b) 8×10^{-3} sen$(377t - 30°)$

***20.** No caso dos pares de expressões para tensão e corrente dados a seguir, indique se o dispositivo envolvido é um capacitor, um indutor ou um resistor e os valores de C, L e R caso os dados sejam suficientes:
a) υ = 550 sen$(377t + 50°)$
$i = 11$ sen$(377t - 40°)$
b) υ = 36 sen$(754t - 80°)$
$i = 4$ sen$(754t - 170°)$
c) υ = 10,5 sen$(\omega t - 13°)$
$i = 1,5$ sen$(\omega t - 13°)$

***21.** Repita o Problema 20 utilizando os seguintes pares de tensão e corrente:
a) υ = 2.000 sen ωt
$i = 5$ cos ωt
b) υ = 80 sen$(157t + 150°)$
$i = 2$ sen$(157t + 60°)$
c) υ = 35 sen$(\omega t - 20°)$
$i = 7$ cos$(\omega t - 110°)$

Seção 14.4 Respostas em frequência dos dispositivos básicos

22. Faça o gráfico de X_L em função da frequência para um indutor de 3 mH, de zero a 100 kHz, usando uma escala linear.

23. Faça o gráfico de X_C em função da frequência para um capacitor de 1 μF, de zero a 10 kHz, utilizando uma escala linear.

24. Em que frequência a reatância de um capacitor de 1 μF é igual à resistência de um resistor de 2 k Ω?

25. A reatância de um indutor é igual à resistência de um resistor de 10 kΩ na frequência de 5 kHz. Qual é a indutância do indutor?

26. Determine a frequência na qual um capacitor de 1 μF e um indutor de 10 mH têm a mesma reatância.

27. Determine o valor da capacitância necessária para termos uma reatância capacitiva de mesmo valor que a de uma bobina de 2 mH em 50 kHz.

Seção 14.5 Potência média e fator de potência

***28.** Calcule a perda média de potência e o fator de potência para os circuitos nos quais a corrente e a tensão de entrada são dadas pelas expressões a seguir:
a) υ = 60 sen$(\omega t + 30°)$
$i = 15$ sen$(\omega t + 60°)$
b) υ = –50 sen$(\omega t - 20°)$
$i = -2$ sen$(\omega t - 20°)$
c) υ = 50 sen$(\omega t + 80°)$
$i = 3$ cos$(\omega t - 20°)$
d) υ = 75 sen$(\omega t - 5°)$
$i = 0,08$ sen$(\omega t + 35°)$

29. Se a corrente em um dispositivo for dada por $i = 8$ sen $(\omega t + 40°)$ e a tensão aplicada ao dispositivo for υ = 48 sen $(\omega t + 40°)$, calcule a potência pelas expressões I^2R, $(V_mI_m/2)$ cos θ e VI cos θ e compare os resultados.

30. Um circuito dissipa 100 W (potência média) a 150 V (tensão de entrada efetiva) e 2 A (corrente de entrada efetiva). Qual é o fator de potência? Repita o problema para uma potência de 0 W e 300 W.

***31.** O fator de potência de um circuito é de 0,5 atrasado. A potência dissipada é 500 W. Se a tensão de entrada é dada por $\upsilon = 50$ sen $(\omega t + 10°)$, determine a expressão senoidal para a corrente de entrada.

32. Na Figura 14.79, $e = 30$ sen $(2\pi 60t + 20°)$.
a) Qual é a expressão senoidal para a corrente?
b) Calcule a dissipação de potência no circuito.
c) Qual o tempo necessário, em segundos, para que a corrente complete seis ciclos?

33. Na Figura 14.80, $e = 128$ sen$(1000t + 60°)$.
a) Determine a expressão senoidal para a corrente i.
b) Calcule o valor da indutância L. Qual é o seu valor-padrão provável em mH?
c) Determine a dissipação de potência média no indutor.

34. Na Figura 14.81, $i = 30 \times 10^{-3}$ sen $(2\pi 500t - 20°)$.
a) Determine a expressão senoidal para e.
b) Determine o valor da capacitância C em microfarads. Qual é o valor-padrão provável em µF?
c) Determine a dissipação média de potência no capacitor.

***35.** Para o circuito da Figura 14.82 e o sinal aplicado:
a) Determine as expressões senoidais para i_1 e i_2.
b) Determine a expressão senoidal para i_s combinando os dois capacitores paralelos.

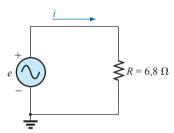



Figura 14.79 Problema 32.

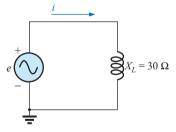



Figura 14.80 Problema 33.

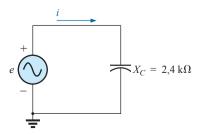



Figura 14.81 Problema 34.

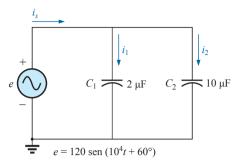



Figura 14.82 Problema 35.

***36.** Para o circuito da Figura 14.83 e o sinal aplicado:
a) Determine a expressão senoidal para a tensão da fonte υ_s.
b) Determine a expressão senoidal para as correntes i_1 e i_2.

Seção 14.9 Conversão entre as duas formas

37. Converta os seguintes números na forma polar.
a) $4 + j3$
b) $2 + j2$
c) $4 + j12$
d) $1000 + j50$
e) $-1.000 + j4000$
f) $-0,4 + j0,08$

***38.** Converta os seguintes números na forma polar.
a) $-8 - j16$
b) $+8 - j4$
c) $0,02 - j0,003$
d) $-6 \times 10^{-3} - j6 \times 10^{-3}$
e) $200 + j0,02$
f) $-1000 + j20$

39. Converta os seguintes números na forma retangular.
a) $6 \angle 40°$
b) $12 \angle 120°$
c) $2000 \angle -90°$
d) $0,0064 \angle +200°$
e) $48 \angle 2°$
f) $5 \times 10^{-4} \angle -20°$

40. Converta os seguintes números na forma retangular.
a) $42 \angle 0,15°$
b) $2002 \angle -60°$
c) $0,006 \angle -120°$
d) $8 \times 10^{-3} \angle -220°$
e) $15 \angle +180°$
f) $1,2 \angle -89,9°$

Seção 14.10 Operações matemáticas com números complexos

41. Efetue as seguintes adições em forma retangular:
a) $(4,2 + j6,8) + (7,6 + j0,2)$
b) $(142 + j7) + (9,8 + j42) + (0,1 + j0,9)$
c) $(4 \times 10^{-6} + j76) + (7,2 \times 10^{-7} - j5)$

42. Efetue as seguintes subtrações em forma retangular:
a) $(9,8 + j6,2) - (4,6 + j4,6)$
b) $(167 + j243) - (-42,3 - j68)$
c) $(-36,0 + j78) - (-4 - j6) + (10,8 - j72)$

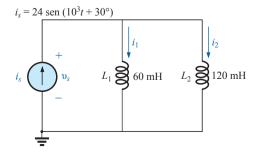



Figura 14.83 Problema 36.

43. Efetue as seguintes operações com números polares e deixe a resposta em forma polar:
a) $6 \angle 20° + 8 \angle 80°$
b) $42 \angle 45° + 62 \angle 60° - 70 \angle 120°$
c) $20 \angle -120° - 10 \angle -150° + 8 \angle -210° + 8 \angle +240°$

44. Efetue as seguintes multiplicações em forma retangular:
a) $(2 + j3)(6 + j8)$
b) $(7{,}8 + j1)(4 + j2)(7 + j6)$
c) $(400 - j200)(-0{,}01 - j0{,}5)(-1 + j3)$

45. Efetue as seguintes multiplicações em forma polar:
a) $(2 \angle 60°)(4 \angle -40°)$
b) $(6{,}9 \angle 8°)(7{,}2 \angle -72°)$
c) $(0{,}002 \angle 120°)(0{,}5 \angle 200°)(40 \angle +80°)$

46. Efetue as seguintes divisões em forma polar:
a) $(42 \angle 10°)/(7 \angle 60°)$
b) $(0{,}006 \angle 120°)/(30 \angle +60°)$
c) $(4.360 \angle -20°)/(40 \angle -210°)$

47. Efetue as seguintes divisões e deixe a resposta em forma retangular:
a) $(8 + j8)/(2 + j2)$
b) $(8 + j42)/(-6 - j4)$
c) $(-4{,}5 - j6)/(0{,}1 - j0{,}8)$

***48.** Efetue as operações a seguir e expresse as respostas em forma retangular:
a) $\dfrac{(4+j3)+(6-j8)}{(3+j3)-(2+j3)}$
b) $\dfrac{8\angle 60°}{(2\angle 0°)+(100+j400)}$
c) $\dfrac{(6\angle 20°)(120\angle -40°)(3+j8)}{2\angle -30°}$

***49.** Efetue as operações a seguir e expresse as respostas em forma polar:
a) $\dfrac{(0{,}4\angle 60°)^2(300\angle 40°)}{3+j9}$
b) $\left(\dfrac{1}{(0{,}02\angle 10°)^2}\right)\left(\dfrac{2}{j}\right)^3\left(\dfrac{1}{6^2 - j\sqrt{900}}\right)$

***50.** **a)** Determine uma solução para x e y se
$$(x + j4) + (3x + jy) - j7 = 16 \angle 0°$$
b) Determine x se
$$(10 \angle 20°)(x \angle -60°) = 30{,}64 - j25{,}72$$

***51.** **a)** Determine uma solução para x e y se
$$(5x + j10)(2 - jy) = 90 - j70$$
b) Determine θ se
$$\frac{80\angle 0°}{20\angle \theta} = 3{,}464 - j2$$

Seção 14.12 Fasores

52. Escreva as expressões a seguir na forma de fasores:
a) $\sqrt{2}(160)\ \text{sen}(\omega t + 30°)$
b) $\sqrt{2}(25 \times 10^{-3})\ \text{sen}(157t - 40°)$
c) $100\ \text{sen}(\omega t - 90°)$

***53.** Escreva as expressões a seguir na forma de fasores:
a) $20\ \text{sen}(377t - 180°)$
b) $6 \times 10^{-6} \cos \omega t$
c) $3{,}6 \times 10^{-6} \cos(754t - 20°)$

54. Expresse os seguintes fasores relativos a correntes e tensões senoidais de 60 Hz.
a) $\mathbf{I} = 40\ \text{A} \angle 20°$
b) $\mathbf{V} = 120\ \text{V} \angle 10°$
c) $\mathbf{I} = 8 \times 10^{-3}\ \text{A} \angle -110°$
e) $\text{V} = \dfrac{6000}{\sqrt{2}}\text{V}\angle -180°$

55. Para o sistema mostrado na Figura 14.84, determine a expressão senoidal para a tensão desconhecida υ_a sabendo que:
$$e_{\text{in}} = 60\ \text{sen}(377t + 45°)$$
$$\upsilon_b = 20\ \text{sen}(377t - 45°)$$

56. Para o sistema mostrado na Figura 14.85, determine a expressão senoidal para a corrente desconhecida i_1 sabendo que:
$$i_s = 20 \times 10^{-6}\ \text{sen}(\omega t + 60°)$$
$$i_2 = 6 \times 10^{-6}\ \text{sen}(\omega t - 30°)$$

57. Determine a expressão senoidal para a tensão υ_a no sistema visto na Figura 14.86 se
$$e_{in} = 120\ \text{sen}(\omega t + 30°)$$
$$\upsilon_b = 30\ \text{sen}(\omega t + 60°)$$
$$\upsilon_c = 40\ \text{sen}(\omega t + 120°)$$

***58.** Determine a expressão senoidal para a corrente i_1 no circuito da Figura 14.87 sabendo que
$$i_s = 18 \times 10^{-3}\ \text{sen}(377t + 180°)$$
$$i_2 = 8 \times 10^{-3}\ \text{sen}(377t - 180°)$$
$$i_3 = 2i_2$$

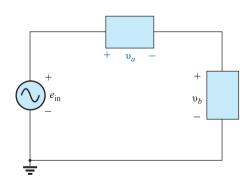



Figura 14.84 Problema 55.

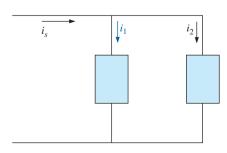



Figura 14.85 Problema 56.

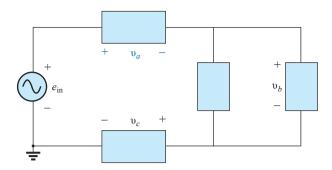



Figura 14.86 Problema 57.

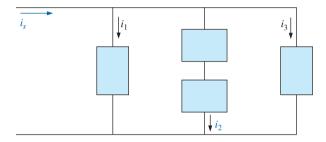



Figura 14.87 Problema 58.

Seção 14.13 Análise computacional

PSpice ou Multisim

59. Faça o gráfico de i_C e υ_C em função do tempo para o circuito mostrado na Figura 14.76 para dois ciclos da frequência de 0,2 kHz.

60. Faça o gráfico da magnitude e do ângulo de fase da corrente i_C em função da frequência (100 Hz a 100 kHz) para o circuito visto na Figura 14.76.

***61.** Faça o gráfico da impedância total da configuração do circuito mostrado na Figura 14.27(a) em função da frequência (100 kHz a 100 MHz) para os seguintes valores dos parâmetros: $C = 0{,}1$ µF, $L_s = 0{,}2$ µH, $R_s = 2$ MΩ e $R_P = 100$ MΩ. Para qual faixa de frequência o capacitor é 'capacitivo'?

Glossário

Complexo conjugado: Número complexo obtido a partir da troca de sinal da componente imaginária de um número complexo na forma retangular.

Derivada: Taxa instantânea de variação de uma função em relação ao tempo ou outra variável independente.

Diagrama de fasores: Representação 'instantânea' dos fasores que representam formas de onda senoidais em $t = 0$ s.

Fasor: Vetor radial que tem um módulo constante a um determinado ângulo a partir do eixo real positivo e que representa uma tensão ou uma corrente senoidal no domínio do vetor.

Fator de potência (F_P): Indicação de quanto um sistema elétrico é reativo ou resistivo. Quanto maior o fator de potência, maior a componente resistiva.

Fator de potência adiantado e atrasado: Indicação da condição de que um circuito é capacitivo ou indutivo por natureza. Os fatores de potência adiantados estão associados a circuitos capacitivos, e os atrasados, a circuitos indutivos.

Forma polar: Método que define um ponto em um plano complexo através de um módulo, que representa a distância da origem, e um ângulo, que expressa a distância do eixo real positivo no sentido horário.

Forma retangular: Método de definir um ponto em um plano complexo através dos valores das componentes real e imaginária, sendo esta última associada à letra j.

Número complexo: Número que representa um ponto em um plano bidimensional referenciado a dois eixos distintos. Ele define um vetor desenhado da origem até o ponto.

Potência média ou real: Potência fornecida a uma carga e por ela dissipada em um período completo.

Reatância: Oposição de um indutor ou de um capacitor à corrente que resulta em uma troca contínua de energia entre o circuito e o campo magnético de um indutor ou entre o circuito e o campo elétrico de um capacitor.

Recíproco: Forma que é definida por 1 dividido pelo número complexo.

Circuitos de correntes alternadas em série e em paralelo

Objetivos

- Familiarizar-se com as características dos circuitos CA em série e em paralelo e determinar os níveis de corrente, tensão e potência para cada elemento.
- Determinar a impedância total de qualquer série de circuitos CA em série ou em paralelo e criar o diagrama de impedância e admitância de cada um.
- Desenvolver segurança na aplicação das leis de Kirchhoff para correntes e tensões a qualquer configuração em série ou paralelo.
- Ser capaz de aplicar a regra dos divisores de tensão ou de corrente a qualquer circuito CA.
- Adquirir habilidade na descoberta da resposta em frequência de uma combinação de elementos em série ou em paralelo.

CIRCUITOS CA EM SÉRIE

15.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo, a álgebra dos fasores será usada para desenvolver um método de solução rápido e direto para problemas envolvendo circuitos CA em série e em paralelo. A estreita relação que existe entre esse método usado para o cálculo de grandezas desconhecidas e o método usado em circuitos de corrente contínua se tornará evidente após examinarmos alguns exemplos simples. Uma vez estabelecida essa associação, muitas das regras usadas em circuitos de corrente contínua (regra dos divisores de corrente, regra dos divisores de tensão etc.) podem ser facilmente aplicadas a circuitos de corrente alternada.

15.2 IMPEDÂNCIA E O DIAGRAMA DE FASORES

Elementos resistivos

No Capítulo 14, vimos que, para o circuito puramente resistivo mostrado na Figura 15.1, υ e i estão em fase e suas amplitudes são dadas por:

$$I_m = V_m / R \qquad \text{ou} \qquad V_m = I_m R$$

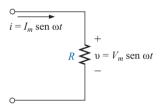



Figura 15.1 Circuito resistivo de corrente alternada.

Em forma fasorial:

$$\upsilon = V_m \text{ sen } \omega t \Rightarrow \mathbf{V} = V \angle 0°$$

onde $V = 0{,}707\ V_m$.

Aplicando a lei de Ohm por meio da utilização da álgebra dos fasores, temos:

$$\mathbf{I} = \frac{V\angle 0°}{R\angle\theta_R} = \frac{V}{R}\angle 0° + \theta_R$$

Como i e υ estão em fase, o ângulo associado a i deve também ser 0°. Para satisfazer essa condição, θ_R tem de ser igual a 0°. Substituindo $\theta_R = 0°$, encontramos:

$$\mathbf{I} = \frac{V\angle 0°}{R\angle 0°} = \frac{V}{R}\angle 10° - 7° = \frac{V}{R}\angle 0°$$

de maneira que, no domínio do tempo:

$$i = \sqrt{2}\left(\frac{V}{R}\right)\text{sen}\,\omega t$$

O fato de $\theta_R = 0°$ ser empregado na forma polar a seguir garante uma relação de fase adequada entre a tensão e a corrente em um resistor:

$$\mathbf{Z}_R = R \angle 0° \qquad (15.1)$$

A grandeza $\mathbf{Z}_R$ em negrito, que tem um módulo e um ângulo associado, é denominada *impedância* do elemento resistivo. Ela é medida em ohms e indica quanto o elemento 'impede' a passagem de corrente no circuito. O formato usado acima se mostrará uma 'ferramenta' bastante útil quando analisarmos circuitos mais complexos e as relações de fase não forem tão óbvias. Entretanto, é importante entender que $\mathbf{Z}_R$ *não é um fasor*, embora a notação $R \angle 0°$ seja semelhante à notação fasorial usada para correntes e tensões senoidais. O termo *fasor* é reservado a grandezas que variam no tempo, sendo R e o seu ângulo, associados de 0°, grandezas fixas.

EXEMPLO 15.1

Usando a álgebra dos números complexos, determine a corrente i no circuito da Figura 15.2. Faça um esboço das formas de ondas de υ e i.

Solução:

Observe a Figura 15.3:

$$\upsilon = 100 \text{ sen } \omega t \Rightarrow \text{forma fasorial } \mathbf{V} = 70{,}71 \text{ V} \angle 0°$$

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{Z}_R} = \frac{V\angle\theta}{R\angle 0°} = \frac{70{,}71\,\text{V}\angle 0°}{5\,\Omega\angle 0°} = 14{,}14\text{ A}\angle 0°$$

e $$i = \sqrt{2}(14{,}14) \text{ sen } \omega t = \mathbf{20 \text{ sen } \omega t}$$

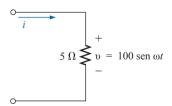



Figura 15.2 Exemplo 15.1.

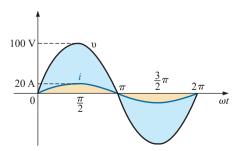



Figura 15.3 Formas de onda para o Exemplo 15.1.

EXEMPLO 15.2

Usando a álgebra dos números complexos, determine a tensão υ no circuito visto na Figura 15.4. Faça um esboço das formas de onda de υ e i.

Solução:

Observe a Figura 15.5:

$$i = 4 \text{ sen}(\omega t + 30°) \Rightarrow \text{forma fasorial } \mathbf{I} = 2{,}828 \text{ A} \angle 30°$$

$$\mathbf{V} = \mathbf{IZ}_R = (I \angle\theta)(R \angle 0°) = (2{,}828 \text{ A} \angle 30°)(2\ \Omega \angle 0°) = 5{,}656 \text{ V} \angle 30°$$

e $$\upsilon = \sqrt{2}(5{,}656) \text{ sen } (\omega t + 30°) = 8{,}0 \text{ sen } (\omega t + 30°)$$

Figura 15.4 Exemplo 15.2.

Figura 15.5 Formas de onda para o Exemplo 15.2.

Normalmente, é útil fazer a análise de um circuito tendo um **diagrama de fasores**, que dá uma visão imediata dos *módulos* e das *relações de fase* para as várias grandezas associadas ao circuito. Por exemplo, os diagramas de fasores considerados nos dois exemplos precedentes seriam os ilustrados na Figura 15.6. Em ambos os casos, é óbvio que υ e i estão em fase, pois as duas quantidades têm o mesmo ângulo de fase.

Reatância indutiva

Aprendemos no Capítulo 13 que, no caso do indutor puro visto na Figura 15.7, a tensão está adiantada 90° em

Figura 15.6 Diagramas de fasores para os exemplos 15.1 e 15.2.

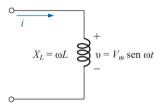



Figura 15.7 Circuito CA indutivo.

relação à corrente e que a reatância do indutor, X_L, é dada por ωL. Temos, então,

$$\upsilon = V_m \text{ sen } \omega t \Rightarrow \text{forma fasorial } \mathbf{V} = V \angle 0°$$

Pela lei de Ohm:

$$\mathbf{I} = \frac{V\angle 0°}{X_L\angle \theta_L} = \frac{V}{X_L} \angle 0° + \theta_L$$

Como υ está adiantada 90° em relação a i, a corrente deve ter um ângulo de –90° associado a ela. Para satisfazer essa condição, θ_L tem de ser igual a +90°. Substituindo esse valor na expressão acima, obtemos:

$$\mathbf{I} = \frac{V\angle 0°}{X_L\angle 90°} = \frac{V}{X_L} \angle 0° - 90° = \frac{V}{X_L} \angle -90°$$

de maneira que, no domínio do tempo,

$$i = \sqrt{2}\left(\frac{V}{X_L}\right)\text{sen}(\omega t - 90°)$$

O fato de que θ_L = 90° será usado na notação em forma polar, para a reatância indutiva, para garantir a relação de fase apropriada entre a tensão e a corrente em um indutor:

$$\mathbf{Z}_L = X_L \angle -90° \qquad (15.2)$$

A grandeza $\boldsymbol{Z}_L$, em negrito, que tem um módulo e um ângulo associado, é denominada *impedância* do indutor. É medida em ohms e indica quanto o indutor 'controla ou impede' a passagem de corrente no circuito (sempre tenha em mente que indutores puros só podem armazenar energia, nunca dissipá-la como os resistores). A notação acima, assim como no caso dos resistores, será uma ferramenta útil na análise de circuitos de corrente alternada. Novamente, é importante ressaltar que $\boldsymbol{Z}_L$ não é uma grandeza fasorial pelos mesmos motivos indicados no caso de um elemento resistivo.

EXEMPLO 15.3

Usando a álgebra dos números complexos, determine a corrente i no circuito visto na Figura 15.8. Esboce o gráfico de υ e i.

Solução:

Observe a Figura 15.9:

$$\upsilon = 24 \text{ sen } \omega t \Rightarrow \text{forma fasorial } \mathbf{V} = 16{,}968 \text{ V} \angle 0°$$

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{Z}_L} = \frac{V\angle\theta}{X_L\angle 90°} = \frac{16{,}968 \text{ V}\angle 0°}{3\ \Omega\angle 90°} = 5{,}656 \text{ A} \angle -90°$$

e $i = \sqrt{2}(5{,}656)$ sen $(\omega t - 90°)$ = **8,0 sen (ωt – 90°)**

EXEMPLO 15.4

Usando a álgebra dos números complexos, determine a tensão υ no circuito visto na Figura 15.10. Esboce as curvas de υ e i.

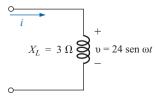



Figura 15.8 Exemplo 15.3.

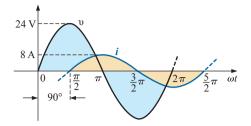



Figura 15.9 Formas de onda para o Exemplo 15.3.

Figura 15.10 Exemplo 15.4.

Figura 15.11 Formas de onda para o Exemplo 15.4.

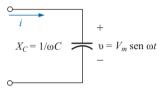



Figura 15.13 Circuito CA capacitivo.

Solução:

Observe a Figura 15.11:

$$i = 5 \text{ sen}(\omega t + 30°) \Rightarrow \text{forma fasorial } \mathbf{I} = 3{,}535 \text{ A} \angle 30°$$
$$\mathbf{V} = \mathbf{I}\mathbf{Z}_L = (I \angle \theta)(X_L \angle 90°)$$
$$= (3{,}535\text{A} \angle 30°)(4\ \Omega \angle +90°) = 14{,}140 \text{ V} \angle 120°$$
$$\text{e } \upsilon = \sqrt{2}(14{,}140) \text{ sen}(\omega t + 120°) = \mathbf{20\ sen(\omega t + 120°)}$$

Os diagramas de fasores para os circuitos dos dois exemplos precedentes são vistos na Figura 15.12. Ambos indicam de forma bastante clara que a tensão está adiantada 90° em relação à corrente.

Reatância capacitiva

Aprendemos no Capítulo 13 que, no caso do capacitor puro visto na Figura 15.13, a corrente fica adiantada 90° em relação à tensão e que a reatância capacitiva X_C é dada por $1/\omega C$. Assim, temos:

$$\upsilon = V_m \text{ sen } \omega t \Rightarrow \text{forma fasorial } \mathbf{V} = V \angle 0°$$

Aplicando a lei de Ohm e usando a álgebra fasorial, obtemos:

$$\mathbf{I} = \frac{V\angle 0°}{X_C\angle\theta_C} = \frac{V}{X_C} \angle 0° - \theta_C$$

Como i está adiantada 90° em relação a υ, a corrente i precisa ter um ângulo de +90° associado a ela. Para satisfazer essa condição, θ_C tem que ser igual a –90°. Substituindo θ_C = –90°, temos

$$\mathbf{I} = \frac{V\angle 0°}{X_C\angle -90°} = \frac{V}{X_C} \angle 0° - (-90°) = \frac{V}{X_C}\angle 90°$$

de maneira que, no domínio do tempo,

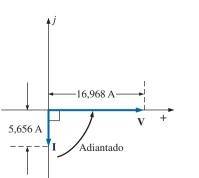
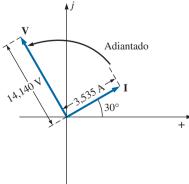



Figura 15.12 Diagramas de fasores para os exemplos 15.3 e 15.4.

$$i = \sqrt{2}\left(\frac{V}{X_C}\right)\text{sen}\left(\omega t + 90°\right)$$

Usamos o fato de que $\theta_C = -90°$ na forma polar a seguir, para a reatância capacitiva, tem o objetivo de assegurar a relação de fase apropriada entre a tensão e a corrente em um capacitor:

$$\mathbf{Z}_C = X_C \angle -90° \quad (15.3)$$

A grandeza $\mathbf{Z}_C$, em negrito, que tem um módulo e um ângulo associado, é denominada *impedância* do capacitor. É medida em ohms e indica quanto o capacitor 'controla ou impede' a passagem de corrente no circuito (sempre tenha em mente que os elementos capacitivos podem somente armazenar energia, nunca dissipá-la como os resistores). A notação acima, assim como no caso dos resistores, será uma ferramenta útil na análise de circuitos de corrente alternada. Novamente, é importante ressaltar que Z_C não é uma grandeza fasorial, por motivos idênticos aos apresentados no caso dos resistores.

EXEMPLO 15.5

Usando a álgebra dos números complexos, determine a corrente *i* no circuito visto na Figura 15.14. Esboce os gráficos de υ e *i*.

Solução:

Observe a Figura 15.15:

$\upsilon = 15 \text{ sen } \omega t \Rightarrow$ notação fasorial $\mathbf{V} = 10{,}605 \text{ V} \angle 0°$

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{Z}_C} = \frac{V\angle\theta}{X_C\angle -90°} = \frac{10{,}605 \text{ V}\angle 0°}{2\ \Omega\angle -90°} = 5{,}303 \text{ A} \angle 90°$$

e $i = \sqrt{2}(5{,}303) \text{ sen } (\omega t + 90°) = 7{,}5 \text{ sen } (\omega t + 90°)$

EXEMPLO 15.6

Usando a álgebra dos números complexos, determine a tensão υ no circuito visto na Figura 15.16. Esboce as curvas de υ e *i*.

Solução:

Observe a Figura 15.17:

$$i = 6 \text{ sen } (\omega t - 60°) \Rightarrow \text{notação fasorial}$$
$$\mathbf{I} = 4{,}242 \text{ A} \angle -60°$$
$$\mathbf{V} = \mathbf{I}\mathbf{Z}_C = (I \angle \theta)(X_C \angle -90°)$$
$$= (4{,}242 \text{ A} \angle -60°)(0{,}5\ \Omega \angle -90°)$$
$$= 2{,}121 \text{ V} \angle -150°$$

e $\upsilon = \sqrt{2}(2{,}121) \text{ sen } (\omega t - 150°) = \mathbf{3{,}0\ sen\ (\omega t - 150°)}$

Os diagramas de fasores para os circuitos dos últimos dois exemplos estão ilustrados na Figura 15.18. Ambos indicam de forma bastante clara que a corrente *i* está adiantada 90° em relação à tensão υ.

Diagrama de impedâncias

Agora que associamos ângulos de fase à resistência, à reatância indutiva e à reatância capacitiva, cada uma dessas três grandezas pode ser representada no plano

Figura 15.14 Exemplo 15.5.

Figura 15.15 Formas de onda para o Exemplo 15.5.

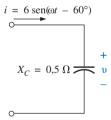



Figura 15.16 Exemplo 15.6.

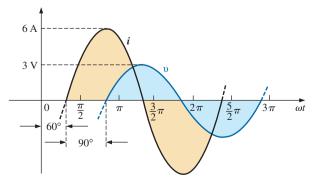



Figura 15.17 Formas de onda para o Exemplo 15.6.

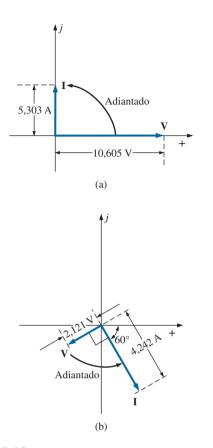



Figura 15.18 Diagramas de fasores para os exemplos 15.5 e 15.6.

complexo, como vemos na Figura 15.19. Em qualquer circuito, a resistência *sempre* está na parte positiva do eixo dos reais, a reatância indutiva sempre está na parte positiva do eixo dos imaginários, e a capacitância sempre está na parte negativa desse eixo. O resultado é um **diagrama de impedâncias** que pode representar os valores individuais e o valor total da impedância de qualquer circuito de corrente alternada.

Veremos nos próximos capítulos e seções que os circuitos têm diferentes tipos de elementos que apresentam uma impedância total cujo ângulo está entre –90° e +90°. Se a impedância total tiver um ângulo de 0°, o circuito é resistivo por natureza. Se ela estiver mais próxima de 90°, o circuito é indutivo por natureza. Se estiver mais próxima de –90°, o circuito é capacitivo por natureza.

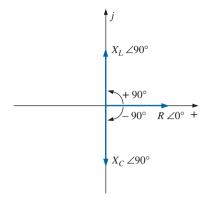



Figura 15.19 Diagrama de impedâncias.

É claro que, no caso de um circuito com um único elemento, o ângulo associado à impedância é o mesmo que aquele associado ao elemento resistivo ou reativo, conforme revelam as equações 15.1 a 15.3. É importante saber que a impedância, assim como a resistência e a reatância, não é uma grandeza fasorial que representa uma função do tempo com um deslocamento de fase particular, mas uma 'ferramenta' que é extremamente útil na determinação do módulo e do ângulo de fase de grandezas associadas com circuitos alternados senoidais.

Uma vez determinada a impedância total de um circuito, seu módulo pode ser usado para determinar a intensidade da corrente (com o auxílio da lei de Ohm), enquanto o seu ângulo indicará se o circuito é especialmente indutivo, capacitivo ou simplesmente resistivo.

Para qualquer configuração (série, paralelo, série-paralelo etc.), o ângulo associado à impedância total é igual ao ângulo de fase da tensão aplicada em relação ao ângulo da corrente da fonte. Para circuitos indutivos, θ_T é positivo, enquanto para circuitos capacitivos ele é negativo.

15.3 CONFIGURAÇÃO EM SÉRIE

As propriedades gerais dos circuitos CA em série (veja a Figura 15.20) são as mesmas que as dos circui-

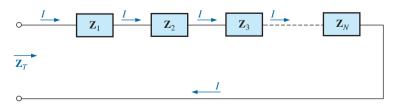



Figura 15.20 Impedâncias em série.

tos CC. Por exemplo, a impedância de um sistema é a soma das impedâncias individuais:

$$\mathbf{Z}_T = \mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_3 + \ldots + \mathbf{Z}_N \quad (15.4)$$

EXEMPLO 15.7

Construa o diagrama de impedâncias para o circuito visto na Figura 15.21 e determine a impedância total.

Solução:

Conforme indicado na Figura 15.22, a impedância de entrada pode ser obtida graficamente a partir do diagrama de impedância, escolhendo uma escala apropriada para os eixos real e imaginário e medindo o comprimento do vetor resultante Z_T e do ângulo θ_T. Ou, por meio de álgebra vetorial, obtemos

$$\begin{aligned}\mathbf{Z}_T &= \mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2 \\ &= R \angle 0° + X_L \angle 90° \\ &= R + jX_L = 4\ \Omega + j8\ \Omega \\ \mathbf{Z}_T &= \mathbf{8{,}94\ \Omega \angle 63{,}43°}\end{aligned}$$

EXEMPLO 15.8

Calcule a impedância de entrada do circuito em série visto na Figura 15.23. Desenhe o diagrama de impedância.

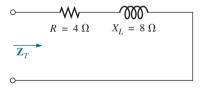



Figura 15.21 Exemplo 15.7.

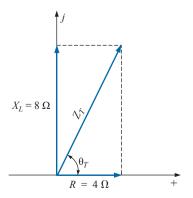



Figura 15.22 Diagrama de impedâncias para o Exemplo 15.7.

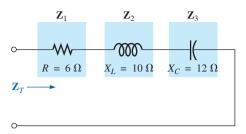



Figura 15.23 Exemplo 15.8.

Solução:

$$\begin{aligned}\mathbf{Z}_T &= \mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_3 \\ &= R \angle 0° + X_L \angle 90° + X_C \angle -90° \\ &= R + jX_L - jX_C \\ &= R + j(X_L - X_C) = 6\ \Omega + j(10\ \Omega - 12\ \Omega) = 6\ \Omega - j\,2\ \Omega \\ \mathbf{Z}_T &= \mathbf{6{,}32\ \Omega \angle -18{,}43°}\end{aligned}$$

O diagrama de impedâncias aparece na Figura 15.24. Observe que nesse exemplo existem uma reatância indutiva e uma reatância capacitiva em oposição direta. Se no circuito da Figura 15.23 as reatâncias indutiva e capacitiva fossem iguais, a impedância de entrada seria puramente resistiva. Existem outras informações relativas a essa condição particular que serão tratadas em um capítulo posterior.

No caso da **configuração CA em série**, vista na Figura 15.25, que tem duas impedâncias, *a corrente é a mesma em todos os elementos* (como acontece com os circuitos de corrente contínua em série), sendo determinada pela lei de Ohm:

$$\mathbf{Z}_T = \mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2$$

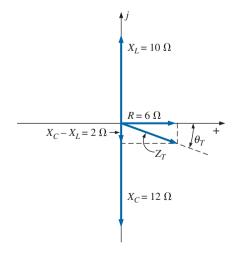



Figura 15.24 Diagrama de impedâncias para o Exemplo 15.8.

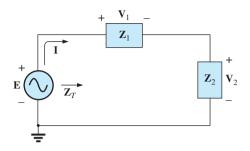



Figura 15.25 Circuito CA em série.

Figura 15.26 Circuito *R-L* em série.

e

$$I = \frac{E}{Z_T} \tag{15.5}$$

A tensão em cada elemento pode, então, ser determinada aplicando novamente a lei de Ohm:

$$\mathbf{V}_1 = \mathbf{I}\mathbf{Z}_1 \tag{15.6a}$$

$$\mathbf{V}_2 = \mathbf{I}\mathbf{Z}_2 \tag{15.6b}$$

A lei de Kirchhoff para tensões pode, então, ser aplicada da mesma maneira que para circuitos CC. Entretanto, tenha em mente que agora estamos lidando com grandezas que possuem um módulo e uma fase. Assim, temos:

$$\mathbf{E} - \mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_2 = 0$$

ou

$$\mathbf{E} = \mathbf{V}_1 + \mathbf{V}_2 \tag{15.7}$$

A potência fornecida ao circuito pode ser obtida por:

$$P = EI \cos \theta_T \tag{15.8}$$

onde θ_T é a diferença de fase entre **E** e **I**.

Agora que fomos introduzidos a uma abordagem geral, a mais simples das configurações em série será analisada em detalhes para enfatizar as semelhanças com a análise de circuitos CC. Em muitos dos circuitos a serem considerados, usaremos com frequência os números complexos $3 + j4 = 5 \angle 53{,}13°$ e $4 + j3 = 5 \angle 36{,}87°$ para assegurar que a análise seja a mais clara possível e o estudante não se perca em complexidades numéricas. É claro que os problemas no final do capítulo farão com que o estudante adquira farta experiência com quaisquer valores.

R-L

Observe a Figura 15.26.

Notação fasorial

$$e = 141{,}4 \text{ sen } \omega t \Rightarrow \mathbf{E} = 100 \text{ V} \angle 0°$$

Observe a Figura 15.27.

$\mathbf{Z}_T$

$$\mathbf{Z}_T = \mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2 = 3\ \Omega \angle 0° + 4\ \Omega \angle 90° = 3\ \Omega + j\,4\ \Omega$$

e

$$\mathbf{Z}_T = \mathbf{5\ \Omega \angle 53{,}13°}$$

Diagrama de impedâncias: Veja a Figura 15.28.

I

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{Z}_T} = \frac{100\text{ V}\angle 0°}{5\ \Omega\angle 53{,}13°} = 20\text{ A}\angle -53{,}13°$$

$\mathbf{V}_R$ **e** $\mathbf{V}_L$

Lei de Ohm:

$$\mathbf{V}_R = \mathbf{I}\mathbf{Z}_R = (20\text{ A} \angle -53{,}13°)\,(3\ \Omega \angle 0°)$$
$$= \mathbf{60\ V \angle -53{,}13°}$$

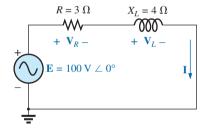



Figura 15.27 Aplicação da notação fasorial ao circuito da Figura 15.26.

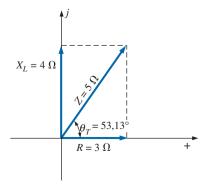



Figura 15.28 Diagrama de impedâncias para o circuito *R-L* em série da Figura 15.26.

$$\mathbf{V}_L = \mathbf{I}\mathbf{Z}_L = (20 \text{ A} \angle -53{,}13°)(4\ \Omega \angle 90°)$$
$$= \mathbf{80\ V \angle 36{,}87°}$$

Lei de Kirchhoff para tensões:

$$\Sigma_{\circlearrowright} \mathbf{V} = \mathbf{E} - \mathbf{V}_R - \mathbf{V}_L = 0$$

ou

$$\mathbf{E} = \mathbf{V}_R + \mathbf{V}_L$$

Na forma retangular,

$$\mathbf{V}_R = 60 \text{ V} \angle -53{,}13° = 36 \text{ V} - j\,48 \text{ V}$$
$$\mathbf{V}_L = 80 \text{ V} \angle +36{,}87° = 64 \text{ V} + j\,48 \text{ V}$$

e

$$\mathbf{E} = \mathbf{V}_R + \mathbf{V}_L = (36 \text{ V} - j\,48 \text{ V}) + (64 \text{ V} + j\,48 \text{ V})$$
$$= 100 \text{ V} + j\,0 = 100 \text{ V} \angle 0°$$

como seria de se esperar.

Diagrama de fasores: Note que no diagrama de fasores apresentado na Figura 15.29, **I** está em fase com a tensão no resistor e atrasada 90° em relação à tensão no indutor.

Potência: A potência total em watts fornecida ao circuito é:

$$P_T = EI \cos \theta_T$$
$$= (100 \text{ V})(20 \text{ A}) \cos 53{,}13° = (2.000 \text{ W})(0{,}6)$$
$$= \mathbf{1.200\ W}$$

onde E e I são valores efetivos e θ_T é a diferença de fase entre E e I, ou:

$$P_T = I^2R$$
$$= (20 \text{ A})^2(3\ \Omega) = (400)(3)$$
$$= \mathbf{1.200\ W}$$

onde I é o valor efetivo, ou, finalmente,

$$P_T = P_R + P_L = V_R\, I \cos \theta_R + V_L\, I \cos \theta_L$$

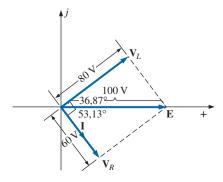



Figura 15.29 Diagrama de fasores para o circuito *R-L* em série da Figura 15.26.

$$= (60 \text{ V})(20 \text{ A}) \cos 0° + (80 \text{ V})(20 \text{ A}) \cos 90°$$
$$= 1.200 \text{ W} + 0$$
$$= \mathbf{1.200\ W}$$

onde θ_R é a diferença de fase entre $\mathbf{V}_R$ e **I**, e θ_L é a diferença de fase entre $\mathbf{V}_L$ e **I**.

Fator de potência: O fator de potência F_p do circuito é cos 53,13° = ***0,6 atrasado***, onde 53,13° é a diferença de fase entre **E** e **I**.

Se escrevermos a equação básica para a potência $P = EI \cos \theta$ como

$$\cos \theta = \frac{P}{EI}$$

onde E e I são os valores de entrada e P é a potência fornecida ao circuito, e efetuarmos as substituições abaixo para um circuito CA em série

$$\cos \theta = \frac{P}{EI} = \frac{I^2R}{EI} = \frac{IR}{E} = \frac{R}{E/I} = \frac{R}{Z_T}$$

encontramos:

$$F_P = \cos \theta_T = \frac{R}{Z_T} \qquad (15.9)$$

A Figura 15.28 também indica que θ é o ângulo associado à impedância θ_T, conforme aparece na Equação 15.9, o que mostra mais uma vez que, nos circuitos de corrente alternada em série, a fase da impedância (θ_T) é igual à diferença de fase entre a tensão e a corrente de entrada. Para determinar o fator de potência, é necessário apenas calcular a razão entre a resistência total e o módulo da impedância de entrada. No caso em questão,

$$F_P = \cos \theta = \frac{R}{Z_T} = \frac{3\ \Omega}{5\ \Omega} = 0{,}6 \text{ atrasado}$$

como tínhamos calculado anteriormente.

R-C

Observe a Figura 15.30.

Notação fasorial

$$i = 7{,}07 \text{ sen}(\omega t + 53{,}13°) \Rightarrow \mathbf{I} = 5 \text{ A} \angle 53{,}13°$$

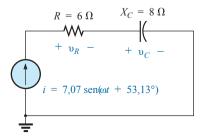



Figura 15.30 Circuito de corrente alternada *R-C* em série.

Observe a Figura 15.31.

$\mathbf{Z}_T$

$$\mathbf{Z}_T = \mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2 = 6\ \Omega \angle 0° + 8\ \Omega \angle -90° = 6\ \Omega - j\ 8\ \Omega$$

e
$$\mathbf{Z}_T = 10\ \Omega \angle -53{,}13°$$

Diagrama de impedâncias: Conforme mostra a Figura 15.32.

E

$$\mathbf{E} = \mathbf{I}\mathbf{Z}_T = (5\ \text{A} \angle 53{,}13°)\ (10\ \Omega \angle -53{,}13°) = \mathbf{50\ V \angle 0°}$$

V_R e V_C

$$\mathbf{V}_R = \mathbf{I}\mathbf{Z}_R = (I \angle \theta)\ (R \angle 0°) = (5\ \text{A} \angle 53{,}13°)\ (6\ \Omega \angle 0°) = \mathbf{30\ V \angle 53{,}13°}$$

$$\mathbf{V}_C = \mathbf{I}\mathbf{Z}_C = (I \angle \theta)\ (X_C \angle -90°) = (5\ \text{A} \angle 53{,}13°)\ (8\ \Omega \angle -90°) = \mathbf{40\ V \angle -36{,}87°}$$

Lei de Kirchhoff para tensões:

$$\Sigma_{\circlearrowright}\ \mathbf{V} = \mathbf{E} - \mathbf{V}_R - \mathbf{V}_C = 0$$

ou
$$\mathbf{E} = \mathbf{V}_R + \mathbf{V}_C$$

uma expressão que pode ser verificada por meio da álgebra vetorial, conforme demonstrado no caso do circuito *R-L*.

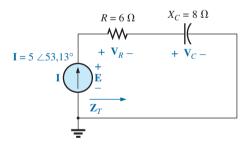



Figura 15.31 Aplicação da notação fasorial ao circuito da Figura 15.30.

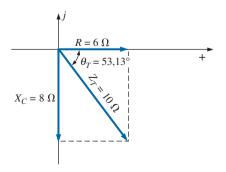



Figura 15.32 Diagrama de impedâncias para o circuito *R-C* em série da Figura 15.30.

Diagrama de fasores: Observe, no diagrama de fasores mostrado na Figura 15.33, que a corrente **I** está em fase com a tensão no resistor e adiantada 90° em relação à tensão no capacitor.

Domínio do tempo: Nesse domínio,

$$e = \sqrt{2}(50)\ \text{sen}\ \omega t = \mathbf{70{,}70\ sen\ \omega t}$$
$$\upsilon_R = \sqrt{2}(30)\ \text{sen}\ (\omega t + 53{,}13°) = \mathbf{42{,}42\ sen\ (\omega t + 53{,}13°)}$$
$$\upsilon_C = \sqrt{2}(40)\ \text{sen}\ (\omega t + 36{,}87°) = \mathbf{56{,}56\ sen\ (\omega t + 36{,}87°)}$$

As curvas para todas as tensões e para a corrente nesse circuito são vistas na Figura 15.34. Observe novamente que i e υ_R estão em fase, e que υ_C está atrasada 90° em relação a i.

Potência: A potência total em watts fornecida ao circuito é

$$P_T = EI \cos \theta_T = (50\ \text{V})\ (5\ \text{A}) \cos 53{,}13° = (250)\ (0{,}6) = \mathbf{150\ W}$$

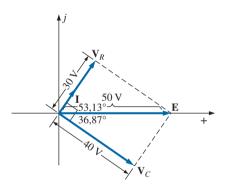



Figura 15.33 Diagrama de fasores para o circuito *R-C* em série da Figura 15.30.

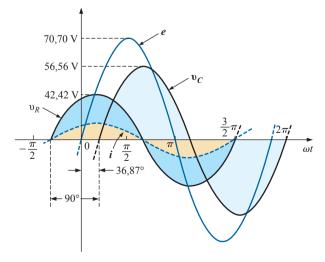



Figura 15.34 Formas de onda para o circuito *R-C* em série da Figura 15.30.

ou $$P_T = I^2R = (5\text{ A})^2\,(6\ \Omega) = (25)\,(6) = \mathbf{150\ W}$$

ou, finalmente:

$$\begin{aligned} P_T &= P_R + P_C = V_R I \cos\theta_R + V_C I \cos\theta_C \\ &= (30\text{ V})\,(5\text{ A})\cos 0° + (40\text{ V})\,(5\text{ A})\cos 90° \\ &= 150\text{ W} + 0 \\ &= \mathbf{150\ W} \end{aligned}$$

Fator de potência: O fator de potência desse circuito é:

$$F_p = \cos\theta = \cos 53{,}13° = \mathbf{0{,}6\ adiantado}$$

Usando a Equação 15.9, obtemos:

$$F_P = \cos\theta = \frac{R}{Z_T} = \frac{6\ \Omega}{10\ \Omega}$$

conforme determinado anteriormente.

R-L-C

Observe a Figura 15.35.

Notação fasorial. Conforme ilustra a Figura 15.36.

$\mathbf{Z}_T$

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}_T = \mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_3 &= R \angle 0° + X_L \angle 90° + X_C \angle -90° \\ &= 3\ \Omega + j\,7\ \Omega - j\,3\ \Omega = 3\ \Omega + j\,4\ \Omega \end{aligned}$$

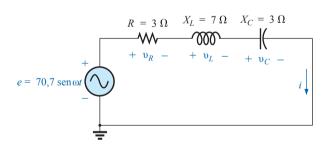



Figura 15.35 Circuito de corrente alternada *R-L-C* em série.

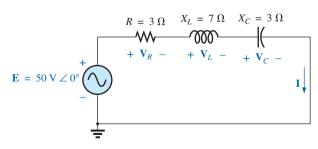



Figura 15.36 Aplicação da notação fasorial ao circuito da Figura 15.35.

e $$\mathbf{Z_T = 5\Omega \angle 53{,}13°}$$

Diagrama de impedâncias: Veja a Figura 15.37.

I

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{Z}_T} = \frac{50\text{ V}\angle 0°}{5\ \Omega\angle 53{,}13°} = \mathbf{10\ A\ \angle{-53{,}13°}}$$

$\mathbf{V}_R$, $\mathbf{V}_L$ e $\mathbf{V}_C$

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_R = \mathbf{I}\mathbf{Z}_R &= (\text{I} \angle \theta)\,(R \angle 0°) \\ &= (10\text{ A} \angle -53{,}13°)\,(3\ \Omega \angle 0°) \\ &= \mathbf{30\ V \angle -53{,}13°} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_L = \mathbf{I}\mathbf{Z}_L &= (\text{I} \angle \theta)\,(X_L \angle 90°) \\ &= (10\text{ A} \angle -53{,}13°)\,(7\ \Omega \angle 90°) \\ &= \mathbf{70\ V \angle 36{,}87°} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_C = \mathbf{I}\mathbf{Z}_C &= (I \angle \theta)\,(X_C \angle -90°) \\ &= (10\text{ A} \angle -53{,}13°)\,(3\ \Omega - 90°) \\ &= \mathbf{30\ V \angle -143{,}13°} \end{aligned}$$

Lei de Kirchhoff para tensões:

$$\Sigma_{\circlearrowright}\, \mathbf{V} = \mathbf{E} - \mathbf{V}_R - \mathbf{V}_L - \mathbf{V}_C = 0$$

ou $$\mathbf{E} = \mathbf{V}_R + \mathbf{V}_L + \mathbf{V}_C$$

um resultado que também pode ser obtido usando a álgebra vetorial.

Diagrama de fasores: O diagrama de fasores, visto na Figura 15.38, indica que a corrente **I** está em fase com a tensão no resistor, atrasada 90° em relação

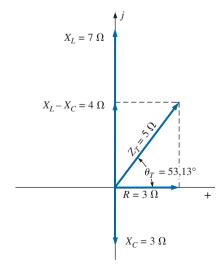



Figura 15.37 Diagrama de impedância para o circuito *R-L-C* em série da Figura 15.35.

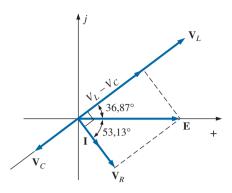



Figura 15.38 Diagrama de fasores para o circuito *R-L-C* em série da Figura 15.35.

à tensão no indutor e adiantada 90° em relação à tensão no capacitor.

Domínio do tempo:

$$i = \sqrt{2}(10)\text{ sen }(\omega t - 53{,}13°) = 14{,}14\text{ sen }(\omega t - 53{,}13°)$$
$$\upsilon_R = \sqrt{2}(30)\text{ sen }(\omega t - 53{,}13°) = 42{,}42\text{ sen }(\omega t - 53{,}13°)$$
$$\upsilon_L = \sqrt{2}(70)\text{ sen }(\omega t - 36{,}87°) = 98{,}98\text{ sen }(\omega t - 36{,}87°)$$
$$\upsilon_C = \sqrt{2}(30)\text{ sen }(\omega t - 143{,}13°) = 42{,}42\text{ sen }(\omega t - 143{,}13°)$$

Um gráfico contendo todas as tensões e correntes desse circuito aparece na Figura 15.39.

Potência: A potência total em watts fornecida ao circuito é:

$$P_T = EI\cos\theta_T = (50\text{ V})(10\text{ A})\cos 53{,}13° = (500)(0{,}6) = \mathbf{300\ W}$$

ou $P_T = I^2R = (10\text{ A})^2(3\ \Omega) = (100)(3) = \mathbf{300\ W}$

ou
$$P_T = P_R + P_L + P_C = V_R I\cos\theta_R + V_L I\cos\theta_L + V_C I\cos\theta_C$$
$$= (30\text{ V})(10\text{ A})\cos 0° + (70\text{ V})(10\text{ A})\cos 90° + (30\text{ V})(10\text{ A})\cos 90°$$
$$= (30\text{ V})(10\text{ A}) + 0 + 0 = \mathbf{300\ W}$$

Fator de potência: O fator de potência desse circuito é

$$F_p = \cos\theta_T = \cos 53{,}13° = \mathbf{0{,}6\ atrasado}$$

Usando a Equação 15.9, obtemos:

$$F_P = \cos\theta = \frac{R}{Z_T} = \frac{3\ \Omega}{5\ \Omega} = 0{,}6\text{ atrasado}$$

15.4 REGRA DOS DIVISORES DE TENSÃO

O formato básico da **regra dos divisores de tensão** para circuitos de corrente alternada tem exatamente o mesmo formato daquela que é usada nos circuitos de corrente contínua:

$$\mathbf{V}_x = \frac{\mathbf{Z}_x\mathbf{E}}{\mathbf{Z}_T} \qquad (15.10)$$

onde $\boldsymbol{V_x}$ é a tensão em um ou mais elementos em série com uma impedância total $\boldsymbol{Z_x}$, **E** é a tensão total aplicada ao circuito em série e $\boldsymbol{Z_T}$ é a impedância total do circuito em série.

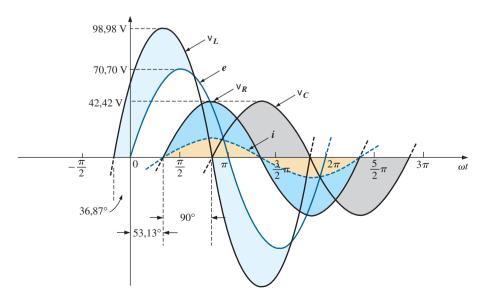



Figura 15.39 Formas de onda para o circuito *R-L-C* em série da Figura 15.35.

EXEMPLO 15.9

Usando a regra dos divisores de tensão, calcule a tensão em cada elemento do circuito visto na Figura 15.40.

Solução:

$$\mathbf{V}_C = \frac{\mathbf{Z}_C\mathbf{E}}{\mathbf{Z}_C + \mathbf{Z}_R} = \frac{(4\ \Omega\angle -90°)(100\ \text{V}\angle 0°)}{4\ \Omega\angle -90° + 3\ \Omega\angle 0°} = \frac{400\angle -90°}{3 - j4}$$

$$= \frac{400\angle -90°}{5\angle -53{,}13°} = \mathbf{80\ V\ \angle{-36{,}84°}}$$

$$\mathbf{V}_R = \frac{\mathbf{Z}_R\mathbf{E}}{\mathbf{Z}_C + \mathbf{Z}_R} = \frac{(3\ \Omega\angle 0°)(100\ \text{V}\angle 0°)}{5\ \Omega\angle -53{,}13°} = \frac{300\angle 0°}{5\angle -53{,}13°}$$

$$= \mathbf{60\ V\ \angle{+53{,}13°}}$$

EXEMPLO 15.10

Usando a regra dos divisores de tensão, calcule as tensões desconhecidas $\mathbf{V}_R$, $\mathbf{V}_L$, $\mathbf{V}_C$ e $\mathbf{V}_1$ no circuito mostrado na Figura 15.41.

Solução:

$$\mathbf{V}_R = \frac{\mathbf{Z}_R\mathbf{E}}{\mathbf{Z}_R + \mathbf{Z}_L + \mathbf{Z}_C} = \frac{(6\ \Omega\angle 0°)(50\ \text{V}\angle 30°)}{6\ \Omega\angle 0° + 9\ \Omega\angle 90° + 17\ \Omega\angle -90°}$$

$$= \frac{300\angle 30°}{6 + j9 - j17} = \frac{300\angle 30°}{6 - j8} = \frac{300\angle 30°}{10\angle -53{,}13°}$$

$$= \mathbf{30\ V\ \angle 83{,}13°}$$

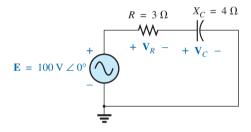



Figura 15.40 Exemplo 15.9.

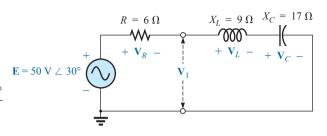



Figura 15.41 Exemplo 15.10.

Calculadora. O cálculo anterior proporciona uma excelente oportunidade para demonstrar as possibilidades das calculadoras atuais. Utilizando a notação da calculadora TI-89, a sequência de etapas para calcular $\mathbf{V}_R$ pode ser vista na Figura 15.42.

$$\mathbf{V}_L = \frac{\mathbf{Z}_L\mathbf{E}}{\mathbf{Z}_T} = \frac{(9\ \Omega\angle 90°)(50\ \text{V}\angle 30°)}{10\ \Omega\angle -53{,}13°} = \frac{450\ \text{V}\angle 120°}{10\angle -53{,}13°}$$

$$= \mathbf{45\ V\ \angle 173{,}13°}$$

$$\mathbf{V}_C = \frac{\mathbf{Z}_C\mathbf{E}}{\mathbf{Z}_T} = \frac{(17\ \Omega\angle -90°)(50\ \text{V}\angle 30°)}{10\ \Omega\angle -53{,}13°} = \frac{850\ \text{V}\angle -60°}{10\angle -53°}$$

$$= \mathbf{85\ V\ \angle{-6{,}87°}}$$

$$\mathbf{V}_1 = \frac{(\mathbf{Z}_L + \mathbf{Z}_C)\mathbf{E}}{\mathbf{Z}_T} = \frac{(9\ \Omega\angle 90° + 17\ \Omega\angle -90°)(50\ \text{V}\angle 30°)}{10\ \Omega\angle -53{,}13°}$$

$$= \frac{(8\angle -90°)(50\angle 30°)}{10\angle -53{,}13°} = \frac{400\angle -60°}{10\angle -53{,}13°}$$

$$= \mathbf{85\ V\ \angle{-6{,}87°}}$$

EXEMPLO 15.11

No caso do circuito visto na Figura 15.43:

a) Calcule $\mathbf{I}$, $\mathbf{V}_R$, $\mathbf{V}_L$ e $\mathbf{V}_C$ em forma fasorial.

Figura 15.42 Uso da calculadora TI-89 para determinar V_R no Exemplo 15.10.

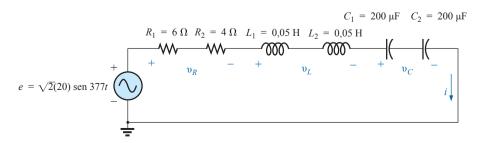



Figura 15.43 Exemplo 15.11.

b) Obtenha o fator do potencial total.
c) Calcule a potência média fornecida ao circuito.
d) Construa o diagrama de fasores.
e) Determine a soma fasorial de $\mathbf{V}_R$, $\mathbf{V}_L$ e $\mathbf{V}_C$ e mostre que ela é igual à tensão de entrada **E**.
f) Calcule $\mathbf{V}_R$ e $\mathbf{V}_C$ usando a regra dos divisores de tensão.

Soluções:

a) Combinando os elementos comuns e calculando as reatâncias do indutor e do capacitor, obtemos:

$$R_T = 6\ \Omega + 4\ \Omega = 10\ \Omega$$
$$L_T = 0{,}05\ \text{H} + 0{,}05\ \text{H} = 0{,}1\ \text{H}$$
$$C_T = \frac{200\ \mu\text{F}}{2} = 100\ \mu\text{F}$$
$$X_L = \omega L = (377\ \text{rad/s})\ (0{,}1\ \text{H}) = 37{,}70\ \Omega$$
$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{(377\ \text{rad/s})(100\times10^{-6}\ \text{F})} = \frac{10^6\ \Omega}{37.700} = 26{,}53\ \Omega$$

Redesenhando o circuito e usando a notação fasorial, obtemos o circuito visto na Figura 15.44.
Para o circuito da Figura 15.44,

$$\begin{aligned}\mathbf{Z}_T &= R\ \angle\ 0° + X_L\ \angle\ 90° + X_C\ \angle -90°\\ &= 10\ \Omega + j\ 37{,}70\ \Omega - j\ 26{,}53\ \Omega\\ &= 10\ \Omega + j\ 11{,}17\ \Omega = \mathbf{15\ \Omega\ \angle\ 48{,}16°}\end{aligned}$$

A corrente **I** é

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{Z}_T} = \frac{20\ \text{V}\angle 0°}{15\ \Omega\angle 48{,}16°} = \mathbf{1{,}33\ A\ \angle -48{,}16°}$$

As tensões no resistor, no indutor e no capacitor podem ser calculadas usando a lei de Ohm:

$$\begin{aligned}\mathbf{V}_R &= \mathbf{I}\mathbf{Z}_L = (I\ \angle\ \theta)\ (R\ \angle\ 0°)\\ &= (1{,}33\ \text{A}\ \angle -48{,}16°)\ (10\ \Omega\ \angle\ 0°)\\ &= \mathbf{13{,}30\ V\ \angle -48{,}16°}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{V}_L &= \mathbf{I}\mathbf{Z}_L = (I\ \angle\ \theta)\ (X_L\ \angle\ 90°)\\ &= (1{,}33\ \text{A}\ \angle -48{,}16°)\ (37{,}70\ \Omega\ \angle\ 90°)\\ &= \mathbf{50{,}14\ V\ \angle\ 41{,}84°}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{V}_C &= \mathbf{I}\mathbf{Z}_C = (I\angle\theta)(X_C\angle -90°)\\ &= (1{,}33\ \text{A}\ \angle -48.16°)(26{,}53\Omega\ \angle -90°)\\ &= \mathbf{35{,}28\ V\ \angle -138{,}16°}\end{aligned}$$

b) O fator de potência total, que é determinado pelo ângulo entre a tensão aplicada **E** e a corrente resultante **I**, é 48,16°:

$$F_p = \cos\theta = \cos 48{,}16° = \mathbf{0{,}667\ atrasado}$$

ou $$F_P = \cos\theta = \frac{R}{Z_T} = \frac{10\ \Omega}{15\ \Omega} = 0{,}667\ \text{atrasado}$$

c) A potência total em watts fornecida ao circuito é

$$P_T = EI\cos\theta = (20\ \text{V})(1{,}33\ \text{A})(0{,}667) = \mathbf{17{,}74\ W}$$

d) O diagrama de fasores aparece na Figura 15.45.
e) A soma fasorial de $\mathbf{V}_R$, $\mathbf{V}_L$ e $\mathbf{V}_C$ é:

$$\begin{aligned}\mathbf{E} &= \mathbf{V}_R + \mathbf{V}_L + \mathbf{V}_C\\ &= 13{,}30\ \text{V}\ \angle 48{,}16° + 50{,}14\ \text{V}\ \angle 41{,}84° +\\ &\quad 35{,}28\ \text{V}\ \angle -138{,}16°\\ \mathbf{E} &= 13{,}30\ \text{V}\ \angle 48{,}16° + 14{,}86\ \text{V}\ \angle 41{,}84°\end{aligned}$$

Portanto,

$$E = \sqrt{(13{,}30\ \text{V})^2 + (14{,}86\ \text{V})^2} = \mathbf{20\ V}$$

e $\theta_E = \mathbf{0°}$ (do diagrama de fasores)

e $\mathbf{E} = 20\ \angle 0°$

f) $$\mathbf{V}_R = \frac{\mathbf{Z}_R\mathbf{E}}{\mathbf{Z}_T} = \frac{(10\ \Omega\angle 0°)(20\ \text{V}\angle 0°)}{15\ \Omega\angle 48{,}16°} = \frac{200\ \text{V}\angle 0°}{15\angle 48{,}16°} = \mathbf{13{,}3\ V\ \angle -48{,}16°}$$

$$\mathbf{V}_C = \frac{\mathbf{Z}_C\mathbf{E}}{\mathbf{Z}_T} = \frac{(26{,}5\ \Omega\angle -90°)(20\ \text{V}\angle 0°)}{15\ \Omega\angle 48{,}16°} = \frac{530{,}6\ \text{V} - 90°}{15\angle 48{,}16°} = \mathbf{35{,}37\ V\ \angle -138{,}16°}$$

Figura 15.44 Aplicação da notação fasorial ao circuito da Figura 15.43.

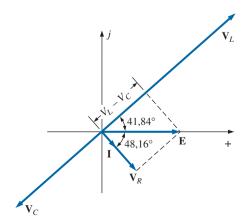



Figura 15.45 Aplicação de fasores para o circuito visto na Figura 15.43.

15.5 RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DE CIRCUITOS DE CORRENTE ALTERNADA EM SÉRIE

Até aqui, a análise foi limitada a uma frequência específica, resultando em um valor fixo para a reatância de um indutor ou de um capacitor. Examinaremos agora os efeitos da mudança de frequência sobre a resposta de um circuito em série. Consideramos elementos ideais em toda a discussão, de modo que a resposta de cada elemento aparecerá como na Figura 15.46. Cada resposta na Figura 15.46 foi discutida em detalhes no Capítulo 14.

Ao considerar os elementos em série, lembre-se de que a impedância total é a soma dos elementos individuais e que a reatância de um indutor está em oposição direta à de um capacitor. Para a Figura 15.46, primeiro tomamos ciência de que a resistência permanecerá fixa para toda a faixa de frequências: ela sempre estará lá, porém, mais importante do que isso, seu módulo não mudará. O indutor, por outro lado, oferecerá níveis crescentes de impedância à medida que a frequência aumentar, enquanto o capacitor oferecerá níveis de impedância menores.

Também sabemos, pelo Capítulo 14, que o indutor possui uma equivalência de curto-circuito a $f = 0$ Hz ou em frequências muito baixas, enquanto o capacitor é quase um circuito aberto para a mesma faixa de frequências. Para frequências muito altas, o capacitor se aproxima da equivalência ao curto-circuito, enquanto o indutor se torna mais semelhante a um circuito aberto.

Em geral, portanto, se encontrarmos um circuito *R-L-C* em frequências muito baixas, podemos considerar que o capacitor, com sua impedância muito alta, será o fator predominante. Se o circuito for apenas um circuito *R-L* em série, a impedância poderá ser determinada principalmente pelo elemento resistivo, pois a reatância do indutor é muito pequena. À medida que a frequência aumenta, a reatância do indutor aumenta até o ponto em que ela supera totalmente a impedância do resistor. Para uma combinação *R-L-C*, quando a frequência aumenta, a reatância do capacitor começa a se aproximar de uma equivalência ao curto-circuito, e a impedância total será determinada principalmente pelo elemento indutivo. Em frequências muito altas, para um circuito *R-C* em série, a impedância total por fim se aproxima à do resistor, pois a impedância do capacitor cai muito rapidamente.

Em geral, portanto,

ao encontrar um circuito CA em série de qualquer combinação de elementos, sempre use a resposta idealizada de cada elemento para ter ideia de como o circuito responderá com as mudanças de frequência.

Quando você tiver uma ideia lógica e geral de qual será a resposta, poderá se concentrar no desenvolvimento dos detalhes.

Circuito CA *R-C* em série

Como exemplo do estabelecimento da resposta em frequência de um circuito, considere o circuito *R-C* em série que aparece na Figura 15.47. Como vemos ao lado da fonte, a faixa de frequência de interesse está entre 0 e 20 kHz. Muitos detalhes são fornecidos para essa combinação específica, de modo que a obtenção da resposta de uma combinação *R-L* ou *R-L-C* em série será muito simples.

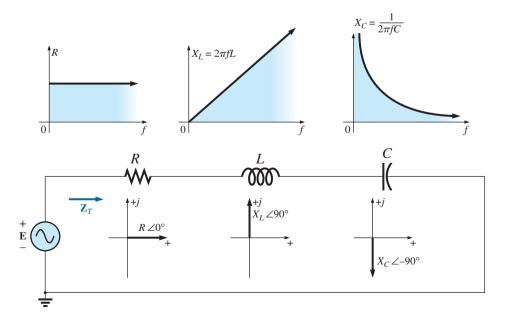



Figura 15.46 Revisão da resposta em frequência dos elementos básicos.

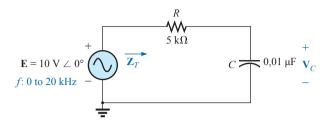



Figura 15.47 Determinação da resposta em frequência de um circuito *R-C* em série.

Como a resistência permanece fixa em 5 kΩ por toda a faixa de frequência e a impedância total é a soma das impedâncias, fica claro que a menor impedância possível é 5 kΩ. Porém, a impedância mais alta depende do elemento capacitivo, pois sua impedância em frequências muito baixas é extremamente alta. Em frequências muito baixas, podemos concluir, sem um único cálculo, que a impedância total é determinada principalmente pela impedância do capacitor. Nas frequências mais altas, podemos considerar que a reatância do capacitor caiu para níveis tão baixos que a impedância da combinação será próxima à da resistência.

A frequência em que a reatância do capacitor cai para o valor da reatância do resistor pode ser determinada definindo a reatância do capacitor como igual à do resistor, da seguinte forma:

$$X_C = \frac{1}{2\pi f_1 C} = R$$

Resolvendo para a frequência, obtemos:

$$f_1 = \frac{1}{2\pi RC} \qquad (15.11)$$

Esse ponto significativo aparece nos gráficos de frequência da Figura 15.48. Substituindo os valores, descobrimos que essa igualdade ocorre em:

$$f_1 = \frac{1}{2\pi RC} = \frac{1}{2\pi(5\text{ k}\Omega)(0{,}01\,\mu\text{F})} \cong 3{,}18\text{ kHz}$$

Sabemos que, para as frequências maiores que f_1, $R > X_C$, e que, para as frequências menores que f_1, $X_C > R$, como mostra a Figura 15.48.

Agora, vejamos os detalhes. A impedância total é determinada pela seguinte equação:

$$\mathbf{Z}_T = R - jX_C$$

e

$$\mathbf{Z}_T = Z_T\angle\theta_T = \sqrt{R^2 + X_C^2}\angle -\text{tg}^{-1}\frac{X_C}{R} \qquad (15.12)$$

O módulo e a fase da impedância total agora podem ser determinados para qualquer frequência de interesse substituindo X_C e R por seus valores na Equação 15.12. A presença do capacitor sugere que comecemos com uma frequência baixa (100 Hz) e aumentemos gradativamente o seu valor até atingirmos o limite superior da faixa de interesse (20 kHz).

***f* = 100 Hz**

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2\pi(100\text{ Hz})(0{,}01\,\mu\text{F})} = 159{,}16\text{ k}\Omega$$

e $$Z_T = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{(5\text{ k}\Omega)^2 + (159{,}16\text{ k}\Omega)^2} = 159{,}24\text{ k}\Omega$$

com $$\theta_T = -\text{tg}^{-1}\frac{X_C}{R} = -\text{tg}^{-1}\frac{159{,}15\text{ k}\Omega}{5\text{ k}\Omega} = -\text{tg}^{-1}31{,}83 = -88{,}2°$$

e $$\mathbf{Z_T = 159{,}24\text{k}\Omega\ \angle{-88{,}2°}}$$

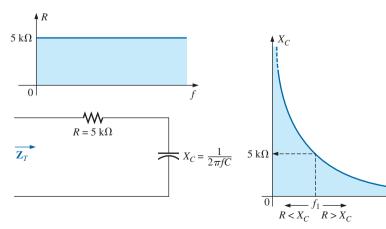



Figura 15.48 A resposta em frequência para os elementos individuais de um circuito *R-C* em série.

que é bastante próximo de $\mathbf{Z}_C$ = 159,16 kΩ ∠–90°, caso o circuito seja puramente capacitivo (R = 0Ω). A nossa suposição de que o circuito seja essencialmente capacitivo em baixas frequências está, portanto, confirmada.

***f* = 1 kHz**

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2\pi(100\text{ kHz})(0{,}01\,\mu\text{F})} = 15{,}92\text{ k}\Omega$$

e $$Z_T = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{(5\text{ k}\Omega)^2 + (15{,}92\text{ k}\Omega)^2}$$
$$= 16{,}69\text{ k}\Omega$$

com $$\theta_T = -\text{tg}^{-1}\frac{X_C}{R} = -\text{tg}^{-1}\frac{15{,}92\text{ k}\Omega}{5\text{ k}\Omega}$$
$$= -\text{tg}^{-1}3{,}18 = -72{,}54°$$

e **ZT = 16,69kΩ ∠–72,54°**

Ocorreu uma diminuição considerável no módulo, e o ângulo de fase de impedância diminui quase 17° em relação ao caso puramente capacitivo.

Prosseguindo com a variação na frequência, obtemos:

f = 5 kHz: $\mathbf{Z}_T$ = **5,93 k ∠–32,48°**

f = 10 kHz: $\mathbf{Z}_T$ = **5,25 k ∠–17,66°**

f = 15 kHz: $\mathbf{Z}_T$ = **5,11 k ∠–11,98°**

f = 20 kHz: $\mathbf{Z}_T$ = **5,06 k ∠–9,04°**

Observe que o módulo de Z_T para f = 20 kHz é quase igual ao valor da resistência, 5 kΩ. Além disso, observe que a fase se aproxima daquela associada a um circuito puramente resistivo (0°).

O gráfico de Z_T em função da frequência que vemos na Figura 15.49 concorda plenamente com as nossas suposições baseadas nas curvas da Figura 15.48. Além disso, o gráfico θ_T em função da frequência visto na Figura 15.50 sugere o fato de que a impedância total sofre uma transição de um comportamento capacitivo (θ_T = –90°) para um comportamento resistivo (θ_T = 0°).

$$\mathbf{V}_C = \frac{\mathbf{Z}_C\mathbf{E}}{\mathbf{Z}_R + \mathbf{Z}_C}$$
$$= \frac{(X_C\angle -90°)(E\angle 0°)}{R - jX_C} = \frac{X_CE\angle -90°}{R - jX_C}$$
$$= \frac{X_CE\angle -90°}{\sqrt{R^2 + X_C^2}\ \angle -\text{tg}^{-1}X_C/R}$$

ou $$\mathbf{V}_C = V_C\angle\theta_C = \frac{X_CE}{\sqrt{R^2 + X_C^2}}\ \angle -90° + \text{tg}^{-1}(X_C/R)$$

Portanto, o módulo de $\mathbf{V}_C$ é determinado por:

$$V_C = \frac{X_CE}{\sqrt{R^2 + X_C^2}} \tag{15.13}$$

e o ângulo de fase θ_C pelo qual $\mathbf{V}_C$ está adiantado em relação a **E** é dado por:

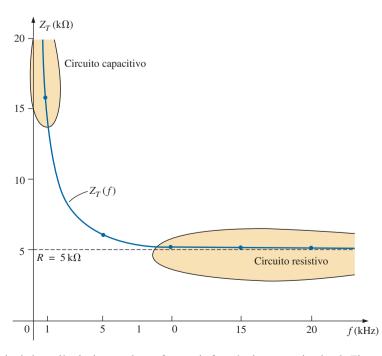



Figura 15.49 Módulo da impedância de entrada em função da frequência para o circuito da Figura 15.47.

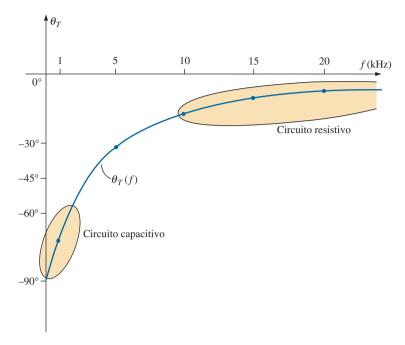



Figura 15.50 Ângulo de fase da impedância de entrada em função da frequência para o circuito da Figura 15.47.

$$\theta_C = -90° + \text{tg}^{-1}\frac{X_C}{R} = -\text{tg}^{-1}\frac{R}{X_C} \qquad (15.14)$$

Para determinar a resposta em frequência, temos que calcular X_C para cada frequência de interesse e substituir seu valor nas equações 15.13 e 15.14.

Para começar nossa análise, é interessante considerar o caso $f = 0$ Hz (regime de corrente contínua).

***f* = 0 Hz**

$$X_C = \frac{1}{2\pi(0)C} = \frac{1}{0} \Rightarrow \text{Valor muito grande}$$

Substituindo o capacitor por um circuito aberto e tendo como base os cálculos anteriores, teremos o seguinte:

$$\mathbf{V}_C = \mathbf{E} = 10 \text{ V} \angle 0°$$

Aplicando a Equação 15.13, obtemos:

$$X_C^2 >> R^2$$

e $$\sqrt{R^2 + X_C^2} \cong \sqrt{X_C^2} = X_C$$

e $$V_C = \frac{X_C E}{\sqrt{R^2 + X_C^2}} = \frac{X_C E}{X_C} = E$$

com $$\theta_C = -\text{tg}^{-1}\frac{R}{X_C} = -\text{tg}^{-1} 0 = 0°$$

o que concorda com as conclusões anteriores.

***f* = 1 kHz**

Aplicando a Equação 15.13, temos:

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{(2\pi)(1 \times 10^3 \text{ Hz})(0{,}01 \times 10^{-6} \text{ F})} \cong 15{,}92 \text{ k}\Omega$$

$$\sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{(5 \text{ k}\Omega)^2 + (15{,}92 \text{ k}\Omega)^2} \cong 16{,}69 \text{ k}\Omega$$

e $$V_C = \frac{X_C E}{\sqrt{R^2 + X_C^2}} = \frac{(15{,}92 \text{ k}\Omega)(10)}{16{,}69 \text{ k}\Omega} = \mathbf{9{,}54 \text{ V}}$$

Aplicando a Equação 15.14, temos:

$$\theta_C = -\text{tg}^{-1}\frac{R}{X_C} = -\text{tg}^{-1}\frac{5 \text{ k}\Omega}{15{,}9 \text{ k}\Omega} = -\text{tg}^{-1} 0{,}314 = \mathbf{-17{,}46°}$$

e $$\mathbf{VC = 9{,}83 \text{ V} \angle -17{,}46°}$$

Conforme esperado, a alta reatância do capacitor em baixas frequências faz com que a maior parte da tensão aplicada apareça no capacitor.

Construindo diagramas de fasores para $f = 0$ Hz e $f = 1$ kHz, como mostra a Figura 15.51, vemos que o aumento da frequência faz o fasor $\mathbf{V}_C$ girar no sentido horário, aumentando o ângulo θ_C e diminuindo o ângulo de fase entre **I** e **E**. Lembre-se de que, para um circuito puramente capacitivo, **I** está adiantado 90° em relação a **E**. Portanto, à medida que a frequência aumenta, a reatância capacitiva diminui, e, eventualmente, $R >> X_C$, com $\theta_C = -90°$, e o ângulo entre **I** e **E** se aproximará de 0°. Tenha em mente

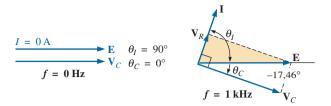



Figura 15.51 Diagramas de fasores do circuito da Figura 15.47 para f = 0 Hz e f = 1 kHz.

que θ_C é a diferença de fase entre $\mathbf{V}_C$ e **E**, e que o ângulo em que **I** está adiantada de **E** é dado por

$$|\theta_I| = 90° - |\theta_C| \tag{15.15}$$

***f* = 5 kHz**
Aplicando a Equação 15.13, temos:

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{(2\pi)(5\times10^3\text{ Hz})(0{,}01\times10^{-6}\text{ F})} \cong \mathbf{3{,}18\ k\Omega}$$

Observe a redução substancial de X_C quando a frequência passa de 1 kHz para 5 kHz. De fato, o valor de X_C agora é menor que o da resistência R do circuito, e o ângulo de fase calculado por meio de $\text{tg}^{-1}(X_C/R)$ tem de ser menor que 45°. Nesse ponto,

$$V_C = \frac{X_C E}{\sqrt{R^2 + X_C^2}} = \frac{(3{,}18\text{ k}\Omega)(10\text{ V})}{\sqrt{(5\text{ k}\Omega)^2 + (3{,}18\text{ k}\Omega)^2}} = \mathbf{5{,}37\ V}$$

com $$\theta_C = -\text{tg}^{-1}\frac{R}{X_C} = -\text{tg}^{-1}\frac{5\text{ k}\Omega}{3{,}2\text{ k}\Omega} = -\text{tg}^{-1}\,1{,}56 = \mathbf{-57{,}38°}$$

***f* = 10 kHz**

$X_C \cong \mathbf{1{,}59 k\Omega}$ $\quad V_C = \mathbf{3{,}03}$ $\quad \theta_C = \mathbf{-72{,}34°}$

***f* = 15 kHz**

$X_C \cong \mathbf{1{,}06 k\Omega}$ $\quad V_C = \mathbf{2{,}07}$ $\quad \theta_C = \mathbf{-78{,}02°}$

***f* = 20 kHz**

$X_C \cong \mathbf{795{,}78 k\Omega}$ $\quad V_C = \mathbf{1{,}57}$ $\quad \theta_C = \mathbf{-80{,}96°}$

Os diagramas de fasores para f = 5 kHz e f = 20 kHz, vistos na Figura 15.52, ilustram a rotação contínua do vetor $\mathbf{V}_C$.

Observe também, nas figuras 15.51 e 15.52, que o vetor $\mathbf{V}_R$ e a corrente **I** aumentam em módulo com a diminuição da reatância capacitiva. Finalmente, para frequências muito altas, X_C tende a zero e podemos substituir o capacitor por um curto-circuito, o que resulta em $V_C \cong$ 0 V e $\theta_C \cong -90°$, gerando o diagrama de fasores mostrado na Figura 15.53. Então, o circuito é resistivo, a diferença de fase entre **I** e **E** é finalmente zero graus e V_R e I atingem seus valores máximos.

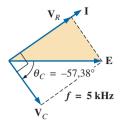
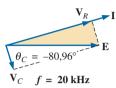



Figura 15.52 Diagramas de fasores do circuito da Figura 15.47 para f = 5 kHz e f = 20 kHz.

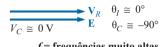



Figura 15.53 Diagrama de fasores do circuito visto na Figura 15.47 em altas frequências.

Um gráfico de V_C em função da frequência aparece na Figura 15.54. Em frequências baixas, $X_C >> R$, e V_C tem um módulo muito próximo do módulo de E. À medida que a frequência da tensão aplicada aumenta, X_C diminui em módulo juntamente com V_C, e V_R passa a ser uma fração maior da tensão aplicada. Um gráfico de θ_C em função da frequência aparece na Figura 15.55. Em frequências baixas, a diferença de fase entre $\mathbf{V}_C$ e **E** é muito pequena, pois $\mathbf{V}_C \cong \mathbf{E}$. Lembre-se de que, se dois fasores são iguais, eles devem ter o mesmo ângulo (fase). À medida que a frequência aplicada aumenta, o circuito se torna mais resistivo, e a diferença de fase entre $\mathbf{V}_C$ e **E** se aproxima de 90°. Tenha em mente que, em frequências altas, **I** e **E** tendem a ficar em fase, e o ângulo entre $\mathbf{V}_C$ e **E** se aproxima do ângulo entre $\mathbf{V}_C$ e **I**, que sabemos que tem de ser 90° ($\mathbf{I}_C$ adiantada em relação a $\mathbf{V}_C$).

Um gráfico de V_R em função da frequência mostra uma curva que, partindo de zero, se aproxima do valor E com o aumento na frequência, mas lembre-se de que $V_R \neq E - V_C$ devido à diferença de fase dos vetores. A diferença de fase entre **I** e **E** pode ser plotada diretamente a partir da Figura 15.55, usando a Equação 15.15.

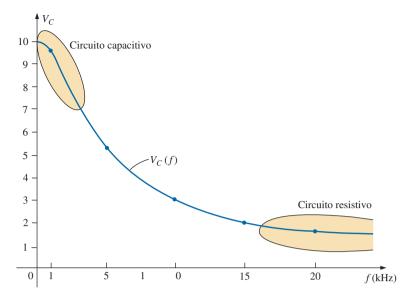



Figura 15.54 Módulo da tensão $\mathbf{V}_C$ em função da frequência para o circuito visto na Figura 15.47.

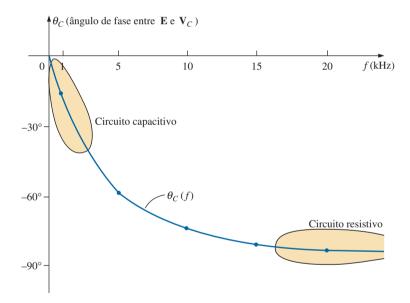



Figura 15.55 Diferença de fase entre **E** e $\mathbf{V}_C$ em função da frequência para o circuito visto na Figura 15.47.

No Capítulo 21, a análise dessa seção será estendida a uma faixa de frequência muito maior, utilizando uma escala logarítmica para frequências. Será demonstrado que um circuito *R-C* como o que aparece na Figura 15.47 pode ser usado como filtro, de maneira a selecionar as frequências que terão maior impacto no estágio seguinte do circuito. A partir da análise feita aqui, é óbvio que qualquer circuito ligado aos terminais de um capacitor recebe um sinal de entrada de maior amplitude em frequências baixas, e é 'curto-circuitado' em frequências muito altas.

A análise de um circuito *R-L* é muito semelhante à que acabamos de realizar, exceto pelo fato de que X_L e V_L aumentam com a frequência e o ângulo entre **I** e **E** tende a 90° (tensão adiantada em relação à corrente) em vez de 0°. Se fizermos um gráfico de $\mathbf{V}_L$, em função da frequência, veremos que, à medida que a frequência aumenta, $\mathbf{V}_L$ se aproxima de **E**, conforme demonstramos no Exemplo 15.12, e X_L finalmente atinge valores que tornam apropriada a substituição do indutor por um circuito aberto.

EXEMPLO 15.12

Para o circuito *R-L* em série, visto na Figura 15.56:

a) Determine a frequência em que $X_L = R$.
b) Desenvolva uma imagem mental da mudança na impedância total em função da frequência sem realizar quaisquer cálculos.

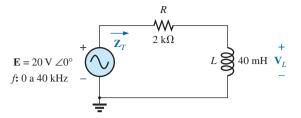



Figura 15.56 Circuito para o Exemplo 15.12.

c) Determine a impedância total em f = 100 Hz e 40 kHz, comparando suas respostas com as suposições do item (b).
d) Desenhe a curva de V_L em função da frequência.
e) Determine a diferença de fase da impedância total em f = 40 kHz. O circuito pode ser considerado indutivo nessa frequência? Por quê?

Soluções:

a) $X_L = 2\pi f_1 L = R$

e $$f_1 = \frac{R}{2\pi L} = \frac{2\text{ k}\Omega}{2\pi(40\text{ mH})} = 7957{,}7\text{ Hz}$$

b) Em baixas frequências, $R > X_L$, e a impedância será muito próxima daquela do resistor, ou 2 kΩ. Com o aumento da frequência, X_L aumenta até um ponto em que esse é o fator predominante. O resultado é que a curva começa quase horizontalmente em 2 kΩ e depois aumenta linearmente para níveis muito altos.

c) $$Z_T = R + jX_L = Z_T\angle\theta_T = \sqrt{R^2 + X_L^2}\angle \text{tg}^{-1}\frac{X_L}{R}$$

Em f = 100 Hz:

$$X_L = 2\pi fL = 2\pi(100\text{Hz})(40\text{ mH}) = 25{,}13\Omega$$

e $$Z_T = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{(2\text{ k}\Omega)^2 + (25{,}13\ \Omega)^2}$$
$$= 2000{,}16\ \Omega \cong R$$

Em f = 40 kHz:

$$X_L = 2\pi fL = 2\pi(40\text{ kHz})(40\text{ mH})\ 25{,}13\ \Omega$$

e $$Z_T = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{(2\text{ k}\Omega)^2 + (10{,}05\text{ k}\Omega)^2}$$
$$= 10{,}25\text{ k}\Omega \cong X_L$$

Os dois cálculos confirmam as conclusões do item (b).

d) Aplicando a regra dos divisores de tensão, temos

$$\mathbf{V}_L = \frac{\mathbf{Z}_L\mathbf{E}}{\mathbf{Z}_T}$$

Pelo que vimos no item (c), sabemos que, em 100 Hz, $Z_T \cong R$, de modo que $V_R \cong 20$ V e $V_L \cong 0$ V. O item (c) revelou que, em 40 kHz, $Z_T \cong X_L$, de modo que $V_L \cong$ 20 V e $V_R \cong 0$ V. O resultado são dois pontos do gráfico para a curva na Figura 15.57.

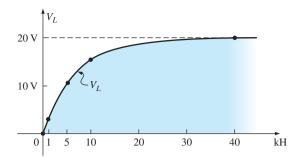



Figura 15.57 Representação de V_L em função de f para o circuito *R-L* em série visto na Figura 15.56.

A 1 kHz $\quad X_L = 2\pi fL \cong 0{,}25\text{ k}\Omega$

e $$\mathbf{V}_L = \frac{(0{,}25\text{ k}\Omega\angle 90°)(20\text{ V}\angle 0°)}{2\text{ k}\Omega + j0{,}25\text{ k}\Omega} = \mathbf{2{,}48V\ \angle 82{,}87\propto}$$

A 5 kHz $\quad X_L = 2\pi fL \cong 1{,}26\text{ k}\Omega$

e $$\mathbf{V}_L = \frac{(1{,}26\text{ k}\Omega\angle 90°)(20\text{ V}\angle 0°)}{2\text{ k}\Omega + j1{,}26\text{ k}\Omega} = \mathbf{10{,}68\text{ V}\ \angle 57{,}79\propto}$$

A 10 kHz $\quad X_L = 2\pi fL \cong 2{,}5\text{ k}\Omega$

e $$\text{V}_L = \frac{(2{,}5\text{ k}\Omega\angle 90°)(20\text{ V}\angle 0°)}{2{,}5\text{ k}\Omega + j2{,}5\text{ k}\Omega} = \mathbf{15{,}63\text{ V}\ \angle 38{,}66\propto}$$

O gráfico completo aparece na Figura 15.57.

e) $$\theta_T = \text{tg}^{-1}\frac{X_L}{R} = \text{tg}^{-1}\frac{10{,}05\text{ k}\Omega}{2\text{ k}\Omega} = \mathbf{78{,}75\propto}$$

O ângulo θ_T está fechando nos 90° de um circuito puramente indutivo. Portanto, o circuito pode ser considerado bastante indutivo a uma frequência de 40 kHz.

15.6 CIRCUITOS CA EM SÉRIE — RESUMO

Os itens a seguir constituem uma revisão das conclusões importantes que podem ser obtidas das discussões e exemplos das seções anteriores. Essa lista não é completa, mas enfatiza algumas das conclusões que serão utilizadas futuramente na análise de circuitos de corrente alternada.

Para um circuito CA em série contendo elementos reativos:

1. *A impedância total depende da frequência.*
2. *A impedância de qualquer elemento pode ser maior do que a impedância total do circuito.*
3. *As reatâncias capacitiva e indutiva têm sentidos diretamente opostos em um diagrama de impedâncias.*

4. *Dependendo da frequência aplicada, o mesmo circuito pode se comportar tanto de forma predominantemente indutiva quanto capacitiva.*
5. *Em frequências baixas, os elementos capacitivos fornecem, em geral, a maior contribuição para a impedância total, enquanto em frequências altas, são os elementos indutivos que têm uma maior contribuição para a impedância total.*
6. *O módulo da tensão em qualquer elemento pode ser maior que a tensão aplicada.*
7. *O módulo da tensão em um elemento em comparação com os outros elementos do circuito é diretamente proporcional ao valor de sua impedância; ou seja, quanto maior a impedância de um elemento, maior o módulo da tensão nele.*
8. *As tensões nos indutores e capacitores estão sempre em sentidos opostos no diagrama de fasores.*
9. *A corrente está sempre em fase com a tensão em um elemento resistivo, atrasada 90° em relação à tensão em um elemento indutivo e adiantada 90° em relação à tensão em um elemento capacitivo.*
10. *Quanto maior a parte resistiva de um circuito em comparação com sua parte reativa, mais próximo da unidade estará o fator de potência.*

CIRCUITOS CA EM PARALELO

15.7 ADMITÂNCIA E SUSCEPTÂNCIA

A discussão a respeito dos **circuitos de corrente alternada em paralelo** será muito semelhante à dos circuitos de corrente contínua. No caso dos circuitos de corrente contínua, a *condutância* (G) foi definida como igual a $1/R$. A condutância total de um circuito em paralelo foi então obtida somando-se as condutâncias de cada ramo. A resistência total R_T é simplesmente $1/G_T$.

Em circuitos de corrente alternada, definimos a **admitância (Y)** como igual a $1/\mathbf{Z}$. A unidade de admitância no sistema internacional (***SI***) é o *siemens*, cujo símbolo é S. A admitância é uma medida do quanto um circuito CA *admite*, ou permite, a passagem da corrente. Portanto, quanto maior o seu valor, maior será a corrente para a mesma tensão aplicada. A admitância total de um circuito também pode ser calculada somando-se as admitâncias em paralelo. A impedância total $\mathbf{Z}_T$ do circuito será, então, $1/\mathbf{Y}_T$. Ou seja, para o circuito visto na Figura 15.58, temos:

$$\mathbf{Y}_T = \mathbf{Y}_1 + \mathbf{Y}_2 + \mathbf{Y}_3 + \ldots + \mathbf{Y}_N \tag{15.16}$$

e

$$\mathbf{Z}_T = \frac{1}{\mathbf{Y}_T} \tag{15.17}$$

ou, como $\mathbf{Z} = 1/\mathbf{Y}$,

$$\frac{1}{\mathbf{Z}_T} = \frac{1}{\mathbf{Z}_1} + \frac{1}{\mathbf{Z}_2} + \frac{1}{\mathbf{Z}_3} + \cdots + \frac{1}{\mathbf{Z}_N} \tag{15.18}$$

e

$$\mathbf{Z}_T = \frac{1}{\dfrac{1}{\mathbf{Z}_1} + \dfrac{1}{\mathbf{Z}_2} + \dfrac{1}{\mathbf{Z}_3} + \cdots + \dfrac{1}{\mathbf{Z}_N}} \tag{15.19}$$

correspondendo à Equação 6.3 para circuitos CC.

Para duas impedâncias em paralelo,

$$\frac{1}{\mathbf{Z}_T} = \frac{1}{\mathbf{Z}_1} + \frac{1}{\mathbf{Z}_2}$$

Se aplicarmos as mesmas manipulações matemáticas estudadas no Capítulo 6 para determinar a resistência equivalente de dois resistores em paralelo, isso resultará na seguinte equação similar:

$$\mathbf{Z}_T = \frac{\mathbf{Z}_1 \mathbf{Z}_2}{\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2} \tag{15.20}$$

Para N impedâncias iguais em paralelo ($\mathbf{Z}_1$), a impedância total é determinada por

$$\mathbf{Z}_T = \frac{\mathbf{Z}_1}{\mathbf{N}} \tag{15.21}$$

Para três impedâncias em paralelo,

$$\mathbf{Z}_T = \frac{\mathbf{Z}_1 \mathbf{Z}_2 \mathbf{Z}_3}{\mathbf{Z}_1 \mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_2 \mathbf{Z}_3 + \mathbf{Z}_1 \mathbf{Z}_3} \tag{15.22}$$

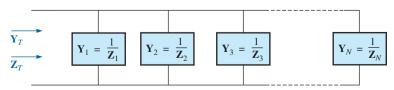



Figura 15.58 Circuito CA em paralelo.

Como ressaltamos no começo dessa seção, a condutância é o inverso da resistência, e:

$$\mathbf{Y}_R = \frac{1}{\mathbf{Z}_R} = \frac{1}{R\angle 0^\circ} = G\angle 0^\circ \quad (15.23)$$

O inverso da reatância ($1/X$) é denominado **susceptância**, cujo valor indica o quanto um componente é *suscetível* à passagem de corrente. A susceptância também é medida em *siemens*, e é representada pela letra maiúscula B.

Para o indutor,

$$\mathbf{Y}_L = \frac{1}{\mathbf{Z}_L} = \frac{1}{X_L\angle 90^\circ} = \frac{1}{X_L}\angle -90^\circ \quad (15.24)$$

Definindo $$B_L = \frac{1}{X_L} \quad \text{(siemens, S)} \quad (15.25)$$

temos $$\mathbf{Y}_L = B_L\angle -90^\circ \quad (15.26)$$

Observe que, no caso dos indutores, um aumento da frequência ou da indutância resultará em uma diminuição da susceptância ou, correspondentemente, na admitância.

Para o capacitor,

$$\mathbf{Y}_C = \frac{1}{\mathbf{Z}_C} = \frac{1}{X_C\angle -90^\circ} = \frac{1}{X_C}\angle 90^\circ \quad (15.27)$$

Definindo $$B_C = \frac{1}{X_C} \quad \text{(siemens, S)} \quad (15.28)$$

temos $$\mathrm{Y}_C = B_C\angle -90^\circ \quad (15.29)$$

Portanto, no caso dos capacitores, um aumento na frequência ou na capacitância resulta em um aumento da susceptância.

No caso de circuitos CA em paralelo, o **diagrama de admitâncias** é usado com as três admitâncias, representadas como mostra a Figura 15.59.

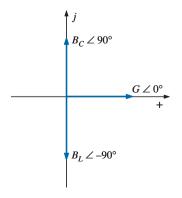



Figura 15.59 Diagrama de admitâncias.

Observe na Figura 15.59 que a condutância (assim como a resistência) está no eixo real positivo, enquanto as susceptâncias indutiva e capacitiva estão em sentidos opostos no eixo imaginário.

Qualquer que seja a configuração (série, paralelo, série-paralelo etc.), o ângulo de fase associado à admitância total coincide com o ângulo pelo qual a corrente está adiantada da tensão aplicada. Nos circuitos indutivos, θ_T é negativo, enquanto nos circuitos capacitivos, θ_T é positivo.

Para circuitos CA paralelos, os componentes da configuração e as grandezas desejadas determinam se será usado um método de impedância ou de admitância. Se a impedância total for exigida, o caminho mais direto pode ser usar parâmetros de impedância. Porém, às vezes, o uso de parâmetros de admitância também pode ser muito eficiente, conforme demonstramos em alguns dos exemplos no restante do texto. Em geral, use o método que mais lhe convier. Logicamente, se o formato da grandeza desejada for especificado, geralmente é melhor trabalhar com esses parâmetros.

EXEMPLO 15.13

Para o circuito visto na Figura 15.60:

a) Calcule a impedância de entrada.
b) Construa o diagrama de impedâncias.
c) Calcule as admitâncias de cada ramo paralelo.
d) Determine a admitância de entrada e construa o diagrama de admitâncias.

Soluções:

a) $$\mathbf{Z}_T = \frac{\mathbf{Z}_R\mathbf{Z}_L}{\mathbf{Z}_R + \mathbf{Z}_L} = \frac{(20\ \Omega\angle 0^\circ)(10\ \Omega\angle 90^\circ)}{20\ \Omega + j10\ \Omega}$$
$$= \frac{200\ \Omega\angle 90^\circ}{22{,}361\angle 26{,}57^\circ} = \mathbf{8{,}93\ \Omega\angle 63{,}43^\circ}$$
$$= \mathbf{4{,}00\ \Omega + \mathit{j}7{,}95\ \Omega} = R_T + jX_{L_T}$$

b) O diagrama de impedâncias aparece na Figura 15.61.

c) $$\mathbf{Y}_R = G\angle 0^\circ = \frac{1}{R}\angle 0^\circ = \frac{1}{20\ \Omega}\angle 0^\circ = \mathbf{0{,}05\ S\ \angle 0^\circ}$$
$$= \mathbf{0{,}05\ S} + \boldsymbol{j0}$$
$$\mathbf{Y}_L = B_L\angle -90^\circ = \frac{1}{X_L}\angle -90^\circ = \frac{1}{10\ \Omega}\angle -90^\circ$$
$$= \mathbf{0{,}1\ S\angle -90^\circ = 0 - \mathit{j}0{,}1\ S}$$

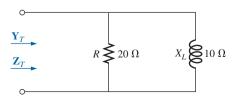



Figura 15.60 Exemplo 15.13.

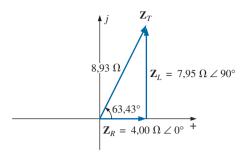



Figura 15.61 Diagrama de impedâncias para o circuito visto na Figura 15.60.

d) $\mathbf{Y}_T = \mathbf{Y}_R + \mathbf{Y}_L = (0{,}05\ \text{S} + j0) + (0 - j0{,}1\ \text{S})$

$= \mathbf{0{,}05\ S} - \boldsymbol{j}\ \mathbf{0{,}1\ S} = G - jB_L$

O diagrama de admitância aparece na Figura 15.62.

EXEMPLO 15.14

Repita o Exemplo 15.13 para o circuito em paralelo mostrado na Figura 15.63.

Soluções:

a) $$\mathbf{Z}_T = \frac{1}{\dfrac{1}{\mathbf{Z}_R} + \dfrac{1}{\mathbf{Z}_L} + \dfrac{1}{\mathbf{Z}_C}}$$

$$= \frac{1}{\dfrac{1}{5\ \Omega\angle 0°} + \dfrac{1}{8\ \Omega\angle 90°} + \dfrac{1}{20\ \Omega\angle -90°}}$$

$$= \frac{1}{0{,}2\ \text{S}\angle 0° + 0{,}125\ \text{S}\angle -90° + 0{,}05\ \text{S}\angle 90°}$$

$$= \frac{1}{0{,}2\ \text{S} - j0{,}075\ \text{S}} = \frac{1}{0{,}2136\ \text{S}\angle -20{,}56°}$$

$$= \mathbf{4{,}68\ \Omega\angle 20{,}56°}$$

ou

$$\mathbf{Z}_T = \frac{\mathbf{Z}_R \mathbf{Z}_L \mathbf{Z}_C}{\mathbf{Z}_R \mathbf{Z}_L + \mathbf{Z}_L \mathbf{Z}_C + \mathbf{Z}_R \mathbf{Z}_C}$$

$$= \frac{(5\Omega\angle 0°)(8\Omega\angle 90°)(20\Omega\angle -90°)}{(5\Omega\angle 0°)(8\Omega\angle 90°) + (8\Omega\angle 90°)(20\Omega\angle -90°) + (5\Omega\angle 0°)(20\Omega\angle -90°)}$$

$$= \frac{800\ \Omega\angle 0°}{40\angle 90° + 160\angle 0° + 100\angle -90°}$$

$$= \frac{800\ \Omega}{160 + j40 - j100} = \frac{800\ \Omega}{160 - j60}$$

$$= \frac{800\ \Omega}{170{,}88\angle -20{,}56°}$$

$$= \mathbf{4{,}68\ \Omega\angle 20{,}56° = 4{,}38\ \Omega} + \boldsymbol{j}\mathbf{1{,}64\ \Omega}$$

b) O diagrama de impedâncias aparece na Figura 15.64.

c) $$\mathbf{Y}_R = G\angle 0° = \frac{1}{R}\angle 0° = \frac{1}{5\Omega}\angle 0°$$

$$= \mathbf{0{,}2\,S\angle 0° = 0{,}2\,S} + j\mathbf{0}$$

$$\mathbf{Y}_L = B_L\angle -90° = \frac{1}{X_L}\angle -90° = \frac{1}{8\Omega}\angle -90°$$

$$= \mathbf{0{,}125\,S\angle -90° = 0} - j\mathbf{0{,}125\,S}$$

$$\mathbf{Y}_C = B_C\angle 90° = \frac{1}{X_C}\angle 90° = \frac{1}{20\Omega}\angle 90°$$

$$= \mathbf{0{,}050\,S\angle +90° = 0} + j\mathbf{0{,}050\,S}$$

d) $\mathbf{Y}_T = \mathbf{Y}_R + \mathbf{Y}_L + \mathbf{Y}_C$

$= (0{,}2\ \text{S} + j0) + (0 - j0{,}125\ \text{S}) + (0 + j0{,}050\ \text{S})$

$= 0{,}2\text{S} - j\ 0{,}075\ \text{S} = \mathbf{0{,}214\ S\ \angle -20{,}56°}$

O diagrama de admitâncias aparece na Figura 15.65.

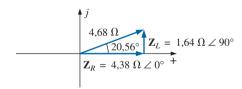



Figura 15.64 Diagrama de impedâncias para o circuito da Figura 15.63.

Figura 15.62 Diagrama de admitâncias para o circuito visto na Figura 15.60.

Figura 15.63 Exemplo 15.14.

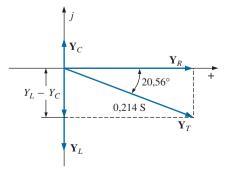



Figura 15.65 Diagrama de admitâncias para o circuito da Figura 15.63.

Em muitas ocasiões, as relações inversas $\mathbf{Y}_T = 1/\mathbf{Z}_T$ ou $\mathbf{Z}_T = 1/\mathbf{Y}_T$ tornam necessário dividir 1 por um número complexo com partes real e imaginária. Se essa divisão não for realizada na forma polar, será necessário multiplicar o numerador e o denominador pelo conjugado do denominador, como é exemplificado a seguir:

$$\boldsymbol{Y}_T = \frac{1}{\boldsymbol{Z}_T} = \frac{1}{4\Omega + j6\Omega} = \left(\frac{1}{4\Omega + j6\Omega}\right)\left(\frac{4\Omega - j6\Omega}{4\Omega - j6\Omega}\right)$$

$$= \frac{4 - j6}{4^2 + 6^2}$$

e

$$\boldsymbol{Y}_T = \frac{4}{52}\text{S} - j\frac{6}{52}\text{S}$$

Para evitar essa tarefa cansativa cada vez que queremos calcular o inverso de um número complexo na forma retangular, podemos deduzir uma fórmula simbólica geral para o inverso de um número complexo que represente uma impedância ou uma admitância no primeiro ou no quarto quadrante:

$$\frac{1}{a_1 \pm jb_1} = \left(\frac{1}{a_1 \pm jb_1}\right)\left(\frac{a_1 \mp jb_1}{a_1 \mp jb_1}\right) = \frac{a_1 \mp jb_1}{a_1^2 + b_1^2}$$

ou

$$\frac{1}{a_1 \pm jb_1} = \frac{a_1}{a_1^2 + b_1^2} \mp j\frac{b_1}{a_1^2 + b_1^2} \tag{15.30}$$

Observe que o denominador é simplesmente a soma dos quadrados das partes real e imaginária. O sinal é invertido entre as partes real e imaginária. Alguns exemplos ajudarão o leitor a se familiarizar com o uso dessa equação.

EXEMPLO 15.15

Calcule as admitâncias dos circuitos em série vistos na Figura 15.66.

Soluções:

a) $\mathbf{Z} = R - jX_C = 6\Omega - j8\Omega$

Equação 15.30:

$$\mathbf{Y} = \frac{1}{6\,\Omega - j8\,\Omega} = \frac{6}{(6)^2 + (8)^2} + j\frac{8}{(6)^2 + (8)^2}$$

$$= \frac{\mathbf{6}}{\mathbf{100}}\mathbf{S} + \boldsymbol{j}\frac{\mathbf{8}}{\mathbf{100}}\mathbf{S}$$

b) $\mathbf{Z} = 10\Omega + j4\Omega + (-j\,0{,}1\Omega) = 10\Omega + j3{,}9\Omega$

Equação 15.30:

$$\boldsymbol{Y} = \frac{1}{\boldsymbol{Z}} = \frac{1}{10\ \Omega + j3{,}9\,\Omega} = \frac{10}{(10)^2 + (3{,}9)^2} - j\frac{3{,}9}{(10)^2 + (3{,}9)^2}$$

$$= \frac{10}{115{,}21} - j\frac{3{,}9}{115{,}21} = \mathbf{0{,}087\,S} - \boldsymbol{j}\mathbf{0{,}034\,S}$$

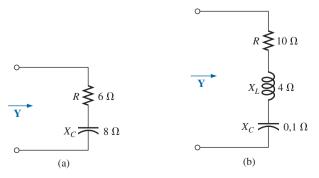



Figura 15.66 Exemplo 15.15.

15.8 CIRCUITOS CA EM PARALELO

No caso do circuito CA em paralelo típico mostrado na Figura 15.67, a impedância ou a admitância total é determinada conforme descrito na seção anterior, enquanto a corrente da fonte é calculada usando-se a lei de Ohm, como a seguir:

$$I = \frac{E}{Z_T} = EY_T \tag{15.31}$$

Como a tensão é a mesma nos elementos em paralelo, a corrente em cada ramo pode ser obtida usando novamente a lei de Ohm:

$$I_1 = \frac{E}{Z_1} = EY_1 \tag{15.32}$$

$$I_2 = \frac{E}{Z_2} = EY_2 \tag{15.33}$$

A lei de Kichhoff para correntes pode então ser aplicada da mesma maneira que nos circuitos de corrente contínua. Entretanto, tenha em mente que agora estamos lidando com a manipulação algébrica de grandezas que possuem módulo e fase. Temos:

$$\boldsymbol{I} - \boldsymbol{I}_1 - \boldsymbol{I}_2 = 0$$

ou

$$\boldsymbol{I} = \boldsymbol{I}_1 + \boldsymbol{I}_2 \tag{15.34}$$

Figura 15.67 Circuito CA em paralelo.

A potência fornecida ao circuito é dada por

$$P = EI \cos \theta_T \tag{15.35}$$

onde θ_T é a diferença de fase entre E e I.

Vejamos agora alguns exemplos elaborados com mais detalhes para uma primeira exposição.

R-L

Veja a Figura 15.68.

Notação fasorial. Conforme mostra a Figura 15.69.

$$\begin{aligned}
\mathbf{Y}_T &= \mathbf{Y}_R + \mathbf{Y}_L \\
&= G\angle 0° + B_L\angle -90° = \frac{1}{3{,}33\Omega}\angle 0° + \frac{1}{2{,}5\Omega}\angle -90° \\
&= 0{,}3\,\text{S}\angle 0° + 0{,}4\,\text{S}\angle -90° = 0{,}3\,\text{S} - j0{,}4\,\text{S} \\
&= \mathbf{0{,}5\,S\angle -53{,}13°}
\end{aligned}$$

$$\mathbf{Z}_T = \frac{1}{\mathbf{Y}_T} = \frac{1}{0{,}5\,\text{S}\angle -53{,}13°} = \mathbf{2\Omega\ \angle 53{,}13°}$$

Diagrama de admitâncias: Conforme mostra a Figura 15.70.

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{Z}_T} = \mathbf{E}\mathbf{Y}_T = (20\,\text{V}\angle 53{,}13°)(0{,}5\,\text{S}\angle -53{,}13°) = \mathbf{10\,A\angle 0°}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{I}_R &= \frac{E\angle\theta}{R\angle 0°} = (E\angle\theta)(G\angle 0°) \\
&= (20\,\text{V}\angle 53{,}13°)(0{,}3\,\text{S}\angle 0°) = \mathbf{6\,A\angle 53{,}13°}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{I}_L &= \frac{E\angle\theta}{X_L\angle 90°} = (E\angle\theta)(B_L\angle -90°) \\
&= (20\,\text{V}\angle 53{,}13°)(0{,}4\,\text{S}\angle -90°) \\
&= \mathbf{8\,A\angle -36{,}87°}
\end{aligned}$$

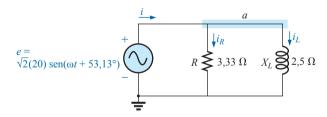



Figura 15.68 Circuito *R-L* em paralelo.

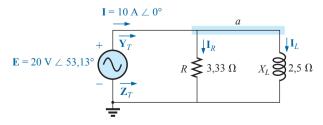



Figura 15.69 Aplicação da notação fasorial ao circuito visto na Figura 15.68.

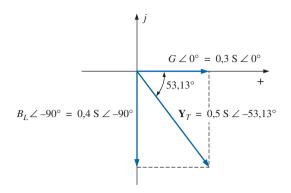



Figura 15.70 Diagrama de admitâncias para o circuito *R-L* em paralelo visto na Figura 15.68.

Lei de Kirchhoff para correntes: No nó *a*,

$$\mathbf{I} - \mathbf{I}_R - \mathbf{I}_L = 0$$

ou

$$\mathbf{I} = \mathbf{I}_R + \mathbf{I}_L$$

$$\begin{aligned}
10\text{ A}\angle 0° &= 6\text{ A}\angle 53{,}13° + 8\text{ A}\angle -36{,}87° \\
10\text{ A}\angle 0° &= (3{,}60\text{ A} + j\,4{,}80\text{ A}) + (6{,}40\text{ A} - j\,4{,}80\text{ A}) \\
&= 10\text{ A} + j\,0
\end{aligned}$$

e

$$\mathbf{10\ A\angle 0° = 10\ A\angle 0°} \quad \text{(verificado)}$$

Diagrama de fasores: O diagrama de fasores visto na Figura 15.71, mostra que a tensão aplicada **E** está em fase com a corrente $\mathbf{I}_R$ e adiantada 90° em relação à corrente $\mathbf{I}_L$.

Potência: A potência total em watts fornecida ao circuito é

$$\begin{aligned}
P_T &= EI\cos\theta_T \\
&= (20\text{V})(10\text{A})\cos 53{,}13° = (200\text{ W})(0{,}6) \\
&= \mathbf{120W}
\end{aligned}$$

ou

$$P_T = I^2R = \frac{V_R^2}{R} = V_R^2 G = (20\,\text{V})^2(0{,}3\,\text{S}) = \mathbf{120\ W}$$

ou, finalmente,

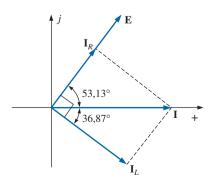



Figura 15.71 Diagrama de fasores para o circuito *R-L* em paralelo visto na Figura 15.68.

$$P_T = P_R + P_L = EI_R \cos\theta_R + EI_L \cos\theta_L$$
$$= (20\text{V})(6\text{A}) \cos 0° + (20\text{V})(8\text{A}) \cos 90°$$
$$= 120 \text{ W} + 0$$
$$= \mathbf{120\ W}$$

Fator de potência: O fator de potência desse circuito é

$$F_p = \cos\theta_T = \cos 53{,}13° = \mathbf{0{,}6\ atrasado}$$

ou, por meio de uma análise semelhante a que é usada para os circuitos CA em série,

$$\cos\theta_T = \frac{P}{EI} = \frac{E^2/R}{EI} = \frac{EG}{I} = \frac{G}{I/V} = \frac{G}{Y_T}$$

e
$$F_P = \cos\theta_T = \frac{G}{Y_T} \tag{15.36}$$

onde G e Y_T são os módulos da condutância e da admitância totais do circuito em paralelo. Nesse caso,

$$F_P = \cos\theta_T = \frac{0{,}3\text{S}}{0{,}5\text{S}} = \mathbf{0{,}6\ atrasado}$$

Método da impedância: A corrente **I** também pode ser obtida determinando-se primeiro a impedância total do circuito:

$$\mathbf{Z}_T = \frac{\mathbf{Z}_R\mathbf{Z}_L}{\mathbf{Z}_R + \mathbf{Z}_L} = \frac{(3{,}33\ \Omega\angle 0°)(2{,}5\ \Omega\angle 90°)}{3{,}33\ \Omega\angle 0° + 2{,}5\ \Omega\angle 90°}$$
$$= \frac{8{,}325\angle 90°}{4{,}164\angle 36{,}87°} = \mathbf{2\ \Omega\angle 53{,}13°}$$

E então, usando a lei de Ohm, obtemos:

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{Z}_T} = \frac{20\ \text{V}\angle 53{,}13°}{2\ \Omega\angle 53{,}13°} = \mathbf{10\ A\ \angle 0°}$$

R-C

Observe a Figura 15.72.

Notação fasorial. Conforme mostra a Figura 15.73.

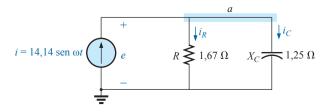



Figura 15.72 Circuito *R-C* em paralelo.

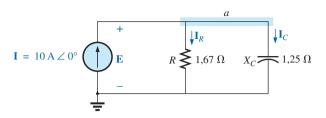



Figura 15.73 Aplicação da notação fasorial ao circuito da Figura 15.72.

$$Y_T = Y_R + Y_C = G\angle 0° + B_C\angle 90° = \frac{1}{1{,}67\Omega}\angle 0° + \frac{1}{1{,}25\Omega}\angle 90°$$
$$= 0{,}6\text{S}\ \angle 0° + 0{,}8\text{S}\angle 90° = 0{,}6\text{S} + j0{,}8\text{S} = \mathbf{1{,}0\text{S}\ \angle 53{,}13°}$$

$$\mathbf{Z}_T = \frac{1}{\mathbf{Y}_T} = \frac{1}{1{,}0\ \text{S}\angle 53{,}13°} = \mathbf{1\ \Omega\angle -53{,}13°}$$

Diagrama de admitâncias: Conforme mostra a Figura 15.74.

$$\mathbf{E} = \mathbf{I}\mathbf{Z}_T = \frac{\mathbf{I}}{\mathbf{Y}_T} = \frac{10\ \text{A}\angle 0°}{1\ \text{S}\angle 53{,}13°} = 10\ \text{V}\angle -53{,}13°$$

$$I_R = (E\angle\theta)(G\angle 0°)$$
$$= (10\text{V}\angle -53{,}13°)(0{,}6\text{S}\angle 0°) = \mathbf{6A\ \angle -53{,}13°}$$
$$I_C = (E\angle\theta)(BC\angle 90°)$$
$$= (10\text{V}\angle -53{,}13°)(0{,}8\text{S}\angle 90°) = \mathbf{8A\ \angle 38{,}87°}$$

Lei de Kirchhoff para correntes: No nó *a*,

$$\mathbf{I} - \mathbf{I}_R - \mathbf{I}_C = 0$$
ou
$$\mathbf{I} = \mathbf{I}_R + \mathbf{I}_C$$

um resultado que também pode ser obtido (como no caso do circuito *R-L*) pelo uso da álgebra vetorial.

Diagrama de fasores: O diagrama de fasores, visto na Figura 15.75, indica que **E** está em fase com a corrente $\mathbf{I}_R$ no resistor e atrasada 90° em relação à corrente no capacitor $\mathbf{I}_C$.

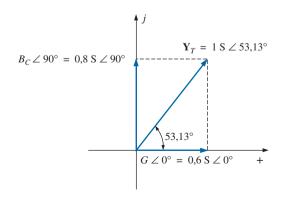



Figura 15.74 Diagrama de admitâncias para o circuito *R-C* em paralelo visto na Figura 15.72.

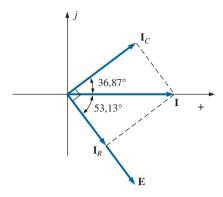



Figura 15.75 Diagrama de fasores para o circuito *R-C* em paralelo visto na Figura 15.74.

Domínio do tempo:

$$e = \sqrt{2}(10)\text{ sen }(\omega - 53{,}13°) = \mathbf{14{,}14\text{ sen }(\omega t - 53{,}13°)}$$
$$i_R = \sqrt{2}(6)\text{ sen }(\omega - 53{,}13°) = \mathbf{8{,}48\text{ sen }(\omega t - 53{,}13°)}$$
$$i_C = \sqrt{2}(8)\text{ sen }(\omega - 36{,}87°) = \mathbf{11{,}31\text{ sen }(\omega t - 36{,}87°)}$$

Um gráfico com todas as curvas de corrente e a curva da tensão aplicada aparece na Figura 15.76. Observe que e e i_R estão em fase, e que e está atrasado 90° em relação a i_C.

Potência:

$$P_T = EI\cos\theta = (10\text{ V})(10\text{ A})\cos 53{,}13° = (10)^2(0{,}6) = \mathbf{60\text{ W}}$$

ou $$P_T = E^2G = (10\text{ V})^2(0{,}6\text{ S}) = \mathbf{60W}$$

ou, finalmente:

$$P_T = P_R + P_C = EI_R\cos\theta_R + EI_C\cos\theta_C$$
$$= (10\text{ V})(6\text{ A})\cos 0° + (10\text{ V})(8\text{ A})\cos 90°$$
$$= \mathbf{60\text{ W}}$$

Fator de potência: O fator de potência desse circuito é:

$$F_p = \cos 53{,}13° = \mathbf{0{,}6\text{ adiantado}}$$

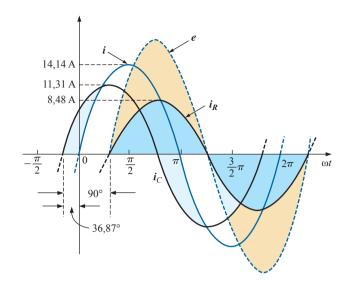



Figura 15.76 Formas de onda para o circuito *R-C* em paralelo da Figura 15.72.

Usando a Equação 15.36, obtemos:

$$F_p = \cos\theta_T = \frac{G}{Y_T} = \frac{0{,}6\text{ S}}{1{,}0\text{ S}} = \mathbf{0{,}6\text{ adiantado}}$$

Método da impedância: A tensão **E** também pode ser obtida calculando-se primeiro a impedância total do circuito:

$$\mathbf{Z}_T = \frac{\mathbf{Z}_R\mathbf{Z}_C}{\mathbf{Z}_R + \mathbf{Z}_C} = \frac{(1{,}67\ \Omega\angle 0°)(1{,}25\ \Omega\angle -90°)}{1{,}67\ \Omega\angle 0° + 1{,}25\ \Omega\angle -90°}$$
$$= \frac{2{,}09\angle -90°}{2{,}09\angle -36{,}81°} = 1\ \Omega\angle -53{,}19°$$

e então, usando a lei de Ohm, temos:

$$\mathbf{E} = \mathbf{I}\mathbf{Z}_T = (10\text{ A}\angle 0°)(1\Omega\angle -53{,}19°)$$
$$= 10\text{ V}\angle -53{,}19°$$

R-L-C

Observe a Figura 15.77.

*Notação fasorial***:** Conforme mostra a Figura 15.78.

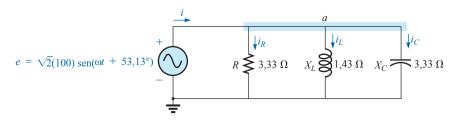



Figura 15.77 Circuito CA *R-L-C* em paralelo.

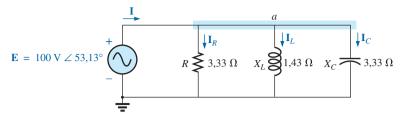



Figura 15.78 Aplicação da notação de fasores ao circuito visto na Figura 15.77.

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{Y}_T &= \boldsymbol{Y}_R + \boldsymbol{Y}_L + \boldsymbol{Y}_C = G\angle 0° + B_L\angle -90° + B_C\angle 90° \\
&= \frac{1}{3{,}33\Omega}\angle 0° + \frac{1}{1{,}43\Omega}\angle -90° + \frac{1}{3{,}33\Omega}\angle 90° \\
&= 0{,}3\,\text{S}\angle 0° + 0{,}7\,\text{S}\angle -90° + 0{,}3\,\text{S}\angle 90° \\
&= 0{,}3\,\text{S} - j0{,}7\,\text{S} + j0{,}3\,\text{S} \\
&= 0{,}3\,\text{S} - j0{,}4\,\text{S} = \mathbf{0{,}5\,S}\angle\mathbf{-53{,}13°}
\end{aligned}$$

$$\mathbf{Z}_T = \frac{1}{\mathbf{Y}_T} = \frac{1}{0{,}5\,\text{S}\angle -53{,}13°} = \mathbf{2\ \Omega\angle 53{,}13∞}$$

Diagrama de admitâncias: Conforme mostra a Figura 15.79.

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{I} &= \frac{\boldsymbol{E}}{\boldsymbol{Z}_T} = \boldsymbol{E}\boldsymbol{Y}_T = (100\,\text{V}\angle 53{,}13°)(0{,}5\,\text{S}\angle 53{,}13°) = \mathbf{50\ A\angle 0∝} \\
\boldsymbol{I}_R &= (E\angle\theta)(G\angle 0°) \\
&= (100\,\text{V}\angle 53{,}13°)(0{,}3\,\text{S}\angle 0°) = \mathbf{30\ A\angle 53{,}13∞} \\
\boldsymbol{I}_L &= (E\angle\theta)(B_L\angle -90°) \\
&= (100\,\text{V}\angle 53{,}13°)(0{,}7\,\text{S}\angle -90°) = \mathbf{70\ A\angle -36{,}87∞} \\
\boldsymbol{I}_C &= (E\angle\theta)(B_C\angle 90°) \\
&= (100\,\text{V}\angle 53{,}13°)(0{,}3\,\text{S}\angle +90°) = \mathbf{30\ A\angle 143{,}13∞}
\end{aligned}$$

Lei de Kirchhoff para correntes: No nó *a*,

$$\mathbf{I} - \mathbf{I}_R - \mathbf{I}_L - \mathbf{I}_C = 0$$

ou

$$\mathbf{I} = \mathbf{I}_R + \mathbf{I}_L + \mathbf{I}_C$$

Diagrama fasorial: O diagrama fasorial visto na Figura 15.80 indica que a tensão aplicada **E** está em fase com a corrente no resistor $\mathbf{I}_R$, adiantado 90° em relação à corrente $\mathbf{I}_L$ no indutor e atrasada 90° em relação à corrente $\mathbf{I}_C$ no capacitor.

Domínio do tempo:

$$\begin{aligned}
i &= \sqrt{2}(50)\ \text{sen}\ \omega t = \mathbf{70{,}70\ sen\ \omega} \boldsymbol{t} \\
i_R &= \sqrt{2}(30)\ \text{sen}\ (\omega t + 53{,}13°) \\
&= \mathbf{42{,}42\ sen\ (\omega t + 53{,}13°)} \\
i_L &= \sqrt{2}(70)\ \text{sen}\ (\omega t + 36{,}87°) \\
&= \mathbf{98{,}98\ sen\ (\omega t - 36{,}87°)} \\
i_C &= \sqrt{2}(30)\ \text{sen}\ (\omega t + 143{,}13°) \\
&= \mathbf{42{,}42\ sen\ (\omega t + 143{,}13°)}
\end{aligned}$$

Um gráfico com todas as curvas de corrente e a curva da tensão aplicada aparece na Figura 15.81.

Potência: A potência total em watts fornecida ao circuito é

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{P}_T &= \boldsymbol{EI}\cos\theta = (100\ \text{V})\ (50\ \text{A})\cos 53{,}13° \\
&= (5.000)(0{,}6) = \mathbf{3.000\ W}
\end{aligned}$$

ou $\quad P_T = E^2G = (100\ \text{V})^2(0{,}3\ \text{S}) = \mathbf{3.000\ W}$

Figura 15.79 Diagrama de admitâncias para o circuito em paralelo *R-L-C* visto na Figura 15.77.

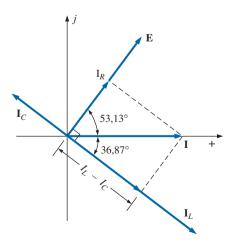



Figura 15.80 Diagrama de fasores para o circuito em paralelo *R-L-C* visto na Figura 15.77.

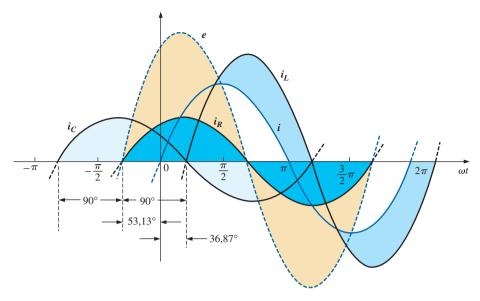



Figura 15.81 Formas de onda para o circuito em paralelo *R-L-C* visto na Figura 15.77.

ou, finalmente,

$$\begin{aligned} P_T &= P_R + P_L + P_C \\ &= EI_R \cos\theta_R = EI_L \cos\theta_L + EI_C \cos\theta_C \\ &= (100\text{ V})(30\text{ A})\cos 0° + (100\text{ V})(70\text{ A})\cos 90° + \\ &\quad (100\text{ V})(30\text{ A})\cos 90° \\ &= 3.000\text{ W} + 0 + 0 \\ &= \mathbf{3.000\ W} \end{aligned}$$

Fator de potência: O fator de potência do circuito é

$$F_p = \cos\theta_T = \cos 53{,}13° = \mathbf{0{,}6\ atrasado}$$

Usando a Equação 15.36, obtemos:

$$F_P = \cos\theta_T = \frac{G}{Y_T} = \frac{0{,}3\text{S}}{0{,}5\text{S}} = 0{,}6 \text{ atrasado}$$

Método da impedância: A corrente **I** de entrada pode ser calculada determinando, em primeiro lugar, a impedância total da seguinte maneira:

$$\boldsymbol{Z}_T = \frac{\boldsymbol{Z}_R\boldsymbol{Z}_L\boldsymbol{Z}_C}{\boldsymbol{Z}_R\boldsymbol{Z}_L + \boldsymbol{Z}_L\boldsymbol{Z}_C + \boldsymbol{Z}_R\boldsymbol{Z}_C} = \mathbf{2\Omega\angle 53{,}13°}$$

e, aplicando a lei de Ohm, obtemos:

$$\mathbf{I} = \frac{\boldsymbol{E}}{\boldsymbol{Z}_T} = \frac{100\text{ V}\angle 53{,}13°}{2\Omega\angle 53{,}13°} = \mathbf{50\ A\angle 0°}$$

15.9 REGRA DOS DIVISORES DE CORRENTE

O formato básico da **regra dos divisores de corrente** para circuitos de corrente alternada tem exatamente o mesmo formato daquela que é usada nos circuitos de corrente contínua; ou seja, para dois ramos em paralelo de impedâncias $\boldsymbol{Z}_1$ e $\boldsymbol{Z}_2$, como mostra a Figura 15.82,

$$\boldsymbol{I}_1 = \frac{\boldsymbol{Z}_2\boldsymbol{I}_T}{\boldsymbol{Z}_1 + \boldsymbol{Z}_2} \quad \text{ou} \quad \mathbf{I}_2 = \frac{\boldsymbol{Z}_1\boldsymbol{I}_T}{\boldsymbol{Z}_1 + \boldsymbol{Z}_2} \qquad (15.37)$$

EXEMPLO 15.16

Usando a regra dos divisores de corrente, calcule as correntes em cada uma das impedâncias vistas na Figura 15.83.

Solução:

$$\boldsymbol{I}_R = \frac{\boldsymbol{Z}_L\boldsymbol{I}_T}{\boldsymbol{Z}_R + \boldsymbol{Z}_L} = \frac{(4\Omega\angle 90°)(20\text{ A}\angle 0°)}{3\Omega\angle 0° + 4\Omega\angle 90°} = \frac{80\text{ A}\angle 90°}{5\angle 53{,}13°}$$
$$= \mathbf{16\ A\angle 36{,}87°}$$

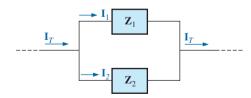



Figura 15.82 Aplicação da regra dos divisores de corrente.

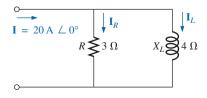



Figura 15.83 Exemplo 15.16.

$$I_L = \frac{Z_R I_T}{Z_R + Z_L} = \frac{(3\,\Omega\angle 0°)(20\,\text{A}\angle 0°)}{5\,\Omega\angle 53{,}13°} = \frac{60\,\text{A}\angle 0°}{5\angle 53{,}13°}$$
$$= \mathbf{12}\,\text{A}\angle \mathbf{-53{,}13°}$$

EXEMPLO 15.17

Usando a regra dos divisores de corrente, determine as correntes nos dois ramos paralelos do circuito visto na Figura 15.84.

Solução:

$$I_{R-L} = \frac{Z_C I_T}{Z_C + Z_{R-L}} = \frac{(2\,\Omega\angle -90°)(5\,\text{A}\angle 30°)}{-j2\,\Omega + 1\,\Omega + j8\,\Omega} = \frac{10\,\text{A}\angle -60°}{1 + j6}$$
$$= \frac{10\,\text{A}\angle -60°}{6{,}083\angle 80{,}54°} \cong \mathbf{1{,}64}\,\text{A}\angle \mathbf{-140{,}54°}$$
$$I_C = \frac{Z_{R-L} I_T}{Z_{R-L} + Z_C} = \frac{(1\,\Omega + j8\,\Omega)(5\,\text{A}\angle 30°)}{6{,}08\,\Omega\angle 80{,}54°}$$
$$= \frac{(8{,}06\angle 82{,}87°)(5\,\text{A}\angle 30°)}{6{,}08\angle 80{,}54°} = \frac{40{,}30\,\text{A}\angle 112{,}87°}{6{,}083\angle 80{,}54°}$$
$$= \mathbf{6{,}63}\,\text{A}\angle \mathbf{32{,}33°}$$

15.10 RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DE ELEMENTOS EM PARALELO

Lembre-se de que, para elementos em série, a impedância total é a soma direta das impedâncias de cada elemento, e quanto maior o componente real ou o imaginário, maior o impacto sobre a impedância total. Para elementos paralelos, é importante lembrar que *quanto menor o resistor paralelo ou quanto menor a reatância paralela, maior o impacto sobre o componente real ou imaginário, respectivamente, da impedância total*.

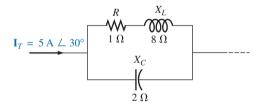



Figura 15.84 Exemplo 15.17.

Na Figura 15.85, a resposta em frequência foi incluída para cada elemento de uma combinação *R-L-C* paralela. Em frequências muito baixas, a impedância do indutor será menor que a do resistor ou a do capacitor, resultando em um circuito indutivo em que a reatância do indutor terá maior impacto sobre a impedância total. À medida que a frequência aumenta, a impedância do indutor aumentará, enquanto a impedância do capacitor diminuirá. Dependendo dos componentes escolhidos, é possível que a reatância do capacitor caia para um ponto em que ela será igual à impedância do indutor antes que uma delas atinja o nível da resistência.

Portanto, é impossível fazer muitas afirmações gerais sobre o efeito de cada elemento à medida que a frequência aumenta. Em geral, porém, para frequências muito baixas, podemos considerar que um circuito *R-L-C* em paralelo será indutivo, conforme descrevemos anteriormente, e em frequências muito altas ele será capacitivo, pois X_C cairá para níveis muito baixos. Nas frequências intermediárias, haverá um ponto em que X_L será igual a X_C, e onde X_L ou X_C serão iguais a R. Porém, as frequências com que esses eventos ocorrem dependem dos elementos escolhidos e da faixa de frequência de interesse. Contudo, em geral, lembre-se de que, quanto menor a resistência ou a reatância, maior seu impacto sobre a impedância total de um sistema paralelo.

Agora, examinemos o efeito da frequência sobre a impedância total e a corrente no indutor no caso do circuito *R-L* em paralelo, mostrado na Figura 15.86, para uma faixa de frequência de 0 a 40 kHz.

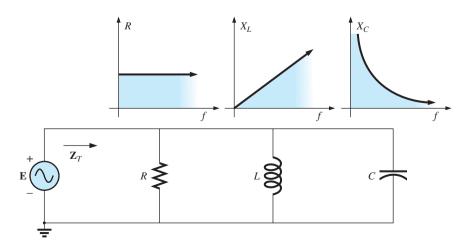



Figura 15.85 Resposta em frequência para elementos *R-L-C* em paralelo.

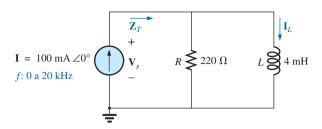



Figura 15.86 Determinação da resposta em frequência de um circuito *R-L* em paralelo.

$\boldsymbol{Z_T}$. Antes de examinar os detalhes, devemos primeiro ter uma ideia da influência da frequência no circuito, visto na Figura 15.86, observando as curvas da impedância em função da frequência, mostradas na Figura 15.87, para cada componente individual. O fato de os elementos estarem em paralelo torna necessário que consideremos suas características de uma maneira diferente daquela que usamos para o circuito *R-C* em série na Seção 15.5. Lembre-se de que, no caso de elementos em paralelo, aquele que tiver a menor impedância, para uma dada frequência, terá a maior influência sobre a impedância total. Na Figura 15.87, por exemplo, X_L é muito pequena em baixas frequências em comparação a R, fazendo com que X_L seja o fator predominante nessa faixa de frequências. Em outras palavras, o circuito é bastante indutivo em baixas frequências, e o ângulo associado à impedância total é aproximadamente 90°, próximo do valor para um indutor puro. À medida que a frequência aumenta, X_L aumenta até que seu valor se iguale ao da resistência do resistor (220 Ω). A frequência com que isso ocorre é obtida da seguinte maneira:

$$X_L = 2\pi f_2 L = R$$

e

$$f_2 = \frac{R}{2\pi L} \tag{15.38}$$

que no caso do circuito visto na Figura 15.86 é:

$$f_2 = \frac{R}{2\pi L} = \frac{220\Omega}{2\pi\left(4\times10^{-3}\ \text{H}\right)}$$
$$\cong \mathbf{8{,}75}\,\text{kHz}$$

um valor que está dentro da faixa de frequência de interesse.

Para frequências menores que f_2, $X_L < R$, e para frequências maiores que f_2, $X_L > R$, como mostra a Figura 15.87. Uma equação geral para a impedância total, em forma vetorial, pode ser obtida da seguinte maneira:

$$\boldsymbol{Z}_T = \frac{\boldsymbol{Z}_R\boldsymbol{Z}_L}{\boldsymbol{Z}_R + \boldsymbol{Z}_L}$$
$$= \frac{(R\angle 0^\circ)(X_L\angle 90^\circ)}{R + jX_L} = \frac{RX_L\angle 90^\circ}{\sqrt{R^2 + X_L^2}\angle \text{tg}^{-1}\, X_L/R}$$

e

$$\boldsymbol{Z}_T = \frac{RX_L}{\sqrt{R^2 + X_L^2}}\ \angle 90^\circ - \text{tg}^{-1}\, X_L/R$$

de modo que

$$\boldsymbol{Z}_T = \frac{RX_L}{\sqrt{R^2 + X_L^2}} \tag{15.39}$$

e

$$\theta_T = 90^\circ - \text{tg}^{-1}\frac{X_L}{R} = \text{tg}^{-1}\frac{R}{X_L} \tag{15.40}$$

Agora, o módulo e a fase da impedância total podem ser obtidos para qualquer frequência de interesse substituindo R e X_L por seus valores nas equações 15.39 e 15.40.

***f* = 1 kHz**

$$X_L = 2\pi fL = 2\pi(1\ \text{kHz})(4\times10^{-3}\ \text{H}) = 25{,}12\ \Omega$$

Figura 15.87 Resposta em frequência dos elementos individuais de um circuito *R-L* paralelo.

e $$Z_T = \frac{RX_L}{\sqrt{R^2 + X_L^2}} = \frac{(220\Omega)(25{,}12\Omega)}{\sqrt{(220\Omega)^2 + (25{,}12\Omega)^2}} = 24{,}96\Omega$$

com $$\theta_T = \text{tg}^{-1}\frac{R}{X_L} = \text{tg}^{-1}\frac{220\Omega}{25{,}12\Omega}$$
$$= \text{tg}^{-1} 8{,}76 = 83{,}49°$$

e $$\mathbf{Z_T = 24{,}96\ \Omega\ \angle 83{,}49°}$$

Esse valor é bastante próximo a $X_L = 25{,}12\ \Omega\ \angle 90°$, que seria a impedância se o circuito fosse puramente indutivo ($R = \infty\ \Omega$). Nossa suposição de que o circuito é essencialmente indutivo em baixas frequências está, portanto, confirmada.

Continuando, obtemos:

$f =$ 5 kHz: $\mathbf{Z_T = 109{,}1\ \Omega\ \angle 60{,}23°}$

$f =$ 10 kHz: $\mathbf{Z_T = 165{,}5\ \Omega\ \angle 41{,}21°}$

$f =$ 15 kHz: $\mathbf{Z_T = 189{,}99\ \Omega\ \angle 30{,}28°}$

$f =$ 20 kHz: $\mathbf{Z_T = 201{,}53\ \Omega\ \angle 23{,}65°}$

$f =$ 30 kHz: $\mathbf{Z_T = 211{,}19\ \Omega\ \angle 16{,}27°}$

$f =$ 40 kHz: $\mathbf{Z_T = 214{,}91\ \Omega\ \angle 12{,}35°}$

Em $f = 40$ kHz, observe como a grandeza de Z_T se aproxima do nível de resistência de 220 Ω, e o quanto o ângulo associado à impedância total se aproxima de zero. O resultado é um circuito com características cada vez mais resistivas à medida que a frequência aumenta, o que confirma as conclusões obtidas a partir dos gráficos da Figura 15.87.

Os gráficos de Z_T em função da frequência, na Figura 15.88, e de θ_T em função da frequência, na Figura 15.89, revelam claramente a transição do comportamento indutivo para o resistivo. Observe que a frequência de 8,75 kHz está praticamente no meio do 'joelho' das curvas de Z_T e θ_T.

Um exame das figuras 15.49 e 15.88 revela que tanto o circuito *R-C* em série, quanto o circuito *R-L* em paralelo possuem impedâncias cujo valor tende para o da resistência em altas frequências. No circuito capacitivo, a impedância total se aproxima do valor da resistência decrescendo, enquanto no circuito indutivo a impedância total cresce na direção do valor da resistência. No caso do circuito *R-L* em série e do circuito *R-C* em paralelo, a impedância total é praticamente resistiva e tem o valor da resistência em baixas frequências, apresentando características reativas em altas frequências.

$\boldsymbol{I_L}$. A aplicação da regra dos divisores de corrente ao circuito mostrado na Figura 15.86 resulta no seguinte:

$$\boldsymbol{I}_L = \frac{\boldsymbol{Z}_R\mathbf{I}}{\boldsymbol{Z}_R + \boldsymbol{Z}_L}$$
$$= \frac{(R\angle 0°)(I\angle 0°)}{R + jX_L} = \frac{RI\angle 0°}{\sqrt{R^2 + X_L^2}\ \angle \text{tg}^{-1} X_L/R}$$

e $$\boldsymbol{I}_L = I_L\angle\theta_L = \frac{RI}{\sqrt{R^2 + X_L^2}}\ \angle -\text{tg}^{-1} X_L/R$$

Portanto, o módulo de I_L é dado por

$$I_L = \frac{RI}{\sqrt{R^2 + X_L^2}} \tag{15.41}$$

e o ângulo de fase θ_L, pelo qual $\boldsymbol{I}_L$ está adiantado em relação a $\boldsymbol{I}$, é dado por:

$$\theta_L = -\text{tg}^{-1}\frac{X_L}{R} \tag{15.42}$$

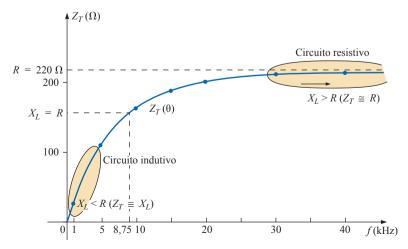



Figura 15.88 Módulo da impedância de entrada em função da frequência para o circuito visto na Figura 15.86.

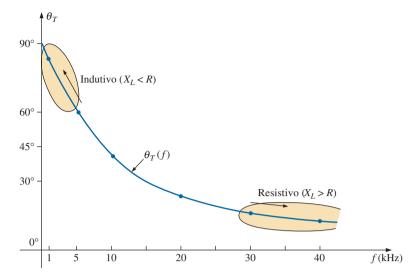



Figura 15.89 Ângulo de fase da impedância de entrada em função da frequência para o circuito da Figura 15.86.

Como θ_L é sempre negativo, o seu módulo é, na realidade, o ângulo no qual $\mathbf{I}_L$ está atrasado em relação a **I**.

Para começar nossa análise, consideraremos $f = 0$ Hz (condições de corrente contínua).

***f* = 0 Hz**

$$X_L = 2\pi fL = 2\pi\ (0\ \text{Hz})\ L = 0\ \Omega$$

Substituindo o indutor na Figura 15.86 pelo curto--circuito equivalente, obtemos:

$$\boldsymbol{I}_L = \boldsymbol{I} = 100\ \text{mA}\ \angle 0°$$

como ilustram as figuras 15.90 e 15.91.

***f* = 1 kHz**

Aplicando a Equação 15.41, temos

$$X_L = 2\pi fL = 2\pi(1\ \text{kHz})(4\ \text{mH}) = 25{,}12\ \Omega$$

e $$\sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{(220\Omega)^2 + (25{,}12\Omega)^2} = 221{,}43\Omega$$

e $$I_L = \frac{RI}{\sqrt{R^2 + X_L^2}} = \frac{(220\Omega)(100\,\text{mA})}{221{,}43\Omega} = \mathbf{99{,}35\ mA}$$

com

$$\theta_L = \text{tg}^{-1}\frac{X_L}{R} = -\text{tg}^{-1}\frac{25{,}12\Omega}{220\Omega} = -\text{tg}^{-1}\,0{,}114 = \mathbf{-6{,}51°}$$

e $$\mathbf{I}_L = \mathbf{99{,}35\ mA} \angle \mathbf{-6{,}51°}$$

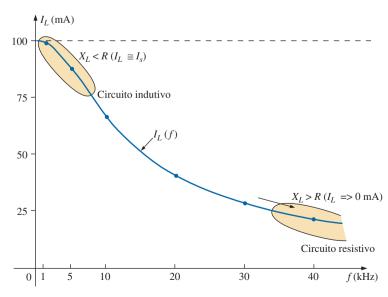



Figura 15.90 Módulo da corrente I_L em função da frequência para o circuito *R-L* em paralelo mostrado na Figura 15.86.

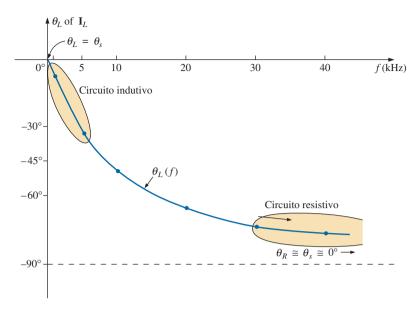



Figura 15.91 Ângulo de fase da corrente I_L em função da frequência para o circuito *R-L* em paralelo visto na Figura 15.86.

O resultado é uma corrente I_L cujos módulo e fase ainda estão muito próximos dos valores para a corrente da fonte I.

Continuando, obtemos:

$f = 5$ kHz: $I_L = \mathbf{86{,}84\ mA\ \angle{-29{,}72^\circ}}$

$f = 10$ kHz: $I_L = \mathbf{65{,}88\ mA\ \angle{-48{,}79^\circ}}$

$f = 15$ kHz: $I_L = \mathbf{50{,}43\ mA\ \angle{-59{,}72^\circ}}$

$f = 20$ kHz: $I_L = \mathbf{40{,}11\ mA\ \angle{-66{,}35^\circ}}$

$f = 30$ kHz: $I_L = \mathbf{28{,}02\ mA\ \angle{-73{,}73^\circ}}$

$f = 40$ kHz: $I_L = \mathbf{21{,}38\ mA\ \angle{-77{,}65^\circ}}$

O gráfico do módulo de I_L em função da frequência que aparece na Figura 15.90 revela que a corrente no indutor diminui do valor máximo, 100 mA, para cerca de 20 mA em 40 kHz. À medida que a reatância do indutor aumenta, devido ao aumento da frequência, uma fração cada vez maior da corrente da fonte procura o caminho de menor resistência através do resistor. A diferença de fase entre I_L e I se aproxima de 90° com o aumento da frequência, conforme mostra a Figura 15.91, deixando para trás o valor inicial de 0° para $f = 0$ Hz.

Para $f = 1$ kHz, o diagrama de fasores do circuito aparece na Figura 15.92. Observe que o módulo e o ângulo de fase de I_L são quase iguais aos de I. Como a tensão em um indutor está adiantada 90° em relação à corrente, a tensão V_s aparece como mostrado. A tensão no resistor está em fase com a corrente no mesmo, o que resulta na representação de I_R vista na Figura 15.92. É claro que, para essa frequência, $R > X_L$ e, portanto, a corrente $\mathbf{I}_R$ é relativamente pequena.

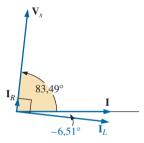



Figura 15.92 Diagrama de fasores do circuito *R-L* em paralelo visto na Figura 15.86 para $f = 1$ kHz.

Para $f = 40$ kHz, o diagrama de fasores passa a ser o que mostra a Figura 15.93. Observe que agora I_R *e* I têm valores próximos de módulo e de fase, porque $X_L > R$. O módulo de I_L caiu para um valor muito baixo, e o ângulo de fase associado a I_L aproxima-se de –90°. O circuito é agora mais 'resistivo' em comparação com o comportamento 'indutivo' em baixas frequências.

A análise de circuitos *R-C* ou *R-L-C* em paralelo pode ser feita de forma semelhante, sendo que a impedância indutiva é dominante em baixas frequências, e a reatância capacitiva, em altas frequências.

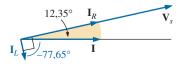



Figura 15.93 Diagrama de fasores do circuito *R-L* em paralelo visto na Figura 15.86 para $f = 40$ kHz.

15.11 CIRCUITOS CA EM PARALELO — RESUMO

Os itens a seguir constituem uma revisão das importantes conclusões que podem ser obtidas das discussões e dos exemplos das seções anteriores. Essa lista não está completa, mas enfatiza algumas das conclusões que serão utilizadas futuramente na análise de circuitos de corrente alternada.

Para um circuito CA em paralelo contendo elementos reativos:

1. *A admitância ou impedância total depende da frequência.*
2. *Dependendo da frequência aplicada, o mesmo circuito pode se comportar de forma predominantemente indutiva ou predominantemente capacitiva.*
3. *O módulo da corrente em qualquer ramo pode ser maior que o da corrente da fonte.*
4. *As susceptâncias indutiva e capacitiva têm sentidos opostos em um diagrama de admitâncias.*
5. *Em frequências baixas, os elementos indutivos geralmente têm uma influência maior no valor da impedância total, enquanto em frequências altas são os elementos capacitivos que influenciam mais no valor da impedância total.*
6. *A impedância de qualquer elemento pode ser menor que a impedância total (lembre-se de que para circuitos de corrente contínua a resistência total é sempre menor que a menor das resistências em paralelo).*
7. *O módulo da corrente em um elemento, comparado com os outros elementos no circuito, é inversamente proporcional ao módulo de sua impedância. Ou seja, quanto menor a impedância de um elemento, maior a corrente nele.*
8. *A corrente no indutor está sempre em sentido oposto ao da corrente no capacitor no diagrama fasorial.*
9. *A tensão aplicada está sempre em fase com a corrente em um elemento resistivo, adiantada 90° em relação à corrente em um elemento indutivo e atrasada 90° em relação à corrente em um elemento capacitivo.*
10. *Quanto menor a parte resistiva de um circuito em comparação com a susceptância reativa, mais próximo da unidade estará o fator de potência.*

15.12 CIRCUITOS EQUIVALENTES

No caso de um circuito de corrente alternada em série, a impedância total de dois ou mais elementos é, com frequência, equivalente a uma impedância que pode ser obtida usando-se um número menor de elementos; os tipos de componentes e os seus valores dependem da frequência aplicada ao circuito. O mesmo ocorre no caso de circuitos em paralelo. No caso do circuito mostrado na Figura 15.94(a),

$$\mathbf{Z}_T = \frac{\mathbf{Z}_C\mathbf{Z}_L}{\mathbf{Z}_C + \mathbf{Z}_L} = \frac{(5\,\Omega\angle -90^\circ)(10\,\Omega\angle 90^\circ)}{5\,\Omega\angle -90^\circ + 10\,\Omega\angle 90^\circ} = \frac{50\angle 0^\circ}{5\angle 90^\circ}$$
$$= 10\,\Omega\angle -90^\circ$$

A impedância total para esse valor de frequência é equivalente à de um capacitor cuja reatância é de 10 Ω, conforme mostra a Figura 15.94(b). Tenha sempre em mente que essa equivalência é válida somente para um determinado valor de frequência. Se a frequência do sinal aplicado mudar, a reatância dos elementos muda de valor, e o circuito equivalente é alterado — talvez mude de capacitivo para indutivo no exemplo anterior.

Outro aspecto interessante pode ser percebido por meio do cálculo da impedância de um circuito em paralelo, como o que vemos na Figura 15.95(a), em forma retangular. Nesse caso,

$$\mathbf{Z}_T = \frac{\mathbf{Z}_L\mathbf{Z}_R}{\mathbf{Z}_L + \mathbf{Z}_R} = \frac{(4\,\Omega\angle 90^\circ)(3\,\Omega\angle 0^\circ)}{4\,\Omega\angle 90^\circ + 3\,\Omega\angle 0^\circ}$$
$$= \frac{12\angle 90^\circ}{5\angle 53{,}13^\circ} = 2{,}40\,\Omega\angle 36{,}87^\circ$$
$$= 1{,}92\,\Omega + j1{,}44\,\Omega$$

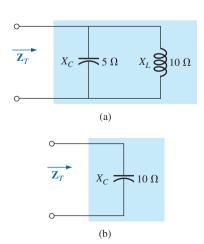



Figura 15.94 Definição da equivalência entre dois circuitos em uma frequência específica.

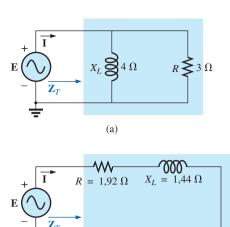



Figura 15.95 Determinação do circuito em série equivalente a um circuito *R-L* em paralelo.

Figura 15.96 Definição dos parâmetros de circuitos equivalentes em série e em paralelo.

que é a impedância de um circuito em série com um resistor de 1,92 Ω e uma reatância indutiva de 1,44 Ω, como mostra a Figura 15.95(b).

A corrente $\boldsymbol{I}$ será a mesma em cada um dos circuitos das figuras 15.94 ou 15.95 se a mesma tensão de entrada $\boldsymbol{E}$ for aplicada. No caso de um circuito em paralelo com um componente resistivo e outro reativo, o circuito em série com a mesma impedância de entrada será sempre constituído por um elemento resistivo e outro reativo. A impedância dos componentes do circuito em série é diferente da dos componentes do circuito em paralelo equivalente, mas os elementos reativos são sempre do mesmo tipo nos dois circuitos. Ou seja, os circuitos *R-L* e *R-C* em paralelo têm como equivalentes circuitos *R-L* e *R-C* em série, respectivamente. O mesmo é válido quando se converte os circuitos de série para paralelo. Na discussão a seguir, tenha sempre em mente que:

O termo 'equivalente' significa apenas que para uma mesma tensão aplicada teremos a mesma impedância e a mesma corrente de entrada nos dois circuitos.

Para formular a equivalência entre circuitos em série e em paralelo, o circuito em série equivalente a um resistor e a uma reatância em paralelo pode ser determinado calculando a impedância total do circuito em forma retangular. Ou seja, para o circuito visto na Figura 15.96(a),

$$\boldsymbol{Y}_P = \frac{1}{R_P} + \frac{1}{\pm jX_P} = \frac{1}{R_P} \mp j\frac{1}{X_P}$$

e

$$\boldsymbol{Z}_P = \frac{1}{\boldsymbol{Y}_P} = \frac{1}{(1/R_P) \mp j(1/X_P)}$$

$$= \frac{1/R_P}{(1/R_P)^2 + (1/X_P)^2} \pm j\frac{1/X_P}{(1/R_P)^2 + (1/X_P)^2}$$

Multiplicando o numerador e o denominador de cada termo por $R^2_p X^2_p$, obtemos:

$$\boldsymbol{Z}_P = \frac{R_P X_P^2}{X_P^2 + R_P^2} \pm j\frac{R_P^2 X_P}{X_P^2 + R_P^2}$$

$$= R_s \pm jX_s \text{ [Figura 15.96(b)]}$$

e

$$R_s = \frac{R_P X_P^2}{X_P^2 + R_P^2} \quad (15.43)$$

com

$$X_S = \frac{R_P^2 X_P}{X_P^2 + R_P^2} \quad (15.44)$$

Para o circuito visto na Figura 15.95,

$$R_S = \frac{R_P X_P^2}{X_P^2 + R_P^2} = \frac{(3\Omega)(4\Omega)^2}{(4\Omega)^2 + (3\Omega)^2} = \frac{48\Omega}{25} = \mathbf{1{,}92\ \Omega}$$

e

$$X_S = \frac{R_P^2 X_P}{X_P^2 + R_P^2} = \frac{(3\Omega)^2(4)}{(4\Omega)^2 + (3\Omega)^2} = \frac{36\Omega}{25} = \mathbf{1{,}44\ \Omega}$$

o que concorda com o resultado anterior.

O circuito equivalente em paralelo de um circuito com um resistor e uma reatância em série pode ser obtido simplesmente calculando a admitância total do sistema em forma retangular. Ou seja, no caso do circuito mostrado na Figura 15.96(b),

$$\mathbf{Z}_s = Rs \pm jXs$$

$$\mathbf{Y}_S = \frac{1}{\mathbf{Z}_S} = \frac{1}{R_S \pm jX_S} = \frac{R_S}{R_S^2 + X_S^2} \mp j\frac{X_S}{R_S^2 + X_S^2}$$

$$= G_P \mp jB_P = \frac{1}{R_P} \mp j\frac{1}{X_P} \quad \text{[Figura 15.96(a)]}$$

ou

$$R_P = \frac{R_S^2 + X_S^2}{R_S} \quad (15.45)$$

com

$$X_P = \frac{R_S^2 + X_S^2}{X_S} \quad (15.46)$$

No caso do exemplo acima,

$$R_P = \frac{R_S^2 + X_S^2}{R_S} = \frac{(1{,}92\Omega)^2 + (1{,}44\Omega)^2}{1{,}92\Omega} = \frac{5{,}76\Omega}{1{,}92} = \mathbf{3{,}0\ \Omega}$$

e

$$X_P = \frac{R_S^2 + X_S^2}{X_S} = \frac{5{,}76\Omega}{1{,}44} = \mathbf{4{,}0\ \Omega}$$

como mostra a Figura 15.95(a).

EXEMPLO 15.18

Obtenha o equivalente em série do circuito da Figura 15.97.

Solução:

$$R_p = 8\ \text{k}\Omega$$

$$X_p(\text{resultante}) = |X_L - X_C| = |9\ \text{k}\Omega - 4\ \text{k}\Omega| = 5\ \text{k}\Omega$$

$$R_S = \frac{R_p X_p^2}{X_p^2 + R_p^2} = \frac{(8\,\text{k}\Omega)(5\,\text{k}\Omega)^2}{(5\,\text{k}\Omega)^2 + (8\,\text{k}\Omega)^2} = \frac{200\,\text{k}\Omega}{89} = \mathbf{2{,}25\ \Omega}$$

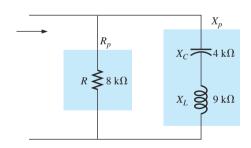



Figura 15.97 Exemplo 15.18.

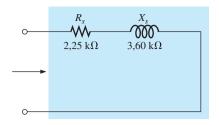



Figura 15.98 Circuito em série equivalente ao circuito em paralelo visto na Figura 15.97.

$$\text{com} \quad X_S = \frac{R_P^2 X_P}{X_P^2 + R_P^2} = \frac{(8k\Omega)^2(5k\Omega)}{(5k\Omega)^2 + (8k\Omega)^2} = \frac{(320k\Omega)}{89}$$

$$= \mathbf{3{,}60\ k\ \Omega\ (indutiva)}$$

O circuito em série equivalente aparece na Figura 15.98.

EXEMPLO 15.19

Considerando o circuito apresentado na Figura 15.99:

a) Determine $\mathbf{Y}_T$ e $\mathbf{Z}_T$.
b) Construa o diagrama de admitâncias.
c) Calcule **E** e $\mathbf{I}_L$.
d) Calcule o fator de potência e a potência fornecida ao circuito.
e) Determine o circuito em série equivalente com relação às características do circuito.
f) Utilizando o circuito equivalente obtido no item (e), calcule **E** e compare com o resultado do item (c).
g) Calcule a potência fornecida ao circuito equivalente e compare com o resultado do item (d).
h) Obtenha o circuito em paralelo equivalente a partir do circuito em série e calcule a admitância total $\mathbf{Y}_T$. Compare com o resultado do item (a).

Soluções:

a) Combinando os componentes em comum e calculando as reatâncias do indutor e do capacitor equivalente, temos:

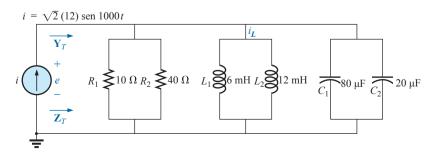



Figura 15.99 Exemplo 15.19.

$$R_T = 10\ \Omega \parallel 40\Omega = 8\Omega$$
$$L_T = 60\text{ mH} \parallel 12\text{ mH} = 4\text{ mH}$$
$$C_T = 80\ \mu\text{F} + 20\ \mu\text{F} = 100\ \mu\text{F}$$
$$XL = \omega L = (1.000\text{ rad/s})(4\text{ mH}) = 4\Omega$$
$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{(1.000\text{ rad/s})(100\mu\text{ F})} = 10\Omega$$

O circuito aparece redesenhado na Figura 15.100 usando a notação de fasores. A admitância total é:

$$\begin{aligned} Y_T &= Y_R + Y_L + Y_C \\ &= G\angle 0° + B_L\angle -90° + B_C\angle +90° \\ &= \frac{1}{8\Omega}\angle 0° + \frac{1}{4\Omega}\angle -90° + \frac{1}{10\Omega}\angle +90° \\ &= 0{,}125\text{S}\angle 0° + 0{,}25\text{S}\angle -90° + 0{,}1\text{S}\angle +90° \\ &= 0{,}125\text{S} - j0{,}25\text{S} + j0{,}1\text{S} \\ &= 0{,}125\text{S} - j0{,}15\text{S} = \mathbf{0{,}195}\text{S}\angle \mathbf{-50{,}194°} \end{aligned}$$

$$Z_T = \frac{1}{Y_T} = \frac{1}{0{,}195\text{S}}\angle -50{,}194∫ = 5{,}13\Omega\angle 50{,}19∫$$

b) Veja a Figura 15.101.

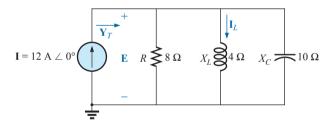



Figura 15.100 Aplicação da notação de fasores ao circuito visto na Figura 15.99.

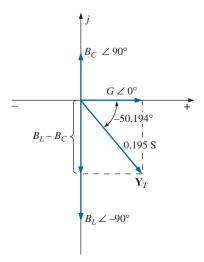



Figura 15.101 Diagrama de admitâncias para o circuito *R-L-C* em paralelo visto na Figura 15.99

c) $\mathbf{E} = \mathbf{IZ}_T = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{Y}_T} = \frac{12\text{ A}\angle 0°}{0{,}195\angle -50{,}194°} = \mathbf{61{,}54\ V\angle 50{,}19°}$

$\mathbf{I}_L = \frac{\mathbf{V}_L}{\mathbf{Z}_L} = \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{Z}_L} = \frac{61{,}538\text{ V}\angle 50{,}194°}{4\Omega\angle 90°} = \mathbf{15{,}39}\text{ A}\angle \mathbf{-39{,}81°}$

d) $F_p = \cos\theta = \frac{G}{Y_T} = \frac{0{,}125\text{S}}{0{,}195\text{S}} = \mathbf{0{,}641\ atrasado}$

(**E** adiantada em relaÁ‚o a **I**)

$P = EI\cos\theta = (61{,}538\text{ V})(12\text{ A})\cos 50{,}194°$

$= \mathbf{472{,}75W}$

e) $\mathbf{Z}_T = \frac{1}{\mathbf{Y}_T} = \frac{1}{0{,}195\text{S}\angle -50{,}194°} = 5{,}128\Omega\angle +50{,}194°$

$= 3{,}28\Omega + j3{,}94\Omega$

$= R + jX_L$

$X_L = 3{,}94\Omega = \omega L$

$L = \frac{3{,}94\Omega}{\omega} = \frac{3{,}94\Omega}{1000\text{ rad/s}} = \mathbf{3{,}94\ mH}$

O circuito em série equivalente é visto na Figura 15.102.

f) $\mathbf{E} = \mathbf{IZ}_T = (12\text{ A}\angle 0°)(5{,}128\Omega\angle 50{,}194°)$

$= \mathbf{61{,}54}\text{ V}\angle \mathbf{50{,}194°}$(como anteriormente)

g) $P = I^2R = (12\text{ A})^2(3{,}28\Omega) = \mathbf{472{,}32\ W}$

(como anteriormente)

h) $R_p = \frac{R_S^2 + X_S^2}{R_S} = \frac{(3{,}28\Omega)^2 + (3{,}94\Omega)^2}{3{,}28\Omega} = \mathbf{8\Omega}$

$X_p = \frac{R_S^2 + X_S^2}{X_S} = \frac{(3{,}28\Omega)^2 + (3{,}94\Omega)^2}{3{,}94\Omega} = \mathbf{6{,}67\Omega}$

O circuito em paralelo equivalente aparece na Figura 15.103.

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}_T &= G\angle 0° + B_L\angle -90° = \frac{1}{8\Omega}\angle 0° + \frac{1}{6{,}675\Omega}\angle -90° \\ &= 0{,}125\text{S}\angle 0° + 0{,}15\text{S}\angle -90° \\ &= 0{,}125\text{S} - j0{,}15\text{S} = \mathbf{0{,}195S\angle 50{,}194°} \end{aligned}$$

(como anteriormente)

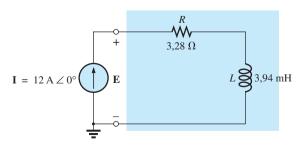



Figura 15.102 Circuito equivalente em série para o circuito R-L-C em paralelo visto na Figura 15.99 com ω = 1.000 radianos por segundo.

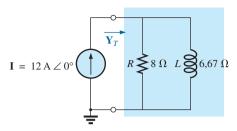



Figura 15.103 Circuito equivalente em paralelo do circuito visto na Figura 15.102.

15.13 MEDIDAS DE FASE

A medição da diferença de fase angular entre as grandezas é uma das funções mais importantes que um osciloscópio pode realizar. Porém, essa é uma operação que deve ser realizada com cuidado, ou então você poderá obter o resultado incorreto ou danificar o equipamento. Sempre que estiver usando a capacidade de duplo traço de um osciloscópio, a coisa mais importante a lembrar é que

os dois canais de um osciloscópio de duplo traço devem ser conectados ao mesmo GND.

Medindo Z_T e θ_T

Para os circuitos paralelos de corrente alternada restritos a cargas resistivas, a impedância total poderá ser determinada da mesma maneira que foi descrita para circuitos de corrente contínua: basta remover a fonte e colocar um ohmímetro nos terminais do circuito. Porém,

para circuitos CA em paralelo com elementos reativos, a impedância total não poderá ser medida usando um ohmímetro.

Deve-se definir um procedimento experimental que permita determinar o módulo e a fase da impedância do terminal.

A fase angular entre a tensão aplicada e a corrente resultante na fonte é uma das mais importantes, pois (a) também é a fase angular associada à impedância total; (b) ela oferece uma indicação instantânea de o circuito ser resistivo ou reativo; (c) ela revela se um circuito é indutivo ou capacitivo; e (d) ela pode ser usada para determinar a potência fornecida ao circuito.

Na Figura 15.104, um resistor foi acrescentado à configuração entre a fonte e o circuito para permitir a medição da corrente e a determinação da fase angular entre a tensão aplicada e a corrente da fonte.

Na frequência de interesse, a tensão aplicada estabelece uma tensão no resistor sensor, que pode ser exibida por um canal do osciloscópio de duplo traço. Na Figura 15.104, o canal 1 exibe a tensão aplicada, e o canal 2, a tensão no resistor sensor. As sensibilidades para cada canal são escolhidas para estabelecer as formas de onda que aparecem na tela da Figura 15.105. Conforme já enfatizamos, observe que os dois canais possuem a mesma conexão de aterramento. Na verdade, a necessidade de uma conexão de GND comum é o único motivo para o resistor sensor não estar conectado ao lado positivo da fonte. Como os osciloscópios apresentam apenas tensões em relação ao tempo, o valor de pico da corrente na fonte precisa ser

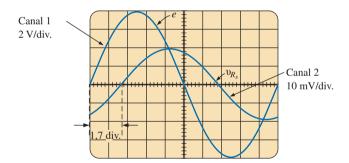



Figura 15.105 e e υ_{R_s} para a configuração da Figura 15.104.

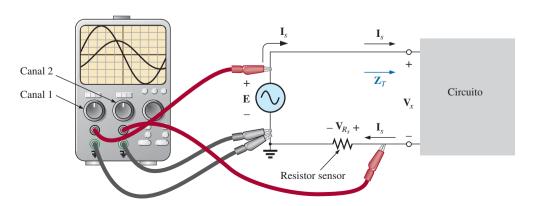



Figura 15.104 Uso de um osciloscópio para medir Z_T e θ_T.

descoberto por meio da lei de Ohm. *Como a tensão de um resistor e a corrente que o atravessa estão em fase, a fase angular entre as duas tensões será a mesma daquela entre a tensão aplicada e a corrente resultante na fonte.*

Usando as sensibilidades, descobrimos que o valor de pico da tensão aplicada é:

$$E_m = (4 \text{ div.})(2 \text{ V/div.}) = 8\text{V}$$

enquanto o valor de pico da tensão no resistor sensor é:

$$V_{R_s(\text{pico})} = (2 \text{ div.})(10 \text{ mV/div.}) = 20 \text{ mV}$$

Usando a lei de Ohm, descobrimos que o valor de pico da corrente é:

$$I_{s(\text{pico})} = \frac{V_{R_s(\text{pico})}}{R_s} = \frac{20 \text{ mV}}{10 \ \Omega} = 2 \text{ mA}$$

Escolhemos o resistor sensor com um valor pequeno o suficiente para que a tensão pelo resistor sensor seja pequena o suficiente para permitir a aproximação $\mathbf{V}_x = \mathbf{E} - \mathbf{V}_{R_s} \cong \mathbf{E}$. O módulo da impedância de entrada é, então,

$$Z_T = \frac{V_x}{I_S} \cong \frac{E}{I_S} = \frac{8 \text{ V}}{2 \text{ mA}} = \mathbf{4 \ k\Omega}$$

Para a sensibilidade horizontal escolhida, as duas formas de onda vistas na Figura 15.105 têm um período T de dez divisões horizontais, e a diferença de fase entre as duas tensões é representada por 1,7 divisões. Como o período de uma senoide corresponde a 360°, podemos montar a seguinte regra de três para determinar o ângulo de fase θ:

$$\frac{10 \text{ div.}}{360°} = \frac{1{,}7 \text{ div.}}{\theta}$$

e

$$\theta = \left(\frac{1{,}7}{10}\right)360° = \mathbf{61{,}2\propto}$$

Em geral,

$$\theta = \frac{(\text{div. para } \theta)}{(\text{div. para } T)} \times 360° \qquad (15.47)$$

Portanto, a impedância total é:

$$\mathbf{Z}_T = \mathbf{4 \ k\Omega \ \angle 61{,}2° = 1{,}93 \ k\Omega + \mathit{j} \ 3{,}51 \ k\Omega} = R + jX_L$$

que é equivalente à combinação em série de um resistor de 1,93 kΩ e um indutor com uma reatância de 3,51 kΩ (na frequência de interesse).

Medição do ângulo de fase entre as diversas tensões

Na Figura 15.106, um osciloscópio é usado para determinar a diferença nas fases entre a tensão aplicada e a tensão no indutor. Observe novamente que cada canal compartilha a mesma conexão GND. O padrão resultante aparece na Figura 15.107, com as sensibilidades escolhidas. Dessa vez, os dois canais têm a mesma sensibilidade, resultando nos seguintes valores de pico para as tensões:

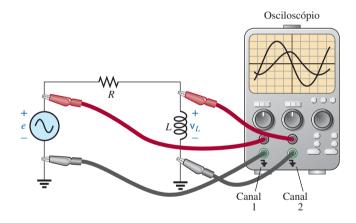



Figura 15.106 Determinação da diferença nas fases entre e e υ_L.

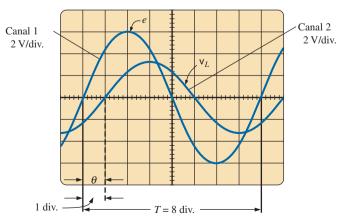



Figura 15.107 Determinação do ângulo de fase entre e e υL para a configuração da Figura 15.106.

$$E_m = (3 \text{ div.})(2 \text{ V/div.}) = \mathbf{6\ V}$$
$$V_{L(\text{pico})} = (1{,}6 \text{ div.})(2 \text{ V/div.}) = \mathbf{3{,}2\ V}$$

O ângulo de fase é determinado usando-se a Equação 15.45:

$$\theta = \frac{(1 \text{ div.})}{(8 \text{ div.})} \times 360°$$
$$\theta = \mathbf{45}\infty$$

Se a relação de fase entre e e υ_R for desejada, o osciloscópio *não poderá ser conectado* como vemos na Figura 15.108. *Os GNDs de cada canal estão conectados internamente no osciloscópio*, forçando o ponto b a ter o mesmo potencial do ponto a. O resultado seria uma conexão direta entre os pontos a e b, colocando o elemento indutivo em curto-circuito. Se o elemento indutivo for o fator predominante no controle do nível da corrente, a corrente no circuito pode subir a níveis perigosos e danificar o osciloscópio ou a fonte. O modo mais fácil de determinar a relação de fase entre e e υ_R seria simplesmente trocar as posições do resistor e do indutor e prosseguir como antes.

Para o circuito paralelo mostrado na Figura 15.109, a relação de fase entre as correntes nos dois ramos, i_R e i_L, pode ser determinada usando um resistor sensor, como mostra a figura. O valor do resistor sensor deve ser pequeno em comparação com o valor da reatância indutiva em série, para garantir que não afete a resposta geral do circuito. O canal 1 mostra a tensão υ_R, e o canal 2 a tensão υ_{R_s}. Como υ_R está em fase com i_R, e υ_R está em fase com i_L, a relação de fase entre υ_R e υ_{R_s} será a mesma daquela entre i_R e i_L. O valor de pico de cada corrente poderá ser determinado através de uma simples aplicação da lei de Ohm.

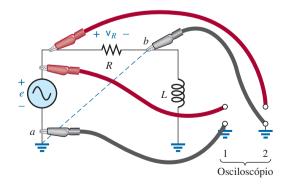



Figura 15.108 Conexão indevida para uma medição de fase.

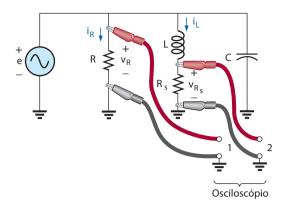



Figura 15.109 Determinação da relação de fase entre i_R e i_L.

15.14 APLICAÇÕES

Instalação elétrica residencial

Uma visão geral da instalação elétrica de uma residência é mostrada na Figura 15.110, possibilitando uma discussão do sistema completo. No painel de distribuição foram incluídos a 'alimentação' e os importantes mecanismos de aterramento. Além disso, diversos circuitos típicos encontrados em uma residência foram incluídos para que se perceba a forma como a potência total é distribuída.

Primeiramente, observe como as barras de cobre no painel de distribuição são posicionadas de maneira a proporcionar conexões de 120 V e 240 V.* Entre qualquer uma dessas barras e o terra tem-se uma tensão de 120 V. Entretanto, as barras foram posicionadas de maneira que uma tensão de 240 V possa ser obtida entre duas barras verticais adjacentes usando um disjuntor bifásico. Quando tiver tempo, examine o painel de distribuição da sua residência (mas não remova a tampa), e observe o disjuntor duplo no caso da tensão de 240 V.

No caso de luminárias e aquecedores que têm uma carcaça metálica, o fio terra é conectado na estrutura metálica para criar um caminho direto para terra no caso de situações de curto-circuito ou de sobrecorrente, conforme descrito na Seção 6.8. No caso de tomadas e de outros elementos que não tenham estrutura metálica, o fio terra é conectado no ponto da tomada que distribui para todos os pontos importantes dela.

Observe a configuração em série entre o termostato e o aquecedor e a configuração em paralelo de aquecedores no mesmo circuito. Além disso, observe as conexões em série dos interruptores, no canto superior direito, com as lâmpadas e a conexão em paralelo de lâmpadas e tomadas. Em função da alta corrente demandada pelo ar-condiciona-

* Existem diferenças entre a tensão da rede elétrica no Brasil e em outros países. Uma relação dos principais valores de tensão (além dos padrões de tomada utilizados) para vários países pode ser obtida em <*http://en.wikipedia.org/wiki/Mains_electricity_by_country*> (N. do T.).

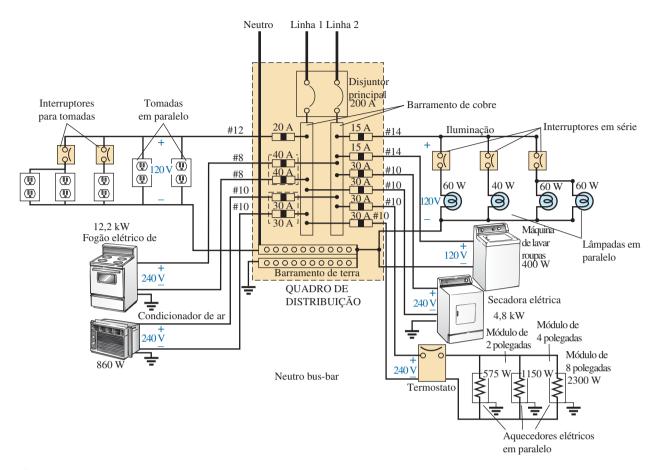



Figura 15.110 Diagrama ilustrativo de uma instalação elétrica residencial.

do, pelos aquecedores e pelo fogão, é usado um disjuntor de 30 A. Tenha em mente que a corrente total não é igual ao dobro (ou 60 A), já que cada disjuntor está em uma fase e a mesma corrente flui através de cada disjuntor.

De certa maneira, agora você tem uma compreensão geral da instalação elétrica de sua residência. Talvez você ainda não seja um eletricista qualificado, mas pelo menos já é capaz de conversar demonstrando algum conhecimento do sistema.

Sistemas de alto-falantes

A melhor reprodução de som é obtida usando diferentes alto-falantes destinados às faixas de frequências baixas, médias e altas. Embora a faixa típica de áudio para o ouvido humano esteja entre 100 Hz e 20 kHz, os alto-falantes disponíveis operam na faixa de 20 Hz a 40 kHz. Para a faixa de baixas frequências, que geralmente se estendem de 20 Hz a 300 Hz, é usado um alto-falante conhecido como *woofer*. Dos três tipos de alto-falantes, esse é normalmente o de maior dimensão. O alto-falante denominado *mid-range* é, em geral, de menor dimensão, e abrange a faixa de frequência de aproximadamente 100 Hz a 5 kHz. O *tweeter*, como normalmente é chamado, é geralmente o menor dos três alto-falantes e abrange a faixa de 2 a 25 kHz. Existe uma sobreposição dessas faixas de frequências para garantir que determinadas frequências não sejam perdidas na faixa em que a resposta de um alto-falante cai e o outro assume. Outros assuntos relativos à faixa de frequência de cada alto-falante e a sua resposta em dB (um termo que você já pode ter escutado em discussões sobre resposta de alto-falantes) serão abordados detalhadamente no Capítulo 21.

Um método popular de conectar três alto-falantes é a configuração de *crossover* ilustrada na Figura 15.111. Note que ela não é mais do que um circuito paralelo com um alto-falante em cada ramo com toda a tensão aplicada em cada ramo. Os componentes acrescentados (indutores e capacitores) foram cuidadosamente escolhidos para ajustar a faixa de resposta de cada alto-falante. Note que cada alto-falante é designado com um valor de impedância e uma faixa de frequência. Essa é uma informação típica obtida quando se adquire um alto-falante de qualidade. Ela identifica imediatamente o tipo de alto-falante e revela em que frequência ele terá a sua resposta máxima. Uma análise detalhada do mesmo circuito aparece na Seção 21.15. Entretanto, por enquanto, seria interessante deter-

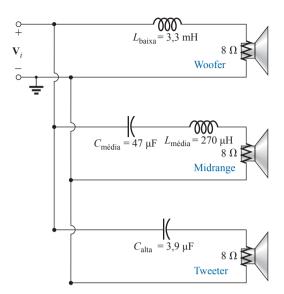



Figura 15.111 Sistema de alto-falantes na configuração de *crossover*.

minar a impedância total de cada ramo em frequências específicas para saber se realmente a resposta de um tem um peso maior do que a resposta dos outros dois. Como é empregado um amplificador com uma impedância de saída de 8 Ω, a máxima transferência de potência (veja a Seção 18.5 para circuitos de corrente alternada) para o alto-falante acontecerá quando a impedância do ramo for igual ou muito próxima de 8 Ω.

Começaremos examinando a resposta para as frequências a serem reproduzidas primeiramente pelo alto--falante *mid-range*, já que ele representa a maior faixa de frequência ouvida pelo ser humano. Como o ramo do alto-falante *mid-range* tem uma especificação de 8 Ω em 1,4 kHz, verificaremos o efeito da aplicação de uma frequência de 1,4 kHz em todos os ramos do circuito de desvio.

No caso do alto-falante *mid-range*:

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2\pi(1{,}4\text{ kHz})(47\ \mu\text{F})} = 2{,}42\ \Omega$$

$$X_L = 2\pi fL = 2\pi(1{,}4\text{ kHz})(270\ \mu\text{H}) = 2{,}78\ \Omega$$

$$R = 8\ \Omega$$

e
$$Z_{\text{mid-range}} = R + j(X_L - X_C) = 8\ \Omega + j(2{,}78\ \Omega - 2{,}42\ \Omega)$$
$$= 8\ \Omega + j\,0{,}36\ \Omega$$
$$= 8{,}008\ \Omega \angle -2{,}58° \cong 8\ \Omega \angle 0° = R$$

Na Figura 15.112(a), o amplificador com a impedância de saída de 8 Ω foi conectado ao alto-falante *mid-range* com uma frequência de 1,4 kHz. Como a reatância total oferecida pelos dois elementos reativos em série é muito pequena se comparada com a resistência de 8 Ω do alto--falante, podemos basicamente substituir a combinação em série do indutor com o capacitor por um curto-circuito (0 Ω). Isso resulta na situação em que a impedância de carga é exatamente igual à impedância de saída do amplificador, sendo que a potência máxima será entregue ao alto-falante. Devido às impedâncias em série serem iguais, cada uma recebe metade da tensão aplicada, ou seja, 6 V. A potência do alto-falante é então $V^2/R = (6\text{ V})^2/8 = 4{,}5$ W.

Na frequência de 1,4 kHz, esperamos que o *woofer* e o *tweeter* tenham um impacto mínimo no som gerado. Agora, verificaremos a validade dessa afirmação determinando a impedância de cada ramo em 1,4 kHz.

No caso do *woofer*:

$$X_L = 2\pi fL = 2\pi(1{,}4\text{ kHz})(3{,}3\text{ mH}) = 29{,}03\ \Omega$$

e
$$Z_{\text{woofer}} = R + jX_L = 8\ \Omega + j\,29{,}03\ \Omega$$
$$= 30{,}11\ \Omega \angle 74{,}59°$$

que é um casamento ruim de impedância por ter um valor bem diferente da impedância de saída do amplificador. O circuito resultante é mostrado na Figura 15.112(b).

A carga total para a fonte de 12 V é:

$$Z_T = 8\ \Omega + 8\ \Omega + j\,29{,}03\ \Omega = 16\ \Omega + j\,29{,}03\ \Omega$$
$$= 33{,}15\Omega \angle 61{,}14°$$

e a corrente é:

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{Z}_T} = \frac{12\text{ V}\angle 0°}{33{,}15\ \Omega \angle 64{,}14°}$$
$$= 362\text{ mA} \angle -61{,}14°$$

A potência para o alto-falante de 8 Ω é, então,

$$P_{\text{woofer}} = I^2R = (362\text{ mA})^2(8\ \Omega) = \mathbf{1{,}05\ W}$$

ou aproximadamente 1 W.

Consequentemente, o som gerado pelo alto-falante *mid-range* tem um peso maior que a resposta do *woofer* (como deveria ser).

Para o *tweeter* na Figura 15.112,

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2\pi(1{,}4\text{ kHz})(3{,}9\ \mu\text{F})} = 29{,}15\ \Omega$$

e
$$Z_{\text{tweeter}} = R - jX_C = 8\ \Omega - j\,29{,}15\ \Omega$$
$$= 30{,}33\ \Omega \angle -74{,}65°$$

que, assim como o woofer, apresenta um casamento de impedância ruim por ter valor bem diferente da impedância de saída do amplificador. A corrente é dada por

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{Z}_T} = \frac{12\text{ V}\angle 0°}{30{,}23\ \Omega \angle -74{,}65°}$$
$$= 397\text{ mA} \angle 74{,}65°$$

(a)

(b)

(c)

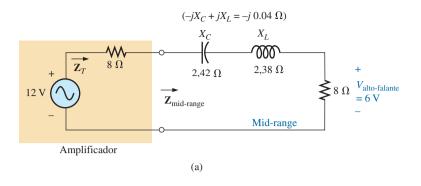
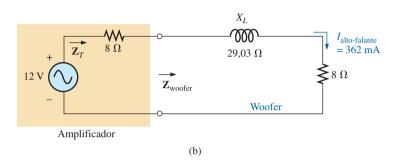
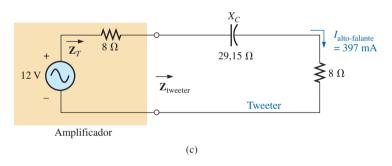



Figura 15.112 Circuito de crossover: (a) alto-falante *mid-range* em 1,4 kHz; (b) *woofer* em 1,4 kHz; (c) *tweeter*.

A potência do alto-falante de 8 Ω é, então,

$$P_{\text{tweeter}} = I^2R = (397\text{ mA})^2(8\ \Omega) = \mathbf{1{,}26\ W}$$

ou aproximadamente 1,3 W.

Consequentemente, o som gerado pelo alto-falante *mid-range* também tem um peso maior que a resposta do *tweeter*.

Em geral, o alto-falante *mid-range* predomina em uma frequência de 1,4 kHz para o circuito de *crossover* da Figura 15.111.

Agora, determinaremos a impedância do *tweeter* a 20 kHz e o impacto do *woofer* nessa frequência.

No caso do *tweeter*,

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2\pi(20\text{ kHz})(3{,}9\ \mu\text{F})} = 2{,}04\ \Omega$$

com $$P_{\text{tweeter}} = 8\Omega - j\,2{,}04\ \Omega = 8{,}26\ \Omega \angle -14{,}31°$$

Ainda que o valor da impedância do ramo não seja exatamente 8 Ω, é muito próximo, e o alto-falante receberá um nível alto de potência (na realidade, 4,43 W).

No caso do *woofer*,

$$X_L = 2\pi fL = 2\pi(20\text{ kHz})(3{,}3\text{ mH}) = 414{,}69\ \Omega$$

com $$Z_{\text{woofer}} = 8\Omega - j\,414{,}69\ \Omega = 414{,}77\ \Omega \angle 88{,}9°$$

que é um casamento de impedância terrível com a saída do amplificador. Portanto, o alto-falante receberá um nível de potência muito baixo (6,69 mW ≅ 0,007 W).

Observe, ao longo dos cálculos, que os elementos capacitivos predominam em baixas frequências, e os elementos indutivos, em altas. Para as frequências baixas, a reatância do indutor será muito pequena, permitindo uma transferência completa de potência para o alto-falante. No caso do *tweeter* em frequências altas, a reatância do capacitor é muito pequena, o que proporciona um caminho direto para o fluxo de potência para o alto-falante.

Controle de potência por deslocamento de fase

No Capítulo 11, examinamos a estrutura interna de um controlador de luminosidade (*dimmer*) e o seu funcionamento básico. Agora podemos dirigir a nossa atenção ao modo como é feito o controle da potência enviada para a lâmpada.

Se o *dimmer* fosse constituído de simples elementos resistivos, todas as tensões no circuito estariam em fase, como mostra a Figura 15.113(a). Se considerarmos que 20 V são necessários para ligar o triac visto na Figura 11.68, então a potência seria distribuída na lâmpada ao longo do período que corresponde à área sombreada mostrada na Figura 15.113(a). Para essa situação, a lâmpada terá um brilho próximo do máximo, visto que a tensão aplicada é disponibilizada para a lâmpada por quase todo o ciclo. Para reduzir a potência na lâmpada (e, portanto, reduzir o seu brilho), a tensão de controle teria que ter uma tensão de pico menor, como mostra a Figura 15.113(b). Na realidade, a forma de onda vista na Figura 15.113(b) é tal que a tensão que liga o triac não é alcançada até que se atinja o valor de pico. Nesse caso, a potência é fornecida para a lâmpada por apenas metade do ciclo, e o brilho da lâmpada é reduzido. O problema com o uso de elementos apenas resistivos em um dimmer agora se torna evidente: a lâmpada não pode ter um brilho menor do que aquele que ilustra a Figura 15.113(b). Qualquer redução adicional na tensão de controle reduziria o seu valor de pico abaixo do valor de disparo do triac, e a lâmpada não poderia ser ligada.

O dilema pode ser resolvido usando uma combinação de elementos em série como a que é mostrada na Figura 15.114(a) para o *dimmer* visto na Figura 11.68. Observe que a tensão de controle é a tensão sobre o capacitor, enquanto toda a tensão de 120 V rms, 170 V de pico,

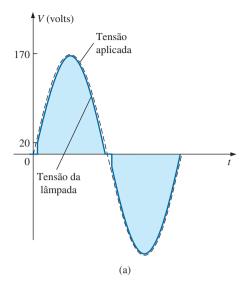
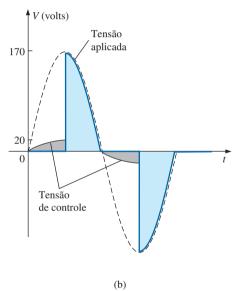



Figura 15.113 Dimmer: (a) com elementos puramente resistivos; (b) distribuição da potência em meio ciclo.

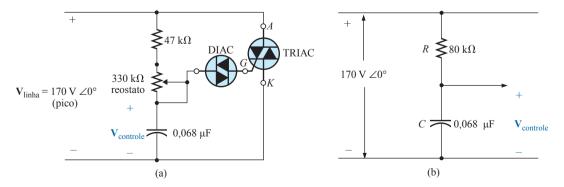



Figura 15.114 Dimmer de iluminação: (a) da Figura 11.68; (b) com o reostato ajustado em 33 kΩ.

está sobre o ramo de entrada. Para descrever o comportamento do circuito, examinaremos o caso definido com o ajuste do potenciômetro (usado como um reostato) em 1/10 do seu valor máximo, ou seja, 33 kΩ. A combinação de 33 kΩ com a resistência fixa de 47 kΩ resulta em uma resistência total de 80 kΩ e no circuito equivalente visto na Figura 15.114(b).

Em 60 Hz, a reatância do capacitor vale:

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2\pi(60\text{ Hz})(62\ \mu\text{F})} = 42{,}78\text{ k}\Omega$$

Aplicando a regra dos divisores de tensão, temos:

$$\begin{aligned}\mathbf{V}_{\text{controle}} &= \frac{\mathbf{Z}_C\mathbf{V}_S}{\mathbf{Z}_R + \mathbf{Z}_C}\\ &= \frac{(42{,}78\text{ k}\Omega\angle -90^\circ)(V_S\angle 0^\circ)}{80\text{ k}\Omega - j42{,}78\text{ k}\Omega} = \frac{42{,}78\text{ k}\Omega\,\text{V}_S\angle -90^\circ}{90{,}72\text{ k}\Omega\angle -28{,}14^\circ}\\ &= 0{,}472\ \text{V}_S\angle -61{,}86^\circ\end{aligned}$$

Usando um valor de pico de 170 V, temos

$$\begin{aligned}\mathbf{V}_{\text{controle}} &= 0{,}472(170\text{ V})\angle -61{,}86^\circ\\ &= 80{,}24\text{ V}\angle -61{,}86^\circ\end{aligned}$$

gerando a forma de onda vista na Figura 15.115(a). O resultado é uma forma de onda com um deslocamento de fase de 61,86° (atrasada em relação à tensão de rede aplicada) e um valor de pico relativamente alto. O alto valor de pico resulta em uma rápida transição para o valor de 20 V que liga o triac, e a potência é entregue à lâmpada durante a maior parte do sinal aplicado. Lembre-se de que no Capítulo 11 estudamos que a resposta na região negativa é uma réplica daquela que ocorre na região positiva. Se reduzirmos mais a resistência do potenciômetro, o ângulo de fase será reduzido, e o brilho da lâmpada aumentará. A situação agora é muito similar àquela descrita para a resposta vista na Figura 15.113(a). Em outras palavras, não houve ganhos extras usando o capacitor no circuito de controle. Entretanto, aumentaremos a resistência do potenciômetro para 200 kΩ e observaremos o efeito na tensão de controle.

Ou seja:

$$R_T = 200\text{ k}\Omega + 47\text{ k}\Omega = 247\text{ k}\Omega$$

$$\begin{aligned}\mathbf{V}_{\text{controle}} &= \frac{\mathbf{Z}_C\mathbf{V}_S}{\mathbf{Z}_R + \mathbf{Z}_C}\\ &= \frac{(42{,}78\text{ k}\Omega\angle -90^\circ)(V_S\angle 0^\circ)}{247\text{ k}\Omega - j42{,}78\text{ k}\Omega} = \frac{42{,}78\text{ k}\Omega V_S\angle -90^\circ}{250{,}78\text{ k}\Omega\angle -9{,}8^\circ}\\ &= 0{,}171\ \text{V}_S\angle -80{,}2^\circ\end{aligned}$$

e usando um valor de pico de 170 V, temos:

$$\begin{aligned}\mathbf{V}_{\text{controle}} &= 0{,}171(170\text{ V})\angle -80{,}2^\circ\\ &= 29{,}07\text{ V}\angle -80{,}2^\circ\end{aligned}$$

O valor de pico foi substancialmente reduzido para apenas 29,07 V, e o ângulo de deslocamento de fase aumentado para 80,2°. O resultado, conforme ilustra a Figura 15.115(b), é que o potencial de disparo de 20 V não é alcançado até estar próximo do final da parte positiva da tensão aplicada. A potência é entregue para a lâmpada durante um período de tempo muito curto, fazendo com que a luminosidade da lâmpada seja bem pequena, significativamente menor do que a obtida a partir da resposta mostrada na Figura 15.113(b).

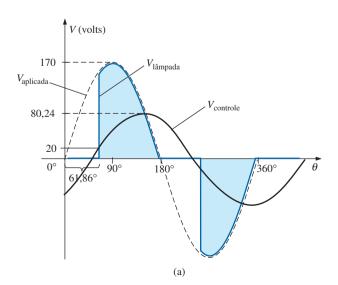
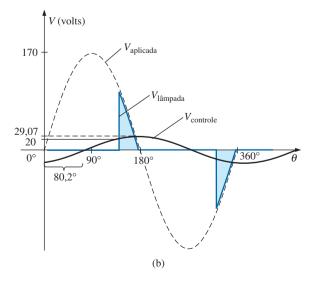



Figura 15.115 Dimmer da Figura 11.68: (a) reostato ajustado em 33 kΩ; (b) reostato ajustado em 200 kΩ.

Portanto, um ângulo de condução menor que 90° somente é possível devido ao deslocamento de fase introduzido pela combinação *R-C* em série. Assim, pode-se construir um circuito de alguma importância com um par de componentes particularmente simples.

15.15 ANÁLISE COMPUTACIONAL

PSpice

Circuito *R-L-C* em série. O circuito *R-L-C* em série visto na Figura 15.35 será analisado agora usando-se o OrCAD Capture. Como as reatâncias indutivas e capacitivas não podem ser inseridas na tela, os níveis associados de indutância e capacitância foram determinados antecipadamente da seguinte maneira:

$$X_L = 2\pi f L \Rightarrow L = \frac{X_L}{2\,\pi f} = \frac{7\,\Omega}{2\,\pi(1\,\text{kHz})} = 1{,}114\text{ mH}$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi f C} \Rightarrow C = \frac{1}{2\pi f X_C} = \frac{1}{2\pi(1\,\text{kHz})3\,\Omega} = 53{,}05\,\mu\text{F}$$

Então, os valores foram inseridos no esquema como mostra a Figura 15.116. Para a inserção da fonte CA, a sequência é ativar o ícone **Place part-SOURCE-VSIN--OK** com **VOFF** ajustado em 0 V, **VAMPL** ajustado em 70,7 V (o valor de pico da tensão senoidal fornecida pela fonte vista na Figura 15.35) e **FREQ** = 1 kHz. Se dermos um duplo clique no símbolo da fonte, a caixa de diálogo **Property Editor** aparecerá, confirmando as escolhas anteriores e mostrando que **DF** = 0 s, **PHASE** = 0° e **TD** = 0 s como valores default. Agora, estamos prontos para fazer a análise do circuito para uma frequência fixa de 1 kHz.

O processo de simulação é iniciado selecionando-se primeiro o ícone **New Simulation Profile** e digitando o nome **PSpice 15-1** no campo **Name**, seguido do botão **Create**. A caixa de diálogo **Simulation Settings** aparecerá e, como continuamos plotando resultados em função do tempo, a opção **Time Domain(Transient)** deve ser selecionada em **Analysis Type**. Como o período de cada ciclo (**cycle**) da tensão aplicada pela fonte é 1 ms, **Run to time** deve ser ajustado em 5 ms, de maneira que cinco ciclos aparecerão. O parâmetro **Start saving data after** deve ser mantido em 0 s, ainda que haja um período oscilatório para os elementos reativos antes que o circuito seja estabilizado. O parâmetro **Maximum step size** deve ser ajustado em 5 ms/1.000 = 5 μs. Finalmente, o botão **OK** é ativado seguido do botão **Run PSpice**. O resultado será uma tela vazia com um eixo *x* que se estende de 0 a 5 ms.

A primeira grandeza de interesse é a corrente através do circuito, assim deve-se selecionar **Trace-Add-Trace** seguido de **I(R)** e o botão **OK**. A curva resultante, vista na Figura 15.117, mostra claramente que existe um período de carga e descarga dos elementos reativos antes do estabelecimento do estado estacionário. Aparentemente a condição de estado estacionário é basicamente estabelecida após 3 ms. Ative o botão **Toggle cursor** e clique com o botão esquerdo do mouse. Isso resultará em um cursor que pode se mover ao longo do eixo próximo do valor máximo em torno de 1,4 ms. Na realidade, o cursor revela um valor máximo de 16,4 A que excede em 2 A o valor da solução de estado estacionário. Um clique com o botão direito do mouse estabelecerá um segundo cursor na tela que pode ser colocado próximo ao valor de pico do estado estacionário em torno de 4,4 ms. O valor de pico resultante é cerca de

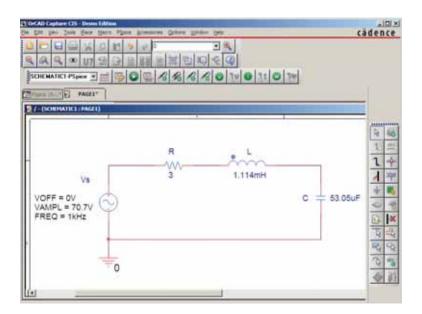



Figura 15.116 Uso do PSpice na análise de um circuito de corrente alternada *R-L-C* em série.

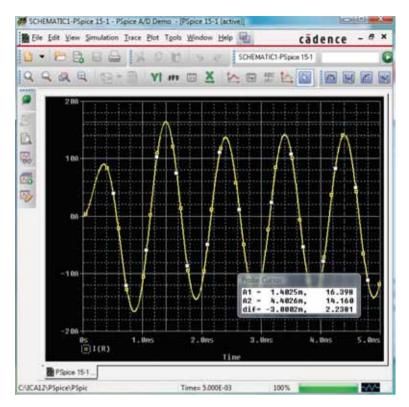



Figura 15.117 Gráfico da corrente para o circuito visto na Figura 15.116 que mostra a fase intermediária entre o estado transitório e o estado estacionário.

14,5 A que está de acordo com a solução manual para a Figura 15.35. Portanto, consideraremos que as condições de estado estacionário se estabelecem no circuito após 4 ms.

Agora, acrescentaremos a curva da tensão da fonte por meio de **Trace-Add Trace-V(Vs:+)-OK** para obter mais de uma curva vista na parte inferior da Figura 15.118. Para visualizar a tensão sobre o indutor, a sequência **Plot-Add Plot to Window-Trace-Add Trace-V(L:1)--V(L:2)** resulta no gráfico que aparece na parte superior da Figura 15.118. Dedique uma atenção especial ao fato de que **Trace Expression** é **V(L:1) – V(L:2)** em vez de ser apenas **V(L:1)**, pois **V(L:1)** seria a tensão a partir do ponto 1 em relação a GND, que incluiria a tensão sobre o capacitor. Além disso, o sinal de menos entre os dois vem da lista **Functions or Macros** à direita da caixa de diálogo **Add Traces**. Finalmente, como sabemos que as formas de onda são perfeitamente estáveis após 3 ms, retire a parte da forma de onda anterior a 3 ms por meio de **Plot-Axis Settings-X axis-User Defined-3ms to 5ms-OK** para obter os dois ciclos vistos na Figura 15.118. Agora você pode ver claramente que o valor de pico da tensão sobre o indutor é 100 V, o que corresponde à análise do circuito visto na Figura 15.35. Está claro também que a tensão aplicada está adiantada em relação à corrente por um ângulo que pode ser determinado usando os cursores. Primeiro, ative a opção de cursor acionando o botão cursor (que tem estampado um gráfico com uma curva passando na origem dos eixos) na segunda barra de ferramentas de cima para baixo, a partir da barra de menu. Em seguida, selecione **V(Vs:+)** na parte inferior esquerda da tela clicando no botão esquerdo do mouse e posicionando o cursor no ponto em que a tensão aplicada passa pelo eixo horizontal na borda de subida. O resultado é **A1** = 4 ms em –4,243 µV ≅ 0 V. Em seguida, selecione **I(R)** na parte inferior esquerda da tela com um clique no botão direito do mouse e coloque o cursor no ponto em que a forma de onda da corrente passa pelo eixo horizontal na borda de subida. O resultado é **A2** = 4,15 ms em –55,15 mA = 0,55 A ≅ 0 A (comparada ao valor de pico de 14,14 A). Na parte inferior da caixa de diálogo **Probe Cursor**, a diferença de tempo é 147,24 µs.

Agora, determine o valor de

$$\frac{147{,}24\ \mu s}{1000\ \mu s} = \frac{\theta}{360^\circ}$$

$$\theta = 52{,}99^\circ\ 9$$

O ângulo de fase pelo qual a tensão aplicada está adiantada da corrente é 52,99°, que está muito próximo do valor teórico de 53,13° obtido na Figura 15.39. O aumento do número de pontos de dados para a curva aumentaria a precisão, o que geraria um resultado mais próximo de 53,13°.

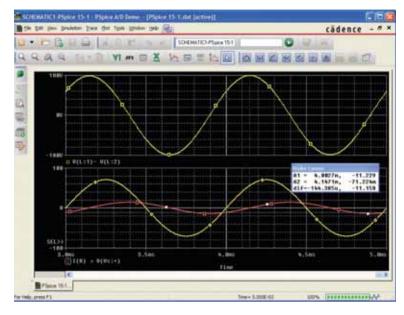



Figura 15.118 Gráfico da resposta no estado estacionário (t > 3 ms) de v_L, v_s e i para o circuito mostrado na Figura 15.116.

Multisim

Agora, analisaremos a resposta de um circuito em função da frequência, em vez do tempo, usando o circuito visto na Figura 15.86 que aparece no esquema visto na Figura 15.119. A fonte de corrente CA aparece como **AC_CURRENT_SOURCE** sob a listagem **SIGNAL_CURRENT_SOURCES Family**. Observe que a fonte de corrente apresenta uma amplitude de 1 A para estabelecer valores coincidentes entre a tensão de resposta e a impedância do circuito. Ou seja,

$$|Z_T| = \left|\frac{V_S}{I_S}\right| = \left|\frac{V_S}{1\,\text{A}}\right| = |V_S|$$

Antes de aplicarmos métodos computacionais, devemos ter uma ideia geral das respostas esperadas, de maneira que teremos valores para compararmos com a solução computacional. Em frequências muito altas como 1 MHz, a impedância do elemento indutivo gira em torno de 25 kΩ e, quando colocada em paralelo com 220 Ω, comporta-se como um circuito aberto. O resultado é que, à medida que a frequência se torna muito alta, devemos

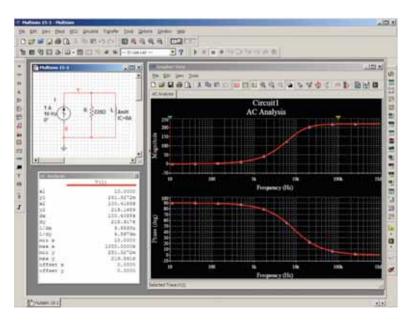



Figura 15.119 Obtenção do gráfico da impedância para um circuito R-L em paralelo usando o Multisim.

esperar que a impedância do circuito se aproxime do valor do resistor de 220 Ω. Além disso, como o circuito terá características resistivas em frequências muito altas, o ângulo associado com a impedância de entrada deve estar próximo de 0°. Em frequências muito baixas, a reatância do elemento indutivo será muito menor que os 220 Ω do resistor, e o circuito terá características indutivas. Na realidade, em uma frequência de, digamos, 10 Hz, a reatância do indutor é cerca de apenas de 0,25 Ω, que é um valor muito próximo de um curto-circuito equivalente comparado com o resistor de 220 Ω em paralelo. O resultado é que a impedância do circuito está muito próxima de 0 Ω em frequências muito baixas. Novamente, como os efeitos indutivos são muito intensos em baixas frequências, o ângulo de fase associado com a impedância de entrada deve ser muito próximo de 90°.

Agora, vamos à análise computacional. A fonte de corrente, o resistor e o indutor são posicionados e conectados usando-se os procedimentos descritos em detalhes nos capítulos anteriores. Entretanto, dessa vez, existe uma grande diferença, pois o usuário tem de saber que: visto que a saída será representada em função da frequência, a **AC Analysis Magnitude** na caixa de diálogo **AC_CURRENT** precisa ser definida em 1 A para a fonte de corrente. Nesse caso, o valor default de **1A** é igual ao valor da fonte a ser aplicada e, assim, estaria ajustado, mesmo que você não realizasse o procedimento de ajuste. Entretanto, em outra situação, a fonte de corrente ou de tensão a ser usada pode não ter uma amplitude de 1, fazendo com que a inserção do valor seja necessária.

Para realizar a simulação, a sequência **Simulate--Analyses-AC Analysis** é aplicada primeiro para se obter a caixa de diálogo **AC Analysis**. O parâmetro **Start frequency** deve ser ajustado em 10 Hz, de maneira que a extremidade inferior do espectro tenha uma frequência muito baixa, e **Stop frequency** deve ser ajustado em **1 MHz**, de maneira que tenhamos pontos de dados na outra extremidade do espectro. **Sweep type** pode ser mantido em **Decade**, mas o número de pontos para cada múltiplo de 10 será 1.000, de modo que obteremos um gráfico com boa resolução. **Vertical scale** deve ser ajustado em **Linear**. Em **Outputs variables**, **V(1)**. Desloque-o para a coluna **Selected variables for analysis** usando o botão **Add** e, em seguida, acione o botão **Simulate**, e veremos as duas curvas mostradas na Figura 15.119. O botão **Show/Hide Grid** foi ativado para mostrar a grade no gráfico, e o botão **Show/Hide Cursors** foi ativado para mostrar a caixa de diálogo **AC Analysis** que é vista na Figura 15.119. Como os dois gráficos estão na tela, temos de definir com qual estamos trabalhando clicando em **Voltage** ou **Phase** do lado esquerdo de cada gráfico. Uma pequena seta vermelha aparece ao lado do gráfico selecionado para indicar qual está ativo. Quando for ajustar o cursor, certifique-se de ter ativado o gráfico correto. Quando o cursor vermelho for movido para 10 Hz (**x1**), veremos que a tensão no circuito é de apenas 0,251 V (**y1**), o que resulta em uma impedância de entrada de apenas 0,25 — bastante pequena e de valor igual ao previsto teoricamente. Além disso, note que o ângulo de fase, no outro gráfico, está basicamente em 90°, conforme nossa outra suposição anterior — um circuito totalmente indutivo. Se posicionarmos o cursor azul próximo de 100 kHZ (**x2** = 102,3 kHz), veremos que a impedância de 219,2 Ω (**y2**) tem um valor muito próximo ao do resistor em paralelo, que é 220 Ω, o que novamente confirma a análise preliminar. Como indicado na parte inferior da caixa **AC Analysis**, o valor máximo da impedância é 219,99 Ω, ou basicamente 220 Ω em 1 MHz. Antes de fechar a janela do gráfico, observe as vantagens do uso de um eixo logarítmico quando se deseja uma resposta ao longo de uma grande faixa de frequências.

PROBLEMAS

Seção 15.2 Impedância e o diagrama de fasores

1. Expresse as impedâncias dos componentes vistos na Figura 15.120, tanto na forma polar quanto na retangular.
2. Determine a corrente i nos elementos da Figura 15.121 usando a álgebra dos números complexos. Esboce as formas de onda de υ e i no mesmo gráfico.
3. Determine a tensão υ nos elementos vistos na Figura 15.122 usando a álgebra dos números complexos. Esboce as formas de onda de υ e i no mesmo gráfico.

Seção 15.3 Configuração em série

4. Calcule a impedância total dos circuitos vistos na Figura 15.123. Expresse a resposta nas formas retangular e polar e construa o diagrama de impedâncias.
5. Calcule a impedância total dos circuitos mostrados na Figura 15.124. Expresse a resposta nas formas retangular e polar e construa o diagrama de impedâncias.
6. Determine o tipo e o valor da impedância em ohms dos componentes dos circuitos em série que devem estar no interior das caixas vistas na Figura 15.125 para as tensões e para as correntes indicadas (determine o circuito em série mais simples que satisfaça às condições indicadas).

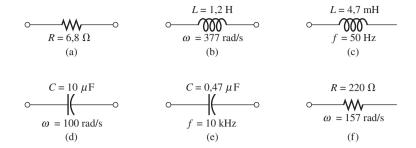



Figura 15.120 Problema 1.

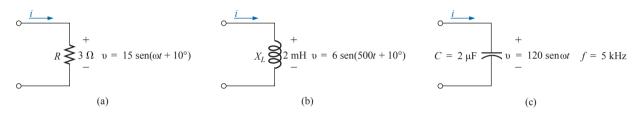



Figura 15.121 Problema 2.

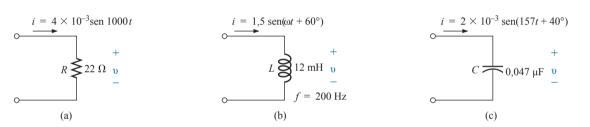



Figura 15.122 Problema 3.

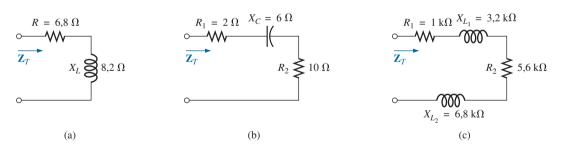



Figura 15.123 Problema 4.

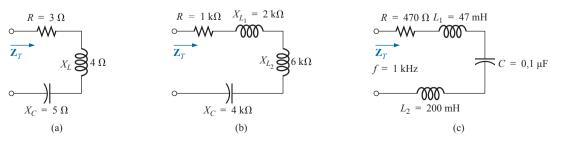



Figura 15.124 Problema 5.

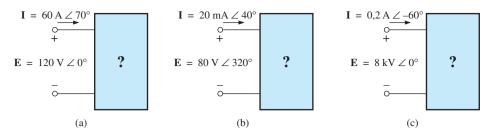



Figura 15.125 Problemas 6 e 26.

7. Para o circuito da Figura 15.126 faça o que se pede:
   a) Determine a impedância total Z_T na forma polar.
   b) Construa o diagrama de impedâncias.
   c) Determine a corrente I e as tensões V_R e V_L em forma fasorial.
   d) Construa o diagrama de fasores para as tensões E, V_R, V_L e para a corrente I.
   e) Verifique a validade da lei de Kirchhoff para tensões ao longo da malha fechada.
   f) Calcule a potência média fornecida ao circuito.
   g) Calcule o fator de potência do circuito e indique se ele é adiantado ou atrasado.
   h) Determine as expressões senoidais para as tensões e para as correntes se a frequência é 60 Hz.
   i) Plote as formas de ondas das tensões e da corrente no mesmo gráfico.
8. Repita o Problema 7 para o circuito visto na Figura 15.127, substituindo V_L por V_C nos itens (c) e (d).
9. Dado o circuito mostrado na Figura 15.128:
   a) Determine a impedância total Z_T na forma polar.
   b) Construa o diagrama de impedâncias.
   c) Determine o valor de C em microfarads e o de L em henries.
   d) Determine a corrente I e as tensões V_R, V_L e V_C na forma fasorial.
   e) Construa o diagrama de fasores para as tensões E, V_R, V_L e V_C e a corrente I.
   f) Confirme a validade da lei de Kirchhoff para tensões ao longo da malha fechada.
   g) Calcule a potência média fornecida ao circuito.
   h) Calcule o fator de potência do circuito e indique se ele é atrasado ou adiantado.
   i) Determine expressões senoidais para as tensões e para a corrente.
   j) Plote as formas de onda das tensões e da corrente no mesmo gráfico.
10. Repita o Problema 9 para o circuito visto na Figura 15.129, exceto para o item (c).
11. Usando as leituras de osciloscópio mostradas na Figura 15.130, determine o valor da resistência R (valor-padrão mais próximo).

*12. Usando a leitura de corrente feita por um DMM e a medida feita com osciloscópio indicada na Figura 15.131:
   a) Determine a indutância L.
   b) Determine a resistência R.
   c) Determine o valor-padrão mais próximo para a indutância encontrada no item (a).

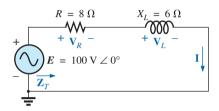



Figura 15.126 Problemas 7 e 48.

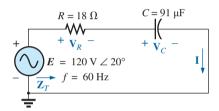



Figura 15.127 Problema 8.

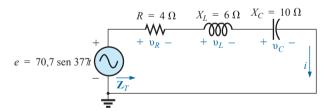



Figura 15.128 Problema 9.

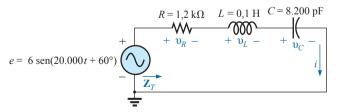



Figura 15.129 Problema 10.

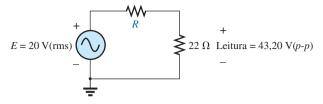



Figura 15.130 Problema 11.

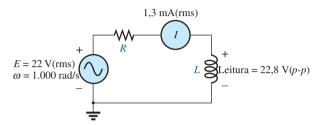



Figura 15.131 Problema 12.

***13.** Usando a leitura do osciloscópio apresentada na Figura 15.132:

a) Determine o valor rms da corrente no circuito em série.

b) Determine a capacitância C.

Seção 15.4 Regra dos divisores de tensão

14. Calcule as tensões V_1 e V_2 para os circuitos vistos na Figura 15.133, em forma fasorial, usando a regra dos divisores de tensão.

15. Calcule as tensões V_1 e V_2 para os circuitos vistos na Figura 15.134, em forma fasorial, usando a regra dos divisores de tensão.

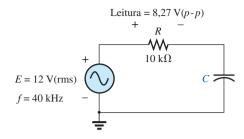



Figura 15.132 Problema 13.

***16.** Para o circuito mostrado na Figura 15.135, resolva os itens a seguir:

a) Determine $\boldsymbol{I}$, $\boldsymbol{V}_R$ e $\boldsymbol{V}_C$ em forma fasorial.

b) Calcule o fator de potência total e indique se é adiantado ou atrasado.

c) Calcule a potência média fornecida ao circuito.

d) Construa o diagrama de impedâncias.

e) Construa o diagrama de fasores para as tensões $\boldsymbol{E}$, $\boldsymbol{V}_R$ e $\boldsymbol{V}_C$ e para a corrente $\boldsymbol{I}$.

f) Calcule as tensões $\boldsymbol{V}_R$ e $\boldsymbol{V}_C$ usando a regra dos divisores de tensão e compare com os resultados do item (a).

g) Desenhe o circuito em série equivalente até o ponto em que se conhece a impedância total e a corrente i.

17. Uma carga elétrica tem um fator de potência de 0,8 atrasado. Ela dissipa 8 kW quando a tensão é 200 V. Calcule a impedância da carga em coordenadas retangulares.

***18.** Determine o componente, ou os componentes, em série que a caixa na Figura 15.136 deve conter de modo a satisfazer às seguintes condições:

a) Potência média fornecida ao circuito = 300 W.

b) O circuito tem um fator de potência atrasado.

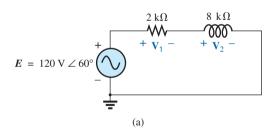



Figura 15.133 Problema 14.

Figura 15.134 Problema 15.

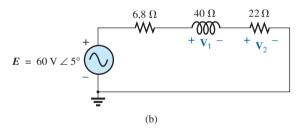
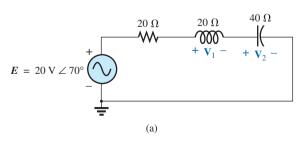
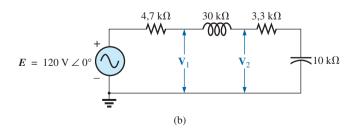
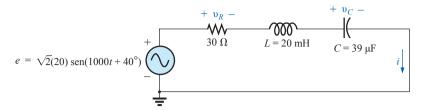



Figura 15.135 Problemas 16 e 47.

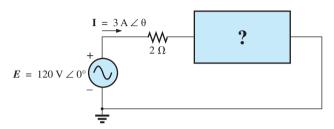



Figura 15.136 Problema 18.

Figura 15.137 Problema 19.

Seção 15.5 Resposta em frequência de circuitos de corrente alternada em série

***19.** Considerando o circuito mostrado na Figura 15.137, plote:

a) Z_T e θ_T em função da frequência na faixa de frequências de 0 a 20 kHz.

b) V_L em função da frequência para a mesma faixa de frequências do item (a).

c) θ_L em função da frequência para a mesma faixa de frequências do item (a).

d) V_R em função da frequência para a mesma faixa de frequências do item (a).

***20.** Considerando o circuito da Figura 15.138, plote:

a) Z_T e θ_T em função da frequência na faixa de frequências de 0 a 10 kHz.

b) V_C em função da frequência para a mesma faixa de frequências do item (a).

c) θ_C em função da frequência para a mesma faixa de frequências do item (a).

d) V_R em função da frequência para a mesma faixa de frequências do item (a).

***21.** Considerando o circuito *R-L-C* em série da Figura 15.139, plote:

a) Z_T e θ_T em função da frequência na faixa de frequências de 0 a 20 kHz, em incrementos de 1 kHz.

b) V_C (apenas o módulo) em função da frequência para a mesma faixa de frequências do item (a).

c) I (apenas o módulo) em função da frequência para a mesma faixa de frequências do item (a).

22. Para o circuito *R-C* em série da Figura 15.140:

a) Determine a frequência em que $X_C = R$.

b) Desenvolva uma imagem mental da mudança na impedância total em função da frequência sem lançar mão de um único cálculo.

c) Determine a impedância total em 100 Hz e em 10 kHz e compare sua resposta com as suposições do item (b).

d) Plote a curva de $\mathbf{V}_C$ em função da frequência.

e) Determine o ângulo de fase da impedância total em f = 40 kHz. O circuito é resistivo ou capacitivo nessa frequência?

Figura 15.138 Problema 20.

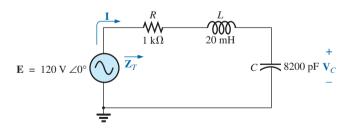



Figura 15.139 Problema 21.

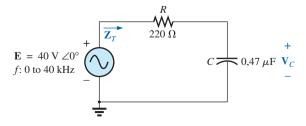



Figura 15.140 Problema 22.

Seção 15.7 Admitância e susceptância

23. Calcule a admitância total para os circuitos da Figura 15.141. Identifique os valores da condutância e da susceptância e construa o diagrama de admitâncias.

24. Calcule a admitância total para os circuitos vistos na Figura 15.142. Identifique os valores totais da condutância e da susceptância e construa o diagrama de admitâncias.

25. Calcule a admitância total para os circuitos vistos na Figura 15.143. Identifique os valores totais da condutância e da susceptância e construa o diagrama de admitâncias.

26. Repita o Problema 6, considerando os elementos de circuito em paralelo que devem existir no interior das caixas para que a tensão e a corrente tenham os valores indicados. (Determine o circuito em paralelo mais simples que satisfaça às condições dadas.)

Seção 15.8 Circuitos CA em paralelo

27. Considerando o circuito da Figura 15.144, resolva os itens a seguir:

a) Determine a admitância total Y_T em forma polar.
b) Construa o diagrama de admitâncias.
c) Determine a tensão $\boldsymbol{E}$ e as correntes $\boldsymbol{I}_R$ e $\boldsymbol{I}_L$ na forma fasorial.
d) Construa o diagrama de fasores para as correntes $\boldsymbol{I}_s$, $\boldsymbol{I}_R$ e $\boldsymbol{I}_L$ e para a tensão $\boldsymbol{E}$.
e) Confirme a validade da lei de Kirchhoff para correntes em um dos nós.
f) Calcule a potência média fornecida ao circuito.
g) Calcule o fator de potência do circuito e indique se ele é atrasado ou adiantado.
h) Determine as expressões senoidais para as correntes e para a tensão se a frequência é 60 Hz.
i) Plote as formas de onda para as correntes e para a tensão no mesmo gráfico.

28. Repita o Problema 27 para o circuito mostrado na Figura 15.145, substituindo $\boldsymbol{I}_L$ por $\boldsymbol{I}_C$ nos itens (c) e (d).

29. Considerando o circuito da Figura 15.146:

a) Determine a admitância total Y_T em forma polar.
b) Construa o diagrama de admitâncias.
c) Calcule o valor de C em microfarads e o de L em henries.
d) Determine a tensão $\boldsymbol{E}$ e as correntes $\boldsymbol{I}_R$, $\boldsymbol{I}_L$ e $\boldsymbol{I}_C$ em forma fasorial.
e) Construa o diagrama de fasores para as correntes $\boldsymbol{I}_s$, $\boldsymbol{I}_R$, $\boldsymbol{I}_L$ e $\boldsymbol{I}_C$ e para a tensão $\boldsymbol{E}$.
f) Confirme a lei de Kirchhoff para correntes em um dos nós.
g) Calcule a potência média fornecida ao circuito.
h) Calcule o fator de potência e indique se ele é adiantado ou atrasado.
i) Determine expressões senoidais para as correntes e para a tensão.
j) Plote as formas de onda da tensão e das correntes no mesmo gráfico.

30. Repita o Problema 29 para o circuito visto na Figura 15.147, exceto para o item (c).

Seção 15.9 Regra dos divisores de corrente

31. Calcule as correntes $\boldsymbol{I}_1$ e $\boldsymbol{I}_2$ do circuito visto na Figura 15.148, em forma fasorial, usando a regra dos divisores de corrente.

Seção 15.10 Resposta em frequência de elementos em paralelo

***32.** Para o circuito *R-C* em paralelo visto na Figura 15.149, plote:

a) o gráfico de Z_T e θ_T em função da frequência para a faixa de frequência de 0 a 20 kHz.
b) o gráfico de V_C em função da frequência para a faixa de frequência do item (a).
c) o gráfico de I_R em função da frequência para a faixa de frequência do item (a).

***33.** Para o circuito *R-L* em paralelo visto na Figura 15.150, plote:

a) o gráfico de Z_T e θ_T em função da frequência para a faixa de frequência de 0 a 10 kHz.
b) o gráfico de I_L em função da frequência para a faixa de frequência do item (a).
c) o gráfico de I_R em função da frequência para a faixa de frequência do item (a).

34. Plote o gráfico de Y_T e θ_T (de $\boldsymbol{Y}_T = Y_T \angle\theta_T$) para a faixa de frequência de 0 a 20 kHz no circuito da Figura 15.149.

35. Plote o gráfico de Y_T e θ_T (de $\boldsymbol{Y}_T = Y_T \angle\theta_T$) para a faixa de frequência de 0 a 10 kHz no circuito da Figura 15.150.

36. Considerando o circuito *R-L-C* em paralelo da Figura 15.151:

a) Plote o gráfico de Y_T e θ_T (de $\boldsymbol{Y}_T = Y_T \angle\theta_T$) em função da frequência para a faixa de frequência de 0 a 20 kHz.
b) Repita o item (a) para Z_T e θ_T (de $\boldsymbol{Z}_T = Z_T \angle\theta_T$).
c) Plote o gráfico de V_C em função da frequência para a faixa de frequência do item (a).
d) Plote o gráfico de I_L em função da frequência para a faixa de frequência do item (a).

Seção 15.12 Circuitos equivalentes

37. Para os circuitos em série vistos na Figura 15.152, determine um circuito em paralelo que tenha a mesma impedância total ($\boldsymbol{Z}_T$).

38. Para os circuitos em paralelo vistos na Figura 15.153, determine um circuito em série que tenha a mesma impedância total.

***39.** Considerando o circuito visto na Figura 15.154:

a) Calcule $\boldsymbol{E}$, $\boldsymbol{I}_R$ e $\boldsymbol{I}_L$ em forma fasorial.
b) Calcule o fator de potência total indicando se ele é adiantado ou atrasado.
c) Calcule a potência média fornecida ao circuito.
d) Construa o diagrama de admitâncias.
e) Construa o diagrama de fasores para as correntes $\boldsymbol{I}_s$, $\boldsymbol{I}_R$ e $\boldsymbol{I}_L$ e para a tensão $\boldsymbol{E}$.
f) Determine a corrente $\boldsymbol{I}_C$ nos capacitores usando apenas a lei de Kirchhoff para correntes.
g) Determine um circuito em série com um elemento resistivo e outro reativo que tenha a mesma impedância que o circuito original.

40. Determine o componente, ou componentes, que a caixa vista na Figura 15.155 deve conter para que satisfaça às seguintes condições (obtenha o circuito em paralelo mais simples que satisfaça a essas condições):

a) Potência média fornecida ao circuito = 3.000 W.
b) O circuito tem um fator de potência atrasado.

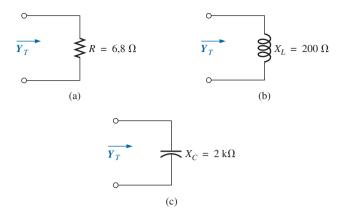



Figura 15.141 Problema 23.

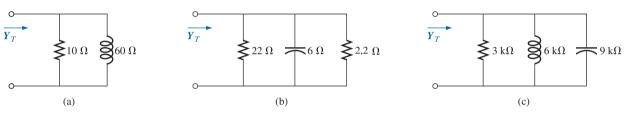



Figura 15.142 Problema 24.

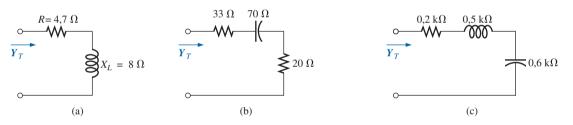



Figura 15.143 Problema 25.

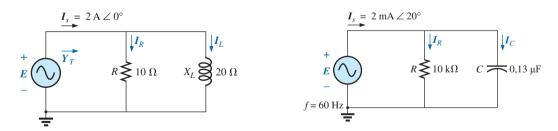



Figura 15.144 Problema 27.

Figura 15.145 Problema 28.

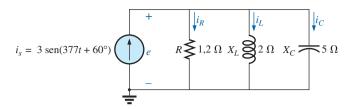



Figura 15.146 Problema 29.

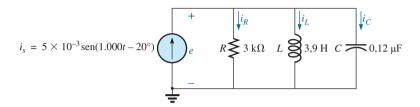



Figura 15.147 Problema 30.

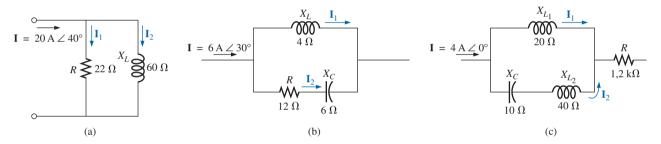



Figura 15.148 Problema 31.

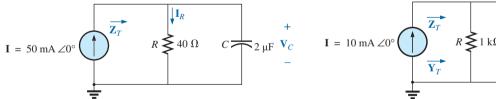



Figura 15.149 Problemas 32 e 34.

Figura 15.151 Problema 36.

Figura 15.150 Problemas 33 e 35.

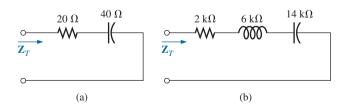



Figura 15.152 Problema 37.

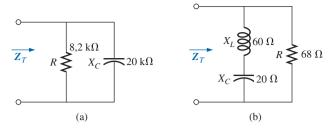



Figura 15.153 Problema 38.

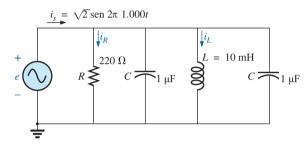



Figura 15.154 Problema 39.

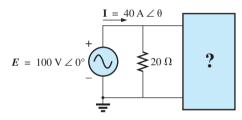



Figura 15.155 Problema 40.

Seção 15.13 Medidas de fase

41. Considerando o circuito visto na Figura 15.156, determine a diferença de fase entre as grandezas especificadas a seguir usando um osciloscópio de duplo traço. As ligações do circuito podem ser modificadas para realizar cada medida, mas não é permitido o uso de resistores sensores. Mostre todas as conexões no diagrama redesenhado.

a) e e υ_C

b) e e i_s

c) e e υ_L

42. Considerando o circuito da Figura 15.157, determine a diferença de fase entre as grandezas abaixo usando um osciloscópio de duplo traço. O circuito tem de ser mantido sem alterações nas conexões. No entanto, é permitido o uso de resistores sensores. Mostre todas as conexões em um diagrama redesenhado.

a) e e υ_{R2}

b) e e i_s

c) i_L e i_C

43. Considerando as curvas do osciloscópio ilustradas na Figura 15.158:

a) Determine a diferença de fase entre as formas de onda indicando qual está adiantada e qual está atrasada.

b) Determine os valores pico a pico e rms de cada forma de onda.

c) Calcule a frequência de cada forma de onda.

Seção 15.15 Análise computacional

PSpice ou Multisim

44. Considerando o circuito visto na Figura 15.124 (supondo que f = 1 kHz):

a) Determine os valores rms das tensões $\mathbf{V}_R$ e $\mathbf{V}_L$ e da corrente **I**.

b) Plote υ_R, υ_L e i em função do tempo em gráficos separados.

c) Plote e, υ_R, υ_L e i no mesmo gráfico e identifique as curvas com um rótulo.

45. Considerando o circuito visto na Figura 15.144:

a) Determine os valores rms das correntes $\mathbf{I}_s$ e $\mathbf{I}_R$ e $\mathbf{I}_L$.

b) Plote i_s, i_R e i_L em função do tempo em gráficos separados.

c) Plote e, i_s, i_R e i_L no mesmo gráfico e identifique as curvas com um rótulo.

46. Considerando o circuito visto na Figura 15.127, plote:

a) a impedância do circuito em função da frequência para a faixa de zero a 10 kHz.

b) a corrente i em função da frequência para a faixa de 0 a 10 kHz.

***47.** Considerando o circuito visto na Figura 15.135:

a) Determine os valores rms das tensões υ_R e υ_C para a frequência de 1 kHz.

b) Plote υ_C em função da frequência para a faixa de 0 a 10 kHz.

c) Plote o ângulo de fase entre e e i para a faixa de frequências entre 0 a 10 kHz.

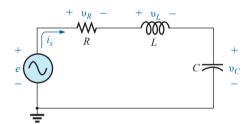



Figura 15.156 Problema 41.

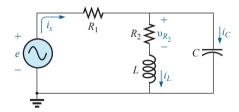
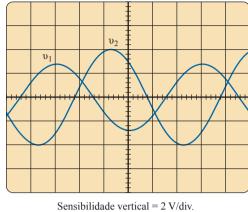



Figura 15.157 Problema 42.

Sensibilidade vertical = 0,5 V/div.
Sensibilidade horizontal = 0,2 ms/div.

(a)

Sensibilidade vertical = 2 V/div.
Sensibilidade horizontal = 10 μs/div.

(b)

Figura 15.158 Problema 43.

GLOSSÁRIO

Admitância: Medida que indica quanto um circuito ‘admite’ a passagem da corrente. É medida em siemens (S) e representada pela letra maiúscula *Y*.

Circuitos CA em paralelo: Conexão de elementos em circuitos CA em que todos os componentes têm dois pontos de conexão em comum. A tensão entre os terminais de todos os componentes é a mesma.

Circuitos CA em série: Conexão de elementos em circuitos CA em que nenhum par de impedâncias tem mais de um terminal em comum e a corrente que percorre todos os componentes é a mesma.

Circuitos equivalentes: Para todo circuito CA em série existe um circuito CA em paralelo (e vice-versa), que é ‘equivalente’ no sentido de que a corrente e a impedância de entrada são as mesmas.

Diagrama de admitâncias: Diagrama vetorial que permite visualizar claramente os módulos da admitância, da condutância, da susceptância capacitiva, da susceptância indutiva e o módulo e o ângulo de fase da admitância total do sistema.

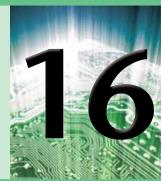
Diagrama de fasores: Diagrama vetorial que permite visualizar os módulos e as fases das tensões e das correntes de um circuito.

Diagrama de impedâncias: Diagrama vetorial que permite visualizar claramente o módulo da impedância dos componentes resistivo, reativo e capacitivo, e ainda o módulo e o ângulo de fase da impedância total do sistema.

Regra dos divisores de corrente: Método pelo qual se pode determinar a corrente de dois ramos em paralelo em um circuito CA sem a necessidade de calcular primeiro a tensão nos ramos paralelos.

Regra dos divisores de tensão: Método pelo qual a tensão em um dos diversos elementos de um circuito CA pode ser determinada sem necessidade de calcular primeiro a corrente nos elementos.

Susceptância: Medida de quanto um componente é ‘suscetível’ à passagem de corrente. É medida em siemens (S) e representada pela letra maiúscula *B*.

Circuitos de corrente alternada em série-paralelo

Objetivos

- Desenvolver confiança na análise dos circuitos CA em série-paralelo.
- Adquirir habilidade no uso de calculadoras e métodos computacionais para auxiliar a análise dos circuitos CA em série-paralelo.
- Compreender a importância do aterramento apropriado na operação de qualquer sistema elétrico.

16.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo, usaremos os conceitos fundamentais do capítulo anterior para desenvolver uma técnica para solucionar os **circuitos CA em série-paralelo**. Uma rápida revisão do Capítulo 7 pode ser útil antes de considerar esses circuitos, pois a metodologia usada aqui será semelhante à usada naquele capítulo. Os circuitos a serem discutidos terão apenas uma fonte de energia, seja ela uma fonte de tensão ou de corrente. Circuitos com mais de uma fonte de energia serão discutidos nos capítulos 17 e 18, usando métodos discutidos anteriormente para circuitos de corrente contínua.

De modo geral, quando trabalhar com circuitos de corrente alternada em série-paralelo, considere a seguinte metodologia:

1. *Redesenhe o circuito utilizando impedâncias em bloco para combinar elementos que estejam obviamente em série ou em paralelo, o que simplificará o circuito revelando claramente a estrutura fundamental do sistema.*
2. *Estude o problema e faça um rápido esboço mental de todo o procedimento a ser seguido. Isso pode resultar em uma grande economia de esforço e de tempo. Pode acontecer, em alguns casos, que não seja necessária uma análise mais profunda. A solução desejada pode ser conseguida com uma simples aplicação de uma lei fundamental usada em análise de circuitos.*
3. *Após o procedimento geral ter sido determinado, normalmente é melhor considerar cada ramo separadamente antes de conectá-los em combinações mistas (em série-paralelo). Na maioria dos casos, trabalha-se no sentido inverso — das combinações em série e em paralelo no sentido da fonte, para determinar a impedância total do circuito. A corrente da fonte pode então ser determinada, e o caminho de volta para os elementos desconhecidos pode ser definido. À medida que se deslocar no sentido da fonte, você definirá os elementos que não foram perdidos no processo de redução. Isso o fará ganhar tempo quando tiver que se deslocar através do circuito no sentido inverso para encontrar o valor de grandezas específicas.*
4. *Quando chegar a uma solução, verifique se ela é razoável, considerando os valores da fonte de energia e dos elementos do circuito. Se não, tente resolver o circuito usando outro método ou refaça os cálculos cuidadosamente. Nesse momento, uma solução dada pelo computador pode ser bastante útil no processo de validação.*

16.2 EXEMPLOS ILUSTRATIVOS

EXEMPLO 16.1

Considerando o circuito visto na Figura 16.1:

a) Calcule $\mathbf{Z}_T$.
b) Determine $\mathbf{I}_S$.
c) Calcule $\mathbf{V}_R$ e $\mathbf{V}_C$.
d) Determine $\mathbf{I}_C$.
e) Calcule a potência fornecida.
f) Calcule o F_P do circuito.

Soluções:

a) Como sugerimos na introdução, o circuito foi redesenhado com impedâncias em bloco, como mostra a Figura 16.2. A impedância $\mathbf{Z}_1$ é simplesmente o resistor R de 1 Ω, e $\mathbf{Z}_2$ é combinação de X_C e X_L em paralelo. O circuito agora revela claramente que é um circuito em série, sugerindo um caminho direto para o cálculo da impedância total e da corrente da fonte. Em muitos dos problemas desse tipo, deve-se trabalhar no sentido inverso até a fonte e encontrar a impedância total e a corrente da fonte. Quando as grandezas desconhecidas forem encontradas em termos dessas impedâncias equivalentes, os valores numéricos podem então ser substituídos para que se encontre o módulo e a fase das incógnitas. Em outras palavras, tente encontrar a solução desejada somente em termos de impedâncias parciais antes de substituir os valores. Esse método normalmente tornará mais claro o caminho escolhido para a solução, enquanto proporciona economia de tempo e diminui a probabilidade de erros de cálculo. Note também na Figura 16.2 que todas as grandezas desconhecidas, exceto $\mathbf{I}_C$, foram preservadas para determinar essas grandezas, significando que se pode usar a Figura 16.2 para determinar essas grandezas em vez de ter de retornar ao circuito mais complexo visto na Figura 16.1.

A impedância total é dada por:

$$\mathbf{Z}_T = \mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2$$

com

$$\mathbf{Z}_1 = R\angle 0^\circ = 1\Omega\angle 0^\circ$$

$$\mathbf{Z}_2 = \mathbf{Z}_C \| \mathbf{Z}_L = \frac{(X_C\angle -90^\circ)(X_L\angle 90^\circ)}{-jX_C + jX_L}$$

$$= \frac{(2\Omega\angle -90^\circ)(3\Omega\angle 90^\circ)}{-j2\Omega + j3\Omega}$$

$$= \frac{6\Omega\angle 0^\circ}{j1} = \frac{6\Omega\angle 0^\circ}{1\angle 90^\circ} = 6\Omega\angle -90^\circ$$

e

$$\mathbf{Z}_T = \mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2 = 1\ \Omega - j\,6\ \Omega = \mathbf{6{,}08\ \Omega < -80{,}54^\circ}$$

b) $$\mathbf{I}_s = \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{Z}_T} = \frac{120\text{ V}\angle 0^\circ}{6{,}08\Omega\angle -80{,}54^\circ}$$

$$= \mathbf{19{,}74\ A\ \angle\ 80{,}54^\circ}$$

c) Observando a Figura 16.2, concluímos que $\mathbf{V}_R$ e $\mathbf{V}_C$ podem ser calculadas usando a lei de Ohm:

$$\mathbf{V}_R = \mathbf{I}_S\mathbf{Z}_1 = (19{,}74\text{ A}\angle 80{,}54^\circ)(1\ \Omega\angle 0^\circ)$$
$$= \mathbf{19{,}74\ V\ \angle\ 80{,}54^\circ}$$
$$\mathbf{V}_C = \mathbf{I}_S\mathbf{Z}_2 = (19{,}74\text{ A}\angle 80{,}54^\circ)(6\ \Omega\angle -90^\circ)$$
$$= \mathbf{118{,}44\ V\ \angle\ 9{,}46^\circ}$$

d) Agora que $\mathbf{V}_C$ é conhecida, a corrente $\mathbf{I}_C$ também pode ser determinada usando a lei de Ohm:

$$\mathbf{I}_C = \frac{\mathbf{V}_C}{\mathbf{Z}_C} = \frac{118{,}44\text{ V}\angle -9{,}46^\circ}{2\Omega\angle -90^\circ} = \mathbf{59{,}22\ A\ \angle\ 80{,}54^\circ}$$

e) $P_{del} = I_S^2\,R = (19{,}74\text{ A})^2\,(1\Omega) = \mathbf{389{,}67\ W}$

f) $F_P = \cos\theta = \cos 80{,}54^\circ = \mathbf{0{,}164\ adiantado}$

O fato de a impedância total possuir um ângulo de fase negativo (revelando que $\mathbf{I}_S$ está adiantada em relação a $\mathbf{E}$) é uma indicação clara de que o circuito é de natureza capacitiva, tendo portanto um fator de fase adiantado. O fato de o circuito ser capacitivo pode ser determinado a

Figura 16.1 Exemplo 16.1.

Figura 16.2 Circuito visto na Figura 16.1 após a definição das impedâncias em bloco.

partir do circuito original, percebendo-se primeiramente que, para os elementos *L-C* em paralelo, a impedância menor é dominante, o que resulta em um circuito *R-C*.

EXEMPLO 16.2

Considerando o circuito visto na Figura 16.3:

a) Se **I** é 50 A ∠ 30°, calcule $\mathbf{I}_1$ usando a regra dos divisores de corrente.

b) Repita o item (a) para $\mathbf{I}_2$.

c) Verifique a lei de Kirchhoff para corrente em um dos nós.

Soluções:

a) Redesenhando o circuito como mostra a Figura 16.4, temos:

$$\mathbf{Z}_1 = R + jX_L = 3\ \Omega + j\ 4\ \Omega = 5\ \Omega \angle 53{,}13°$$
$$\mathbf{Z}_2 = -jX_C = -j\ 8\ \Omega = 8\ \Omega \angle -90°$$

Usando a regra dos divisores de corrente, temos:

$$\mathbf{I}_1 = \frac{\mathbf{Z}_2\mathbf{I}}{\mathbf{Z}_2+\mathbf{Z}_1} = \frac{(8\Omega\angle -90°)(50\,\text{A}\angle 30°)}{(-j8\Omega)+(3\Omega+j4\Omega)} = \frac{400\angle -60°}{3-j4}$$
$$= \frac{400\angle -60°}{5\angle -53{,}13°} = \mathbf{80\ A \angle -6{,}87°}$$

b) $$\mathbf{I}_2 = \frac{\mathbf{Z}_1\mathbf{I}}{\mathbf{Z}_2+\mathbf{Z}_1} = \frac{(5\Omega\angle 53{,}13°)(50\,\text{A}\angle 30°)}{5\Omega\angle -53{,}13°}$$
$$= \frac{250\angle 83{,}13°}{5\angle -53{,}13°}$$
$$= \mathbf{50\ A \angle 136{,}26°}$$

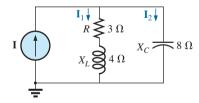



Figura 16.3 Exemplo 16.2.

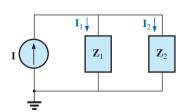



Figura 16.4 Circuito da Figura 16.3 após a definição das impedâncias em bloco.

c) $\mathbf{I} = \mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2$

$$50\ \text{A} \angle 30° = 80\ \text{A} \angle -6{,}87° + 50\ \text{A} \angle 136{,}26°$$
$$= (79{,}43 - j\ 9{,}57) + (-36{,}12 + j\ 34{,}57)$$
$$= 43{,}31 + j\ 25{,}0$$
$$50\ \text{A} \angle 30° = 50\ \text{A} \angle 30° \qquad \text{(verificada)}$$

EXEMPLO 16.3

Considerando o circuito visto na Figura 16.5:

a) Calcule a tensão $\mathbf{V}_C$ usando a regra dos divisores de tensão.

b) Calcule a corrente $\mathbf{I}_s$.

Soluções:

a) O circuito pode ser redesenhado, como podemos ver na Figura 16.6, com:

$$\mathbf{Z}_1 = 5\ \Omega = 5\ \Omega \angle 0°$$
$$\mathbf{Z}_2 = -j\ 12\ \Omega = 12\ \Omega \angle -90°$$
$$\mathbf{Z}_3 = +j\ 8\ \Omega = 8\ \Omega \angle 90°$$

Como queremos determinar $\mathbf{V}_C$, não combinaremos *R* e X_C em um único bloco de impedância. Note também que a Figura 16.6 revela claramente que **E** é a tensão total na combinação de elementos em série $\mathbf{Z}_1$ e $\mathbf{Z}_2$, o que permite o uso da regra dos divisores de tensão para calcular $\mathbf{V}_C$. Além disso, note que todas as correntes necessárias para determinar $\mathbf{I}_s$ foram preservadas na

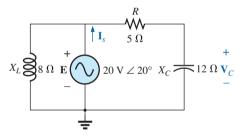



Figura 16.5 Exemplo 16.3.

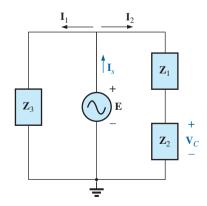



Figura 16.6 Circuito da Figura 16.5 após a definição das impedâncias em bloco.

Figura 16.6, mostrando que não é necessário retornar ao circuito da Figura 16.5 — tudo está definido no circuito da Figura 16.6.

$$\mathbf{V}_C = \frac{\mathbf{Z}_2\,\mathbf{E}}{\mathbf{Z}_1+\mathbf{Z}_2} = \frac{(12\Omega\angle-90^\circ)(20\,\text{V}\angle 20^\circ)}{5\Omega - j12\Omega} = \frac{240\,\text{V}\angle-70^\circ}{13\angle-67{,}38^\circ}$$
$$= \mathbf{18{,}46\ V\angle-2{,}62^\circ}$$

b) $$\mathbf{I}_1 = \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{Z}_3} = \frac{20\,\text{V}\angle 20^\circ}{8\Omega\angle 90^\circ} = 2{,}5\,\text{A}\angle-70^\circ$$
$$\mathbf{I}_2 = \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{Z}_1+\mathbf{Z}_2} = \frac{20\,\text{V}\angle 20^\circ}{13\Omega\angle-67{,}38^\circ} = 1{,}54\,\text{A}\angle 87{,}38^\circ$$

e

$$\mathbf{I}_S = \mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2$$
$$= 2{,}5\text{ A}\angle-70^\circ + 1{,}54\text{ A}\angle 87{,}38^\circ$$
$$= (0{,}86 - j\,2{,}35) + (0{,}07 + j\,1{,}54)$$
$$\mathbf{I}_S = 0{,}93 - j\,0{,}81 = \mathbf{1{,}23\ A\angle-41{,}05^\circ}$$

EXEMPLO 16.4

Dado o circuito visto na Figura 16.7:

a) Calcule a corrente $\mathbf{I}_s$.
b) Determine a tensão $\mathbf{V}_{ab}$.

Soluções:

a) Redesenhando o circuito como o que é mostrado na Figura 16.8, obtemos:

$$\mathbf{Z}_1 = R_1 + j\,X_L = 3\ \Omega + j\,4\ \Omega = 5\ \Omega\angle 53{,}13^\circ$$
$$\mathbf{Z}_2 = R_2 - j\,X_C = 8\ \Omega - j\,6\ \Omega = 10\ \Omega\angle-36{,}87^\circ$$

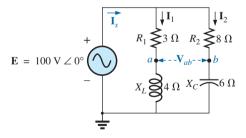



Figura 16.7 Exemplo 16.4.

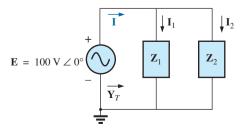



Figura 16.8 Circuito da Figura 16.7 após a definição das impedâncias em bloco.

Nesse caso, a tensão $\mathbf{V}_{ab}$ é perdida no circuito redesenhado, mas as correntes $\mathbf{I}_1$ e $\mathbf{I}_2$ permanecem explicitadas para determinar $\mathbf{V}_{ab}$. A Figura 16.8 mostra claramente que a impedância total pode ser encontrada usando a equação para duas impedâncias em paralelo:

$$\mathbf{Z}_T = \frac{\mathbf{Z}_1\,\mathbf{Z}_2}{\mathbf{Z}_1+\mathbf{Z}_2} = \frac{(5\Omega\angle 53{,}13^\circ)(10\Omega\angle-36{,}87^\circ)}{(3\Omega + j4\Omega)+(8\Omega - j6\Omega)}$$
$$= \frac{50\Omega\angle 16{,}26^\circ}{11 - j2} = \frac{50\Omega\angle 16{,}26^\circ}{11{,}18\angle-10{,}30^\circ}$$
$$= \mathbf{4{,}472\Omega<26{,}56^\circ}$$

e

$$\mathbf{I}_s = \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{Z}_T} = \frac{100\,\text{V}\angle 0^\circ}{4{,}472\Omega\angle 26{,}56^\circ} = \mathbf{22{,}36\ A\angle-26{,}56^\circ}$$

b) Pela lei de Ohm,

$$\mathbf{I}_1 = \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{Z}_1} = \frac{100\,\text{V}\angle 0^\circ}{5\Omega\angle 53{,}13^\circ} = \mathbf{20\ A\angle-53{,}13^\circ}$$
$$\mathbf{I}_2 = \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{Z}_2} = \frac{100\,\text{V}\angle 0^\circ}{10\Omega\angle-36{,}87^\circ} = \mathbf{10\ A\angle 36{,}87^\circ}$$

Retornando à Figura 16.7, temos:

$$\mathbf{V}_{R1} = \mathbf{I}_1\,\mathbf{Z}_{R1} = (20\text{ A}\angle-53{,}13^\circ)\,(3\ \Omega\angle 0^\circ)$$
$$= \mathbf{60\ V\angle-53{,}13^\circ}$$
$$\mathbf{V}_{R2} = \mathbf{I}_1\,\mathbf{Z}_{R2} = (10\text{ A}\angle+36{,}87^\circ)\,(8\ \Omega\angle 0^\circ)$$
$$= \mathbf{80\ V\angle+36{,}87^\circ}$$

Em vez de usar os dois passos descritos, poderíamos ter determinado $\mathbf{V}_{R1}$ ou $\mathbf{V}_{R2}$ em uma única etapa, usando a regra dos divisores de tensão:

$$V_{R_1} = \frac{(3\Omega\angle 0^\circ)(100\,\text{V}\angle 0^\circ)}{3\Omega\angle 0^\circ + 4\Omega\angle 90^\circ} = \frac{300\,\text{V}\angle 0^\circ}{5\angle 53{,}13^\circ}$$
$$= \mathbf{60\,V\angle-53{,}13^\circ}$$

Para encontrar $\mathbf{V}_{ab}$ temos de aplicar a lei de Kirchhoff para tensões à malha com os resistores de 3 Ω e 8 Ω (veja a Figura 16.9). Pela lei de Kirchhoff para tensões,

$$\mathbf{V}_{ab} + \mathbf{V}_{R1} - \mathbf{V}_{R2} = 0$$

ou
$$\mathbf{V}_{ab} = \mathbf{V}_{R2} - \mathbf{V}_{R1}$$
$$= 80\text{ V}\angle 36{,}87^\circ - 60\text{ V}\angle-53{,}13^\circ$$
$$= (64 + j\,48) - (36 - j\,48)$$
$$= 28 + j\,96$$
$$\mathbf{V}_{ab} = \mathbf{100\ V\angle 73{,}74^\circ}$$

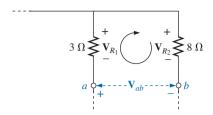



Figura 16.9 Determinação da tensão V_{ab} para o circuito visto na Figura 16.7.

EXEMPLO 16.5

O circuito mostrado na Figura 16.10 é frequentemente encontrado na análise de circuitos contendo transistores. O circuito equivalente ao transistor inclui uma fonte de corrente **I** e uma impedância de saída R_o. O resistor R_C é um resistor de polarização com a função de estabelecer condições CC específicas, e o resistor R_i representa a carga do estágio seguinte. O capacitor de acoplamento foi projetado para se comportar como um circuito aberto para a corrente contínua e ter uma impedância tão baixa quanto possível para as frequências de interesse, de modo a assegurar que $\mathbf{V}_L$ seja máxima. A faixa de frequência inclui, nesse exemplo, todo o espectro correspondente às ondas sonoras audíveis, de 100 Hz até 20 kHz. O objetivo nesse exemplo é demonstrar que, em toda essa faixa, o efeito do capacitor pode ser ignorado. Ele cumpre sua função de agente bloqueador de CC, mas permite a passagem de CA praticamente sem alterações.

a) Determine $\mathbf{V}_L$ para o circuito visto na Figura 16.10 na frequência de 100 Hz.
b) Repita o item (a) para uma frequência de 20 kHz.
c) Compare os resultados dos itens (a) e (b).

Soluções:

a) O circuito foi redesenhado com as impedâncias parciais mostradas na Figura 16.11:

$$\mathbf{Z}_1 = 50\ \text{k}\Omega \angle 0° \parallel 3{,}3\ \text{k}\Omega \angle 0° = 3{,}096\ \text{k}\Omega \angle 0°$$
$$\mathbf{Z}_2 = R_i - jX_C$$

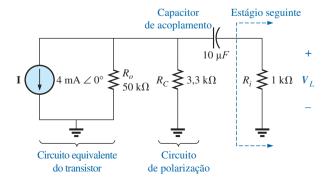



Figura 16.10 Amplificador transistorizado simples.

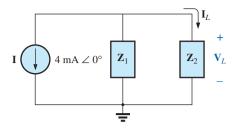



Figura 16.11 Circuito apresentado na Figura 16.10 após a definição das impedâncias em bloco.

$$Para\ f = 100\,\text{Hz}, X_C = \frac{1}{2\pi fC}$$
$$= \frac{1}{2\pi(100\,\text{Hz})(10\,\mu\text{F})} = 159{,}16\Omega$$

e $\quad \mathbf{Z}_2 = 1\ \text{k}\ \Omega - j159{,}16\ \Omega$

Usando a regra dos divisores de corrente, temos:

$$\mathbf{I}_L = \frac{-\mathbf{Z}_1\mathbf{I}}{\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2} = \frac{-(3{,}096\,\text{k}\,\Omega\angle 0°)(4\text{mA}\angle 0°)}{3{,}096\,\text{k}\,\Omega + 1\,\text{k}\,\Omega - j159{,}16\Omega}$$
$$= \frac{-12{,}384\,\text{A}\,\angle 0°}{4096 - j159{,}16} = \frac{-12{,}384\,\text{A}\,\angle 0°}{4099\angle -2{,}225°}$$
$$= -3{,}02\,\text{mA}\,\angle 2{,}23° = 3{,}02\,\text{mA}\,\angle 2{,}23° + 180°$$
$$= 3{,}02\,\text{mA}\,\angle 182{,}23°$$

e $\quad \mathbf{V}_L = \mathbf{I}_L\,\mathbf{Z}_R$
$$= (3{,}02\ \text{mA} \angle\ 182{,}23°)\ (1\ \text{k}\ \Omega \angle\ 0°)$$
$$= \mathbf{3{,}02\ V \angle\ 182{,}23°}$$

b) $$Para\ f = 20\,\text{kHz}, X_C = \frac{1}{2\pi fC}$$
$$= \frac{1}{2\pi(20\,\text{kHz})(10\,\mu\text{F})} = 0{,}796\Omega$$

Note a grande variação de X_C com a frequência. Obviamente, quanto maior a frequência, mais próxima de zero (curto-circuito) estará X_C para condições de corrente alternada. Temos:

$$\mathbf{Z}_2 = 1\ \text{k}\Omega - j\ 0{,}796\ \Omega$$

Usando a regra dos divisores de corrente, temos:

$$\mathbf{I}_L = \frac{-\mathbf{Z}_1\ \mathbf{I}}{\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2} = \frac{-(3{,}096\,\text{k}\,\Omega\angle 0°)(4\,\text{mA}\,\angle 0°)}{3{,}096\,\text{k}\,\Omega + 1\,\text{k}\,\Omega - j0{,}796\Omega}$$
$$= \frac{-12{,}384\,\text{A}\,\angle 0°}{4096 - j0{,}796\Omega} = \frac{= 12{,}384\,\text{A}\,\angle 0°}{4096\angle -0{,}011°}$$
$$= -3{,}02\,\text{mA}\,\angle 0{,}01° = 3{,}02\,\text{mA}\,\angle 0{,}01° + 180°$$
$$= 3{,}02\,\text{mA}\,\angle 180{,}01°$$

e
$$\mathbf{V}_L = \mathbf{I}_L \mathbf{Z}_R$$
$$= (3{,}02\text{ mA} \angle 180{,}01^\circ)(1\text{ k}\,\Omega \angle 0^\circ)$$
$$= \mathbf{3{,}02\ V \angle 180{,}01^\circ}$$

c) Os resultados indicam claramente que o capacitor interfere muito pouco na faixa de frequência de interesse. Além disso, observe que a maior parte da corrente da fonte chega até a carga em função dos parâmetros típicos empregados.

EXEMPLO 16.6

Dado o circuito visto na Figura 16.12:

a) Determine a corrente **I**.

b) Determine a tensão **V**.

Soluções:

a) As regras para fontes de corrente em paralelo são as mesmas para circuitos CA e CC. Ou seja, a fonte de corrente equivalente é a sua soma ou a sua diferença (fasorial). Portanto,

$$\mathbf{I}_T = 6\text{ mA} \angle 20^\circ - 4\text{ mA} \angle 0^\circ$$
$$= 5{,}638\text{ mA} + j2{,}052\text{ mA} - 4\text{ mA}$$
$$= 1{,}638\text{ mA} + j2{,}052\text{ mA}$$
$$= 2{,}626\text{ mA} \angle 51{,}402^\circ$$

Redesenhando o circuito usando impedâncias em bloco, obtemos o circuito mostrado na Figura 16.13, onde:

$$\mathbf{Z}_1 = 2\text{ k}\Omega \angle 0^\circ\ 6{,}8\text{ k}\Omega \angle 0^\circ = 1{,}545\text{ k}\Omega \angle 0^\circ$$
e $$\mathbf{Z}_2 = 10\text{ k}\Omega - j20\text{ k}\Omega = 22{,}361\text{ k}\Omega \angle -63{,}435^\circ$$

Note que **I** e **V** ainda aparecem explicitamente na Figura 16.13.

Usando a regra dos divisores de corrente, temos:

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{Z}_1 \mathbf{I}_T}{\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2} = \frac{(1{,}545\text{ k}\Omega \angle 0^\circ)(2{,}626\text{ mA} \angle 51{,}402^\circ)}{1{,}545\text{ k}\Omega + 10\text{ k}\Omega - j20\text{ k}\Omega}$$
$$= \frac{4{,}057\text{ A} \angle 51{,}402^\circ}{11{,}545\times 10^3 - j20\times 10^3} = \frac{4{,}057\text{ A} \angle 51{,}402^\circ}{23{,}093\times 10^3 \angle -60{,}004^\circ}$$
$$= \mathbf{0{,}18\text{mA} \angle 111{,}41^\circ}$$

b) $$\mathbf{V} = \mathbf{I}\mathbf{Z}_2$$
$$= (0{,}176\text{ mA} \angle 111{,}406^\circ)(22{,}36\text{ k}\,\Omega \angle -63{,}435^\circ)$$
$$= \mathbf{3{,}94\ V \angle 47{,}97^\circ}$$

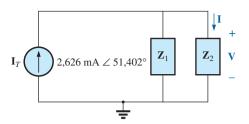



Figura 16.13 Circuito visto na Figura 16.12 após a definição das impedâncias parciais.

EXEMPLO 16.7

Considerando o circuito visto na Figura 16.14:

a) Calcule **I**.

b) Determine $\mathbf{I}_1$, $\mathbf{I}_2$ e $\mathbf{I}_3$.

c) Verifique a lei de Kirchhoff para corrente, demonstrando que:

$$\mathbf{I} = \mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2 + \mathbf{I}_3$$

d) Calcule a impedância total do circuito.

Soluções:

a) Redesenhando o circuito como mostra a Figura 16.15, obtemos um circuito estritamente paralelo, em que:

$$\mathbf{Z}_1 = \text{R}_1 = 10\ \Omega \angle 0^\circ$$
$$\mathbf{Z}_2 = \text{R}_2 + jX_{L1} = 3\ \Omega + j4\ \Omega$$
$$\mathbf{Z}_3 = \text{R}_3 + jX_{L2} - jX_C = 8\ \Omega + j3\ \Omega - j9\ \Omega = 8\ \Omega - j6\ \Omega$$

A admitância total é:

$$\mathbf{Y}_T = \mathbf{Y}_1 + \mathbf{Y}_2 + \mathbf{Y}_3$$
$$= \frac{1}{\mathbf{Z}_1} + \frac{1}{\mathbf{Z}_2} + \frac{1}{\mathbf{Z}_3} = \frac{1}{10\Omega} + \frac{1}{3\Omega + j4\Omega} + \frac{1}{8\Omega - j6\Omega}$$
$$= 0{,}1\text{S} + \frac{1}{5\Omega \angle 53{,}13^\circ} + \frac{1}{10\Omega \angle -36{,}87^\circ}$$
$$= 0{,}1\text{S} + 0{,}2\text{S} \angle -53{,}13^\circ + 0{,}1\text{S} \angle 36{,}87^\circ$$
$$= 0{,}1\text{S} + 0{,}12\text{S} - j0{,}16\text{S} + 0{,}08\text{S} + j0{,}06\text{S}$$
$$= 0{,}3\text{S} - j0{,}1\text{S} = 0{,}316\text{S} \angle -18{,}435^\circ$$

Calculadora. O exercício matemático anteriormente citado representa uma excelente oportunidade para de-

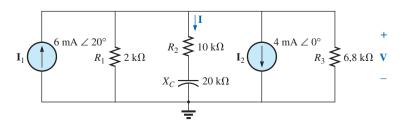



Figura 16.12 Exemplo 16.6.

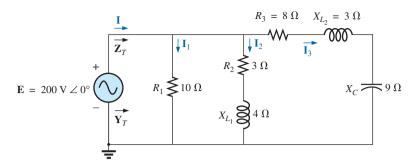



Figura 16.14 Exemplo 16.7.

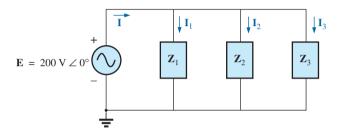



Figura 16.15 Circuito da Figura 16.14 após a definição das impedâncias parciais.

monstrar a capacidade das calculadoras atuais. Usando uma TI-89, a operação anterior estaria representada como mostra a Figura 16.16.

Lembre-se de usar o sinal negativo para o número complexo pela opção de subtração, e não pela seleção de sinal (–). A seleção de sinal é usada para ângulos negativos na forma polar.

Para fazer a conversão na forma polar, é preciso usar a sequência mostrada na Figura 16.17.

Conversão na forma polar:

A corrente **I** é dada por

$$\mathbf{I} = \mathbf{E}\mathbf{Y}_T = (200\text{ V} \angle 0^\circ)\,(0{,}326\text{ S} \angle -18{,}435^\circ)$$

$$= \mathbf{63{,}2\text{ A} \angle -18{,}44^\circ}$$

b) Como a tensão é a mesma em ramos paralelos,

$$\mathbf{I}_1 = \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{Z}_1} = \frac{200\text{ V} \angle 0^\circ}{10\Omega \angle 0^\circ} = \mathbf{20\text{ A} \angle 0^\circ}$$

$$\mathbf{I}_2 = \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{Z}_2} = \frac{200\text{ V} \angle 0^\circ}{5\Omega \angle 53{,}13^\circ} = \mathbf{40\text{ A} \angle -53{,}13^\circ}$$

$$\mathbf{I}_3 = \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{Z}_3} = \frac{200\text{ V} \angle 0^\circ}{10\Omega \angle -36{,}87^\circ} = \mathbf{20\text{ A} \angle +36{,}87^\circ}$$

c) $\mathbf{I} = \mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2 + \mathbf{I}_3$

$$60 - j20 = 20 \angle 0^\circ + 40 \angle -53{,}13^\circ + 20 \angle +36{,}87^\circ$$
$$= (20 + j\,0) + (24 - j32) + (16 + j12)$$
$$60 - j20 = 60 - j20 \quad \text{(verificada)}$$

d)
$$\mathbf{Z}_T = \frac{1}{\mathbf{Y}_T} = \frac{1}{0{,}316\text{S} \angle -18{,}435^\circ}$$
$$= \mathbf{3{,}17\Omega < 18{,}44}$$

Figura 16.16 Determinação da admitância total para o circuito da Figura 16.14 por meio da calculadora TI-89.

Figura 16.17 Conversão da forma retangular da Figura 16.16 na forma polar.

EXEMPLO 16.8

Considerando o circuito visto na Figura 16.18:

a) Calcule a impedância total $\mathbf{Z}_T$.
b) Calcule **I**.
c) Determine o fator da potência total.
d) Calcule $\mathbf{I}_1$ e $\mathbf{I}_2$.
e) Determine a potência média fornecida ao circuito.

Soluções:

a) Redesenhando o circuito da forma que é mostrado na Figura 16.19, temos:

$\mathbf{Z}_1 = R_1 = 4\ \Omega \angle 0°$
$\mathbf{Z}_2 = R_2 - jX_C = 9\ \Omega - j7\ \Omega = 11{,}40\ \Omega \angle -37{,}87°$
$\mathbf{Z}_3 = R_3 + jX_L = 8\ \Omega + j6\ \Omega = 10\ \Omega \angle +36{,}87°$

Observe que todas as grandezas desejadas foram mantidas no circuito redesenhado. A impedância total é:

$$\mathbf{Z}_T = \mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_{T_1}$$

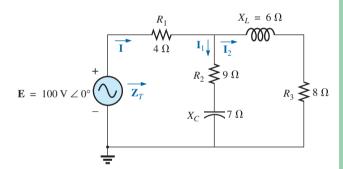



Figura 16.18 Exemplo 16.8.

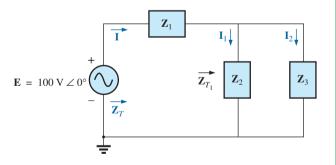



Figura 16.19 Circuito visto na Figura 16.18 após a definição das impedâncias parciais.

$$= \mathbf{Z}_1 + \frac{\mathbf{Z}_2\,\mathbf{Z}_3}{\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_3}$$

$$= 4\Omega + \frac{(11{,}4\Omega\angle -37{,}87\int)(10\Omega\angle 36{,}87\int)}{(9\Omega - j7\Omega) + (8\Omega + j6\Omega)}$$

$$= 4\Omega + \frac{114\Omega\angle -1{,}00\int}{17{,}03\angle -3{,}37} = 4\Omega + 6{,}69\Omega\angle 2{,}37°$$

$$= 4\Omega + 6{,}68\Omega + j0{,}28\Omega = 10{,}68\Omega + j0{,}28\Omega$$

$\mathbf{Z}_T = \mathbf{10{,}68\Omega < 1{,}5°}$

Calculadora. Outra oportunidade para demonstrar a versatilidade da calculadora! Entretanto, para realizar a operação anterior temos de conhecer as prioridades das operações matemáticas, como demonstra a Figura 16.20. Na maioria dos casos, as operações são realizadas na mesma ordem em que são feitas manualmente.

b) $$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{Z}_T} = \frac{100\,\text{V}\angle 0\int}{10{,}684\Omega\angle 1{,}5\int} = \mathbf{9{,}36\,A\angle -1{,}5\int}$$

c) $$F_p = \cos\theta_T = \frac{R}{Z_T} = \frac{10{,}68\Omega}{10{,}684\Omega} \cong \mathbf{1}$$

(essencialmente resistivo, o que é interessante, considerando a complexidade do circuito)

d) Usando a regra dos divisores de corrente, temos:

$$\mathbf{I}_2 = \frac{\mathbf{Z}_2\ \mathbf{I}}{\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_3} = \frac{(11{,}40\Omega\angle -37{,}87\int)(9{,}36\,\text{A}\angle -1{,}5\int)}{(9\Omega - j7\Omega) + (8\Omega + j6\Omega)}$$

$$= \frac{106{,}7\,\text{A}\angle -39{,}37\int}{17 - j1} = \frac{106{,}7\,\text{A}\angle -39{,}37°}{17{,}03\angle -3{,}37\int}$$

$\mathbf{I}_2 = \mathbf{6{,}27\,A\angle -36\int}$

Aplicando a lei de Kirchhoff para correntes (em vez de aplicar de novo a regra dos divisores de corrente), obtemos:

$$\mathbf{I}_1 = \mathbf{I} - \mathbf{I}_2$$

ou

$\mathbf{I} = \mathbf{I}_1 - \mathbf{I}_2$
$= (9{,}36\ \text{A} \angle -1{,}5°) - (6{,}27\ \text{A} \angle -36°)$
$= (9{,}36\ \text{A} - j0{,}25\ \text{A}) - (5{,}07\ \text{A} - j3{,}69\ \text{A})$
$\text{I}_1 = 4{,}29\ \text{A} + j3{,}44\ \text{A} = \mathbf{5{,}5\ A \angle 38{,}72°}$

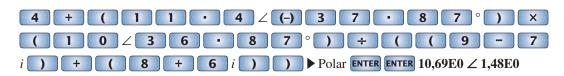



Figura 16.20 Cálculo da impedância total para o circuito da Figura 16.18 usando a calculadora TI-89.

e) $P_T = EI \cos \theta_T$
$= (100 \text{ V}) (9{,}36 \text{ A}) \cos 1{,}5°$
$= (936) (0{,}99966)$
$P_T = \mathbf{935{,}68 \text{ W}}$

16.3 CIRCUITOS EM CASCATA

Os **circuitos em cascata** foram discutidos em alguns detalhes no Capítulo 7. Essa seção simplesmente aplicará o primeiro método descrito na Seção 7.6 ao circuito em cascata CA senoidal geral visto na Figura 16.21. Deseja-se calcular a corrente $\mathbf{I}_6$.

As impedâncias $\mathbf{Z}_T$, $\mathbf{Z}'_T$ e $\mathbf{Z}''_T$ e as correntes $\mathbf{I}_1$ e $\mathbf{I}_3$ são definidas na Figura 16.22. Temos:

$$\mathbf{Z}''_T = \mathbf{Z}_5 + \mathbf{Z}_6$$

e $$\mathbf{Z}'_T = \mathbf{Z}_3 + \mathbf{Z}_4 \parallel \mathbf{Z}''_T$$

com $$\mathbf{Z}_T = \mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2 \parallel \mathbf{Z}'_T$$

Então $$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{Z}_T}$$

e $$\mathbf{I}_3 = \frac{\mathbf{Z}_2 \mathbf{I}}{\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}'_T}$$

com $$\mathbf{I}_6 = \frac{\mathbf{Z}_4 \mathbf{I}_3}{\mathbf{Z}_4 + \mathbf{Z}''_T}$$

16.4 ATERRAMENTO

Embora normalmente tratado com pouca frequência na maioria dos cursos introdutórios de eletricidade ou eletrônica, o impacto da conexão de aterramento (GND) e como isso fornece uma medida de segurança para um projeto são tópicos muito importantes. *O potencial de aterramento é de zero volt em cada ponto de um circuito que tenha um símbolo de aterramento*. Como todos os pontos estão no mesmo potencial, todos eles podem ser conectados, mas, para que não haja confusão, a maioria fica isolada em um esquema grande. Em um esquema, os níveis de tensão são sempre fornecidos em relação ao nível de aterramento. Portanto, um sistema pode ser verificado rapidamente com a simples conexão do terminal preto do voltímetro à conexão de aterramento e com a colocação do terminal vermelho nos diversos pontos em que a tensão operacional típica é fornecida. Implicitamente, isso significa que essa parte do sistema está operando corretamente.

Existem vários tipos de aterramentos, com a aplicação determinando o uso de cada um. Um *fio terra* é aquele que está conectado diretamente ao solo por uma conexão de baixa impedância. Sob condições ambientais típicas, os potenciais de aterramento *local* são bastante uniformes, e podem ser definidos como iguais a zero volt. Essa uniformidade local deve-se a agentes condutivos suficientes no solo, como água e eletrólitos, para garantir que qualquer diferença de tensão na superfície seja igualada

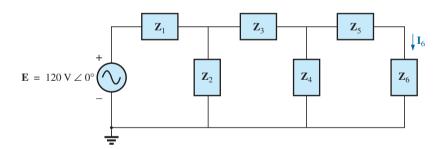



Figura 16.21 Circuito em cascata.

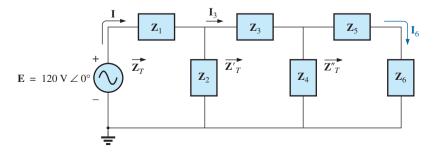



Figura 16.22 Definição do método de análise de circuitos em cascata.

por um fluxo de carga entre os dois pontos. Porém, entre longas distâncias na superfície da Terra, pode haver mudanças significativas no nível de potencial. Toda residência possui um fio terra, normalmente estabelecido por uma haste condutora longa enterrada e conectada ao quadro de alimentação. O código elétrico requer uma conexão direta do fio terra aos canos de água fria de uma casa, por motivos de segurança. Um fio energizado que toca o cano de água fria drena corrente suficiente, devido à conexão terra de baixa impedância, para disparar o disjuntor. Caso contrário, as pessoas no banheiro poderiam receber uma descarga quando tocassem na torneira de água fria, correndo o risco de sofrerem lesões corporais. Como a água é um agente condutor, qualquer área da casa com água, como banheiros e cozinha, deve ser particularmente considerada. A maior parte dos sistemas elétricos está conectada ao terra principalmente por motivos de segurança. Todas as linhas de alimentação em um laboratório, em locais industriais ou na residência são conectadas ao fio terra.

Um segundo tipo é chamado de *terra do chassi*, que pode ser *flutuante* ou conectado diretamente ao fio terra. Um terra do chassi simplesmente estipula que o chassi tem um potencial de referência para todos os pontos do circuito. Se o chassi não estiver conectado a um potencial aterrado (0 V), diz-se que ele é *flutuante*, e pode ter qualquer outra tensão de referência à qual as outras tensões são comparadas. Por exemplo, se o chassi estiver situado em 120 V, todas as tensões medidas no circuito serão referenciadas a esse nível. Portanto, uma leitura de 32 V entre um ponto na rede e o terra do chassi na realidade representa 152 V em relação ao potencial do fio terra (solo). Contudo, a maior parte dos sistemas de alta tensão não é deixada flutuando, devido à perda do fator de segurança. Por exemplo, se alguém encostasse no chassi de um aparelho e estivesse pisando sobre um aterramento adequado, todos os 120 V seriam descarregados por esse indivíduo.

O aterramento pode ser particularmente importante quando se trabalha com diversas partes de equipamento de medição no laboratório. Por exemplo, a fonte e o osciloscópio da Figura 16.23(a) estão conectados diretamente a um fio terra através do terminal negativo de cada um. Se o osciloscópio estiver conectado conforme mostra a Figura 16.23(a) para medir a tensão V_{R1}, haverá uma situação perigosa. Os terras de cada parte do equipamento estão conectados pelo fio terra, e eles efetivamente colocam o resistor em curto. Como o resistor é o principal elemento de controle de corrente no circuito, a corrente subirá a um nível muito alto e possivelmente danificará os instrumentos ou causará efeitos colaterais perigosos. Nesse caso, a fonte ou o osciloscópio deverão ser usados no modo flutuante, ou os resistores deverão ser ligados como mostra a Figura 16.23(b). Nesse caso, os terras possuem um ponto comum e não afetam a estrutura do circuito.

O Código Nacional de Eletricidade dos Estados Unidos exige que a linha energizada (ou *alimentadora*) que transporta corrente a uma carga seja *preta*, e a linha (chamada *neutra*) que transporta a corrente de volta à fonte seja *branca*. Condutores de três fios possuem um fio terra que deve ser *verde* ou estar *desencapado*, o que garante um aterramento comum, mas que não é projetado para transportar corrente. Os componentes de um cabo de três fios e uma tomada de parede podem ser vistos na Figura 16.24. Observe que, tanto no cabo quanto na tomada, a conexão com o fio energizado é menor que a perna de retorno, e a conexão do aterramento é parcialmente circular.

O diagrama completo de fiação para uma tomada doméstica aparece na Figura 16.25. Observe que a corrente pelo fio terra é zero e que tanto o fio de retorno quanto o fio terra estão conectados ao solo. A corrente total para as cargas flui pelas linhas do alimentador e do retorno.

A importância do fio terra em um sistema de três fios pode ser demonstrada pela torradeira da Figura 16.26, com

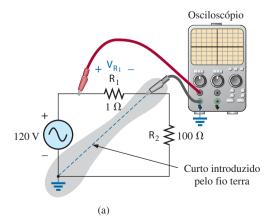
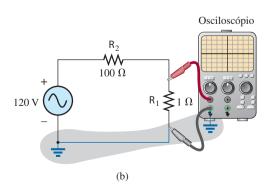



Figura 16.23 Demonstração do efeito do terra do osciloscópio na medição da tensão no resistor R_1.

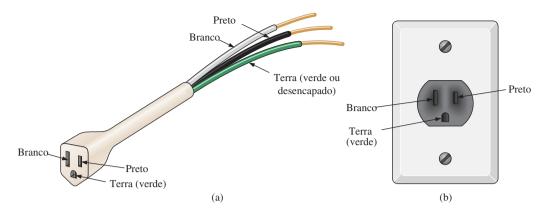



Figura 16.24 Conectores de três fios: (a) cabo de extensão; (b) tomada doméstica.

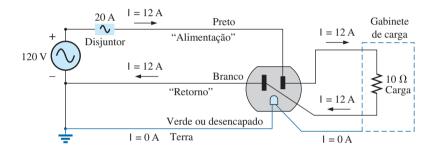



Figura 16.25 Diagrama completo de fiação para uma tomada doméstica com uma carga de 10 Ω.

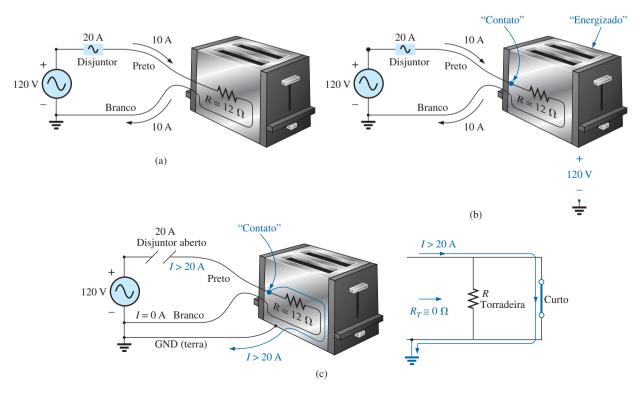



Figura 16.26 Demonstração da importância de um aparelho devidamente aterrado: (a) não aterrado; (b) não aterrado e com contato indesejável; (c) aterrado com contato indesejável.

potência de 1200 W a 120 V. Pela equação da potência, $P = EI$, a corrente drenada sob condições de operação normais é $I = P/E = 1200\text{ W}/120\text{ V} = 10\text{ A}$. Se uma linha de dois fios fosse usada, como mostra a Figura 16.26(a), o disjuntor de 20 A estaria adequado a uma corrente de 10 A, e o sistema funcionaria normalmente. Porém, se o uso contínuo do alimentador desgastasse o isolamento fazendo com que tocasse o gabinete metálico da torradeira, encontraríamos a situação representada na Figura 16.26(b). O gabinete ficaria energizado, mas o disjuntor não desarmaria, pois a corrente ainda estaria em 10 A. Existiria uma situação perigosa, porque qualquer um que tocasse a torradeira iria sentir toda a tensão entre os 120 V e o solo. Se o fio terra estivesse ligado ao chassi, como mostra a Figura 16.26(c), seria criado um caminho de baixa resistência entre o ponto do curto-circuito e o terra, e a corrente saltaria para níveis muito altos. O disjuntor desarmaria e o usuário saberia que existe um problema na instalação.

Embora essa discussão não aborde todas as possíveis áreas de preocupação com o aterramento apropriado, nem introduza todas as nuances associadas ao efeito do aterramento no desempenho de um sistema, nesse ponto você deve entender a importância do impacto do aterramento.

16.5 APLICAÇÕES

A grande maioria das aplicações que aparece ao longo deste livro é de sistemas com configurações em série-paralelo. As duas aplicações que se seguem também apresentam combinações em série-paralelo de elementos e sistemas que realizam importantes tarefas do dia a dia. A tomada com interruptor de corrente por falha no aterramento (ICFA) usa um sistema de controle com chaves de proteção em série e bobinas sensoras em paralelo, enquanto o circuito equivalente ideal para um cabo coaxial usa uma combinação em série-paralelo de indutores e capacitores.

ICFA (Interruptor de Corrente por Falha no Aterramento)

O Código Nacional de Eletricidade dos Estados Unidos, considerado a 'bíblia' do assunto por todos os eletricistas, recomenda agora que tomadas com interruptores de corrente por falha no aterramento (ICFA) sejam usadas em todas as áreas úmidas nas quais há riscos de se sofrer lesões sérias, como banheiros, piscinas, marinas, entre outras. Tais tomadas se parecem com uma tomada comum, exceto por terem um botão de rearme e um botão de teste na região central da tomada, conforme mostra a Figura 16.27(a). A principal diferença entre esse tipo de tomada e uma tomada comum é que a primeira desliga a alimentação mais rapidamente do que um disjuntor que está mais afastado. Você ainda pode sentir um choque elétrico usando uma tomada ICFA, mas a corrente é interrompida tão rapidamente (em poucos milissegundos) que uma pessoa saudável não sofreria sérias lesões decorrentes da corrente elétrica. Todas as vezes em que houver dúvida em relação à aplicação desse tipo de tomada, lembre-se de que o custo é compensado pela maior segurança oferecida.

O seu funcionamento básico é mais bem ilustrado pelo circuito visto na Figura 16.27(b). O circuito de proteção separa a fonte de alimentação da tomada propriamente dita. Note, no circuito mostrado na Figura 16.27 (b), a importância da conexão do circuito de proteção ao terra central da residência (cano d'água, barramento de terra, entre outros, conectado ao painel principal). Em geral, a tomada é aterrada na mesma conexão. Basicamente, o circuito mostrado na Figura 16.27(b) monitora a corrente que entra (I_i) e a corrente que sai (I_o), proporcionando uma conexão direta à tomada quando essas correntes forem iguais. Se ocorrer uma falha, como a que acontece quando alguém fica de pé sobre uma linha 'viva' em um piso molhado, a corrente de retorno será menor que a corrente de entrada (alguns miliamperes já são suficientes). O circuito de proteção 'perceberá' essa diferença, estabelecendo um circuito aberto na linha e desligando a alimentação da tomada.

Na Figura 16.28(a) podem-se ver os fios de fase e de retorno passando pelas bobinas sensoras. As duas bobinas sensoras são conectadas separadamente na placa de circuito impresso. Existem duas chaves de controle por pulso, uma na fase e outra no retorno, para estabelecer um circuito aberto sob condições anormais de operação. Os dois contatos vistos na Figura 16.28(a) são os que proporcionam condução para a tomada. Quando ocorre uma falha, outro conjunto similar de contatos na caixa se desloca, proporcionando a condição desejada de circuito aberto. A separação é gerada por um solenoide, visto na Figura 16.28(b). Quando o solenoide é energizado, em função de uma condição de falha, ele puxa o êmbolo em sua direção, comprimindo a mola. Ao mesmo tempo, as fendas na peça inferior de plástico (conectada diretamente ao êmbolo) deslocam-se para baixo, provocando uma desconexão pelo movimento da estrutura inserida nas fendas. O botão de teste, localizado abaixo do botão de rearme, é conectado a uma barra de metal sobre a unidade vista na Figura 16.28(c). Quando pressionado, insere um resistor de alto valor entre a fase e o terra para 'desbalancear' a linha e gerar uma condição de falha. Quando o botão é liberado, o resistor é separado da linha e a condição de desbalanceamento é removida. Na realidade, o resistor é conectado diretamente na extremidade da barra e se move para baixo com a pressão sobre a barra, como mostra a Figura 16.28(d). Note, na Figura 16.28(c), como a conexão

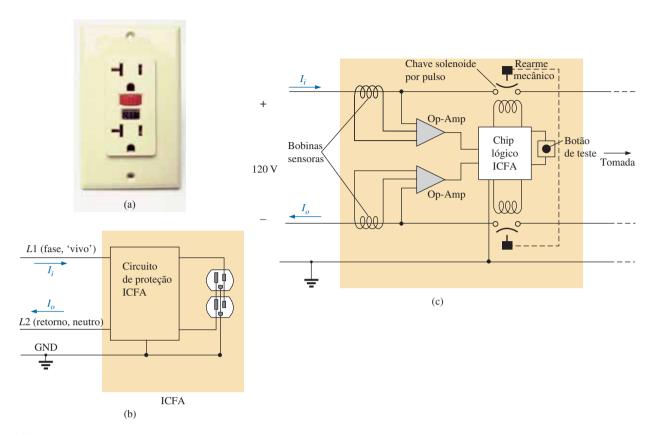



Figura 16.27 Tomada com proteção contra falha no aterramento: (a) aparência de uma unidade montada na parede; (b) funcionamento básico; (c) esquema.

metálica do terra passa ao longo de toda a unidade e como ela está conectada ao terminal terra do conector macho da tomada. Note também como ela está separada do restante do circuito por uma estrutura plástica. Embora essa unidade pareça simples externamente e tenha um tamanho relativamente pequeno, ela tem um projeto adequado e contém uma grande quantidade de tecnologia e inovação.

Antes de finalizar o assunto, observe o chip lógico no centro da Figura 16.28(a) e os capacitores e resistores de diversos tamanhos. Note também os quatro diodos na parte superior esquerda da placa de circuito impresso usados como a ponte retificadora que faz o processo de conversão CA-CC. O transistor é o componente com encapsulamento preto e com a aparência de meio círculo. Ele faz parte do circuito de acionamento para controle do solenoide. Devido às dimensões dessa unidade serem relativamente pequenas, não houve espaço para fornecer potência suficiente para abrir o circuito rapidamente. Como consequência, foi usado um circuito de pulso para controlar o movimento do solenoide de controle. Em outras palavras, o solenoide recebe um pulso por um curto período de tempo para fazer com que o êmbolo seja liberado. Se o projeto usasse um sistema que mantivesse o circuito aberto continuamente, a necessidade de potência seria maior, assim como o tamanho da bobina. Uma pequena bobina pode receber um pulso com a potência desejada durante um curto período de tempo sem que ocorra nenhum dano significativo.

Conforme mencionado anteriormente, em caso de dúvida instale uma tomada ICFA. Ela oferece uma medida de segurança — a um custo bastante razoável — que não pode ser ignorada.

16.6 ANÁLISE COMPUTACIONAL

PSpice

Circuito CA em ponte. Usaremos o Exemplo 16.4 para demonstrar o poder da opção **VPRINT** que está na biblioteca **SPECIAL**. Essa opção permite que se determine diretamente a magnitude e o ângulo de qualquer tensão em um circuito CA. De modo semelhante, a opção **IPRINT** faz o mesmo para correntes CA. No Exemplo 16.4, as tensões alternadas em R_1 e R_2 foram determinadas primeiro, e, em seguida, foi aplicada a lei de Kirchhoff para tensões, a fim de determinar a tensão entre dois pontos conhecidos. Como o PSpice foi projetado principalmente para determinar a tensão de um ponto em relação ao terra, o circuito visto na Figura 16.7 é inserido, conforme mostra a Figura 16.29, para permitir um cálculo direto da tensão em R_1 e R_2.

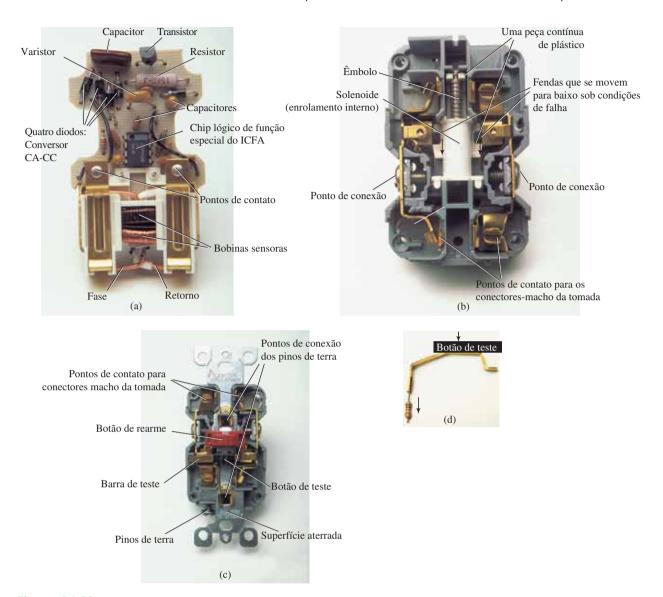



Figura 16.28 Construção de uma tomada com proteção contra falha de aterramento: (a) bobinas sensoras; (b) solenoide de controle (vista da parte inferior); (c) aterramento (vista da parte superior); (d) barra de teste.

A fonte e os componentes do circuito são inseridos usando um procedimento que foi demonstrado diversas vezes em capítulos anteriores. Embora a análise **AC Sweep** seja realizada nesse exemplo, a fonte também tem de transmitir um nível **AC**. Felizmente, isso é o mesmo que **VAMPL**, como mostra a Figura 16.29, e é apresentado na descrição da fonte através de um duplo clique no símbolo da fonte para abrir a caixa de diálogo **Property Editor**. A coluna **AC** é selecionada e o valor 100 V deve ser inserido no campo logo abaixo. Em seguida, selecione **Display** e **Name and Value**. Clique em **OK** seguido de **Apply**, e feche a caixa de diálogo. O resultado é o parâmetro **AC** = 100 V acrescentado à descrição da fonte no diagrama e no sistema. Usando os valores de reatância mostrados na Figura 16.7, os valores de L e C foram determinados a partir de uma frequência de 1 kHz. A tensão em R_1 e R_2 pode ser determinada por meio do comando **Trace** da mesma forma que foi descrito no capítulo anterior, ou com a opção **VPRINT**. Os dois métodos serão discutidos nessa seção porque têm aplicação em qualquer circuito CA.

A opção **VPRINT** está na parte inferior dentro da biblioteca **SPECIAL**, na caixa de diálogo **Place Part**. Uma vez selecionada, o símbolo de uma impressora aparecerá na tela junto ao cursor, podendo ser colocado próximo ao ponto de interesse. Uma vez que o símbolo da impressora foi colocado no lugar certo, um duplo clique sobre o mesmo resulta na caixa de diálogo **Property Editor**. Rolando da esquerda para a direita, digite a palavra **ok** nos campos abaixo de **AC**, **MAG** e **PHASE**. Ao ativar cada um desses itens, o botão **Display** deve ser selecionado e a opção

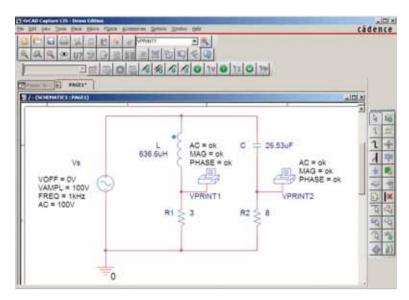



Figura 16.29 Determinação da tensão sobre R_1 e R_2 usando a opção **VPRINT** na análise com o PSpice.

Name and Value deve ser escolhida, seguida do botão **OK**. Quando todos os dados forem colocados, escolha **Apply** e feche a caixa de diálogo. O resultado pode ser visto na Figura 16.29 para as duas aplicações da opção **VPRINT**. Se preferir, os rótulos **VPRINT1** e **VPRINT2** podem ser usados para fazer distinção entre as duas quando os dados de saída forem analisados. Isso é feito retornando à caixa de diálogo **Property Editor** para cada uma através de um duplo clique no símbolo de cada impressora, e selecionando **Value** seguido de **Display** e **Value Only**. Não se esqueça de selecionar **Apply** após cada mudança na caixa de diálogo **Property Editor**. Agora, está tudo pronto para a simulação.

A simulação é iniciada selecionando o ícone **New Simulation Profile** e digitando **PSpice 16-1** no campo **Name**. Em seguida, selecione **Create** para obter a caixa de diálogo **Simulation Settings**. Dessa vez, queremos analisar o circuito em uma frequência de 1 kHz, mas não estamos interessados em gráficos em função do tempo. Assim, a opção **AC Sweep/Noise** deve ser selecionada em **Analysis type** na seção **Analysis**. Uma região denominada **AC Sweep Type** aparecerá solicitando o parâmetro **Start Frequency**. Como estamos interessados na resposta para uma única frequência, **Start Frequency** e **End Frequency** serão iguais: 1 kHz. Como precisamos apenas de um ponto na análise, **Point/Decade** deve ser 1. Clique em **OK** e, em seguida, selecione o ícone **Run PSpice**. A tela **SCHEMATIC1** aparecerá e a tensão em R_1 pode ser determinada selecionando **Trace** seguido de **Add Trace** e então **V(R1:1)**. O resultado pode ser visto na parte de baixo da Figura 16.30 com apenas um ponto plotado em 1 kHz. Como fixamos a frequência de interesse em 1 kHz, esse é o único valor de frequência com uma resposta. O valor da tensão em R_1 é 60 V, que é igual à solução manual do Exemplo 16.4. O ângulo de fase associado com a tensão pode ser determinado pela sequência **Plot-Add Plot to Window-Trace-Add Trace-P( )**, a partir da lista **Functions or Macros**, e então **V(R1:1)** para obter **P(V(R1:1))** no campo **Trace Expression**. Clique em **OK** e o gráfico resultante mostrará que o ângulo de fase está um pouco abaixo de −50°, que é certamente um valor muito próximo de −53,13° obtido no Exemplo 16.4.

A opção **VPRINT** apresentada oferece outro método para analisar a tensão em um circuito. Quando a janela **SCHEMATIC1** aparece após a simulação, ela deve ser fechada usando o **X**, e **PSpice** deve ser selecionado na barra de menu superior da tela resultante. Aparecerá uma lista com a opção **View Output File**. A seleção dessa opção resultará em uma longa lista de dados relativos à construção do circuito e dos resultados obtidos na simulação. A Figura 16.31 mostra parte do arquivo de saída que lista a magnitude e o ângulo de fase resultantes para as tensões definidas em **VPRINT1** e **VPRINT2**. Note que a tensão em R_1, definida por **VPRINT1**, é 60 V com um ângulo de fase de −53,13°. A tensão em R_2, conforme definida por **VPRINT2**, é 80 V com um ângulo de fase de 36,87°. Os dois resultados são idênticos às soluções do Exemplo 16.4. Portanto, das próximas vezes em que a opção **VPRINT** for usada, os resultados deverão ser procurados no arquivo de saída.

Agora, determinaremos a tensão entre os dois ramos, do ponto *a* ao ponto *b*. Retorne a **SCHEMATIC1**, e selecione **Trace** seguido de **Add Trace** para obter a lista **Simulation Output Variables**. Em seguida, aplicando a lei de Kirchhoff para tensões em torno da malha fechada, vemos que a tensão desejada é **V(R1:1)-V(R2:1)** que,

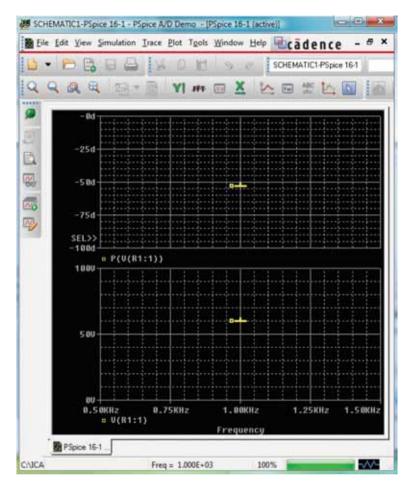



Figura 16.30 Magnitude e ângulo de fase resultantes para a tensão V_{R_1} do circuito visto na Figura 16.29.

```
** Profile: "SCHEMATIC1-PSpice 16-1"
[ C:\ICA12\PSpice\pspice 16-1-pspicefiles\schematic1\pspice 16-1.sim ]

****     AC ANALYSIS                TEMPERATURE =   27.000 DEG C
******************************************************************************
 FREQ        VM(N00879)  VP(N00879)
 1.000E+03   6.000E+01  -5.313E+01

****     AC ANALYSIS                TEMPERATURE =   27.000 DEG C
******************************************************************************
 FREQ        VM(N00875)  VP(N00875)
 1.000E+03   8.000E+01   3.687E+01
```

Figura 16.31 Resposta de **VPRINT1 (V_{R_1})** e **VPRINT2 (V_{R_2})** para o circuito visto na Figura 16.29.

seguida do botão **OK**, resulta em um ponto plotado na tela que é visto na parte de baixo da Figura 16.32. Note que é exatamente 100 V, conforme obtido na solução manual. O ângulo de fase pode então ser determinado através de **Plot-Add Plot to Window-Trace-Add trace**, criando a expressão **P(V(R1:1)-V(R2:1))**. Lembre-se de que a expressão pode ser gerada com as listas de **Output Variables** e **Functions**, mas também pode ser simplesmente digitada a partir do teclado. Entretanto, sempre garanta que a quantidade de parênteses abertos seja igual à quantidade de parênteses fechados. Clique em **OK** e a solução com um valor próximo de −105° aparecerá. Uma leitura mais precisa pode ser obtida pelo uso de **Plot-Axis Settings-Y Axis-User Defined** e pela alteração da escala para −100° a −110°. O resultado é mostrado na parte superior da tela que é vista na Figura 16.32, com um ângulo próximo de −106,5° ou 73,5°, que está muito próximo da solução teórica, que é 73,74°.

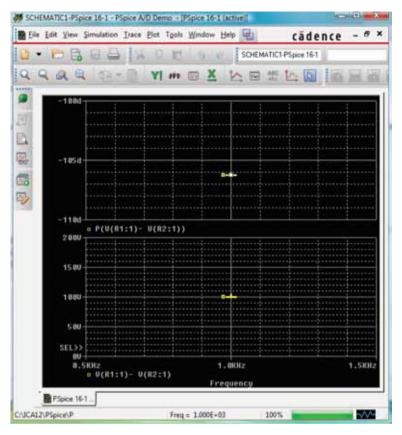



Figura 16.32 Resposta do PSpice para a tensão entre os dois pontos superiores dos resistores R_1 e R_2.

Finalmente, a última maneira de determinar a tensão na ponte, conforme desejamos, é substituir a opção **VPRINT2** por GND nesse ponto, conforme mostra a Figura 16.33. Não se esqueça de remover o GND original do circuito. Agora, a tensão gerada a partir do ponto superior de R_1 em relação a GND será a tensão desejada. Repetindo toda a simulação, teremos o gráfico mostrado na Figura 16.34 com os mesmos resultados apresentados na Figura 16.32. Entretanto, note que mesmo que as duas figuras pareçam iguais, os valores expressos na parte inferior esquerda de cada gráfico são diferentes.

Multisim

Usaremos agora o Multisim para determinar a tensão no último componente do circuito em cascata visto na Figura 16.35. Os desenvolvimentos matemáticos realizados neste capítulo certamente sugerirão que essa análise seria um exercício prolongado caso a álgebra complexa fosse usada, e um erro (um único sinal ou um ângulo incorreto) seria suficiente para invalidar os resultados. Entretanto, leva-se apenas alguns minutos para 'desenhar' o circuito na tela e apenas alguns segundos para gerar os resultados — resultados que geralmente podem ser considerados certos se todos os parâmetros forem inseridos corretamente. Os resultados computacionais representam certamente uma excelente maneira de verificar a solução manual.

Nosso primeiro método será usar um osciloscópio para medir a amplitude e o ângulo de fase da tensão de saída, conforme mostra a Figura 16.35. Os ajustes feitos no osciloscópio incluem **Time base** de 20 μs/div, pois o período de um sinal de 10 kHz é 100 μs. O canal **A** foi ajustado em 10 V/div. de maneira que toda a tensão de 20 V do sinal aplicado tenha um valor de pico compreendido entre duas divisões na tela do osciloscópio. Note na Figura 16.35 que **Channel A** está conectado diretamente na fonte **Vs** e na entrada **Trigger** para a sincronização. Esperando que a tensão de saída tenha uma amplitude menor, a sensibilidade vertical de **Channel B** é ajustada em 1 V/div. A análise é iniciada colocando a chave **Simulation** na posição **1**. É importante entender que

quando a simulação é iniciada, os circuitos com elementos reativos levam algum tempo para estabilizar e para a resposta alcançar a condição de regime permanente. Portanto, é prudente deixar o sistema em execução durante um tempo antes de selecionar Single no osciloscópio para obter a forma de onda estável para análise.

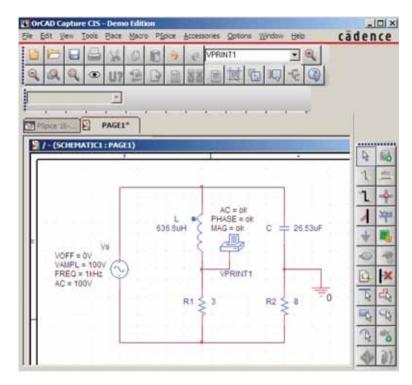



Figura 16.33 Determinação da tensão entre os dois pontos superiores dos resistores R_1 e R_2 movendo a conexão de terra mostrada na Figura 16.29 para a posição de **VPRINT2**.

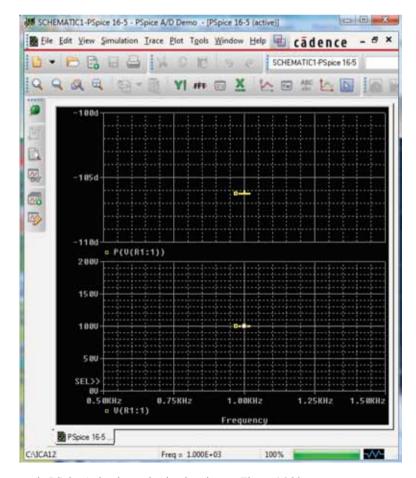



Figura 16.34 Resposta do PSpice à simulação do circuito visto na Figura 16.33.

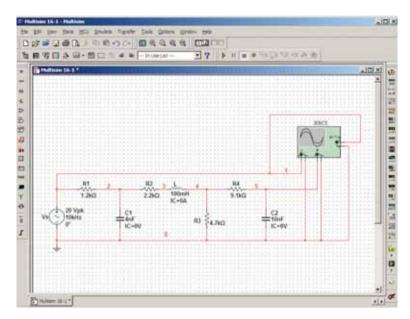



Figura 16.35 Uso do osciloscópio do Multisim para determinar a tensão sobre o capacitor C_2.

Os gráficos resultantes vistos na Figura 16.36 mostram claramente que a tensão aplicada tem uma amplitude de 20 V e um período de 100 μs (5 div., sendo 20 μs/div.). Os cursores, situados à esquerda e à direita da tela, estão prontos para serem usados. Observando a tela do monitor e clicando na pequena seta vermelha (com o número 1) situada na parte superior da tela do osciloscópio, podemos arrastá-la para qualquer posição no eixo horizontal. À medida que movemos o cursor, a magnitude de cada forma de onda aparece no campo **T1** abaixo da tela do osciloscópio. Comparando as inclinações positivas na passagem com zero, podemos ver que a tensão aplicada está adiantada em um ângulo maior que 90° em relação à tensão de saída. Posicionando o cursor no ponto em que a tensão de saída no canal B passa pelo zero com uma inclinação positiva, não encontramos exatamente 0 V, mas 0,01 V certamente está muito próximo em 39,8 μs (**T1**).

Sabendo que a tensão aplicada passa pela origem em 0 μs, podemos calcular o ângulo de fase da seguinte maneira:

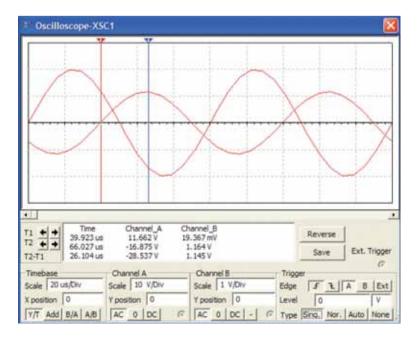



Figura 16.36 Uso do Multisim para mostrar as tensões aplicadas sobre o capacitor C_2 para o circuito visto na Figura 16.35

$$\frac{39{,}8\mu s}{100\mu s} = \frac{\theta}{360°}$$
$$\theta = 143{,}28°$$

que resulta em uma tensão de saída com um ângulo associado de –143,28°. O segundo cursor está na borda direita da tela e tem a cor azul. Selecionando e arrastando esse cursor até o pico da tensão de saída, temos 1,16 V em 66,33 µs **(T2)**. O resultado total dessa medida é:

$$\mathbf{V}_{C2} = 1{,}16\text{ V} \angle -143{,}28°$$

Nosso segundo método será usar a opção **AC Analysis** no menu **Simulate**. Primeiro, entenda que, quando estávamos usando o osciloscópio, conforme descrito anteriormente, não houve necessidade de passar por uma sequência de caixas de diálogo para escolher a análise desejada. Tudo o que foi necessário fazer foi simular, usando a chave ou a sequência **Simulate Run** — o osciloscópio estava lá para medir a tensão de saída. O método de **AC Analysis** requer que, primeiramente, você retorne à caixa de diálogo **AC_VOLTAGE** e defina a magnitude de **AC Analysis** em 20 V. Depois, que use a sequência **Simulate-Analyses-AC Analysis** para obter a caixa de diálogo **AC Analysis**, na qual **Start frequency** e **Stop frequency** serão ajustados em 10 kHz e **Selected variable for Analysis** em **V(5)**. A seleção de **Simulate** resultará em um gráfico magnitude-fase com pequenos indicadores Δ em 10 kHz.

Nesse ponto, é difícil ter uma boa leitura da magnitude da tensão. Entretanto, isso é facilmente corrigido selecionando primeiro um dos gráficos e acrescentando a grade com **Show Grid**, e exibindo a legenda para cada um com **Show Legend**. Lembre-se sempre de que a maioria das caixas de diálogo, como aquelas associadas a **Legend** e **Cursor**, podem ser movidas simplesmente selecionando a barra de cabeçalho azul e movendo para a posição desejada. Se agora selecionarmos o gráfico de **Magnitude** e dermos um clique do botão direito do mouse, aparecerá uma listagem de opções. A seleção de **Properties** e depois **Left Axis** permitirá mudar a faixa e a escala do eixo esquerdo. Se escolhermos **Min** 1 e **Max** 2 seguido por **OK**, o resultado aparecerá entre os dois valores mais próximos do 1. Retornando à caixa de diálogo **Graph Properties** e selecionando **Left Axis**, podemos escolher **Linear** com um intervalo de **Min** = 1,05 e **Max** = 1,35, e **Total Ticks** pode ser 6, **Minor Ticks** 1 e **Precision** 2 (centésimos na escala vertical). O resultado mostra claramente que estamos próximos de 1,6 V em magnitude. Uma precisão adicional pode ser obtida com **Show Cursors**, para obter a caixa de diálogo **AC Analysis** para **V(5)**. Movendo um cursor para **x1** = 10 kHz, encontramos **y1** = 1.1946 V, com um grau de precisão muito alto, conforme mostra a Figura 16.37. Se selecionarmos a curva **Phase(deg)** e usarmos o controle de cursor, veremos que, em **x1** = 10 kHz, **y1** = 142,147°, que é um valor muito próximo do que foi obtido anteriormente.

Portanto, em resumo, temos dois métodos para obter uma tensão alternada em um circuito — um por meio de instrumentos e o outro por meio de métodos computacionais. Ambos são válidos, embora, como esperado, o método computacional tenha um nível de precisão maior.

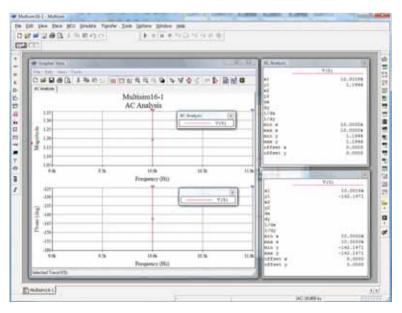



Figura 16.37 Uso da opção **AC Analysis** do Multisim para determinar a magnitude e o ângulo de fase da tensão V_{C_2} para o circuito visto na Figura 16.35.

PROBLEMAS

Seção 16.2 Exemplos ilustrativos

1. Dado o circuito com elementos em série e em paralelo vistos na Figura 16.38, resolva os itens a seguir.
   a) Calcule $\mathbf{Z}_T$.
   b) Determine $\mathbf{I}_s$.
   c) Determine $\mathbf{I}_1$.
   d) Calcule $\mathbf{I}_2$.
   e) Calcule $\mathbf{V}_L$.
2. Dado o circuito visto na Figura 16.39:
   a) Determine a impedância total $\mathbf{Z}_T$.
   b) Determine a corrente $\mathbf{I}_s$.
   c) Calcule $\mathbf{I}_C$ usando a regra dos divisores de corrente.
   d) Calcule $\mathbf{V}_L$ usando a regra dos divisores de tensão.
3. Dado o circuito visto na Figura 16.40:
   a) Determine a impedância total $\mathbf{Z}_T$.
   b) Determine a corrente $\mathbf{I}_s$.
   c) Calcule $\mathbf{I}_2$ usando a regra do divisor de corrente.
   d) Calcule $\mathbf{V}_C$ usando a regra do divisor de tensão.
   e) Calcule a potência média fornecida ao circuito.
4. Dado o circuito mostrado na Figura 16.41:
   a) Determine a impedância total $\mathbf{Z}_T$.
   b) Calcule a tensão $\mathbf{V}_2$ e a corrente $\mathbf{I}_L$.
   c) Calcule o fator de potência do circuito.
5. Dado o circuito visto na Figura 16.42:
   a) Calcule a corrente $\mathbf{I}$.
   b) Calcule a tensão $\mathbf{V}_C$.
   c) Calcule a potência média fornecida ao circuito.

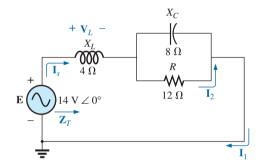



Figura 16.38 Problema 1.

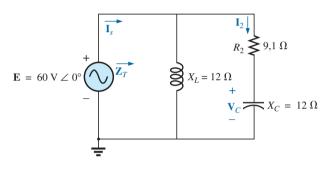



Figura 16.40 Problema 3.

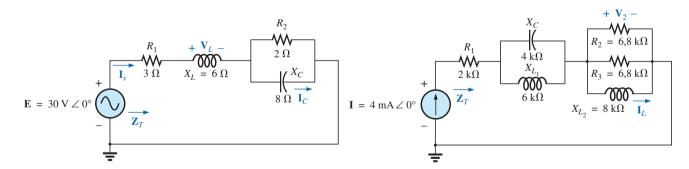



Figura 16.39 Problemas 2 e 15.

Figura 16.41 Problema 4.

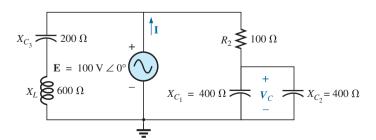



Figura 16.42 Problema 5.

***6.** Dado o circuito visto na Figura 16.43, faça o que se pede.
a) Calcule a corrente $\mathbf{I}_1$.
b) Calcule a tensão $\mathbf{V}_C$ usando a regra dos divisores de tensão.
c) Calcule a tensão $\mathbf{V}_{ab}$.

***7.** Dado o circuito da Figura 16.44, resolva os itens a seguir.
a) Calcule a corrente $\mathbf{I}_1$.

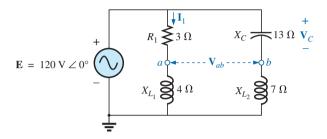



Figura 16.43 Problema 6.

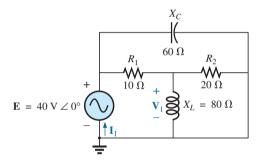



Figura 16.44 Problema 7 e 16.

b) Calcule a tensão $\mathbf{V}_1$.
c) Calcule a potência média fornecida ao circuito.

8. Dado o circuito visto na Figura 16.45:
a) Determine a impedância total $\mathbf{Z}_T$ e a admitância total $\mathbf{Y}_T$.
b) Determine as correntes $\mathbf{I}_1$, $\mathbf{I}_2$ e $\mathbf{I}_3$.
c) Verifique a lei de Kirchhoff para correntes demonstrando que $\mathbf{I}_s = \mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2 + \mathbf{I}_3$.
d) Determine o fator de potência do circuito e indique se ele é atrasado ou adiantado.

***9.** Dado o circuito mostrado na Figura 16.46, faça o que se pede.
a) Calcule a impedância total $\mathbf{Z}_T$.
b) Calcule a corrente da fonte $\mathbf{I}_s$ em forma fasorial.
c) Calcule as correntes $\mathbf{I}_1$ e $\mathbf{I}_2$ em forma fasorial.
d) Calcule as tensões $\mathbf{V}_1$ e $\mathbf{V}_{ab}$ em forma fasorial.
e) Calcule a potência média fornecida ao circuito.
f) Determine o fator de potência do circuito e indique se ele é adiantado ou atrasado.

***10.** Dado o circuito da Figura 16.47, calcule:
a) a impedância total $\mathbf{Z}_T$;
b) a tensão $\mathbf{V}_1$ em forma fasorial;
c) a corrente $\mathbf{I}_1$ em forma fasorial;
d) a tensão $\mathbf{V}_2$ em forma fasorial;
e) a tensão da fonte $\mathbf{V}_s$ em forma fasorial.

11. Dado o circuito da Figura 16.48, calcule:
a) a impedância total $\mathbf{Z}_T$;
b) a tensão $\mathbf{V}_1$ no resistor de 2 Ω usando a regra dos divisores de tensão;
c) a corrente $\mathbf{I}_1$ usando a lei de Ohm;
d) a corrente $\mathbf{I}_s$.

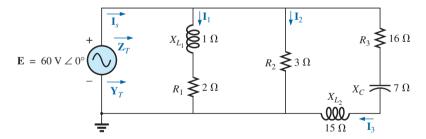



Figura 16.45 Problemas 8.

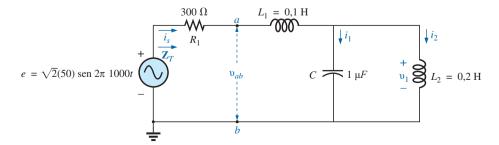



Figura 16.46 Problema 9.

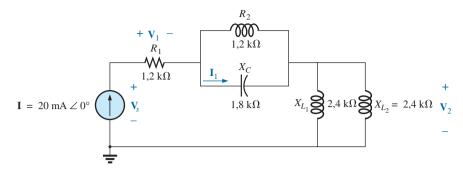



Figura 16.47 Problema 10.

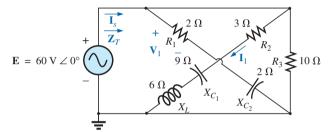



Figura 16.48 Problemas 11 e 17.

Seção 16.3 Circuitos em cascata

12. Determine a corrente $\mathbf{I}_5$ para o circuito visto na Figura 16.49. Note o efeito de um elemento reativo sobre o resultado dos cálculos.

13. Determine a potência média fornecida a R_4 no circuito mostrado na Figura 16.50.

14. Determine a corrente $\mathbf{I}_1$ para o circuito visto na Figura 16.51.

Seção 16.6 Análise computacional

PSpice ou Multisim

Para os problemas 15 a 18, use uma frequência de 1 KHz para determinar os valores de indutância e de capacitância necessários para os arquivos de entrada. Escreva o arquivo de entrada para cada caso.

***15.** Repita o Problema 2 usando o PSpice ou o Multisim.

***16.** Repita o Problema 7, itens (a) e (b), usando o PSpice ou o Multisim.

***17.** Repita o Problema 11 usando o PSpice ou o Multisim.

***18.** Repita o Problema 14 usando o PSpice ou o Multisim.

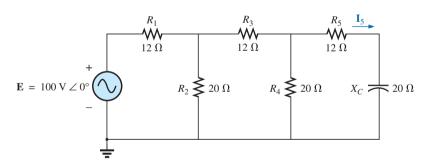



Figura 16.49 Problema 12.

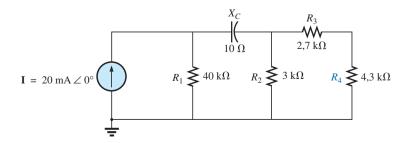



Figura 16.50 Problema 13.

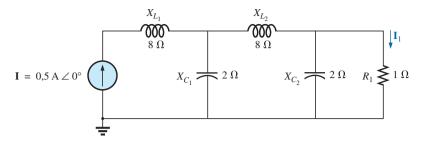



Figura 16.51 Problemas 14 e 18.

GLOSSÁRIO

Circuito CA em série-paralelo: Combinação de ramos em série e em paralelo no mesmo circuito. Cada ramo pode conter um número qualquer de elementos cuja impedância depende da frequência aplicada.

Circuito em cascata: Combinação repetida de elementos em série e em paralelo que se assemelha a uma escada.

Métodos de análise e tópicos selecionados (corrente alternada)

Objetivos

- Entender as diferenças entre fontes independentes e dependentes, e entender como a magnitude e o ângulo de uma fonte controlada são determinados pela variável dependente.
- Aprender a fazer a conversão entre fontes de tensão e corrente e vice-versa em um domínio CA.
- Adquirir habilidade na aplicação da análise de malhas e nós aos circuitos CA usando fontes independentes e controladas.
- Definir o relacionamento entre os elementos de um circuito CA em ponte que estabelecerão uma condição de equilíbrio.

17.1 INTRODUÇÃO

No caso dos circuitos com duas ou mais fontes que não estejam em série ou em paralelo, os métodos descritos nos últimos dois capítulos não podem ser aplicados. Em vez disso, devemos empregar métodos como análise de malhas ou análise de nós. Como esses métodos já foram discutidos detalhadamente quando analisamos circuitos CC no Capítulo 8, neste capítulo consideraremos as mudanças necessárias para aplicá-los na análise de circuitos CA. As fontes dependentes também serão apresentadas, tanto em análise de malhas quanto em análise nodal.

O método das correntes de ramo não será discutido novamente, pois é um caso particular da análise de malhas. Além dos métodos mencionados acima, discutiremos os circuitos em ponte e as conversões Δ-Y e Y-Δ nos circuitos CA.

Entretanto, antes de examinar esses tópicos, temos de considerar o assunto 'fontes independentes e controladas'.

17.2 FONTES INDEPENDENTES E FONTES DEPENDENTES (CONTROLADAS)

Nos capítulos anteriores, todas as fontes que apareceram nas análises de circuitos CC ou CA eram **fontes independentes**, como E e I (ou **E** e **I**), mostradas na Figura 17.1.

O termo independente significa que a magnitude da fonte é independente do circuito ao qual ela é aplicada, de modo que suas características se mantêm mesmo que a fonte esteja completamente isolada.

Uma fonte dependente ou controlada é aquela cujas características são determinadas (ou controladas) por uma corrente ou tensão do sistema em que se encontra.

Atualmente, são usados dois símbolos para representar fontes controladas. O primeiro usa simplesmente o símbolo da fonte independente e uma indicação do elemento controlador, como mostra a Figura 17.2. Na Figura 17.2(a), a amplitude e a fase da tensão são controladas por outra tensão **V** em algum lugar no circuito, sendo a amplitude controlada por uma constante k_1. Na Figura 17.2(b), a amplitude e a fase da fonte de corrente são controladas por uma corrente **I** em outra parte do circuito, sendo a amplitude controlada pela constante k_2. Para diferenciar fontes

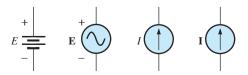



Figura 17.1 Fontes independentes.

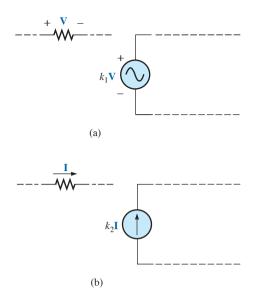



Figura 17.2 Fontes controladas ou dependentes.

dependentes de fontes independentes, foi introduzida a notação apresentada na Figura 17.3. Nos últimos anos, muitas publicações respeitadas sobre análise de circuitos têm aceitado e usado essa notação, embora algumas publicações excelentes na área de eletrônica continuem a usar os símbolos mostrados na Figura 17.2, especialmente na modelagem de circuitos para vários dispositivos eletrônicos como o transistor e o FET. Este livro usa os símbolos mostrados na Figura 17.3.

Possíveis combinações para fontes controladas são mostradas na Figura 17.4. Note que a amplitude de uma fonte de corrente ou de tensão pode ser controlada por uma

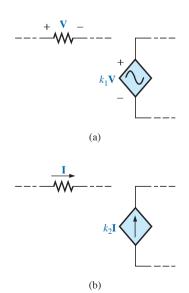



Figura 17.3 Notação especial para fontes controladas ou dependentes.

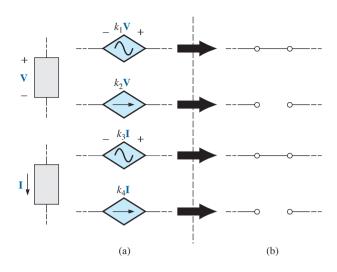



Figura 17.4 Condições de **V** = 0 V e **I** = 0 A para uma fonte controlada.

tensão ou por uma corrente, respectivamente. Ao contrário do que ocorre com fontes independentes, nos casos em que **V** ou **I** = 0, como se vê na Figura 17.4(a), o resultado pode ser um curto-circuito ou um circuito aberto equivalente, como o que é observado na Figura 17.4(b). Observe que o tipo de representação a ser usado sob essas circunstâncias é determinado pelo fato de a fonte ser de corrente ou tensão, e não pelo agente controlador (**V** ou **I**).

17.3 CONVERSÕES DE FONTES

Ao aplicar os métodos a serem discutidos, pode ser necessário converter uma fonte de corrente em fonte de tensão ou vice-versa. Essa **conversão de fonte** pode ser realizada praticamente da mesma maneira que para o circuito CC, exceto pelo fato de que agora estaremos lidando com fasores e impedâncias em vez de apenas números reais e resistores.

Fontes independentes

Em geral, a forma de conversão de um tipo de fonte independente em outro é como mostra a Figura 17.5.

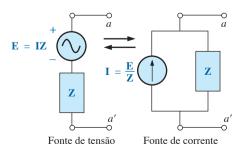



Figura 17.5 Conversão de fontes.

EXEMPLO 17.1

Converta a fonte de tensão vista na Figura 17.6(a) em fonte de corrente.

Solução:

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{Z}} = \frac{100\text{ V}\angle 0°}{5\ \Omega \angle 53{,}13°}$$
$$= \mathbf{20\ A\ \angle -53{,}13°} \qquad \text{[Figura 17.6(b)]}$$

EXEMPLO 17.2

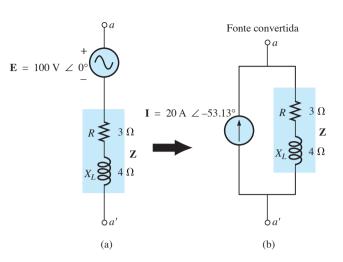
Converta a fonte de corrente vista na Figura 17.7(a) em fonte de tensão.

Solução:

$$\mathbf{Z} = \frac{\mathbf{Z}_C\mathbf{Z}_L}{\mathbf{Z}_C + \mathbf{Z}_L} = \frac{(X_C \angle -90°)(X_L \angle 90°)}{-jX_C + jX_L}$$
$$= \frac{(4\ \Omega \angle -90°)(6\ \Omega \angle 90°)}{-j\,4\ \Omega + j\,6\ \Omega} = \frac{24\ \Omega \angle 0°}{2 \angle 90°}$$
$$= \mathbf{12\ \Omega \angle -90°}$$
$$\mathbf{E} = \mathbf{IZ} = (10\text{ A} \angle 60°)(12\ \Omega \angle -90°)$$
$$= \mathbf{120\ V\angle -30°} \qquad \text{[Figura 17.7(b)]}$$

Figura 17.6 Exemplo 17.1.

Fontes dependentes

No caso de fontes dependentes, podemos aplicar o método da conversão direta mostrado na Figura 17.5, se a variável controladora (**V** ou **I** na Figura 17.4) não for determinada pela parte do circuito à qual a conversão será aplicada. Por exemplo, nas figuras 17.8 e 17.9, **V** e **I**, respectivamente, são controladas por uma parte externa do circuito. Outros tipos de conversões, onde **V** e **I** são controladas por uma parte do circuito a ser convertido, serão considerados nas seções 18.3 e 18.4.

EXEMPLO 17.3

Converta a fonte de tensão vista na Figura 17.8(a) em fonte de corrente.

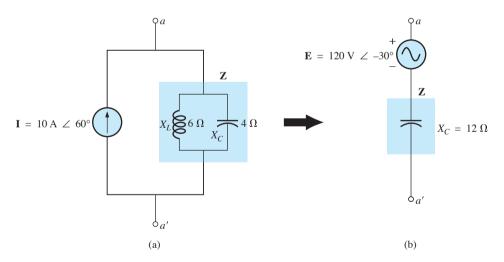



Figura 17.7 Exemplo 17.2.

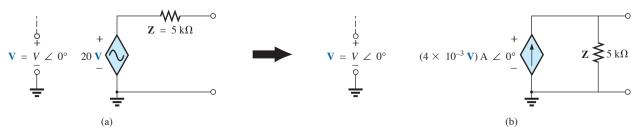



Figura 17.8 Conversão de fonte com uma fonte de tensão controlada por tensão.

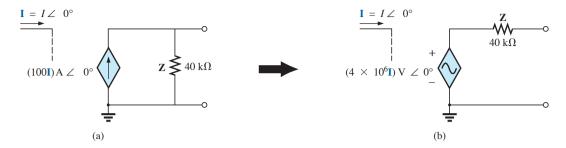



Figura 17.9 Conversão de fonte com uma fonte de corrente controlada por corrente.

Solução:

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{Z}} = \frac{(20\ \mathbf{V})\ \text{V}\ \angle 0°}{5\ \text{k}\Omega\ \angle 0°}$$
$$= (\mathbf{4} \times \mathbf{10^{-3}}\ \mathbf{V})\mathbf{A}\ \angle \mathbf{0°} \qquad \text{[Figura 17.8(b)]}$$

EXEMPLO 17.4

Converta a fonte de corrente vista na Figura 17.9(a) para uma fonte de tensão.

Solução:

$$\mathbf{E} = \mathbf{IZ} = [(100\ \mathbf{I})\text{A}\ \angle 0°][40\ \text{k}\Omega\ \angle 0°]$$
$$= (\mathbf{4} \times \mathbf{10^6}\ \mathbf{I})\ \mathbf{V}\ \angle \mathbf{0°}$$

17.4 ANÁLISE DE MALHAS

Método geral

Fontes de tensão independentes. Antes de examinar a aplicação do método em circuitos CA, é aconselhável que o estudante faça uma revisão das seções sobre **análise de malhas** no Capítulo 8, pois essa seção se restringirá aquelas conclusões.

O método geral da análise de malhas para fontes independentes inclui a mesma sequência de passos apresentada no Capítulo 8. Na realidade, a única mudança, relativa à abordagem dos circuitos CC, feita nessa seção foi substituir a resistência por impedância e a condutância por admitância no procedimento geral.

1. *Associe uma corrente no sentido horário para cada malha independente do circuito. Não é estritamente necessário escolher o sentido horário para as correntes de malha. Entretanto, tal escolha elimina a necessidade de escolher um sentido em cada caso. Podemos escolher qualquer sentido para as correntes de malha sem que haja perda de precisão, contanto que as etapas restantes sejam seguidas corretamente.*
2. *Indique as polaridades para cada impedância dentro de cada malha, conforme determina o sentido convencionado para a corrente nessa malha.*
3. *Aplique a lei de Kirchhoff para tensões em cada malha, no sentido horário. Novamente, o sentido horário foi escolhido para estabelecer uma uniformidade e nos condicionar a seguir um método sistemático.*
   a. *Se uma impedância for atravessada por duas ou mais correntes, a corrente total nessa impedância é a corrente da malha em que a lei de Kirchhoff para tensões está sendo aplicada mais as correntes das outras malhas que a atravessam no mesmo sentido e menos as correntes que a atravessam no sentido oposto.*
   b. *A polaridade de uma fonte de tensão não é afetada pelo sentido das correntes associadas às malhas.*
4. *Resolva o sistema de equações lineares resultantes para obter as correntes de malha.*

Essa técnica se aplica a todos os circuitos com fontes independentes ou a circuitos com *fontes dependentes nos quais a variável de controle não faz parte do circuito sob investigação*. Se a variável de controle fizer parte do circuito a ser examinado, será necessário usar outro método, que será descrito em breve.

EXEMPLO 17.5

Usando o método geral para análise de malhas, determine a corrente $\mathbf{I}_1$ no circuito visto na Figura 17.10.

Solução:

Ao aplicar esses métodos em circuitos CA, é aconselhável representar os resistores e as reatâncias (ou combinações dessas grandezas) por blocos de impedâncias. Quando determinamos a solução final em termos dessas impedâncias, os valores numéricos podem ser substituídos para determinar as grandezas desconhecidas.

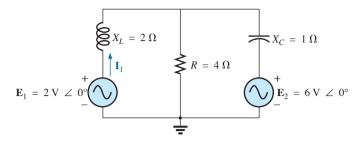



Figura 17.10 Exemplo 17.5.

O circuito foi redesenhado e apresentado na Figura 17.11 usando blocos de impedâncias:

$$\mathbf{Z}_1 = +jX_L = +j\,2\ \Omega \qquad \mathbf{E}_1 = 2\ \text{V} \angle 0°$$
$$\mathbf{Z}_2 = R = 4\ \Omega \qquad \mathbf{E}_2 = 6\ \text{V} \angle 0°$$
$$\mathbf{Z}_3 = -jX_C = -j\,1\ \Omega$$

Os *passos 1 e 2* estão indicados na Figura 17.11.
Passo 3:

$$+\mathbf{E}_1 - \mathbf{I}_1\mathbf{Z}_1 - \mathbf{Z}_2(\mathbf{I}_1 - \mathbf{I}_2) = 0$$
$$-\mathbf{Z}_2(\mathbf{I}_2 - \mathbf{I}_1) - \mathbf{I}_2\mathbf{Z}_3 - \mathbf{E}_2 = 0$$

ou

$$\mathbf{E}_1 - \mathbf{I}_1\mathbf{Z}_1 - \mathbf{I}_1\mathbf{Z}_2 + \mathbf{I}_2\mathbf{Z}_2 = 0$$
$$-\mathbf{I}_2\mathbf{Z}_2 + \mathbf{I}_1\mathbf{Z}_2 - \mathbf{I}_2\mathbf{Z}_3 - \mathbf{E}_2 = 0$$

de forma que

$$\mathbf{I}_1(\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2) - \mathbf{I}_2\mathbf{Z}_2 = \mathbf{E}_1$$
$$\mathbf{I}_2(\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_3) - \mathbf{I}_1\mathbf{Z}_2 = -\mathbf{E}_2$$

que pode ser reescrito como:

$$\mathbf{I}_1(\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2) - \mathbf{I}_2\mathbf{Z}_2 = \mathbf{E}_1$$
$$-\mathbf{I}_1\mathbf{Z}_2 + \mathbf{I}_2(\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_3) = -\mathbf{E}_2$$

Passo 4: Usando determinantes, obtemos:

$$\mathbf{I}_1 = \frac{\begin{vmatrix} \mathbf{E}_1 & -\mathbf{Z}_2 \\ -\mathbf{E}_2 & \mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2 & -\mathbf{Z}_2 \\ -\mathbf{Z}_2 & \mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_3 \end{vmatrix}}$$

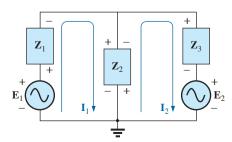



Figura 17.11 Definição das correntes de malha e dos blocos de impedâncias para o circuito visto na Figura 17.10.

$$= \frac{\mathbf{E}_1(\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_3) - \mathbf{E}_2(\mathbf{Z}_2)}{(\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2)(\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_3) - (\mathbf{Z}_2)^2}$$
$$= \frac{(\mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_2)\mathbf{Z}_2 + \mathbf{E}_1\mathbf{Z}_3}{\mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_3 + \mathbf{Z}_2\mathbf{Z}_3}$$

Substituindo por valores numéricos, temos:

$$\mathbf{I}_1 = \frac{(2\ \text{V} - 6\ \text{V})(4\ \Omega) + (2\ \text{V})(-j\,1\ \Omega)}{(+j\,2\ \Omega)(4\ \Omega) + (+j\,2\ \Omega)(j-2\ \Omega) + (4\ \Omega)(-j\,2\ \Omega)}$$
$$= \frac{-16 - j\,2}{j\,8 - j^2\,2 - j\,4} = \frac{-16 - j\,2}{2 + j\,4}$$
$$= \frac{16{,}12\ \text{A} \angle -172{,}87°}{4{,}47 \angle 63{,}43°}$$
$$= \mathbf{3{,}61\ A \angle -236{,}30°} \quad \text{ou} \quad \mathbf{3{,}61\ A \angle 123{,}70°}$$

Fontes de tensão dependentes. No caso de fontes de tensão dependentes, o procedimento é modificado conforme mostrado a seguir:

1. Os passos 1 e 2 são os mesmos aplicados no caso de fontes de tensão independentes.
2. O passo 3 é modificado da seguinte maneira: trate cada fonte dependente como uma fonte independente quando aplicar a lei de Kirchhoff para tensões em cada malha independente. Entretanto, uma vez escritas as equações, substitua a grandeza controlada pela sua expressão para assegurar que as incógnitas estejam restritas somente às correntes de malha escolhidas.
3. O passo 4 permanece inalterado.

EXEMPLO 17.6

Escreva as correntes de malha para o circuito mostrado na Figura 17.12, que possui uma fonte de tensão dependente.

Solução:

Os *passos 1* e *2* estão indicados na Figura 17.12.

Passo 3:
$$\mathbf{E}_1 - \mathbf{I}_1R_1 - R_2(\mathbf{I}_1 - \mathbf{I}_2) = 0$$
$$R_2(\mathbf{I}_2 - \mathbf{I}_1) + \mu\mathbf{V}_x - \mathbf{I}_2R_3 = 0$$

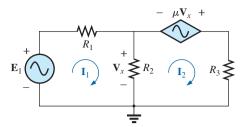



Figura 17.12 Aplicação da análise de malhas a um circuito com uma fonte de tensão controlada por tensão.

Substituindo: $\mathbf{V}_x = (\mathbf{I}_1 - \mathbf{I}_2)R_2$.
O resultado é um sistema de duas equações e duas incógnitas:

$$\mathbf{E}_1 - \mathbf{I}_1 R_1 - R_2(\mathbf{I} - \mathbf{I}_2) = 0$$
$$R_2(\mathbf{I}_2 - \mathbf{I}_1) + \mu R_2(\mathbf{I}_1 - \mathbf{I}_2) - \mathbf{I}_2 R_3 = 0$$

Fontes de corrente independentes. No caso de fontes de corrente independentes, o procedimento é modificado da seguinte maneira:

1. Os passos 1 e 2 são os mesmos aplicados a fontes independentes.
2. O passo 3 é modificado da seguinte maneira: trate cada fonte de corrente como um circuito aberto (lembre-se da definição de *supermalha* do Capítulo 8) e escreva as equações de malha para cada caminho independente restante. Então, relacione as correntes de malha escolhidas às fontes dependentes a fim de assegurar que as incógnitas das equações finais estejam restritas às correntes de malha.
3. O passo 4 permanece inalterado.

EXEMPLO 17.7

Escreva as correntes de malha para o circuito mostrado na Figura 17.13, que possui uma fonte de corrente independente.

Solução:

Os *passos 1* e *2* estão indicados na Figura 17.13.

Passo 3: $\mathbf{E}_1 - \mathbf{I}_1\mathbf{Z}_1 + \mathbf{E}_2 - \mathbf{I}_2\mathbf{Z}_2 = 0$
(restou somente um caminho independente)

com $\mathbf{I}_1 + \mathbf{I} = \mathbf{I}_2$

O resultado é um sistema de duas equações e duas incógnitas.

Fontes de corrente dependentes. No caso de fontes de corrente dependentes, o procedimento é modificado da seguinte maneira:

1. Os passos 1 e 2 são os mesmos aplicados no caso de fontes independentes.

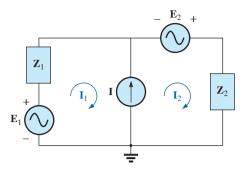



Figura 17.13 Aplicação da análise de malhas a um circuito com uma fonte de corrente independente.

2. O passo 3 é modificado da seguinte maneira: o procedimento é essencialmente o mesmo aplicado no caso de fontes de corrente independentes, exceto pelo fato de que agora as fontes dependentes têm de ser definidas em termos das correntes de malha escolhidas para assegurar que a equação final tenha apenas correntes de malha como incógnitas.
3. O passo 4 permanece inalterado.

EXEMPLO 17.8

Escreva as correntes de malha para o circuito visto na Figura 17.14, que possui uma fonte de corrente dependente.

Solução:

Os *passos 1* e *2* estão indicados na Figura 17.14.

Passo 3: $\mathbf{E}_1 - \mathbf{I}_1\mathbf{Z}_1 - \mathbf{I}_2\mathbf{Z}_2 + \mathbf{E}_2 = 0$

e $k\mathbf{I} = \mathbf{I}_1 - \mathbf{I}_2$

Agora, $\mathbf{I} = \mathbf{I}_1$, de forma que $k\mathbf{I}_1 = \mathbf{I}_1 - \mathbf{I}_2$

ou $\mathbf{I}_2 = \mathbf{I}_1(1 - k)$

O resultado é um sistema de duas equações e duas incógnitas.

Abordagem sistemática

O método da abordagem sistemática foi introduzido na Seção 8.8. As etapas da aplicação desse método são repetidas aqui, tendo sido feitas somente as mudanças necessárias para que ele possa ser usado em um circuito CA:

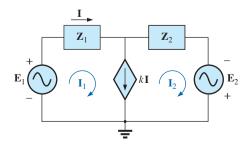



Figura 17.14 Aplicação da análise de malhas de um circuito com uma fonte de corrente controlada por corrente.

1. *Associe uma corrente de malha a cada malha independente (como na seção anterior), no sentido horário.*
2. *O número de equações necessárias é igual ao número de malhas independentes escolhidas. A coluna 1 de cada equação é formada pela soma dos valores das impedâncias atravessadas pela corrente de malha e pela multiplicação do resultado pelo valor da corrente de malha.*
3. *Precisamos considerar agora os termos mútuos que são sempre subtraídos dos termos na primeira coluna. É possível que exista mais de um termo mútuo se a corrente de malha de interesse possuir um elemento em comum com mais de uma corrente de malha. Cada termo mútuo é o produto da impedância mútua e da outra corrente de malha que atravessa o mesmo elemento.*
4. *A coluna à direita do sinal de igualdade é a soma algébrica das fontes de tensão atravessadas pela corrente de malha de interesse. Associamos o sinal positivo às fontes com polaridade de maneira que a corrente de malha passe do terminal negativo para o positivo. Associamos o sinal negativo aos potenciais nos quais ocorre o oposto.*
5. *Resolva as equações simultâneas resultantes para determinar as correntes de malha.*

Essa técnica pode ser aplicada a todos os circuitos com fontes independentes ou com fontes dependentes cuja variável de controle não faça parte do circuito sob investigação. Se a variável de controle fizer parte do circuito examinado, deveremos tomar um pouco mais de cuidado ao realizar esse procedimento.

EXEMPLO 17.9

Usando a abordagem sistemática para análise de malhas, determine a corrente $\mathbf{I}_2$ no circuito visto na Figura 17.15.

Solução:

O circuito redesenhado é mostrado na Figura 17.16:

$$\mathbf{Z}_1 = R_1 + jX_{L_1} = 1\ \Omega + j\,2\ \Omega \qquad \mathbf{E}_1 = 8\ \text{V}\ \angle 20^\circ$$
$$\mathbf{Z}_2 = R_2 - jX_C = 4\ \Omega - j\,8\ \Omega \qquad \mathbf{E}_2 = 10\ \text{V}\ \angle 0^\circ$$
$$\mathbf{Z}_3 = +jX_{L_2} = +j\,6\ \Omega$$

Observe a redução na complexidade do problema com a substituição dos blocos de impedâncias.

Passo 1: Conforme indica a Figura 17.16.

Passos 2 a 4:

$$\begin{aligned}\mathbf{I}_1(\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2) - \mathbf{I}_2\mathbf{Z}_2 &= \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2\\ \mathbf{I}_2(\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_3) - \mathbf{I}_1\mathbf{Z}_2 &= -\mathbf{E}_2\end{aligned}$$

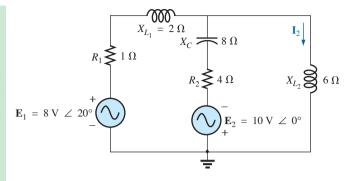



Figura 17.15 Exemplo 17.9.

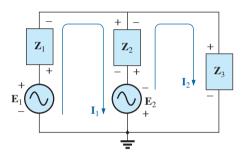



Figura 17.16 Definição das correntes de malha e dos blocos de impedâncias para o circuito visto na Figura 17.15.

que são reescritas como:

$$\begin{aligned}\mathbf{I}_1(\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2) - \mathbf{I}_2\mathbf{Z}_2 \qquad\qquad &= \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2\\ -\mathbf{I}_1\mathbf{Z}_2 \qquad + \mathbf{I}_2(\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_3) &= -\mathbf{E}_2\end{aligned}$$

Passo 5: Usando determinantes, temos:

$$\mathbf{I}_2 = \frac{\begin{vmatrix}\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2 & \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2\\ -\mathbf{Z}_2 & -\mathbf{E}_2\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2 & -\mathbf{Z}_2\\ -\mathbf{Z}_2 & \mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_3\end{vmatrix}} = \frac{-(\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2)\mathbf{E}_2 + \mathbf{Z}_2(\mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2)}{(\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2)(\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_3) - \mathbf{Z}_2^2} = \frac{\mathbf{Z}_2\mathbf{E}_1 - \mathbf{Z}_1\mathbf{E}_2}{\mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_3 + \mathbf{Z}_2\mathbf{Z}_3}$$

Substituindo os valores numéricos, temos:

$$\mathbf{I}_2 = \frac{(4\ \Omega - j\,8\ \Omega)(8\ \text{V}\angle 20^\circ) - (1\ \Omega + j\,2\ \Omega)(10\ \text{V}\angle 0^\circ)}{(1\ \Omega + j\,2\ \Omega)(4\ \Omega - j\,8\ \Omega) + (1\ \Omega + j\,2\ \Omega)(+j\,6\ \Omega) + (4\ \Omega - j\,8\ \Omega)(+j\,6\ \Omega)}$$
$$= \frac{(4 - j\,8)(7{,}52 + j\,2{,}74) - (10 + j\,20)}{20 + (j\,6 - 12) + (j\,24 + 48)}$$

$$= \frac{(52{,}0 - j\,49{,}20) - (10 + j\,20)}{56 + j\,30}$$

$$= \frac{42{,}0 - j\,69{,}20}{56 + j\,30} = \frac{80{,}95\text{ A} \angle -58{,}74^\circ}{63{,}53 \angle 28{,}18^\circ}$$

$$= \mathbf{1{,}27\text{ A} \angle 286{,}92^\circ}$$

Solução na calculadora. A calculadora pode ser uma ferramenta eficaz para realizar os longos e complicados cálculos envolvidos na expressão final vista acima. Entretanto, é necessário muito cuidado no uso correto da quantidade de parênteses e na definição da ordem em que as operações aritméticas serão realizadas (lembre-se de que cada parêntese de abertura precisa ter um parêntese de fechamento). Com a calculadora TI-89, a sequência da Figura 17.17(a) oferece a solução para o numerador. Para o denominador, a sequência aparece na Figura 17.17(b). A solução é então determinada na Figura 17.17(c).

EXEMPLO 17.10

Escreva as equações de malha para o circuito visto na Figura 17.18. Não resolva o sistema de equação resultante.

Solução:

O circuito redesenhado é mostrado na Figura 17.19. Observe novamente a redução da complexidade e o aumento da clareza proporcionados pelo uso dos blocos de impedâncias:

$$\mathbf{Z}_1 = R_1 + jX_{L_1} \qquad \mathbf{Z}_4 = R_3 - jX_{C_2}$$
$$\mathbf{Z}_2 = R_2 + jX_{L_2} \qquad \mathbf{Z}_5 = R_4$$
$$\mathbf{Z}_3 = jX_{C_1}$$

e

$$\mathbf{I}_1(\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2) - \mathbf{I}_2\mathbf{Z}_2 = \mathbf{E}_1$$
$$\mathbf{I}_2(\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_3 + \mathbf{Z}_4) - \mathbf{I}_1\mathbf{Z}_2 - \mathbf{I}_3\mathbf{Z}_4 = 0$$
$$\mathbf{I}_3(\mathbf{Z}_4 + \mathbf{Z}_5) - \mathbf{I}_2\mathbf{Z}_4 = \mathbf{E}_2$$

ou

$$\begin{array}{llll} \mathbf{I}_1(\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2) - \mathbf{I}_2(\mathbf{Z}_2) & & +0 & = \mathbf{E}_1 \\ \mathbf{I}_1\mathbf{Z}_2 & -\mathbf{I}_2(\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_3 + \mathbf{Z}_4) - \mathbf{I}_3(\mathbf{Z}_4) & & = 0 \\ 0 & -\mathbf{I}_2(\mathbf{Z}_4) & -\mathbf{I}_3(\mathbf{Z}_4 + \mathbf{Z}_5) & = \mathbf{E}_2 \end{array}$$

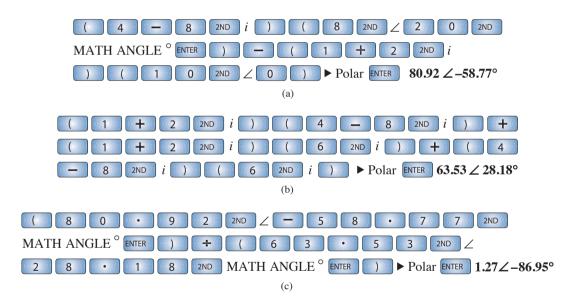



Figura 17.17 Determinação de $\mathbf{I}_2$ para o circuito da Figura 17.15.

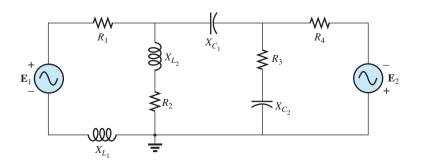



Figura 17.18 Exemplo 17.10.

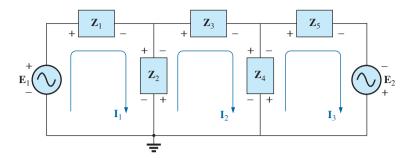



Figura 17.19 Definição das correntes de malha e dos blocos de impedâncias para o circuito da Figura 17.18.

EXEMPLO 17.11

Usando a abordagem sistemática, escreva as equações de malha para o circuito visto na Figura 17.20.

Solução:

O circuito redesenhado é mostrado na Figura 17.21, onde:

$$\mathbf{Z}_1 = R_1 + jX_{L_1} \qquad \mathbf{Z}_3 = jX_{L_2}$$
$$\mathbf{Z}_2 = R_2 \qquad \mathbf{Z}_4 = jX_{L_3}$$

e

$$\mathbf{I}_1(\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_4) - \mathbf{I}_2\mathbf{Z}_2 - \mathbf{I}_3\mathbf{Z}_4 = \mathbf{E}_1$$
$$\mathbf{I}_2(\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_3) - \mathbf{I}_1\mathbf{Z}_2 - \mathbf{I}_3\mathbf{Z}_3 = 0$$
$$\mathbf{I}_3(\mathbf{Z}_3 + \mathbf{Z}_4) - \mathbf{I}_2\mathbf{Z}_3 - \mathbf{I}_1\mathbf{Z}_4 = \mathbf{E}_2$$

ou

$$\begin{array}{llll} \mathbf{I}_1(\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_4) - \mathbf{I}_2\mathbf{Z}_2 & & -\mathbf{I}_3\mathbf{Z}_4 & = \mathbf{E}_1 \\ -\mathbf{I}_1\mathbf{Z}_2 & +\mathbf{I}_2(\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_3) & -\mathbf{I}_3\mathbf{Z}_3 & = 0 \\ -\mathbf{I}_1\mathbf{Z}_4 & -\mathbf{I}_2\mathbf{Z}_3 & +\mathbf{I}_3(\mathbf{Z}_3 + \mathbf{Z}_4) & = \mathbf{E}_2 \end{array}$$

Note a simetria *em relação* ao eixo diagonal. Ou seja, observe a localização de $-\mathbf{Z}_2$, $-\mathbf{Z}_4$ e $-\mathbf{Z}_3$ dos dois lados da diagonal.

Figura 17.21 Definição das correntes de malha e dos blocos de impedâncias para o circuito visto na Figura 17.20.

17.5 ANÁLISE NODAL

Método geral

Fontes independentes. Antes de examinar a aplicação do método em circuitos CA, é aconselhável fazer uma revisão das seções sobre **análise nodal** do Capítulo 8, pois o conteúdo dessa seção se restringirá às conclusões gerais obtidas naquele capítulo.

Os passos fundamentais são os seguintes:

1. *Determine os números de nós no circuito.*
2. *Escolha um nó de referência e rotule cada nó restante com um índice inferior: V_1, V_2 e assim por diante.*
3. *Aplique a lei de Kirchhoff para correntes em cada nó, exceto o de referência. Cada vez que aplicar a lei de Kirchhoff para correntes, considere que todas as correntes desconhecidas deixam o nó.*
4. *Resolva as equações resultantes para obter as tensões nodais.*

Alguns exemplos o farão lembrar-se do conteúdo do Capítulo 8 e do método geral da análise nodal.

Figura 17.20 Exemplo 17.11.

EXEMPLO 17.12

Determine a tensão no indutor no circuito visto na Figura 17.22.

Solução:

Os *passos 1* e *2* estão indicados na Figura 17.23.

Passo 3: Note, na Figura 17.24, a aplicação da lei de Kirchhoff para correntes que se destinam ao nó $\mathbf{V}_1$:

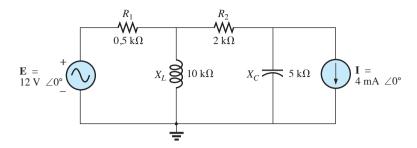



Figura 17.22 Exemplo 17.12.

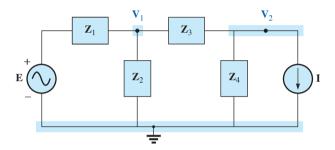



Figura 17.23 Definição das tensões nodais e dos blocos de impedâncias para o circuito da Figura 17.22.

Figura 17.25 Aplicação da lei de Kirchhoff para correntes que se destinam ao nó V_2 do circuito mostrado na Figura 17.23.

Figura 17.24 Aplicação da lei de Kirchhoff para correntes que se destinam ao nó $\mathbf{V}_1$ no circuito mostrado na Figura 17.23.

$$\Sigma \mathbf{I}_i = \Sigma \mathbf{I}_o$$

$$0 = \mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2 + \mathbf{I}_3$$

$$\frac{\mathbf{V}_1 - \mathbf{E}}{\mathbf{Z}_1} + \frac{\mathbf{V}_1}{\mathbf{Z}_2} + \frac{\mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_2}{\mathbf{Z}_3} = 0$$

Reagrupando os termos, temos:

$$\mathbf{V}_1\left[\frac{1}{\mathbf{Z}_1} + \frac{1}{\mathbf{Z}_2} + \frac{1}{\mathbf{Z}_3}\right] - \mathbf{V}_2\left[\frac{1}{\mathbf{Z}_3}\right] = \frac{\mathbf{E}_1}{\mathbf{Z}_1} \quad (17.1)$$

Observe na Figura 17.25 a aplicação da lei de Kirchhoff para correntes que se destinam ao nó $\mathbf{V}_2$.

$$0 = \mathbf{I}_3 + \mathbf{I}_4 + \mathbf{I}$$

$$\frac{\mathbf{V}_2 - \mathbf{V}_1}{\mathbf{Z}_3} + \frac{\mathbf{V}_2}{\mathbf{Z}_4} + \mathbf{I} = 0$$

Reagrupando os termos, temos:

$$\mathbf{V}_2\left[\frac{1}{\mathbf{Z}_3} + \frac{1}{\mathbf{Z}_4}\right] - \mathbf{V}_1\left[\frac{1}{\mathbf{Z}_3}\right] = -\mathbf{I} \quad (17.2)$$

Agrupando as equações:

$$\mathbf{V}_1\left[\frac{1}{\mathbf{Z}_1} + \frac{1}{\mathbf{Z}_2} + \frac{1}{\mathbf{Z}_3}\right] - \mathbf{V}_2\left[\frac{1}{\mathbf{Z}_3}\right] = \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{Z}_1}$$

$$\mathbf{V}_1\left[\frac{1}{\mathbf{Z}_3}\right] - \mathbf{V}_2\left[\frac{1}{\mathbf{Z}_3} + \frac{1}{\mathbf{Z}_4}\right] = \mathbf{I}$$

$$\frac{1}{\mathbf{Z}_1} + \frac{1}{\mathbf{Z}_2} + \frac{1}{\mathbf{Z}_3} = \frac{1}{0{,}5\text{ k}\Omega} + \frac{1}{j\,10\text{ k}\Omega} + \frac{1}{2\text{ k}\Omega}$$

$$= 2{,}5\text{ mS} \angle -2{,}29^\circ$$

$$\frac{1}{\mathbf{Z}_3} + \frac{1}{\mathbf{Z}_4} = \frac{1}{2\text{ k}\Omega} + \frac{1}{-j\,5\text{ k}\Omega}$$

$$= 0{,}539\text{ mS} \angle 21{,}80^\circ$$

e

$$\mathbf{V}_1[2{,}5\text{ mS} \angle -2{,}29^\circ] - \mathbf{V}_2[0{,}5\text{ mS} \angle 0^\circ] = 24\text{ mA} \angle 0^\circ$$

$$\mathbf{V}_1[0{,}5\text{ mS} \angle 0^\circ] - \mathbf{V}_2[0{,}539\text{ mS} \angle 21{,}80^\circ] = 4\text{ mA} \angle 0^\circ$$

com

$$\mathbf{V}_1 = \frac{\begin{vmatrix} 24 \text{ mA} \angle 0° & -0{,}5 \text{ mS} \angle 0° \\ 4 \text{ mA} \angle 0° & -0{,}539 \text{ mS} \angle 21{,}80° \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2{,}5 \text{ mS} \angle -2{,}29° & -0{,}5 \text{ mS} \angle 0° \\ 0{,}5 \text{ mS} \angle 0° & -0{,}539 \text{ mS} \angle 21{,}80° \end{vmatrix}}$$

$$= \frac{(24 \text{ mA} \angle 0°)(-0{,}539 \text{ mS} \angle 21{,}80°) + (0{,}5 \text{ mS} \angle 0°)(4 \text{ mA} \angle 0°)}{(2{,}5 \text{ mS} \angle -2{,}29°)(-0{,}539 \text{ mS} \angle 21{,}80°) + (0{,}5 \text{ mS} \angle 0°)(0{,}5 \text{mS} \angle 0°)}$$

$$= \frac{-12{,}94 \times 10^{-6} \text{ V} \angle 21{,}80° + 2 \times 10^{-6} \text{ V} \angle 0°}{-1{,}348 \times 10^{-6} \angle 19{,}51° + 0{,}25 \times 10^{-6} \angle 0°}$$

$$= \frac{-(12{,}01 + j\,4{,}81) \times 10^{-6} \text{ V} + 2 \times 10^{-6} \text{ V}}{-(1{,}271 + j\,0{,}45) \times 10^{-6} + 0{,}25 \times 10^{-6}}$$

$$= \frac{-10{,}01 \text{ V} - j\,4{,}81 \text{ V}}{-1{,}021 - j\,0{,}45} = \frac{11{,}106 \text{ V} \angle -154{,}33°}{1{,}116 \angle -156{,}21°}$$

$$\mathbf{V}_1 = \mathbf{9{,}95 \text{ V} \angle 1{,}88°}$$

Fontes de corrente dependentes. No caso de fontes de corrente dependentes, o procedimento deve ser modificado da seguinte maneira:

1. Os passos 1 e 2 são os mesmos aplicados no caso de fontes independentes.
2. O passo 3 é modificado da seguinte maneira: trate cada fonte de corrente dependente como uma fonte independente quando aplicar a lei de Kirchhoff para correntes em cada nó definido. Entretanto, uma vez estabelecidas as equações, substitua a grandeza controlada pela sua expressão para assegurar que as incógnitas estejam restritas às tensões nodais escolhidas.
3. O passo 4 permanece inalterado.

EXEMPLO 17.13

Escreva as equações nodais para o circuito visto na Figura 17.26, que possui uma fonte de corrente dependente.

Solução:

Os *passos 1* e *2* estão definidos na Figura 17.26.

Passo 3: No nó $\mathbf{V}_1$,

$$\mathbf{I} = \mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2$$

$$\frac{\mathbf{V}_1}{\mathbf{Z}_1} + \frac{\mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_2}{\mathbf{Z}_2} - \mathbf{I} = 0$$

e

$$\mathbf{V}_1\left[\frac{1}{\mathbf{Z}_1} + \frac{1}{\mathbf{Z}_2}\right] - \mathbf{V}_2\left[\frac{1}{\mathbf{Z}_2}\right] = \mathbf{I}$$

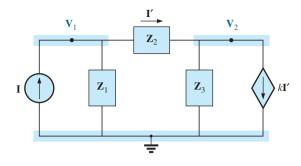



Figura 17.26 Aplicação da análise nodal a um circuito com uma fonte de corrente controlada por corrente.

No nó $\mathbf{V}_2$,

$$\mathbf{I}_2 + \mathbf{I}_3 + k\mathbf{I} = 0$$

$$\frac{\mathbf{V}_2 - \mathbf{V}_1}{\mathbf{Z}_2} + \frac{\mathbf{V}_2}{\mathbf{Z}_3} + k\left[\frac{\mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_2}{\mathbf{Z}_2}\right] = 0$$

e

$$\mathbf{V}_1\left[\frac{1-k}{\mathbf{Z}_2}\right] - \mathbf{V}_2\left[\frac{1-k}{\mathbf{Z}_2} + \frac{1}{\mathbf{Z}_3}\right] = 0$$

resultando em um sistema de duas equações e duas incógnitas.

Fontes de tensão independentes entre nós escolhidos. No caso de fontes de tensão independentes entre nós escolhidos, o método sofre as seguintes modificações:

1. Os passos 1 e 2 são os mesmos aplicados no caso de fontes independentes.
2. O passo 3 é modificado da seguinte maneira: trate cada fonte de tensão, entre os nós escolhidos, como um curto-circuito (lembre-se da definição de *supernó* dada no Capítulo 8) e escreva as equações nodais para cada nó independente restante. Em seguida, relacione as tensões nodais escolhidas à fonte de tensão independente para assegurar que as incógnitas das equações finais se restrinjam somente às tensões nodais.
3. O passo 4 permanece inalterado.

EXEMPLO 17.14

Escreva as equações nodais para o circuito visto na Figura 17.27, que possui uma fonte independente entre dois nós definidos.

Solução:

Os *passos 1* e *2* estão definidos na Figura 17.27.

Passo 3: Substituindo a fonte independente $\mathbf{E}_1$ por um curto-circuito equivalente, obtemos um supernó que resulta na seguinte equação quando aplicamos a lei de Kirchhoff para correntes ao nó $\mathbf{V}_1$:

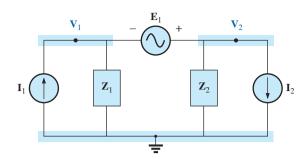



Figura 17.27 Aplicação da análise nodal a um circuito com uma fonte de tensão independente entre nós definidos.

$$\mathbf{I}_1 = \frac{\mathbf{V}_1}{\mathbf{Z}_1} + \frac{\mathbf{V}_2}{\mathbf{Z}_2} + \mathbf{I}_2$$

com $$\mathbf{V}_2 - \mathbf{V}_1 = \mathbf{E}_1$$

O resultado é um sistema com duas equações e duas incógnitas.

Fontes de tensão dependentes entre nós definidos. No caso de fontes de tensão dependentes entre nós definidos, o procedimento passa pelas seguintes modificações:

1. Os passos 1 e 2 são os mesmos aplicados para fontes de tensão independentes.
2. O passo 3 é modificado da seguinte forma: O procedimento é basicamente o mesmo daquele aplicado para fontes de tensão independentes, exceto pelo fato de que agora as fontes dependentes têm de ser definidas em termos das tensões nodais escolhidas, para assegurar que as equações finais tenham somente tensões nodais como incógnitas.
3. O passo 4 permanece inalterado.

EXEMPLO 17.15

Escreva as equações nodais para o circuito mostrado na Figura 17.28, que possui uma fonte de tensão dependente entre dois nós definidos.

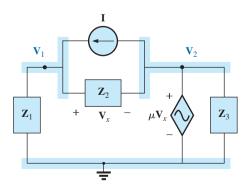



Figura 17.28 Aplicação da análise nodal a um circuito com uma fonte de tensão controlada por tensão.

Solução:

Os *passos 1* e *2* estão definidos na Figura 17.28.

Passo 3: A substituição da fonte dependente $\mu\mathbf{V}_x$ por um curto-circuito equivalente resulta na seguinte equação quando aplicamos a lei de Kirchhoff para correntes ao nó $\mathbf{V}_1$:

$$\mathbf{I} = \mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2$$

$$\frac{\mathbf{V}_1}{\mathbf{Z}_1} + \frac{(\mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_2)}{\mathbf{Z}_2} - \mathbf{I} = 0$$

e $$\mathbf{V}_2 = \mu\mathbf{V}_x = \mu[\mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_2]$$

ou $$\mathbf{V}_2 = \frac{\mu}{1+\mu}\mathbf{V}_1$$

resultando em um sistema com duas equações e duas incógnitas. Observe que, como a impedância $\mathbf{Z}_3$ está em paralelo com uma fonte de tensão, ela não aparece na análise. Entretanto, ela afetará a corrente na fonte de tensão dependente.

Abordagem sistemática

Uma observação cuidadosa das equações 17.1 e 17.2 do Exemplo 17.12 revela que elas são as mesmas equações obtidas usando a abordagem sistemática apresentada no Capítulo 8. Lembre-se de que o método exigia que a fonte de tensão fosse convertida em fonte de corrente, mas escrever as equações era relativamente fácil e reduzia a probabilidade de erro devido a um sinal trocado ou a um termo esquecido.

A sequência de passos necessários para a aplicação da abordagem sistemática é a seguinte:

1. *Escolha um nó de referência e rotule os nós independentes (N – 1) restantes do circuito.*
2. *O número de equações necessárias para uma solução completa é igual ao número de nós independentes (N – 1). A coluna 1 de cada equação é obtida somando-as admitâncias conectadas ao nó de interesse e multiplicando o resultado pela tensão nodal correspondente.*
3. *Os termos mútuos são sempre subtraídos dos termos da primeira coluna. É possível existir mais de um termo mútuo se a tensão nodal de interesse possuir um elemento em comum com mais de uma tensão nodal. Cada termo mútuo é o produto da admitância mútua pela outra tensão nodal conectada à mesma admitância.*
4. *A coluna à direita do sinal de igualdade é a soma algébrica das fontes de corrente conectadas ao nó de interesse. A fonte de corrente possui sinal positivo se fornece corrente a um nó e um sinal negativo se recebe corrente do nó.*

5. Resolva as equações simultâneas resultantes para obter as tensões nodais desejadas. Os comentários feitos para a análise de malhas com relação às fontes dependente e independente também se aplicam a esse caso.

EXEMPLO 17.16

Usando a abordagem sistemática para análise nodal, determine a tensão no resistor de 4 Ω visto na Figura 17.29.

Solução:

Escolhendo os nós (veja a Figura 17.30) e escrevendo as equações nodais, temos:

$$\mathbf{Z}_1 = R = 4\ \Omega \quad \mathbf{Z}_2 = jX_L = j5\ \Omega \quad \mathbf{Z}_3 = -jX_C = -j\,2\ \Omega$$

$$\begin{aligned}\mathbf{V}_1(\mathbf{Y}_1 + \mathbf{Y}_2) - \mathbf{V}_2(\mathbf{Y}_2) &= -\mathbf{I}_1\\ \mathbf{V}_2(\mathbf{Y}_3 + \mathbf{Y}_2) - \mathbf{V}_1(\mathbf{Y}_2) &= +\mathbf{I}_2\end{aligned}$$

ou

$$\begin{aligned}\mathbf{V}_1(\mathbf{Y}_1 + \mathbf{Y}_2) - \mathbf{V}_2(\mathbf{Y}_2) \qquad\qquad &= -\mathbf{I}_1\\ -\mathbf{V}_1(\mathbf{Y}_2) \qquad + \mathbf{V}_2(\mathbf{Y}_3 + \mathbf{Y}_2) &= +\mathbf{I}_2\end{aligned}$$

$$\mathbf{Y}_1 = \frac{1}{\mathbf{Z}_1} \qquad \mathbf{Y}_2 = \frac{1}{\mathbf{Z}_2} \qquad \mathbf{Y}_3 = \frac{1}{\mathbf{Z}_3}$$

Usando determinantes, temos:

$$\mathbf{V}_1 = \frac{\begin{vmatrix} -\mathbf{I}_1 & -\mathbf{Y}_2 \\ +\mathbf{I}_2 & \mathbf{Y}_3 + \mathbf{Y}_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \mathbf{Y}_1 + \mathbf{Y}_2 & -\mathbf{Y}_2 \\ -\mathbf{Y}_2 & \mathbf{Y}_3 + \mathbf{Y}_2 \end{vmatrix}}$$

$$= \frac{\begin{vmatrix} -6\text{ A} + j\,0{,}2\text{ S} \\ +4\text{ A} + j\,0{,}3\text{ S} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 0{,}25\text{ S} - j\,0{,}2\text{ S} & +j\,0{,}2\text{ S} \\ +j\,0{,}2\text{ S} & +j\,0{,}3\text{ S} \end{vmatrix}}$$

$$= \frac{-(\mathbf{Y}_3 + \mathbf{Y}_2)\mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2\mathbf{Y}_2}{(\mathbf{Y}_1 + \mathbf{Y}_2)(\mathbf{Y}_3 + \mathbf{Y}_2) - \mathbf{Y}_2^2}$$

$$= \frac{-(\mathbf{Y}_3 + \mathbf{Y}_2)\mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2\mathbf{Y}_2}{\mathbf{Y}_1\mathbf{Y}_3 + \mathbf{Y}_2\mathbf{Y}_3 + \mathbf{Y}_1\mathbf{Y}_2}$$

Substituindo por valores numéricos, temos:

$$\mathbf{V}_1 = \frac{-[(1/-j\,2\,\Omega) + (1/j\,5\,\Omega)]\,6\text{ A}\,\angle 0° + 4\text{ A}\,\angle 0°(1/j\,5\,\Omega)}{(1/4\,\Omega)(1/-j\,2\,\Omega) + (1/j\,5\,\Omega)(1/-j\,2\,\Omega) + (1/4\,\Omega)(1/j\,5\,\Omega)}$$

$$= \frac{-(+j\,0{,}5 - j\,0{,}2)6\,\angle 0° + 4\,\angle 0°(-j\,0{,}2)}{(1/-j\,8) + (1/10) + (1/j\,20)}$$

$$= \frac{(-0{,}3\,\angle 90°)(6\,\angle 0°) + (4\,\angle 0°)(0{,}2\,\angle -90°)}{j\,0{,}125 + 0{,}1 - j\,0{,}05}$$

$$= \frac{-1{,}8\,\angle 90° + 0{,}8\,\angle -90°}{0{,}1 + j\,0{,}075}$$

$$= \frac{2{,}6\text{ V}\,\angle -90°}{0{,}125\,\angle 36{,}87°}$$

$$\mathbf{V}_1 = \mathbf{20{,}80\ V\,\angle 2126{,}87°}$$

Solução na calculadora: Usando a calculadora TI-89, entre com os parâmetros para a forma determinante de $\mathbf{V}_1$, conforme mostra a sequência da Figura 17.31. Observe os sinais negativos usados para a entrada dos dados.

EXEMPLO 17.17

Usando a abordagem sistemática, escreva as equações nodais para o circuito visto na Figura 17.32.

Solução:

O circuito é redesenhado e mostrado na Figura 17.33, onde:

$$\begin{aligned} &\mathbf{Z}_1 = R_1 + jX_{L_1} = 7\ \Omega + j\,8\ \Omega \qquad \mathbf{E}_1 = 20\text{ V}\,\angle 0° \\ &\mathbf{Z}_2 = R_2 + jX_{L_2} = 4\ \Omega + j\,5\ \Omega \qquad \mathbf{I}_1 = 10\text{ A}\,\angle 20° \\ &\mathbf{Z}_3 = -jX_2 = -j\,10\ \Omega \\ &\mathbf{Z}_4 = R_3 = 8\ \Omega \end{aligned}$$

Convertendo a fonte de tensão em fonte de corrente e escolhendo os nós, obtemos a Figura 17.34. Note a

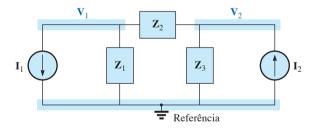



Figura 17.30 Definição das tensões nodais e dos blocos de impedâncias para o circuito visto na Figura 17.29.

Figura 17.29 Exemplo 17.16.

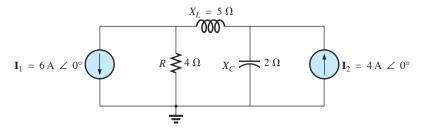
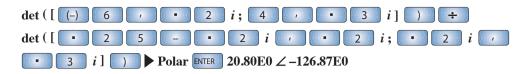



Figura 17.31 Determinação de $\mathbf{V}_1$ com a da calculadora TI-89.

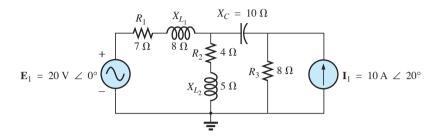



Figura 17.32 Exemplo 17.17.

aparência 'elegante' do circuito com os blocos de impedâncias. Se trabalhássemos diretamente com a Figura 17.32, a solução seria mais difícil e a possibilidade de erro seria maior.

Escrevendo as equações nodais:

$$\mathbf{V}_1(\mathbf{Y}_1 + \mathbf{Y}_2 + \mathbf{Y}_3) - \mathbf{V}_2(\mathbf{Y}_3) = +\mathbf{I}_2$$
$$\mathbf{V}_2(\mathbf{Y}_3 + \mathbf{Y}_4) - \mathbf{V}_1(\mathbf{Y}_3) = +\mathbf{I}_1$$

$$\mathbf{Y}_1 = \frac{1}{\mathbf{Z}_1} \qquad \mathbf{Y}_2 = \frac{1}{\mathbf{Z}_2} \qquad \mathbf{Y}_3 = \frac{1}{\mathbf{Z}_3} \qquad \mathbf{Y}_4 = \frac{1}{\mathbf{Z}_4}$$

que podem ser reescritas como:

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_1(\mathbf{Y}_1 + \mathbf{Y}_2 + \mathbf{Y}_3) - \mathbf{V}_2(\mathbf{Y}_3) &= +\mathbf{I}_2 \\ -\mathbf{V}_1(\mathbf{Y}_3) + \mathbf{V}_2(\mathbf{Y}_3 + \mathbf{Y}_4) &= +\mathbf{I}_1 \end{aligned}$$

EXEMPLO 17.18

Escreva as equações nodais para o circuito visto na Figura 17.35. Não resolva o sistema.

Solução:

Escolha os nós (veja a Figura 17.36):

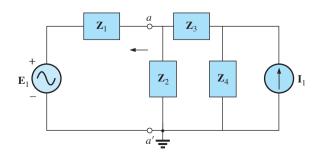



Figura 17.33 Definição dos blocos de impedâncias para o circuito visto na Figura 17.32.

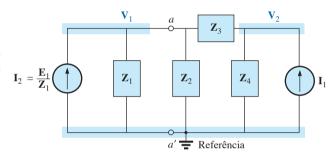



Figura 17.34 Conversão da fonte de tensão vista na Figura 17.33 para uma fonte de corrente e definição das tensões nodais.

$$\mathbf{Z}_1 = R_1 \qquad \mathbf{Z}_2 = jX_{L_1} \qquad \mathbf{Z}_3 = R_2 - jX_{C_2}$$
$$\mathbf{Z}_4 = -jX_{C_1} \qquad \mathbf{Z}_5 = R_3 \qquad \mathbf{Z}_6 = jX_{L_2}$$

e escreva as equações nodais:

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_1(\mathbf{Y}_1 + \mathbf{Y}_2) - \mathbf{V}_2(\mathbf{Y}_2) &= +\mathbf{I}_1 \\ \mathbf{V}_2(\mathbf{Y}_2 + \mathbf{Y}_3 + \mathbf{Y}_4) - \mathbf{V}_1(\mathbf{Y}_2) - \mathbf{V}_3(\mathbf{Y}_4) &= -\mathbf{I}_2 \\ \mathbf{V}_3(\mathbf{Y}_4 + \mathbf{Y}_5 + \mathbf{Y}_6) - \mathbf{V}_2(\mathbf{Y}_4) &= +\mathbf{I}_2 \end{aligned}$$

que podem ser reescritas como:

$$\begin{array}{llll} \mathbf{V}_1(\mathbf{Y}_1+\mathbf{Y}_2) & -\mathbf{V}_2(\mathbf{Y}_2) & +\ 0 & = +\mathbf{I}_1 \\ -\mathbf{V}_1(\mathbf{Y}_2) & +\mathbf{V}_2(\mathbf{Y}_2+\mathbf{Y}_3+\mathbf{Y}_4) & -\mathbf{V}_3(\mathbf{Y}_4) & = -\mathbf{I}_2 \\ 0 & -\mathbf{V}_2(\mathbf{Y}_4) & +\mathbf{V}_3(\mathbf{Y}_4+\mathbf{Y}_5+\mathbf{Y}_6) & = +\mathbf{I}_2 \end{array}$$

$$\mathbf{Y}_1 = \frac{1}{R_1} \qquad \mathbf{Y}_2 = \frac{1}{jX_{L_1}} \qquad \mathbf{Y}_3 = \frac{1}{R_2 - jX_{C_2}}$$
$$\mathbf{Y}_4 = \frac{1}{-jX_{C_1}} \qquad \mathbf{Y}_5 = \frac{1}{R_3} \qquad \mathbf{Y}_6 = \frac{1}{jX_{L_2}}$$

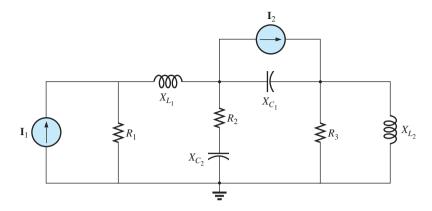



Figura 17.35 Exemplo 17.18.

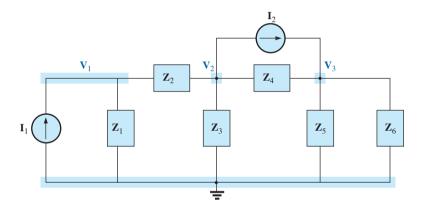



Figura 17.36 Definição das tensões nodais e dos blocos de impedâncias para o circuito visto na Figura 17.35.

Note a simetria em relação à diagonal, tanto nesse exemplo como nos anteriores dessa seção.

EXEMPLO 17.19

Aplique a análise nodal ao circuito visto na Figura 17.37. Determine a tensão $\mathbf{V}_L$.

Solução:

Nesse caso, não é necessário fazer conversão de fonte. O circuito é redesenhado, como mostra a Figura 17.38, com a tensão nodal escolhida e os blocos de impedâncias.

Usando a abordagem sistemática:

$$\mathbf{Y}_1 = \frac{1}{\mathbf{Z}_1} = \frac{1}{4\ \text{k}\Omega} = 0{,}25\ \text{mS}\ \angle 0° = G_1\ \angle 0°$$

$$\mathbf{Y}_2 = \frac{1}{\mathbf{Z}_2} = \frac{1}{1\ \text{k}\Omega} = 1\ \text{mS}\ \angle 0° = G_2\ \angle 0°$$

$$\mathbf{Y}_3 = \frac{1}{\mathbf{Z}_3} = \frac{1}{2\ \text{k}\Omega\ \angle 90°} = 0{,}5\ \text{mS}\ \angle -90°$$

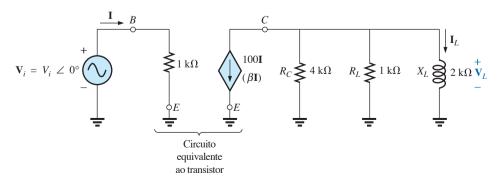



Figura 17.37 Exemplo 17.19.

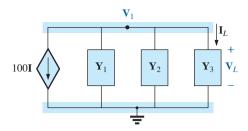



Figura 17.38 Definição das tensões nodais e dos blocos de impedâncias para o circuito visto na Figura 17.37.

$$= -j\,0{,}5\text{ mS} = -jB_L$$

$$\mathbf{V}_1{:}(\mathbf{Y}_1 + \mathbf{Y}_2 + \mathbf{Y}_3)\mathbf{V}_1 = -100\,\mathbf{I}$$

e
$$\mathbf{V}_1 = \frac{-100\,\mathbf{I}}{\mathbf{Y}_1 + \mathbf{Y}_2 + \mathbf{Y}_3}$$
$$= \frac{-100\,\mathbf{I}}{0{,}25\text{ mS} + 1\text{ mS} - j\,0{,}5\text{ mS}}$$
$$= \frac{-100 \times 10^3\,\mathbf{I}}{1{,}25 - j\,0{,}5} = \frac{-100 \times 10^3\,\mathbf{I}}{1{,}3463\,\angle -21{,}80°}$$
$$= -74{,}28 \times 10^3\,\mathbf{I}\,\angle 21{,}80°$$
$$= -74{,}28 \times 10^3\left(\frac{\mathbf{V}_i}{1\text{ k}\Omega}\right)\angle 21{,}80°$$
$$\mathbf{V}_1 = \mathbf{V}_L = \mathbf{-(74{,}28V}_i\mathbf{)V\,\angle 21{,}80°}$$

17.6 CIRCUITOS EM PONTE (CA)

A configuração básica para circuitos em ponte de corrente contínua foi discutida com certo nível de detalhes na Seção 8.11. Continuaremos a examinar os **circuitos em ponte** considerando que eles possuem componentes reativos e são submetidos a uma tensão ou corrente CA senoidal.

Começaremos por analisar as várias formas familiares do circuito em ponte usando a análise de malhas e a análise de nós (abordagem sistemática). As condições de equilíbrio serão investigadas no decorrer da seção.

Aplique a **análise de malhas** no circuito visto na Figura 17.39. O circuito redesenhado é mostrado na Figura 17.40, onde:

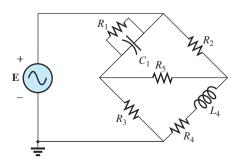



Figura 17.39 Circuito em ponte de Maxwell.

$$\mathbf{Z}_1 = \frac{1}{\mathbf{Y}_1} = \frac{1}{G_1 + jB_C} = \frac{G_1}{G_1^2 + B_C^2} - j\frac{B_C}{G_1^2 + B_C^2}$$
$$\mathbf{Z}_2 = R_2 \quad \mathbf{Z}_3 = R_3 \quad \mathbf{Z}_4 = R_4 + jX_L \quad \mathbf{Z}_5 = R_5$$

Aplicando a abordagem sistemática:

$$(\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_3)\mathbf{I}_1 - (\mathbf{Z}_1)\mathbf{I}_2 - (\mathbf{Z}_3)\mathbf{I}_3 = \mathbf{E}$$
$$(\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_5)\mathbf{I}_2 - (\mathbf{Z}_1)\mathbf{I}_1 - (\mathbf{Z}_5)\mathbf{I}_3 = 0$$
$$(\mathbf{Z}_3 + \mathbf{Z}_4 + \mathbf{Z}_5)\mathbf{I}_3 - (\mathbf{Z}_3)\mathbf{I}_1 - (\mathbf{Z}_5)\mathbf{I}_2 = 0$$

que são reescritas como:

$$\begin{array}{llll}
\mathbf{I}_1(\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_3) & -\mathbf{I}_2\mathbf{Z}_1 & -\mathbf{I}_3\mathbf{Z}_3 & = \mathbf{E} \\
-\mathbf{I}_1\mathbf{Z}_1 & +\mathbf{I}_2(\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_5) & -\mathbf{I}_3\mathbf{Z}_5 & = 0 \\
-\mathbf{I}_1\mathbf{Z}_3 & -\mathbf{I}_2\mathbf{Z}_5 & +\mathbf{I}_3(\mathbf{Z}_3 + \mathbf{Z}_4 + \mathbf{Z}_5) & = 0
\end{array}$$

Note, novamente, a simetria em relação à diagonal. Em equilíbrio, $\mathbf{I}_{\mathbf{Z}_5} = 0$ A, e

$$\mathbf{I}_{\mathbf{Z}_5} = \mathbf{I}_2 - \mathbf{I}_3 = 0$$

Pelas equações anteriores,

$$\mathbf{I}_2 = \frac{\begin{vmatrix} \mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_3 & \mathbf{E} & -\mathbf{Z}_3 \\ -\mathbf{Z}_1 & 0 & -\mathbf{Z}_5 \\ -\mathbf{Z}_3 & 0 & (\mathbf{Z}_3 + \mathbf{Z}_4 + \mathbf{Z}_5) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_3 & -\mathbf{Z}_1 & -\mathbf{Z}_3 \\ -\mathbf{Z}_1 & (\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_5) & -\mathbf{Z}_5 \\ -\mathbf{Z}_3 & -\mathbf{Z}_5 & (\mathbf{Z}_3 + \mathbf{Z}_4 + \mathbf{Z}_5) \end{vmatrix}}$$
$$= \frac{\mathbf{E}(\mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_3 + \mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_4 + \mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_5 + \mathbf{Z}_3\mathbf{Z}_5)}{\Delta}$$

onde Δ significa o determinante (ou coeficientes) do denominador. De modo semelhante,

$$\mathbf{I}_3 = \frac{\mathbf{E}(\mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_3 + \mathbf{Z}_3\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_5 + \mathbf{Z}_3\mathbf{Z}_5)}{\Delta}$$

e
$$\mathbf{I}_{\mathbf{Z}_5} = \mathbf{I}_2 - \mathbf{I}_3 = \frac{\mathbf{E}(\mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_4 - \mathbf{Z}_3\mathbf{Z}_2)}{\Delta}$$

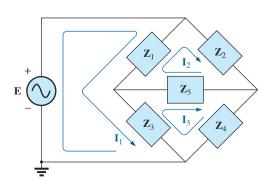



Figura 17.40 Definição das correntes de malha e dos blocos de impedâncias para o circuito visto na Figura 17.39.

Para $\mathbf{I}_{Z5} = 0$, a seguinte equação tem de ser satisfeita (para que Δ seja finito e diferente de zero):

$$\boxed{\mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_4 = \mathbf{Z}_3\mathbf{Z}_2} \qquad \mathbf{I}_{Z_5} = 0 \qquad (17.3)$$

Essa condição será analisada em mais detalhes adiante.

Aplicando a análise nodal ao circuito mostrado na Figura 17.41, temos a configuração mostrada na Figura 17.42, onde:

$$\mathbf{Y}_1 = \frac{1}{\mathbf{Z}_1} = \frac{1}{R_1 - jX_C} \qquad \mathbf{Y}_2 = \frac{1}{\mathbf{Z}_2} = \frac{1}{R_2}$$

$$\mathbf{Y}_3 = \frac{1}{\mathbf{Z}_3} = \frac{1}{R_3} \qquad \mathbf{Y}_4 = \frac{1}{\mathbf{Z}_4} = \frac{1}{R_4 + jX_L} \qquad \mathbf{Y}_5 = \frac{1}{R_5}$$

e

$$\begin{aligned}(\mathbf{Y}_1 + \mathbf{Y}_2)\mathbf{V}_1 - (\mathbf{Y}_1)\mathbf{V}_2 - (\mathbf{Y}_2)\mathbf{V}_3 &= \mathbf{I}\\ (\mathbf{Y}_1 + \mathbf{Y}_3 + \mathbf{Y}_5)\mathbf{V}_2 - (\mathbf{Y}_1)\mathbf{V}_1 - (\mathbf{Y}_5)\mathbf{V}_3 &= 0\\ (\mathbf{Y}_2 + \mathbf{Y}_4 + \mathbf{Y}_5)\mathbf{V}_3 - (\mathbf{Y}_2)\mathbf{V}_1 - (\mathbf{Y}_5)\mathbf{V}_2 &= 0\end{aligned}$$

que são reescritas como:

$$\begin{array}{llll}\mathbf{V}_1(\mathbf{Y}_1+\mathbf{Y}_2) - \mathbf{V}_2(\mathbf{Y}_1) & & -\mathbf{V}_3\mathbf{Y}_2 & = \mathbf{I}\\ -\mathbf{V}_1(\mathbf{Y}_2) & +\mathbf{V}_2(\mathbf{Y}_1+\mathbf{Y}_3+\mathbf{Y}_5) & -\mathbf{V}_3\mathbf{Y}_5 & = 0\\ -\mathbf{V}_1\mathbf{Y}_2 & -\mathbf{V}_2\mathbf{Y}_5 & +\mathbf{V}_3(\mathbf{Y}_2+\mathbf{Y}_4+\mathbf{Y}_5) & = 0\end{array}$$

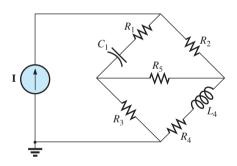



Figura 17.41 Circuito em ponte de Hay.

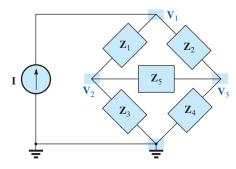



Figura 17.42 Definição das tensões nodais e dos blocos de impedâncias para o circuito visto na Figura 17.41.

Note, novamente, a simetria em relação à diagonal. Em equilíbrio, $\mathbf{V}_{Z5} = 0$ V, e

$$\mathbf{V}_{Z5} = \mathbf{V}_2 - \mathbf{V}_3 = 0$$

Das equações anteriores,

$$\mathbf{V}_2 = \frac{\begin{vmatrix}\mathbf{Y}_1 + \mathbf{Y}_2 & \mathbf{I} & -\mathbf{Y}_2\\ -\mathbf{Y}_1 & 0 & -\mathbf{Y}_5\\ -\mathbf{Y}_2 & 0 & (\mathbf{Y}_2 + \mathbf{Y}_4 + \mathbf{Y}_5)\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}\mathbf{Y}_1 + \mathbf{Y}_2 & -\mathbf{Y}_1 & -\mathbf{Y}_2\\ -\mathbf{Y}_1 & (\mathbf{Y}_1 + \mathbf{Y}_3 + \mathbf{Y}_5) & -\mathbf{Y}_5\\ -\mathbf{Y}_2 & -\mathbf{Y}_5 & (\mathbf{Y}_2 + \mathbf{Y}_4 + \mathbf{Y}_5)\end{vmatrix}} = \frac{\mathbf{I}(\mathbf{Y}_1\mathbf{Y}_3 + \mathbf{Y}_1\mathbf{Y}_4 + \mathbf{Y}_1\mathbf{Y}_5 + \mathbf{Y}_3\mathbf{Y}_5)}{\Delta}$$

De forma similar,

$$\mathbf{V}_3 = \frac{\mathbf{I}(\mathbf{Y}_1\mathbf{Y}_3 + \mathbf{Y}_3\mathbf{Y}_2 + \mathbf{Y}_1\mathbf{Y}_5 + \mathbf{Y}_3\mathbf{Y}_5)}{\Delta}$$

Observe as semelhanças entre as equações acima e aquelas obtidas por meio da análise de malha. Então,

$$\mathbf{V}_{Z_5} = \mathbf{V}_2 - \mathbf{V}_3 = \frac{\mathbf{I}(\mathbf{Y}_1\mathbf{Y}_4 - \mathbf{Y}_3\mathbf{Y}_2)}{\Delta}$$

Para $\mathbf{V}_{Z5} = 0$, a seguinte equação tem de ser satisfeita para que Δ seja finito e diferente de zero:

$$\boxed{\mathbf{Y}_1\mathbf{Y}_4 = \mathbf{Y}_3\mathbf{Y}_2} \qquad \mathbf{V}_{Z_5} = 0 \qquad (17.4)$$

Entretanto, substituindo $\mathbf{Y}_1 = 1/\mathbf{Z}_1$, $\mathbf{Y}_2 = 1/\mathbf{Z}_2$, $\mathbf{Y}_3 = 1/\mathbf{Z}_3$ e $\mathbf{Y}_4 = 1/\mathbf{Z}_4$, temos:

$$\frac{1}{\mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_4} = \frac{1}{\mathbf{Z}_3\mathbf{Z}_2}$$

ou
$$\boxed{\mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_4 = \mathbf{Z}_3\mathbf{Z}_2} \qquad \mathbf{V}_{Z_5} = 0$$

o que corresponde à Equação 17.3, obtida anteriormente.

Investigaremos agora o critério de equilíbrio mais detalhadamente, considerando o circuito mostrado na Figura 17.43, onde está especificado que **I** e **V** = 0.

Como **I** = 0,

$$\boxed{\mathbf{I}_1 = \mathbf{I}_3} \qquad (17.5)$$

e
$$\boxed{\mathbf{I}_2 = \mathbf{I}_4} \qquad (17.6)$$

Além disso, para V = 0,

$$\boxed{\mathbf{I}_1\mathbf{Z}_1 = \mathbf{I}_2\mathbf{Z}_2} \qquad (17.7)$$

e
$$\boxed{\mathbf{I}_3\mathbf{Z}_3 = \mathbf{I}_4\mathbf{Z}_4} \qquad (17.8)$$

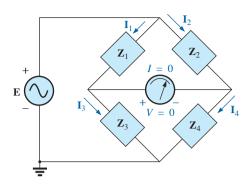



Figura 17.43 Investigação do critério de equilíbrio para um circuito CA em ponte.

Substituindo as relações de corrente anteriores na Equação 17.8, temos:

$$\mathbf{I}_1\mathbf{Z}_3 = \mathbf{I}_2\mathbf{Z}_4$$

e
$$\mathbf{I}_2 = \frac{\mathbf{Z}_3}{\mathbf{Z}_4}\mathbf{I}_1$$

Substituindo esse relacionamento por $\mathbf{I}_2$ na Equação 17.7, temos:

$$\mathbf{I}_1\mathbf{Z}_1 = \left(\frac{\mathbf{Z}_3}{\mathbf{Z}_4}\mathbf{I}_1\right)\mathbf{Z}_2$$

e
$$\mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_4 = \mathbf{Z}_2\mathbf{Z}_3$$

conforme obtido anteriormente. Reagrupando, temos:

$$\frac{\mathbf{Z}_1}{\mathbf{Z}_3} = \frac{\mathbf{Z}_2}{\mathbf{Z}_4} \qquad (17.9)$$

que corresponde à Equação 8.2 para circuitos CC resistivos.

Para o circuito da Figura 17.41, que é denominado como uma **ponte de Hay** quando $\mathbf{Z}_5$ é substituído por um galvanômetro,

$$\mathbf{Z}_1 = R_1 - jX_C$$
$$\mathbf{Z}_2 = R_2$$
$$\mathbf{Z}_3 = R_3$$
$$\mathbf{Z}_4 = R_4 + jX_L$$

Esse circuito é usado para medir a resistência e a indutância de indutores nos quais a resistência é uma pequena fração da reatância X_L.

Substitua os valores na Equação 17.9 da seguinte maneira:

$$\mathbf{Z}_2\mathbf{Z}_3 = \mathbf{Z}_4\mathbf{Z}_1$$
$$R_2R_3 = (R_4 + jX_L)(R_1 - jX_C)$$

ou
$$R_2R_3 = R_1R_4 + j(R_1X_L - R_4X_C) + X_CX_L$$

assim:

$$R_2R_3 + j\,0 = (R_1R_4 + X_CX_L) + j\,(R_1X_L - R_4X_C)$$

Para que as equações sejam iguais, *as partes real e imaginária têm de ser iguais*. Portanto, para uma ponte de Hay equilibrada,

$$R_2R_3 = R_1R_4 + X_CX_L \qquad (17.10)$$

e
$$0 = R_1X_L - R_4X_C \qquad (17.11)$$

ou, substituindo: $X_L = \omega L$ e $X_C = \dfrac{1}{\omega C}$

temos
$$X_CX_L = \left(\frac{1}{\omega C}\right)(\omega L) = \frac{L}{C}$$

e
$$R_2R_3 = R_1R_4 + \frac{L}{C}$$

com
$$R_1\omega L = \frac{R_4}{\omega C}$$

Calculando R_4 na última equação, temos:

$$R_4 = \omega^2 LCR_1$$

e substituindo na equação anterior, temos:

$$R_2R_3 = R_1(\omega^2\,LCR_1) + \frac{L}{C}$$

Multiplicando por C e fatorando,

$$CR_2R_3 = L(\omega^2C^2R_1^2 + 1)$$

e
$$L = \frac{CR_2R_3}{1 + \omega^2C^2R_1^2} \qquad (17.12)$$

Com algumas manipulações adicionais, obtemos:

$$R_4 = \frac{\omega^2C^2R_1R_2R_3}{1 + \omega^2C^2R_1^2} \qquad (17.13)$$

As equações 17.12 e 17.13 são as condições de equilíbrio para a ponte de Hay. Observe que ambas dependem da frequência. Para diferentes frequências, os elementos resistivos e capacitivos têm de variar em função de um determinado indutor para que a ponte alcance o equilíbrio. Quando um indutor é colocado em uma ponte de Hay, como a que vemos na Figura 17.41, a resistência e a indutância do indutor podem ser determinadas pelas equações 17.12 e 17.13 quando a ponte alcançar o equilíbrio.

O circuito em ponte visto na Figura 17.39 é denominado **ponte de Maxwell** quando $\mathbf{Z}_5$ for substituída por um galvanômetro. Essa configuração é usada para medir

a indutância quando a resistência do indutor for grande o suficiente para que a ponte de Hay não seja necessária.

Aplicando a Equação 17.9 na forma, temos:

$$\mathbf{Z}_2\mathbf{Z}_3 = \mathbf{Z}_4\mathbf{Z}_1$$

e fazendo as substituições:

$$\mathbf{Z}_1 = R_1 \angle 0° \parallel X_{C_1} \angle -90° = \frac{(R_1 \angle 0°)(X_{C_1} \angle -90°)}{R_1 - jX_{C_1}} = \frac{R_1 X_{C_1} \angle -90°}{R_1 - jX_{C_1}} = \frac{-jR_1X_{C_1}}{R_1 - jX_{C_1}}$$

$$\mathbf{Z}_2 = R_2$$

$$\mathbf{Z}_3 = R_3$$

e $$\mathbf{Z}_4 = R_4 + jX_{L_4}$$

temos $$(R_2)(R_3) = (R_4 + jX_{L_4})\left(\frac{-jR_1X_{C_1}}{R_1 - jX_{C_1}}\right)$$

$$R_2R_3 = \frac{-jR_1R_4X_{C_1} + R_1X_{C_1}X_{L_4}}{R_1 - jX_{C_1}}$$

ou $$(R_2R_3)(R_1 - jX_{C_1}) = R_1X_{C_1}X_{L_4} - jR_1R_4X_{C_1}$$

e $$R_1R_2R_3 - jR_2R_3X_{C_1} = R_1X_{C_1}X_{L_4} - jR_1R_4X_{C_1}$$

de maneira que, no equilíbrio,

$$\not{R}_1R_2R_3 = \not{R}_1X_{C_1}X_{L_4}$$

$$R_2R_3 = \left(\frac{1}{\not{2}\not{\pi}fC_1}\right)(\not{2}\not{\pi}fL_4)$$

e $$L_4 = C_1R_2R_3 \tag{17.14}$$

e $$R_2R_3\not{X}_{C_1} = R_1R_4\not{X}_{C_1}$$

assim: $$R_4 = \frac{R_2R_3}{R_1} \tag{17.15}$$

Observe a ausência da frequência nas equações 17.14 e 17.15.

Outro circuito em ponte muito usado é o da **ponte de comparação de capacitâncias**, mostrado na Figura 17.44. Uma capacitância desconhecida e sua resistência associada podem ser determinadas usando esse circuito em ponte. A aplicação da Equação 17.9 leva aos seguintes resultados:

$$C_4 = C_3\frac{R_1}{R_2} \tag{17.16}$$

$$R_4 = \frac{R_2R_3}{R_1} \tag{17.17}$$

A dedução dessas equações aparecerá em forma de problema no final do capítulo.

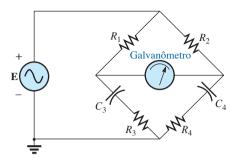



Figura 17.44 Circuito em ponte para medir capacitâncias.

17.7 CONVERSÕES Δ-Y E Y-Δ

As conversões Δ-Y e Y-Δ (ou π-T, T-π, conforme definidas na Seção 8.12) para circuitos CA não são deduzidas aqui, pois as demonstrações são exatamente as mesmas daquelas para os circuitos de corrente contínua. Para a **configuração Δ-Y**, mostrada na Figura 17.45, as equações gerais para as impedâncias do circuito Y em função das impedâncias do circuito Δ são as seguintes:

$$\mathbf{Z}_1 = \frac{\mathbf{Z}_B\mathbf{Z}_C}{\mathbf{Z}_A + \mathbf{Z}_B + \mathbf{Z}_C} \tag{17.18}$$

$$\mathbf{Z}_2 = \frac{\mathbf{Z}_A\mathbf{Z}_C}{\mathbf{Z}_A + \mathbf{Z}_B + \mathbf{Z}_C} \tag{17.19}$$

$$\mathbf{Z}_3 = \frac{\mathbf{Z}_A\mathbf{Z}_B}{\mathbf{Z}_A + \mathbf{Z}_B + \mathbf{Z}_C} \tag{17.20}$$

Para as impedâncias do circuito Δ em função das impedâncias do circuito Y, as equações são:

$$\mathbf{Z}_B = \frac{\mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_3 + \mathbf{Z}_2\mathbf{Z}_3}{\mathbf{Z}_2} \tag{17.21}$$

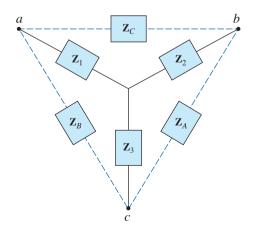



Figura 17.45 Configuração Δ-Y.

$$\mathbf{Z}_A = \frac{\mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_3 + \mathbf{Z}_2\mathbf{Z}_3}{\mathbf{Z}_1} \tag{17.22}$$

$$\mathbf{Z}_C = \frac{\mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_3 + \mathbf{Z}_2\mathbf{Z}_3}{\mathbf{Z}_3} \tag{17.23}$$

Note que cada impedância do circuito Y é igual ao produto das impedâncias dos dois ramos mais próximos do circuito Δ dividido pela soma das impedâncias desse mesmo circuito.

E, ainda, o valor de cada impedância do circuito Δ é igual à soma de todos os produtos possíveis das impedâncias do circuito Y, tomadas duas a duas, divididas pela impedância do circuito Y mais afastada da impedância a ser determinada.

Quando desenhadas de maneira diversa (veja a Figura 17.46), essas configurações também são denominadas T e π.

No estudo de circuitos de corrente contínua, aprendemos que se todos os resistores dos circuitos Δ ou Y forem iguais, a conversão de um para outro pode ser realizada usando a equação:

$$R_\Delta = 3R_Y \quad \text{ou} \quad R_Y = \frac{R_\Delta}{3}$$

Para circuitos de corrente alternada,

$$\mathbf{Z}_\Delta = 3\mathbf{Z}_Y \quad \text{ou} \quad \mathbf{Z}_Y = \frac{\mathbf{Z}_\Delta}{3} \tag{17.24}$$

Tome cuidado ao usar essa forma simplificada. Não é suficiente que todas as impedâncias dos circuitos Δ ou Y tenham o mesmo módulo: *o ângulo de fase também tem de ser o mesmo para cada uma.*

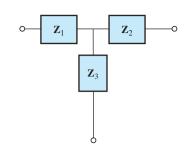
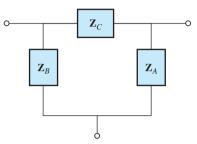



Figura 17.46 Configurações T e π.

EXEMPLO 17.20

Determine a impedância total $\mathbf{Z}_T$ do circuito visto na Figura 17.47.

Solução:

$$\mathbf{Z}_B = -j\,4 \qquad \mathbf{Z}_A = -j\,4 \qquad \mathbf{Z}_C = 3 + j\,4$$

$$\mathbf{Z}_1 = \frac{\mathbf{Z}_B\mathbf{Z}_C}{\mathbf{Z}_A + \mathbf{Z}_B + \mathbf{Z}_C} = \frac{(-j\,4\,\Omega)(3\,\Omega + j\,4\,\Omega)}{(-j\,4\,\Omega) + (-j\,4\,\Omega) + (3\,\Omega + j\,4\,\Omega)}$$

$$= \frac{(4\,\angle -90^\circ)(5\,\angle 53{,}13^\circ)}{3 - j\,4} = \frac{20\,\angle -36{,}87^\circ}{5\,\angle -53{,}13^\circ}$$

$$= 4\,\Omega\,\angle 16{,}13^\circ = 3{,}84\,\Omega + j\,1{,}11\,\Omega$$

$$\mathbf{Z}_2 = \frac{\mathbf{Z}_A\mathbf{Z}_C}{\mathbf{Z}_A + \mathbf{Z}_B + \mathbf{Z}_C} = \frac{(-j\,4\,\Omega)(3\,\Omega + j\,4\,\Omega)}{5\,\Omega\,\angle -53{,}13^\circ}$$

$$= 4\,\Omega\,\angle 16{,}13^\circ = 3{,}84\,\Omega + j\,1{,}11\,\Omega$$

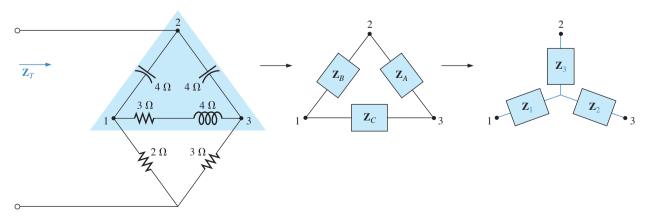



Figura 17.47 Conversão do circuito Δ (parte superior de um circuito em ponte) para um circuito Y.

Lembre-se do que vimos no estudo de circuitos CC: se dois ramos de um circuito Δ ou do Y forem iguais, o circuito Δ ou Y correspondente, respectivamente, também terá dois ramos similares. Nesse exemplo, $\mathbf{Z}_A = \mathbf{Z}_B$. Portanto, $\mathbf{Z}_1 = \mathbf{Z}_2$, e:

$$\begin{aligned}\mathbf{Z}_3 &= \frac{\mathbf{Z}_A\mathbf{Z}_B}{\mathbf{Z}_A + \mathbf{Z}_B + \mathbf{Z}_C} \\ &= \frac{(-j\,4\,\Omega)(-j\,4\,\Omega)}{5\,\Omega\,\angle -53{,}13°} \\ &= \frac{16\,\Omega\,\angle -180°}{5\,\angle -53{,}13°} \\ &= 3{,}2\,\Omega\,\angle -126{,}87° = -1{,}92\,\Omega - j\,2{,}56\,\Omega\end{aligned}$$

Substituindo o circuito Δ pelo Y (veja a Figura 17.48):

$$\begin{aligned}\mathbf{Z}_1 &= 3{,}84\,\Omega + j\,1{,}11\,\Omega \\ \mathbf{Z}_2 &= 3{,}84\,\Omega + j\,1{,}11\,\Omega \\ \mathbf{Z}_3 &= -1{,}92\,\Omega - j\,2{,}56\,\Omega \\ \mathbf{Z}_4 &= 2\,\Omega \\ \mathbf{Z}_5 &= 3\,\Omega\end{aligned}$$

As impedâncias $\mathbf{Z}_1$ e $\mathbf{Z}_4$ estão em série:

$$\begin{aligned}\mathbf{Z}_{T_1} &= \mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_4 = 3{,}84\,\Omega + j\,1{,}11\,\Omega + 2\,\Omega \\ &= 5{,}84\,\Omega + j\,1{,}11\,\Omega \\ &= 5{,}94\,\Omega\,\angle 10{,}76°\end{aligned}$$

As impedâncias $\mathbf{Z}_2$ e $\mathbf{Z}_5$ estão em série:

$$\begin{aligned}\mathbf{Z}_{T_2} &= \mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_5 = 3{,}84\,\Omega + j\,1{,}11\,\Omega + 3\,\Omega \\ &= 6{,}84\,\Omega + j\,1{,}11\,\Omega \\ &= 6{,}93\,\Omega\,\angle 9{,}22°\end{aligned}$$

As impedâncias $\mathbf{Z}_{T_1}$ e $\mathbf{Z}_{T_2}$ estão em paralelo:

$$\begin{aligned}\mathbf{Z}_{T_3} &= \frac{\mathbf{Z}_{T_1}\mathbf{Z}_{T_2}}{\mathbf{Z}_{T_1} + \mathbf{Z}_{T_2}} \\ &= \frac{(5{,}94\,\Omega\,\angle 10{,}76°)(6{,}93\,\Omega\,\angle 9{,}22°)}{5{,}84\,\Omega + j\,1{,}11\,\Omega + 6{,}84\,\Omega + j\,1{,}11\,\Omega} \\ &= \frac{41{,}16\,\Omega\,\angle 19{,}98°}{12{,}68 + j\,2{,}22} = \frac{41{,}16\,\Omega\,\angle 19{,}98°}{12{,}87\,\angle 9{,}93°} \\ &= 3{,}198\,\Omega\,\angle 10{,}05° \\ &= 3{,}15\,\Omega + j\,0{,}56\,\Omega\end{aligned}$$

As impedâncias $\mathbf{Z}_3$ e $\mathbf{Z}_{T_3}$ estão em série. Portanto,

$$\begin{aligned}\mathbf{Z}_T &= \mathbf{Z}_3 + \mathbf{Z}_{T_3} \\ &= -1{,}92\,\Omega - j\,2{,}56\,\Omega + 3{,}15\,\Omega + j\,0{,}56\,\Omega \\ &= 1{,}23\,\Omega - j\,2{,}0\,\Omega = \mathbf{2{,}35\,\Omega\,\angle -58{,}41°}\end{aligned}$$

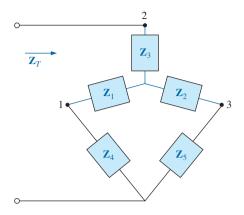



Figura 17.48 Circuito visto na Figura 17.47 após a substituição da configuração Y.

EXEMPLO 17.21

Utilizando as transformações Δ-Y e Y-Δ, determine a impedância total $\mathbf{Z}_T$ para o circuito mostrado na Figura 17.49.

Solução:

Usando a transformação Δ-Y, obtemos a Figura 17.50. Nesse caso, como os dois sistemas estão equilibrados (eles possuem a mesma impedância em todos os ramos), o ponto central *d'* do circuito Δ corresponderá ao ponto *d* do circuito Y original:

$$\mathbf{Z}_Y = \frac{\mathbf{Z}_\Delta}{3} = \frac{3\,\Omega + j\,6\,\Omega}{3} = 1\,\Omega + j\,2\,\Omega$$

e (Figura 17.51)

$$\mathbf{Z}_T = 2\left(\frac{1\,\Omega + j\,2\,\Omega}{2}\right) = \mathbf{1\,\Omega + j\,2\,\Omega}$$

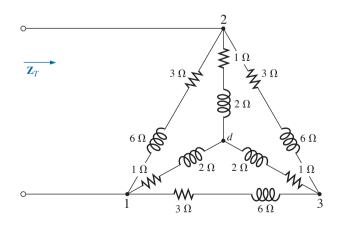



Figura 17.49 Exemplo 17.21.

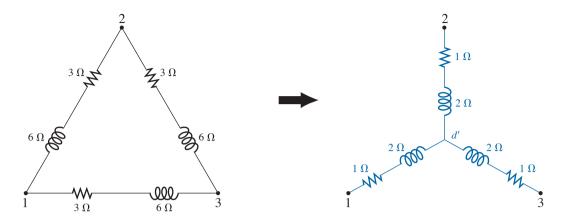



Figura 17.50 Conversão de uma configuração Δ para uma configuração Y.

Usando a transformação Y-Δ (veja a Figura 17.52), obtemos

$$\mathbf{Z}_\Delta = 3\mathbf{Z}_Y = 3(1\ \Omega + j\,2\ \Omega) = 3\ \Omega + j\,6\ \Omega$$

Cada combinação paralela resultante na Figura 17.53 terá a seguinte impedância:

$$\mathbf{Z}' = \frac{3\ \Omega + j\,6\ \Omega}{2} = 1{,}5\ \Omega + j\,3\ \Omega$$

e
$$\mathbf{Z}_T = \frac{\mathbf{Z}'\,(2\mathbf{Z}')}{\mathbf{Z}' + 2\mathbf{Z}'} = \frac{2(\mathbf{Z}')^2}{3\mathbf{Z}'} = \frac{2\mathbf{Z}'}{3}$$
$$= \frac{2(1{,}5\ \Omega + j\,3\ \Omega)}{3} = \mathbf{1\ \Omega + j\,2\ \Omega}$$

resultado que pode ser comparado ao anterior.

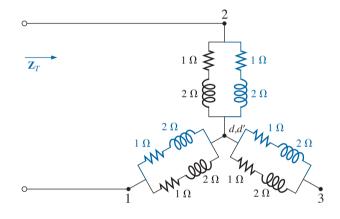



Figura 17.51 Substituição da configuração Y vista na Figura 17.50 no circuito mostrado na Figura 17.49.

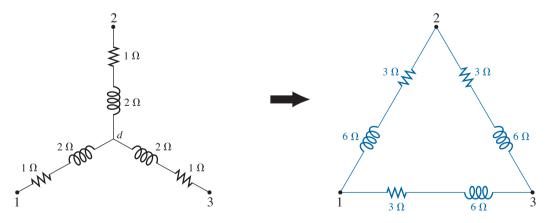



Figura 17.52 Conversão da configuração Y vista na Figura 17.49 em uma configuração Δ.

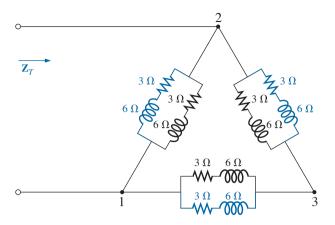



Figura 17.53 Substituição da configuração Δ vista na Figura 17.54 no circuito mostrado na Figura 17.49.

17.8 ANÁLISE COMPUTACIONAL

PSpice

Análise nodal. A primeira aplicação do PSpice será na determinação das tensões nodais para o circuito do Exemplo 17.16 e na comparação das soluções. O diagrama do circuito é mostrado na Figura 17.54 usando componentes que foram determinados a partir do valor da reatância em 1 kHz. Não há necessidade de usar continuamente 1 kHz. Qualquer frequência serve, mas lembre-se de usar a frequência escolhida, para os componentes que foram determinados, no momento de configurar os parâmetros de simulação.

No caso das fontes de corrente, escolhemos **ISIN** de maneira que o ângulo de fase pudesse ser especificado (mesmo que ele seja 0º), embora o símbolo não tenha uma seta como a que é usada neste livro. O sentido da seta tem de ser entendido como sendo do sinal positivo (+) para o sinal negativo (–) na fonte. Isso requer que as fontes $\mathbf{I}_1$ e $\mathbf{I}_2$ sejam posicionadas conforme mostra a Figura 17.54. A fonte $\mathbf{I}_2$ é rotacionada usando a opção **Mirror Vertically**, obtida clicando com o botão direito do mouse no símbolo da fonte. A configuração da fonte **ISIN** é feita da mesma maneira que foi feito com a fonte **VSIN**. Ela é encontrada na biblioteca **SOURCE** e os seus atributos são os mesmos que os da fonte **VSIN**. Para cada fonte, **IOFF** é ajustado em 0 A, e a amplitude é o valor de pico da fonte de corrente. A frequência será a mesma para as duas fontes. Em seguida, selecione **VPRINT1**, a partir da biblioteca **SPECIAL**, e a coloque para gerar as tensões nodais desejadas. Finalmente, os elementos restantes devem ser acrescentados ao circuito como mostra a Figura 17.54. Deve-se dar um duplo clique no símbolo de cada fonte para se abrir a caixa de diálogo **Property Editor**. **AC** deve ser ajustado em 6 A para a fonte $\mathbf{I}_1$ e em 4 A para a $\mathbf{I}_2$, seguido de **Display** e **Name and Value** para cada uma. Esses parâmetros ajustados serão mostrados na Figura 17.54. Um duplo clique em cada opção **VPRINT1** também abre a caixa de diálogo **Property Editor**, assim **OK** pode ser inserido abaixo de **AC**, **MAG** e **PHASE**. Para cada uma dessas grandezas, ative **Display** seguido de **Name and Value** e **OK**. Em seguida, selecione **Value**, e **VPRINT1** aparecerá apenas como **Value**. Acionando **Apply** e fechando a caixa de diálogo teremos a listagem ao lado de cada fonte na Figura 17.54. No caso de **VPRINT2**, primeiro mude a listagem em **Value** de **VPRINT1** para **VPRINT2** antes de selecionar **Display** e **Apply**.

Agora, selecione o ícone **New Simulation Profile** e digite **PSpice 17-1** no campo **Name**, seguido do botão **Create**. Na caixa de diálogo **Simulation Settings** deve--se selecionar **AC Sweep** e ajustar os parâmetros **Start Frequency** e **End Frequency** em 1 kHz e **Points/ Decade** em 1. Clique em **OK** e selecione o ícone **Run PSpice**; a

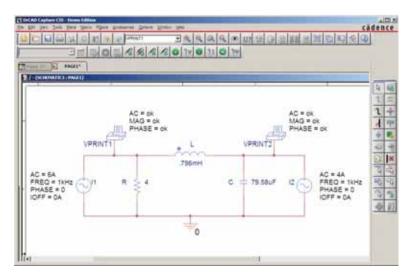



Figura 17.54 Uso do PSpice na verificação dos resultados do Exemplo 17.16.

```
** Profile: "SCHEMATIC1-PSpice 17-1"
[ C:\ICA11\PSpice\pspice 17-1-pspicefiles\schematic1\pspice 17-1.sim ]

****    AC ANALYSIS              TEMPERATURE =   27.000 DEG C
******************************************************************************
***
FREQ         VM(N01900)    VP(N01900)
1.000E+03    2.080E+01     -1.269E+02

FREQ         VM(N01908)    VP(N01908)
1.000E+03    8.617E+00     -1.509E+01
```

Figura 17.55 Arquivo de saída para as tensões nodais referentes ao circuito visto na Figura 17.54.

tela **SCHEMATIC1** aparecerá. Ao fechá-la (**X**), voltaremos para a janela **Orcad Capture**. Selecionando **PSpice** seguido de **View Output File**, veremos o que aparece na Figura 17.55, que mostra exatamente os mesmos resultados obtidos no Exemplo 17.16 com $\mathbf{V}_1 = 20{,}8\ \text{V} \angle{-126{,}9°}$. A outra tensão nodal é $8{,}617\ \text{V} \angle{-15{,}09°}$.

Fonte de corrente controlada por corrente. Nosso interesse agora se volta às fontes controladas no ambiente PSpice. Fontes controladas não são particularmente difíceis de serem usadas, uma vez que alguns elementos importantes para seu uso sejam compreendidos. O circuito visto na Figura 17.14 tem uma fonte de corrente controlada no ramo central da configuração. A magnitude da fonte de corrente é k vezes a corrente através do resistor R_1, onde k pode ser maior ou menor do que 1. O esquema resultante, que aparece na Figura 17.56, parece bastante complexo em função da fonte controlada, mas, uma vez que a função de cada parte da fonte seja entendida, não será difícil entendê-la. Primeiro, já que ela é apenas um novo componente nesse esquema, vamos nos dedicar à fonte controlada. Essa fonte é obtida da biblioteca **ANALOG** como **F**, e aparece no centro da Figura 17.56. Reserve uma atenção especial ao sentido da corrente em cada parte do símbolo. Note, em particular, que a corrente de controle de **F** tem o mesmo sentido que a corrente controlada na Figura 17.14. Além disso, observe que a fonte de corrente controlada tem o mesmo sentido que a fonte na Figura 17.14. Se dermos um duplo clique no símbolo dessa fonte, a caixa de diálogo **Property Editor** será aberta com **GAIN** (k, conforme descrito acima) ajustado em 1. Nesse exemplo, o ganho tem de ser ajustado em **0,7**, portanto clique no campo abaixo do rótulo **GAIN** e digite **0,7**. Em seguida, selecione **Display** seguido de **Name and Value-OK**. Feche a caixa de diálogo **Property Editor** e **GAIN = 0.7** aparecerá junto à fonte, conforme mostra a Figura 17.56.

O outro novo componente no esquema é **IPRINT**; ele é encontrado na biblioteca **SPECIAL** e é usado para informar ao programa que a corrente no ramo de interesse deve ser inserida no arquivo de saída. Se você não informar ao programa quais dados de saída deseja, ele simplesmente executará a simulação e listará os parâmetros específicos do circuito, mas não fornecerá quaisquer tensões ou correntes. Nesse caso, a corrente $\mathbf{I}_2$ através do resistor R_2 é desejada como dado de saída. Dando um duplo clique em **IPRINT**, a caixa de diálogo **Property Editor** será aberta com diversos elementos que precisam ser definidos —

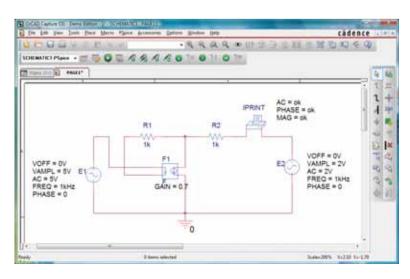



Figura 17.56 Uso do PSpice na verificação dos resultados do Exemplo 17.8.

muito mais do que para **VPRINT**. Primeiro, insira **OK** no campo abaixo de **AC** seguido de **Display-Name and Value-OK**. Faça o mesmo para **MAG** e **PHASE** e, em seguida, ative **Apply** antes de fechar a caixa de diálogo. O termo **OK** é usado para informar ao programa quais grandezas devem ser geradas e fornecidas. A finalidade do uso do botão **Apply** no final de cada operação na caixa de diálogo **Property Editor** é 'aplicar' as alterações realizadas no circuito sob análise. Quando a caixa de diálogo **Property Editor** for fechada, os três parâmetros escolhidos aparecerão no esquema com a diretiva **OK**. Você pode se deparar com um rótulo aparecendo sobre o símbolo **IPRINT**. Isso não é problema; basta clicar no rótulo e movê-lo para um local mais conveniente.

Os componentes restantes do circuito devem ser certamente familiares, mas não se esqueça de usar o comando **Mirror Vertically** na fonte de tensão $\mathbf{E}_2$. Além disso, não se esqueça de abrir a caixa de diálogo **Property Editor** para cada fonte e ajustar os valores de **AC**, **FREQ**, **VAMPL** e **VOFF** e certificar-se de que **PHASE** está no valor default de 0º. Os valores aparecem junto a cada parâmetro, como na Figura 17.56 para cada fonte. Sempre, antes de fechar a caixa de diálogo **Property Editor**, acione **Apply**. Após colocar todos os componentes na tela, é necessário conectá-los, selecionando **Place wire**. Normalmente isso é facilmente executado. Entretanto, com fontes controladas quase sempre é necessário cruzar fios *sem* fazer uma conexão entre eles. Em geral, quando se coloca um fio sobre o outro e não se deseja fazer uma conexão entre eles, clica-se em um ponto do lado do fio a ser cruzado para criar temporariamente um pequeno quadrado vermelho. Em seguida, faz-se o cruzamento do fio e clica-se novamente para criar outro quadrado vermelho. Se a conexão for feita adequadamente, o cruzamento não deve mostrar um ponto de conexão (um pequeno ponto vermelho). Nesse exemplo, o ponto superior no símbolo da corrente de controle foi conectado primeiro na fonte **E1**. Depois, conectou-se um fio da extremidade inferior da corrente de controle a um ponto no qual se fez necessário um giro de 90º para cima. O fio foi colocado até esse ponto antes do cruzamento e, feito um giro de 90º para a direita, completou-se a ligação no lado esquerdo do resistor R_1. Você não verá um pequeno ponto vermelho onde os fios se cruzam.

Agora, vamos à simulação. Na caixa de diálogo **Simulation Settings**, selecione **AC Sweep/Noise** com **Start** e **End Frequency** em 1 kHz. Você notará **Point/Decade** em **1**. Clique em **OK** e acione o botão **Run Spice**; a janela **SCHEMATIC1** aparecerá e deverá ser fechada para que se obtenha a janela **Orcad Capture**. Selecione **PSpice** seguido de **View Output File** e role a tela para baixo até encontrar **AC ANALYSIS**, como é mostrado na Figura 17.57. O valor da corrente desejada é 1,615 mA, com um ângulo de fase de 0º, que é idêntico ao resultado da análise teórica a seguir. Seria presumível um ângulo de fase de 0º, já que o circuito é constituído somente de elementos resistivos.

As equações obtidas anteriormente usando o método da supermalha foram:

$$\mathbf{E} - \mathbf{I}_1\mathbf{Z}_1 - \mathbf{I}_2\mathbf{Z}_2 + \mathbf{E}_2 = 0$$

ou
$$\mathbf{I}_1\mathbf{Z}_1 + \mathbf{I}_2\mathbf{Z}_2 = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2$$

e
$$k\mathbf{I} = k\mathbf{I}_1 = \mathbf{I}_1 - \mathbf{I}_2$$

resultando em $\mathbf{I}_1 = \dfrac{\mathbf{I}_2}{1-k} = \dfrac{\mathbf{I}_2}{1-0{,}7} = \dfrac{\mathbf{I}_2}{0{,}3} = 3{,}333\mathbf{I}_2$

de forma que $\mathbf{I}_1(1\text{ k}\Omega) + \mathbf{I}_2(1\text{ k}\Omega) = 7\text{ V}$

(a partir do obtido anteriormente)

torna-se
$$(3{,}333\mathbf{I}_2)1\text{ k}\Omega + \mathbf{I}_2(1\text{ k}\Omega) = 7\text{ V}$$

ou
$$(4{,}333\text{ k}\Omega)\mathbf{I}_2 = 7\text{ V}$$

e
$$\mathbf{I}_2 = \frac{7\text{ V}}{4{,}333\text{ k}\Omega} = \mathbf{1{,}615\text{ mA}\angle 0°}$$

confirmando a solução computacional.

```
** Profile: "SCHEMATIC1-PSpice 17-3"
[ C:\ICA11\PSpice\PSpice 17-3-PSpiceFiles\SCHEMATIC1\PSpice 17-3.sim ]

****    AC ANALYSIS              TEMPERATURE =   27.000 DEG C
******************************************************************************
***
FREQ        IM(V_PRINT1)       IP(V_PRINT1)
1.000E+03   1.615E-03          0.000E+00
```

Figura 17.57 Arquivo de saída para a corrente de malha I_2 do circuito visto na Figura 17.14.

PROBLEMAS

Seção 17.2 Fontes independentes e fontes dependentes (controladas)

1. Descreva, usando as próprias palavras, a diferença entre uma fonte controlada e uma fonte independente.

Seção 17.3 Conversões de fontes

2. Converta as fontes de tensão mostradas na Figura 17.58 em fontes de corrente.

3. Converta a fonte de corrente mostrada na Figura 17.59 em uma fonte de tensão.

4. Converta a fonte de tensão mostrada na Figura 17.60(a) em uma fonte de corrente e a fonte de corrente mostrada na Figura 17.60(b) em uma fonte de tensão.

Seção 17.4 Análise de malhas

5. Escreva as equações de malha dos circuitos mostrados na Figura 17.61. Determine a corrente no resistor R.

6. Escreva as equações de malha dos circuitos mostrados na Figura 17.62.

7. Escreva as equações de malha dos circuitos mostrados na Figura 17.63. Determine a corrente no resistor R_1.

***8.** Escreva as equações de malha dos circuitos mostrados na Figura 17.64. Determine a corrente no resistor R_1.

***9.** Escreva as equações de malha dos circuitos mostrados na Figura 17.65. Determine a corrente no resistor R_1.

***10.** Escreva as equações de malha dos circuitos mostrados na Figura 17.66. Determine a corrente no resistor R_1.

11. Escreva as equações de malha dos circuitos mostrados na Figura 17.67. Determine a corrente no resistor R_1.

12. Usando a análise de malhas, determine a corrente $\mathbf{I}_L$ (em função de $\mathbf{V}$) para o circuito visto na Figura 17.68.

Figura 17.58 Problema 2.

Figura 17.59 Problema 3.

Figura 17.60 Problema 4.

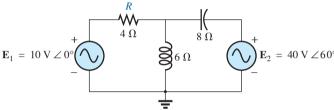



Figura 17.61 Problemas 5 e 40.

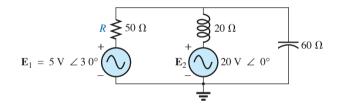



Figura 17.62 Problema 6.

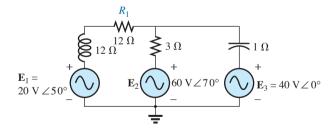



Figura 17.63 Problemas 7 e 21.

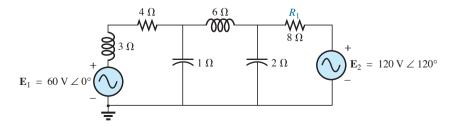



Figura 17.64 Problema 8.

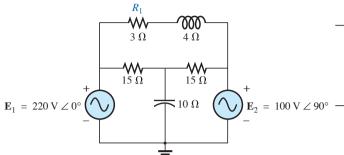



Figura 17.65 Problemas 9, 21 e 41.

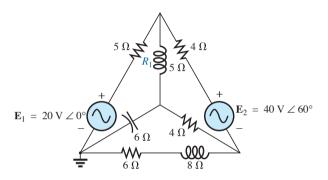



Figura 17.66 Problema 10.

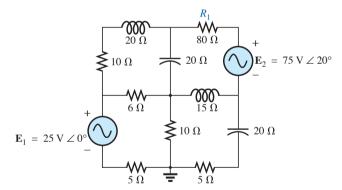



Figura 17.67 Problemas 11 e 22.

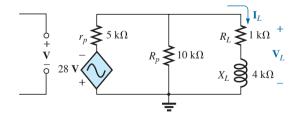



Figura 17.68 Problema 12.

13. Usando a análise de malhas, determine a corrente $\mathbf{I}_L$ (em função de **I**) para o circuito visto na Figura 17.69.

***14.** Escreva as equações de malha para o circuito visto na Figura 17.70 e determine as correntes nos resistores de 1 kΩ e 2 kΩ.

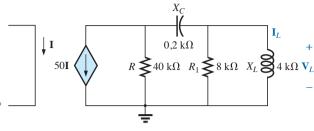



Figura 17.69 Problema 13.

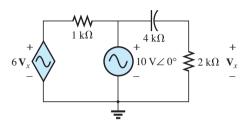



Figura 17.70 Problemas 14 e 42.

***15.** Escreva as equações de malha para o circuito visto na Figura 17.71 e determine as correntes no resistor de 10 kΩ.

***16.** Escreva as equações de malha para o circuito visto na Figura 17.72 e determine as correntes no elemento indutivo.

Seção 17.5 Análise nodal

***17.** Determine as tensões nodais dos circuitos mostrados na Figura 17.73.

18. Determine as tensões nodais dos circuitos da Figura 17.74.

19. Determine as tensões nodais dos circuitos da Figura 17.75.

20. Determine as tensões nodais dos circuitos da Figura 17.76.

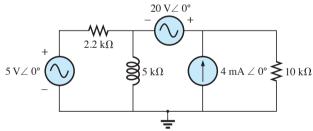



Figura 17.71 Problemas 15 e 43.

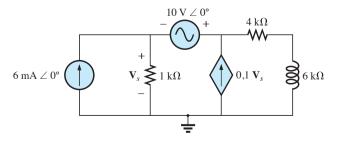



Figura 17.72 Problemas 16 e 44.

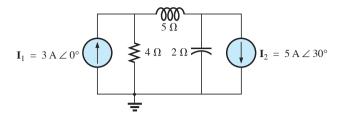



Figura 17.73 Problema 17.

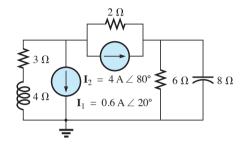



Figura 17.74 Problemas 18 e 45.

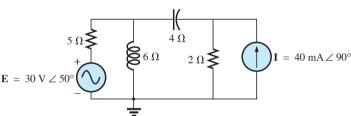



Figura 17.75 Problema 19.

Figura 17.76 Problema 20.

Figura 17.77 Problema 23.

Figura 17.78 Problema 24.

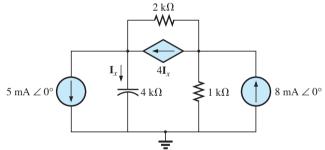



Figura 17.79 Problemas 25 e 46.

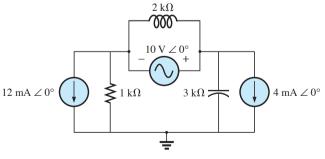



Figura 17.80 Problemas 26 e 47.

21. Determine as tensões nodais do circuito visto na Figura 17.65.
*22. Determine as tensões nodais do circuito visto na Figura 17.67.
*23. Determine as tensões nodais dos circuitos vistos na Figura 17.77.
*24. Determine as tensões nodais dos circuitos vistos na Figura 17.78.
*25. Escreva as equações nodais do circuito da Figura 17.79 e determine a tensão no resistor de 1 kΩ.
*26. Escreva as equações nodais do circuito da Figura 17.80 e determine a tensão no elemento capacitivo.
*27. Escreva as equações nodais do circuito visto na Figura 17.81 e determine a tensão no resistor de 2 kΩ.
*28. Escreva as equações nodais do circuito visto na Figura 17.82 e determine a tensão no resistor de 2 kΩ.

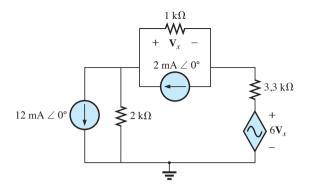



Figura 17.81 Problemas 27 e 48.

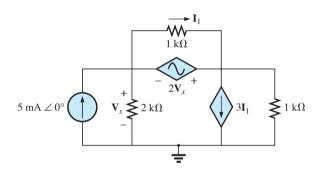



Figura 17.82 Problemas 28 e 49.

***29.** Para o circuito visto na Figura 17.83, determine a tensão V_L em função da tensão E_i.

Seção 17.6 Circuitos em ponte (CA)

30. Considerando o circuito em ponte visto na Figura 17.84:

a) A ponte está equilibrada?

b) Usando a análise de malhas, determine a corrente na reatância capacitiva.

c) Usando a análise nodal, determine a tensão na reatância capacitiva.

31. Considerando o circuito em ponte visto na Figura 17.85:

a) A ponte está equilibrada?

b) Usando a análise de malhas, determine a corrente na reatância capacitiva.

c) Usando a análise nodal, determine a tensão na reatância capacitiva.

32. O circuito em ponte de Hay visto na Figura 17.86 está em equilíbrio. Usando a Equação 17.3, determine a indutância desconhecida L_x e a reatância R_x.

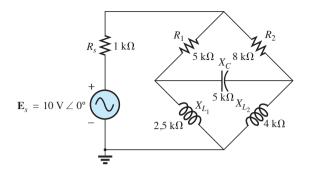



Figura 17.84 Problema 30.

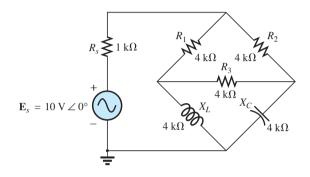



Figura 17.85 Problema 31.

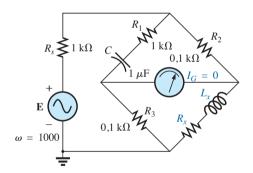



Figura 17.86 Problema 32.

33. Verifique se o circuito em ponte Maxwell visto na Figura 17.87 está em equilíbrio (ω = 1000 rad/s).

34. Deduza as equações de equilíbrio 17.16 e 17.17 para a ponte de comparação de capacitância.

35. Determine as equações de equilíbrio para o circuito em ponte visto na Figura 17.88 usado para medir indutâncias.

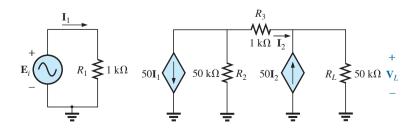



Figura 17.83 Problema 29.

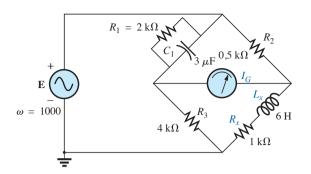



Figura 17.87 Problema 33.

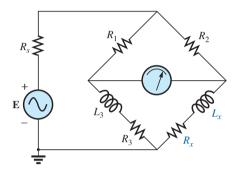



Figura 17.88 Problema 35.

Seção 17.7 Conversões Δ-Y e Y-Δ

36. Usando a conversão Δ-Y ou Y-Δ, determine a corrente **I** nos circuitos apresentados na Figura 17.89.

37. Usando a conversão Δ-Y ou Y-Δ, determine a corrente **I** nos circuitos apresentados na Figura 17.90.

38. Usando a conversão Δ-Y ou Y-Δ, determine a corrente **I** nos circuitos apresentados na Figura 17.91.

39. Usando a conversão Δ-Y ou Y-Δ, determine a corrente **I** nos circuitos apresentados na Figura 17.92.

Seção 17.8 Análise computacional (PSpice ou Multisim)

40. Determine as correntes de malha no circuito visto na Figura 17.61.

41. Determine as correntes de malha no circuito visto na Figura 17.65.

***42.** Determine as correntes de malha no circuito visto na Figura 17.70.

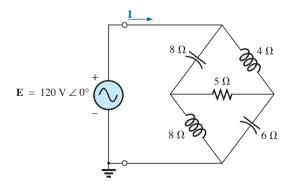



Figura 17.89 Problema 36.

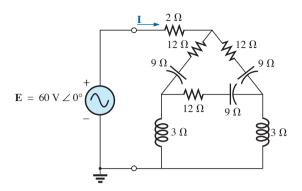



Figura 17.90 Problema 37.

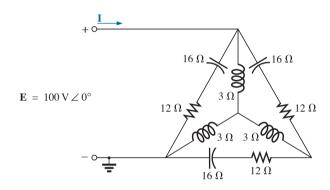



Figura 17.91 Problema 38.

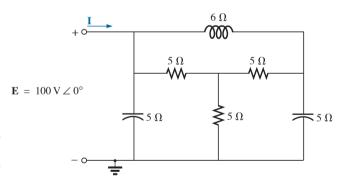



Figura 17.92 Problema 39.

***43.** Determine as correntes de malha no circuito visto na Figura 17.71.

***44.** Determine as correntes de malha no circuito visto na Figura 17.72.

45. Determine as tensões nodais no circuito visto na Figura 17.74.

***46.** Determine as tensões nodais no circuito visto na Figura 17.79.

***47.** Determine as tensões nodais no circuito visto na Figura 17.80.

***48.** Determine as tensões nodais no circuito visto na Figura 17.81.

***49.** Determine as tensões nodais no circuito visto na Figura 17.82.

GLOSSÁRIO

Análise de malhas: Método pelo qual as correntes de malha de um circuito podem ser determinadas.

Análise nodal: Método pelo qual as tensões nodais de um circuito podem ser determinadas. As tensões nos elementos podem ser determinadas por meio da aplicação da lei de Kirchhoff para tensões.

Circuito em ponte: Circuito em forma de losango no qual não existem dois ramos em série ou em paralelo.

Circuito em ponte de Hay: Configuração em ponte usada para medir a indutância e a resistência de indutores cuja resistência é muito pequena em comparação com a reatância do indutor.

Circuito em ponte de Maxwell: Circuito em ponte usado para medir a indutância e a resistência de indutores cuja resistência é suficientemente grande para contraindicar o uso da ponte de Hay.

Circuito em ponte para medição de capacitância: Configuração em ponte contendo um galvanômetro em um dos braços da ponte, usado para medir a capacitância desconhecida e a resistência associada a ela.

Configuração delta (Δ): Circuito com a aparência da letra grega maiúscula *delta*.

Configuração ípsilon (Y): Circuito com a aparência da letra maiúscula Y.

Conversão de fonte: Transformação de uma fonte de tensão em fonte de corrente, ou vice-versa, de forma que a fonte, para o restante do circuito, comporte-se da mesma maneira. Em outras palavras, o circuito em que a fonte está não é afetado pela transformação.

Fonte dependente (controlada): Fonte cuja amplitude e/ou fase é determinada (controlada) por uma corrente ou tensão do circuito no qual está inserida.

Fonte independente: Fonte cuja amplitude não depende do circuito ao qual está conectada. Ela mostra suas características ainda que esteja completamente isolada.

Teoremas sobre circuitos (corrente alternada)

Objetivos

- Ser capaz de aplicar o teorema da superposição aos circuitos CA com fontes independentes e dependentes.
- Adquirir habilidade na aplicação do teorema de Thévenin aos circuitos CA com fontes independentes e dependentes.
- Aprender a aplicar o teorema de Norton aos circuitos CA com fontes independentes e dependentes.
- Entender com clareza as condições que precisam ser atendidas para que haja a máxima transferência de potência para uma carga em um circuito CA com fontes independentes e dependentes.

18.1 INTRODUÇÃO

Este capítulo, que trata de circuitos CA, pode ser comparado ao Capítulo 9, que trata dos teoremas envolvendo circuitos CC. Talvez aproveitássemos melhor o tempo revisando cada teorema visto no Capítulo 9 antes de começar o estudo deste capítulo, pois muitos dos comentários apresentados naquele capítulo não serão repetidos aqui.

Devido à necessidade de ganharmos confiança na aplicação dos diversos teoremas em circuitos com fontes controladas (dependentes), algumas seções foram divididas em duas partes: fontes independentes e fontes dependentes.

Os teoremas a serem analisados detalhadamente incluem o da superposição, o de Thévenin, o de Norton e o da máxima transferência de potência. Os teoremas da substituição, da reciprocidade e de Millman não serão discutidos aqui, pois uma revisão do Capítulo 9 permitirá a você aplicá-los em circuitos CA senoidais sem grandes dificuldades.

18.2 TEOREMA DA SUPERPOSIÇÃO

Você deve se lembrar de que, no estudo do Capítulo 9, vimos que o **teorema da superposição** elimina a necessidade de resolver um sistema de equações lineares simultâneas ao considerar separadamente os efeitos de cada uma das fontes. Para isso, mantemos uma fonte e removemos as outras. Isso é obtido colocando-se as fontes de tensão em zero (substituindo-as por curtos-circuitos), assim como as fontes de corrente (substituindo-as por circuitos abertos). Para obter a tensão ou a corrente de uma parte do circuito, adicionamos algebricamente as contribuições de cada uma das fontes.

A única diferença na aplicação desse método a circuitos CA usando fontes independentes é que agora estamos trabalhando com impedâncias e fasores, em vez de resistores e números reais.

O teorema da superposição não pode ser aplicado ao cálculo da potência em circuitos de corrente alternada, pois trata-se de uma relação não linear. O teorema pode ser aplicado a circuitos com fontes de frequências diferentes somente se a resposta total, envolvendo *cada* frequência, for determinada separadamente, e o resultado for expandido em uma expressão não senoidal, conforme mostra o Capítulo 25.

O teorema da superposição é comumente aplicado a sistemas eletrônicos, nos quais as análises CC e CA são realizadas separadamente e a solução total é a soma das duas. Trata-se de uma aplicação importante do teorema, pois o comportamento dos elementos reativos pode variar muito em resposta aos dois tipos de fontes independentes. Além disso, a análise CC de um sistema

eletrônico pode definir parâmetros importantes para a análise CA. O Exemplo 18.4 demonstra a influência na configuração geral do circuito em função do tipo da fonte considerada.

Consideraremos inicialmente os circuitos contendo apenas fontes independentes para estabelecer comparações com a análise estudada no Capítulo 9.

Fontes independentes

EXEMPLO 18.1

Usando o teorema da superposição, encontre a corrente **I** que atravessa a reatância (X_{L2}) de 4 Ω na Figura 18.1.

Solução:

Para o circuito redesenhado (veja a Figura 18.2),

$$\mathbf{Z}_1 = +jX_{L_1} = j\,4\Omega$$
$$\mathbf{Z}_2 = +jX_{L_2} = j\,4\Omega$$
$$\mathbf{Z}_3 = -jX_C = -j\,3\Omega$$

Considerando o efeito da fonte de tensão $\mathbf{E}_1$ (veja a Figura 18.3), temos:

$$\mathbf{Z}_{2\|3} = \frac{\mathbf{Z}_2\mathbf{Z}_3}{\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_3} = \frac{(j\,4\,\Omega)(-j\,3\,\Omega)}{j\,4\,\Omega - j\,3\,\Omega}$$
$$= \frac{12\,\Omega}{j} = -j\,12\,\Omega \;= 12\,\Omega\,\angle -90^\circ$$
$$\mathbf{I}_{s_1} = \frac{\mathbf{E}_1}{\mathbf{Z}_{2\|3} + \mathbf{Z}_1} = \frac{10\text{ V}\,\angle 0^\circ}{-j\,12\,\Omega + j\,4\,\Omega} = \frac{10\text{ V}\,\angle 0^\circ}{8\,\Omega\,\angle -90^\circ}$$
$$= 1{,}25\text{ A}\,\angle 90^\circ$$

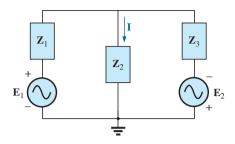



Figura 18.2 Definição dos blocos de impedâncias para o circuito da Figura 18.1.

e

$$\mathbf{I}' = \frac{\mathbf{Z}_3\mathbf{I}_{s_1}}{\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_3} \qquad \text{(regra dos divisores de corrente)}$$
$$= \frac{(-j\,3\,\Omega)(j\,1{,}25\text{ A})}{j\,4\,\Omega - j\,3\,\Omega} = \frac{3{,}75\text{ A}}{j\,1} = 3{,}75\text{ A}\,\angle -90^\circ$$

Considerando os efeitos da fonte de tensão $\mathbf{E}_2$ (veja a Figura 18.4), temos:

$$\mathbf{Z}_{1\|2} = \frac{\mathbf{Z}_1}{N} = \frac{j\,4\,\Omega}{2} = j\,2\,\Omega$$
$$\mathbf{I}_{s_2} = \frac{\mathbf{E}_2}{\mathbf{Z}_{1\|2} + \mathbf{Z}_3} = \frac{5\text{ V}\,\angle 0^\circ}{j\,2\,\Omega - j\,3\,\Omega}$$
$$= \frac{5\text{ V}\,\angle 0^\circ}{1\,\Omega\,\angle -90^\circ} = 5\text{ A}\,\angle 90^\circ$$

e

$$\mathbf{I}'' = \frac{\mathbf{I}_{s_2}}{2} = 2{,}5\text{ A}\,\angle 90^\circ$$

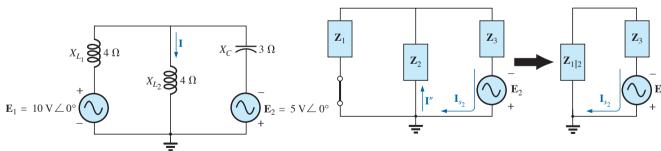



Figura 18.1 Exemplo 18.1.

Figura 18.4 Determinação do efeito da fonte de tensão E_2 sobre a corrente *I* no circuito da Figura 18.1.

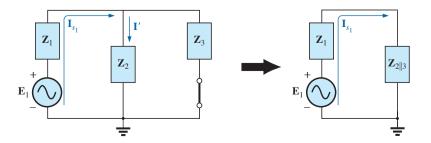



Figura 18.3 Determinação do efeito da fonte de tensão E_1 sobre a corrente *I* no circuito visto na Figura 18.1.

Figura 18.5 Determinação da corrente resultante no circuito visto na Figura 18.1.

A corrente resultante na reatância X_{L_2} de 4 Ω (veja a Figura 18.5) é

$$\begin{aligned}\mathbf{I} &= \mathbf{I}' - \mathbf{I}''\\ &= 3{,}75\text{ A}\angle{-90°} - 2{,}50\text{ A}\angle 90°\\ &= -j\,3{,}75\text{ A} - j\,2{,}50\text{ A}\\ &= -j\,6{,}25\text{ A}\\ \mathbf{I} &= \mathbf{6{,}25\text{ A}\angle{-90°}}\end{aligned}$$

EXEMPLO 18.2

Usando o teorema da superposição, determine a corrente **I** no resistor de 6 Ω visto na Figura 18.6.

Solução:

Para o circuito redesenhado (veja a Figura 18.7),

$$\mathbf{Z}_1 = j\,6\,\Omega \qquad \mathbf{Z}_2 = 6\,\Omega - j\,8\,\Omega$$

Considere os efeitos da fonte de corrente (veja a Figura 18.8). Aplicando a regra dos divisores de corrente, temos:

$$\mathbf{I}' = \frac{\mathbf{Z}_1\mathbf{I}_1}{\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2} = \frac{(j\,6\,\Omega)(2\text{ A})}{j\,6\,\Omega + 6\,\Omega - j\,8\,\Omega} = \frac{j\,12\text{ A}}{6 - j\,2} = \frac{12\text{ A}\angle 90°}{6{,}32\angle{-18{,}43°}}$$

$$\mathbf{I}' = 1{,}9\text{ A}\angle 108{,}43°$$

Figura 18.8 Determinação do efeito da fonte de corrente I_1 sobre a corrente I no circuito visto na Figura 18.6.

Considere agora os efeitos da fonte de tensão (veja a Figura 18.9). Aplicando a lei de Ohm, temos:

$$\mathbf{I}'' = \frac{\mathbf{E}_1}{\mathbf{Z}_T} = \frac{\mathbf{E}_1}{\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2} = \frac{20\text{ V}\angle 30°}{6{,}32\,\Omega\angle{-18{,}43°}} = 3{,}16\text{ A}\angle 48{,}43°$$

A corrente total no resistor de 6 Ω (veja a Figura 18.10) é:

$$\begin{aligned}\mathbf{I} &= \mathbf{I}' + \mathbf{I}''\\ &= 1{,}9\text{ A}\angle 108{,}43° + 3{,}16\text{ A}\angle 48{,}43°\\ &= (-0{,}60\text{ A} + j\,1{,}80\text{ A}) + (2{,}10\text{ A} + j\,2{,}36\text{ A})\\ &= 1{,}50\text{ A} + j\,4{,}16A\\ \mathbf{I} &= \mathbf{4{,}42\text{ A}\angle 70{,}2°}\end{aligned}$$

EXEMPLO 18.3

Usando o teorema da superposição, determine a tensão no resistor de 6 Ω visto na Figura 18.6. Compare o resultado com $\mathbf{V}_{6\Omega} = \mathbf{I}(6\Omega)$, em que **I** é a corrente nesse resistor, calculada no Exemplo 18.2.

Figura 18.6 Exemplo 18.2.

Figura 18.7 Definição dos blocos de impedância para o circuito visto na Figura 18.6.

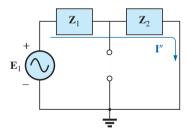



Figura 18.9 Determinação do efeito da fonte de tensão E_1 sobre a corrente I no circuito visto na Figura 18.6.

Figura 18.10 Determinação da corrente I total para o circuito visto na Figura 18.6.

Solução:

Para a fonte de corrente:

$$\mathbf{V}'_{6\Omega} = \mathbf{I}'(6\ \Omega) = (1{,}9\ \text{A}\ \angle 108{,}43°)(6\ \Omega)$$
$$= 11{,}4\ \text{V}\ \angle 108{,}43°$$

Para a fonte de tensão,

$$\mathbf{V}''_{6\Omega} = \mathbf{I}''(6) = (3{,}16\ \text{A}\ \angle 48{,}43°)(6\ \Omega)$$
$$= 18{,}96\ \text{V}\ \angle 48{,}43°$$

A tensão total no resistor de 6 Ω (veja a Figura 18. 11) é:

$$\begin{aligned}\mathbf{V}_{6\Omega} &= \mathbf{V}'_{6\Omega} + \mathbf{V}''_{6\Omega}\\ &= 11{,}4\ \text{V}\ \angle 108{,}43° + 18{,}96\ \text{V}\ \angle 48{,}43°\\ &= (-3{,}60\ \text{V} + j\,10{,}82\ \text{V})\\ &\quad + (12{,}58\ \text{V} + j\,14{,}18\ \text{V})\\ &= 8{,}98\ \text{V} + j\,25{,}0\ \text{V}\\ \mathbf{V}_{6\Omega} &= \mathbf{26{,}5\ V\ \angle 70{,}2°}\end{aligned}$$

Verificando o resultado, temos

$$\mathbf{V}_{6\Omega} = \mathbf{I}(6\ \Omega) = (4{,}42\ \text{A}\ \angle 70{,}2°)(6\ \Omega)$$
$$= \mathbf{26{,}5\ V\ \angle 70{,}2°} \qquad \text{(confere)}$$

+ $\mathbf{V}'_{6\Omega}$ −

+ $\mathbf{V}''_{6\Omega}$ −

R

6 Ω

+ $\mathbf{V}_{6\Omega}$ −

Figura 18.11 Determinação da tensão resultante $V_{6\Omega}$ no circuito visto na Figura 18.6.

EXEMPLO 18.4

Para o circuito visto na Figura 18.12, determine a expressão senoidal para a tensão v_3 usando o teorema da superposição.

Solução:

No caso da fonte CC, lembre-se de que, no estado estacionário, o capacitor é equivalente a um circuito aberto e o indutor, a um curto-circuito. O resultado é o circuito visto na Figura 18.13.

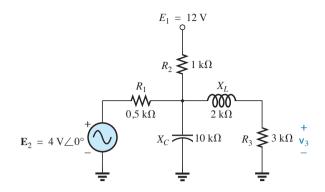



Figura 18.12 Exemplo 18.4.

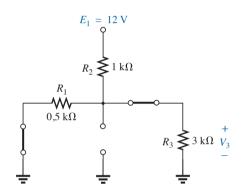



Figura 18.13 Determinação do efeito da fonte de tensão CC E_1 sobre a tensão v_3 no circuito da Figura 18.12.

Os resistores R_1 e R_3 estão em paralelo, e a tensão V_3 pode ser determinada com o auxílio da regra dos divisores de tensão:

$$R' = R_1 \parallel R_3 = 0{,}5\ \text{k}\Omega \parallel 3\ \text{k}\Omega = 0{,}429\ \text{k}\Omega$$

e

$$\begin{aligned}V_3 &= \frac{R'E_1}{R' + R_2}\\ &= \frac{(0{,}429\ \text{k}\Omega)(12\ \text{V})}{0{,}429\ \text{k}\Omega + 1\ \text{k}\Omega} = \frac{5{,}148\ \text{V}}{1{,}429}\\ V_3 &\cong \mathbf{3{,}6\ V}\end{aligned}$$

No caso da análise CA, a fonte CC é colocada em zero e o circuito é redesenhado, como mostra a Figura 18.14. Os blocos de impedâncias são então definidos conforme mostra a Figura 18.15, sendo que as técnicas de

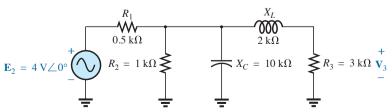



Figura 18.14 Circuito visto na Figura 18.12 redesenhado para determinar o efeito da fonte de tensão alternada $\mathbf{E}_2$.

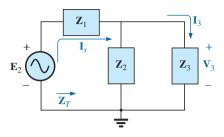



Figura 18.15 Definição dos blocos de impedâncias para o circuito visto na Figura 18.14.

cálculos de circuito série-paralelo são aplicadas como mostramos a seguir:

$$\mathbf{Z}_1 = 0{,}5\ \text{k}\Omega\ \angle 0°$$

$$\begin{aligned}\mathbf{Z}_2 &= (R_2\ \angle 0°\ \|\ (X_C\ \angle -90°) \\ &= \frac{(1\ \text{k}\Omega\ \angle 0°)(10\ \text{k}\Omega\ \angle -90°)}{1\ \text{k}\Omega - j\ 10\ \text{k}\Omega} \\ &= \frac{10\ \text{k}\Omega\ \angle -90°}{10{,}05\ \angle -84{,}29°} \\ &= 0{,}995\ \text{k}\Omega\ \angle -5{,}71°\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{Z}_3 &= R_3 + jX_L = 3\ \text{k}\Omega + j\ 2\ \text{k}\Omega \\ &= 3{,}61\ \text{k}\Omega\ \angle 33{,}69°\end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned}\mathbf{Z}_T &= \mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2 \| \mathbf{Z}_3 \\ &= 0{,}5\ \text{k}\Omega + (0{,}995\ \text{k}\Omega\ \angle -5{,}71°) \\ &\qquad \|\ (3{,}61\ \text{k}\Omega\ \angle 33{,}69°) \\ &= 1{,}312\ \text{k}\Omega\ \angle 1{,}57°\end{aligned}$$

Solução na calculadora.

Para efetuar os cálculos anteriores utilizando uma calculadora TI-89, usamos a sequência de passos descrita na Figura 18.16.

$$\mathbf{I}_s = \frac{\mathbf{E}_2}{\mathbf{Z}_T} = \frac{4\ \text{V}\ \angle 0°}{1{,}312\ \text{k}\Omega\ \angle 1.57°} = 3{,}05\ \text{mA}\ \angle -1{,}57°$$

Com a regra dos divisores de corrente, temos:

$$\begin{aligned}\mathbf{I}_3 &= \frac{\mathbf{Z}_2 \mathbf{I}_s}{\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_3} \\ &= \frac{(0{,}995\ \text{k}\Omega\ \angle -5{,}71°)(3{,}05\ \text{mA}\ \angle -1{,}57°)}{0{,}995\ \text{k}\Omega\ \angle -5{,}71° + 3{,}61\ \text{k}\Omega\ \angle 33{,}69°} \\ &= 0{,}686\ \text{mA}\ \angle -32{,}74°\end{aligned}$$

com

$$\begin{aligned}\mathbf{V}_3 &= (I_3\ \angle \theta)(R_3\ \angle 0°) \\ &= (0{,}686\ \text{mA}\ \angle -32{,}74°)(3\ \text{k}\Omega\ \angle 0°) \\ &= \mathbf{2{,}06\ V\ \angle -32{,}74°}\end{aligned}$$

A solução total é:

$$\begin{aligned}v_3 &= v_3(\text{dc}) + v_3(\text{ca}) \\ &= 3{,}6\ \text{V} + 2{,}06\ \text{V}\ \angle -32{,}74° \\ v_3 &= \mathbf{3{,}6 + 2{,}91\ sen(\omega t - 32{,}74°)}\end{aligned}$$

O resultado é uma tensão senoidal com um valor de pico de 2,91 V que oscila em torno de um valor médio igual a 3,6 V, como mostra a Figura 18.17.

Fontes dependentes

No caso de fontes dependentes para as quais *a variável de controle não é determinada pelo circuito ao qual será aplicado o teorema da superposição*, a aplicação do teorema é basicamente a mesma do caso de fontes independentes; a solução será obtida em termos das variáveis de controle.

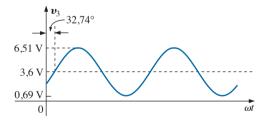



Figura 18.17 Tensão v_3 resultante para o circuito visto na Figura 18.12.

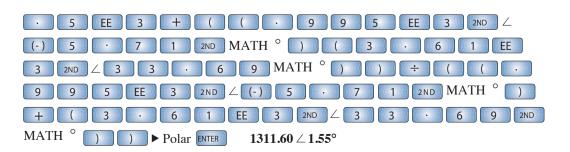



Figura 18.16 Determinação da impedância total do circuito visto na Figura 18.12.

EXEMPLO 18.5

Usando o teorema da superposição, determine a corrente $\mathbf{I}_2$ no circuito visto na Figura 18.18. As grandezas μ e h são duas constantes.

Solução:

Redesenhando uma parte do sistema (veja a Figura 18.19),

$$\mathbf{Z}_1 = R_1 = 4\ \Omega$$
$$\mathbf{Z}_2 = R_2 + jX_L = 6\ \Omega + j\ 8\ \Omega$$

Para a fonte de tensão (veja a Figura 18.20),

$$\mathbf{I}' = \frac{\mu\mathbf{V}}{\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2} = \frac{\mu\mathbf{V}}{4\ \Omega + 6\ \Omega + j\ 8\ \Omega}$$
$$= \frac{\mu\mathbf{V}}{10\ \Omega + j\ 8\ \Omega}$$
$$= \frac{\mu\mathbf{V}}{12{,}8\ \Omega\ \angle 38{,}66^\circ} = 0{,}078\ \mu\mathbf{V}/\Omega\ \angle -38{,}66^\circ$$

Para a fonte de corrente (Figura 18.21),

$$\mathbf{I}'' = \frac{\mathbf{Z}_1(h\mathbf{I})}{\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2} = \frac{(4\ \Omega)(h\mathbf{I})}{12{,}8\ \Omega\ \angle 38{,}66^\circ}$$
$$= 4(0{,}078)h\mathbf{I}\ \angle -38{,}66^\circ$$
$$= 0{,}312h\mathbf{I}\ \angle -38{,}66^\circ$$

A corrente $\mathbf{I}_2$ é:

$$\mathbf{I}_2 = \mathbf{I}' + \mathbf{I}''$$
$$= 0{,}078\ \mu\ \mathbf{V}/\Omega\ \angle -38{,}66^\circ + 0{,}312h\mathbf{I}\ \angle -38{,}66^\circ$$

Para $\mathbf{V} = 10\ \text{V}\ \angle\ 0^\circ$, $\mathbf{I} = 20\ \text{mA}\ \angle\ 0^\circ$, $\mu = 20$ e $h = 100$,

$$\mathbf{I}_2 = 0{,}078(20)(10\ \text{V}\ \angle 0^\circ)/\Omega\ \angle -38{,}66^\circ$$
$$+0{,}312(100)(20\ \text{mA}\ \angle 0^\circ)\angle -38{,}66^\circ$$
$$= 15{,}60\ \text{A}\ \angle -38{,}66^\circ + 0{,}62\ \text{A}\ \angle -38{,}66^\circ$$
$$\mathbf{I}_2 = \mathbf{16{,}22\ A\ \angle -38{,}66^\circ}$$

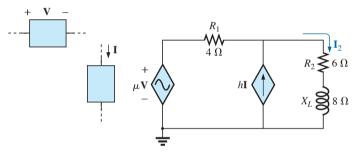



Figura 18.18 Exemplo 18.5.

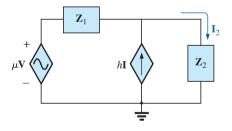



Figura 18.19 Definição dos blocos de impedâncias para o circuito visto na Figura 18.18.

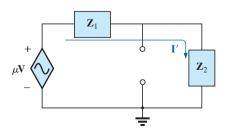



Figura 18.20 Determinação do efeito da fonte de tensão controlada por tensão sobre a corrente $\mathbf{I}_2$ no circuito visto na Figura 18.18.

Figura 18.21 Determinação do efeito da fonte de corrente controlada por corrente sobre a corrente $\mathbf{I}_2$ no circuito visto na Figura 18.18.

No caso da fonte dependente na qual *a variável de controle é determinada pelo circuito ao qual o teorema será aplicado*, essa fonte não pode ser considerada nula, a menos que a variável de controle também seja zero. Para circuitos contendo fontes dependentes, como o que é mostrado no Exemplo 18.5, e fontes dependentes do tipo que acabamos de mencionar, o teorema da superposição é aplicado a cada fonte independente e a cada uma das fontes dependentes que não tenham variável de controle na parte do circuito sob investigação. É preciso enfatizar que fontes dependentes não são fontes de energia no sentido de que, se todas as fontes independentes de um circuito forem retiradas, todas as correntes e tensões terão de ser zero.

EXEMPLO 18.6

Determine a corrente $\mathbf{I}_L$ no resistor R_L mostrado na Figura 18.22.

Solução:

Observe que a variável de controle **V** é determinada pelo circuito a ser analisado. A partir do que foi men-

Figura 18.22 Exemplo 18.6.

cionado anteriormente, sabemos que a fonte dependente não pode ser anulada, a menos que **V** seja zero. Se considerarmos **I** = 0, não existirá nenhuma fonte de tensão no circuito, sendo **V** = 0, com $\mu\mathbf{V} = 0$. A corrente $\mathbf{I}_L$ resultante nessa condição é zero. Portanto, é óbvio que o circuito tem de ser analisado, conforme mostra a Figura 18.22, e nenhuma das fontes pode ser eliminada, como normalmente fazemos quando empregamos o teorema da superposição.

Aplicando a lei de Kirchhoff para tensões, temos:

$$\mathbf{V}_L = \mathbf{V} + \mu\mathbf{V} = (1 + \mu)\mathbf{V}$$

e

$$\mathbf{I}_L = \frac{\mathbf{V}_L}{R_L} = \frac{(1 + \mu)\mathbf{V}}{R_L}$$

Entretanto, o resultado tem de ser determinado em função de **I**, pois **V** e $\mu\mathbf{V}$ são apenas variáveis dependentes. Aplicando a lei de Kirchhoff para correntes, temos:

$$\mathbf{I} = \mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_L = \frac{\mathbf{V}}{R_1} + \frac{(1 + \mu)\mathbf{V}}{R_L}$$

e

$$\mathbf{I} = \mathbf{V}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1 + \mu}{R_L}\right)$$

ou

$$\mathbf{V} = \frac{\mathbf{I}}{(1/R_1) + [(1 + \mu)/R_L]}$$

Substituindo na expressão acima, obtemos:

$$\mathbf{I}_L = \frac{(1 + \mu)\mathbf{V}}{R_L} = \frac{(1 + \mu)}{R_L}\left(\frac{\mathbf{I}}{(1/R_1) + [(1 + \mu)/R_L]}\right)$$

Portanto,

$$\boldsymbol{I_L = \frac{(1 + \mu)R_1\mathbf{I}}{R_L + (1 + \mu)R_1}}$$

18.3 TEOREMA DE THÉVENIN

O enunciado do **teorema de Thévenin** para circuitos de corrente alternada senoidais é alterado apenas pela substituição do termo *resistência* pelo termo *impedância*. Ou seja,

qualquer circuito CA linear de dois terminais pode ser substituído por um circuito equivalente constituído por uma fonte de tensão e uma impedância em série, como mostra a Figura 18.23.

Como as reatâncias de um circuito dependem da frequência, o circuito equivalente de Thévenin de um circuito qualquer é válido somente para a frequência na qual foi determinado.

Os passos necessários para a aplicação desse teorema em circuitos CA são repetidos aqui com as alterações para os circuitos CA senoidais. Conforme dito antes, a única mudança é a substituição do termo *resistência* por *impedância*. As fontes dependentes e independentes serão novamente tratadas em separado.

O Exemplo 18.9, que é o último da seção que trata de fontes independentes, inclui um circuito com fontes CC e CA para formar um conhecimento básico para uso futuro na área de eletrônica.

Fontes independentes

1. *Remova a parte do circuito para a qual o circuito equivalente de Thévenin será determinado.*
2. *Assinale claramente (°, •, ou outro sinal) os dois terminais do circuito resultante.*
3. *Calcule Z_{Th} anulando primeiramente todas as fontes de tensão e de corrente (substituindo-as por curtos-circuitos e circuitos abertos, respectivamente) e então determinando a impedância resultante entre os dois terminais assinalados.*
4. *Calcule E_{Th} recolocando as fontes de tensão e de corrente e calculando a tensão de circuito aberto entre os terminais assinalados.*

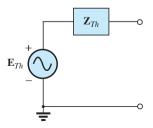



Figura 18.23 Circuito equivalente de Thévenin para circuitos CA.

5. Desenhe o circuito equivalente de Thévenin com a parte do circuito previamente removida colocada entre os terminais do circuito equivalente de Thévenin.

EXEMPLO 18.7

Obtenha o circuito equivalente de Thévenin para a parte do circuito externa ao resistor R mostrado na Figura 18.24.

Solução:

Passos 1 e 2 (veja a Figura 18.25):

$$\mathbf{Z}_1 = jX_L = j\,8\,\Omega \qquad \mathbf{Z}_2 = -jX_C = -j\,2\,\Omega$$

Passo 3 (veja a Figura 18.26):

$$\mathbf{Z}_{Th} = \frac{\mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_2}{\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2} = \frac{(j\,8\,\Omega)(-j\,2\,\Omega)}{j\,8\,\Omega - j\,2\,\Omega}$$
$$= \frac{-j^2\,16\,\Omega}{j\,6} = \frac{16\,\Omega}{6\,\angle 90^\circ}$$
$$= \mathbf{2{,}67\,\Omega\,\angle -90^\circ}$$

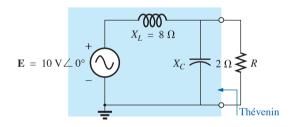



Figura 18.24 Exemplo 18.7.

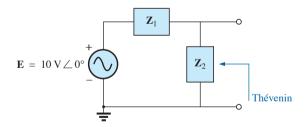



Figura 18.25 Definição dos blocos de impedâncias para o circuito visto na Figura 18.24.

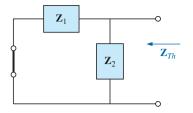



Figura 18.26 Determinação da impedância de Thévenin para o circuito visto na Figura 18.24.

Passo 4 (veja a Figura 18.27):

$$\mathbf{E}_{Th} = \frac{\mathbf{Z}_2\mathbf{E}}{\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2} \qquad \text{(regra do divisor de tensão)}$$
$$= \frac{(-j\,2\,\Omega)(10\text{ V})}{j\,8\,\Omega - j\,2\,\Omega}$$
$$= \frac{-j\,20\text{ V}}{j\,6} = \mathbf{3{,}33\text{ V}\,\angle -180^\circ}$$

Passo 5: O circuito equivalente de Thévenin é mostrado na Figura 18.28.

EXEMPLO 18.8

Obtenha o circuito equivalente de Thévenin para a parte do circuito externa ao ramo *a-a′* que vemos na Figura 18.29.

Solução:

Passos 1 e *2* (veja a Figura 18.30): Observe que a complexidade diminui com o uso de blocos de impedâncias:

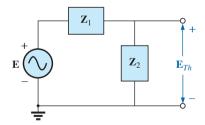



Figura 18.27 Determinação da tensão de circuito aberto de Thévenin para o circuito visto na Figura 18.24.

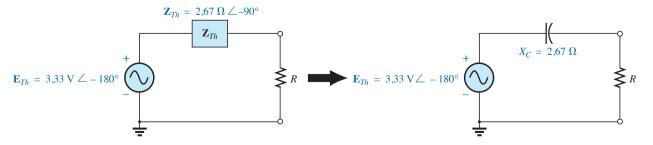



Figura 18.28 Circuito equivalente de Thévenin para o circuito visto na Figura 18.24.

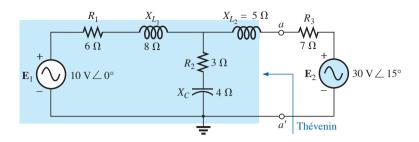



Figura 18.29 Exemplo 18.8.

$$\mathbf{Z}_1 = R_1 + jX_{L_1} = 6\ \Omega + j\,8\ \Omega$$
$$\mathbf{Z}_2 = R_2 - jX_C = 3\ \Omega - j\,4\ \Omega$$
$$\mathbf{Z}_3 = +jX_{L_2} = j\,5\ \Omega$$

Passo 3 (veja a Figura 18.31):

$$\mathbf{Z}_{Th} = \mathbf{Z}_3 + \frac{\mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_2}{\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2}$$
$$= j\,5\ \Omega + \frac{(10\ \Omega\ \angle 53{,}13°)(5\ \Omega\ \angle -53{,}13°)}{(6\ \Omega + j\,8\ \Omega) + (3\ \Omega - j\,4\ \Omega)}$$
$$= j\,5 + \frac{50\ \angle 0°}{9 + j\,4} = j\,5 + \frac{50\ \angle 0°}{9{,}85\ \angle 23{,}96°}$$
$$= j\,5 + 5{,}08\ \angle -23{,}96° = j\,5 + 4{,}64 - j\,2{,}06$$
$$\mathbf{Z}_{Th} = \mathbf{4{,}64\ \Omega + j\,2{,}94\ \Omega = 5{,}49\ \Omega\ \angle 32{,}36°}$$

Passo 4 (veja a Figura 18.32): Como que *a-a'* é um circuito aberto, $\mathbf{I}_{Z_3} = 0$. Então, $\mathbf{E}_{Th}$ é a queda de tensão por $\mathbf{Z}_2$.

$$\mathbf{E}_{Th} = \frac{\mathbf{Z}_2\mathbf{E}}{\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_1} \quad \text{(regra do divisor de tensão)}$$
$$= \frac{(5\ \Omega\ \angle -53{,}13°)(10\ \text{V}\ \angle 0°)}{9{,}85\ \Omega\ \angle 23{,}96°}$$
$$\mathbf{E}_{Th} = \frac{50\ \text{V}\ \angle -53{,}13°}{9{,}85\ \angle 23{,}96°} = \mathbf{5{,}08\ V\ \angle -77{,}09°}$$

Passo 5: O circuito equivalente de Thévenin é mostrado na Figura 18.33.

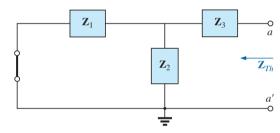



Figura 18.31 Determinação da impedância de Thévenin para o circuito visto na Figura 18.29.

Figura 18.30 Definição dos blocos de impedâncias para o circuito visto na Figura 18.29.

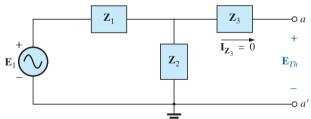



Figura 18.32 Determinação da tensão de circuito aberto de Thévenin para o circuito visto na Figura 18.29.

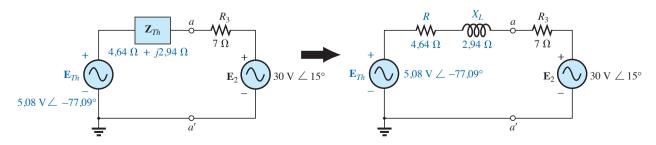



Figura 18.33 Circuito equivalente de Thévenin para o circuito visto na Figura 18.29.

O exemplo a seguir demonstra como o teorema da superposição é aplicado a circuitos eletrônicos para permitir *análises CC e CA separadamente*. O fato de a variável de controle, nessa análise, não estar na parte do circuito conectada diretamente aos terminais de interesse permite que se faça uma análise do circuito da mesma maneira que foi feita anteriormente para fontes independentes.

EXEMPLO 18.9

Determine o circuito equivalente de Thévenin para o circuito transistorizado externo ao resistor R_L no circuito visto na Figura 18.34. Em seguida, determine $\mathbf{V}_L$.

Solução:

Aplicação do teorema da superposição.

Para corrente contínua. A substituição do capacitor de acoplamento C_2 pelo circuito aberto equivalente isola a fonte CC e as correntes resultantes do resistor de carga. O resultado é que, para condições CC, $V_L = 0$ V. Embora a tensão CC de saída do circuito seja zero, a aplicação da tensão CC é essencial para que o transistor funcione corretamente ao cumprir várias funções, como determinar os parâmetros do 'circuito equivalente' que aparecem na análise CA que vem a seguir.

Para corrente alternada. Nesse caso, o transistor é substituído por um circuito equivalente, conforme estabelecido pela fonte CC mencionada, que se comporta de modo semelhante ao transistor real. Muito mais será dito sobre os circuitos equivalentes e sobre as operações necessárias para se obter o circuito que vemos na Figura 18.35, mas, por enquanto, iremos nos concentrar na forma de obter o circuito equivalente de Thévenin. Note, no circuito mostrado na Figura 18.35, que o circuito equivalente inclui um resistor de 2,3 kW e uma fonte de corrente controlada cuja intensidade é determinada pelo produto do fator 100 por uma corrente I_1 em outra parte do circuito. Observe, na Figura 18.35, a ausência dos capacitores de acoplamento na análise CA. Em geral, os capacitores de acoplamento são projetados para se comportar como circuitos abertos para sinais contínuos e como curtos-circuitos para sinais alternados. O uso de um curto-circuito como circuito equivalente é válido porque as outras impedâncias em série com esses capacitores são tão grandes que o efeito deles pode ser ignorado. Os resistores R_B e R_C agora estão conectados em GND porque a fonte CC foi anulada (teorema da superposição) e substituída por um curto-circuito equivalente para GND.

Na análise que se segue, o efeito do resistor R_B será ignorado porque existe um resistor de valor muito menor, 2,3 kΩ, em paralelo com ele.

$\mathbf{Z}_{Th}$. Quando estabelecemos $\mathbf{E}_i$ igual a zero, a corrente $\mathbf{I}_1$ é zero, e a fonte controlada ($100\mathbf{I}_I$) também é zero.

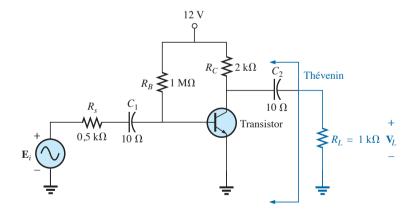



Figura 18.34 Exemplo 18.9.

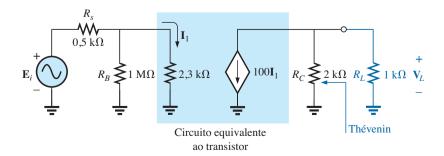



Figura 18.35 Circuito CA equivalente para o amplificador transistorizado visto na Figura 18.34.

O resultado é que a fonte controlada se comporta como um circuito aberto, como mostra a Figura 18.36.
De acordo com a Figura 18.36, é bastante óbvio que:

$$\mathbf{Z}_{Th} = \mathbf{2\ k\Omega}$$

$\mathbf{E}_{Th}$, Para $\mathbf{E}_{Th}$, a corrente $\mathbf{I}_1$, para o circuito mostrado na Figura 18.35, é dada por:

$$\mathbf{I}_1 = \frac{\mathbf{E}_i}{R_s + 2{,}3\ k\Omega} = \frac{\mathbf{E}_i}{0{,}5\ k\Omega + 2{,}3\ k\Omega} = \frac{\mathbf{E}_i}{2{,}8\ k\Omega}$$

e $$100\,\mathbf{I}_1 = (100)\left(\frac{\mathbf{E}_i}{2{,}8\ k\Omega}\right) = \frac{\mathbf{E}_i}{28\ \Omega}$$

De acordo com a Figura 18.37, determinamos que:

$$\mathbf{E}_{Th} = -(100\mathbf{I}_1)R_C$$
$$= -\left(\frac{\mathbf{E}_i}{28\ \Omega}\right)(2 \times 10^3\ \Omega)$$
$$\mathbf{E}_{Th} = \mathbf{-71{,}42E}_i$$

O circuito equivalente de Thévenin aparece na Figura 18.38 com o resistor de carga original R_L.

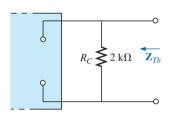



Figura 18.36 Determinação da impedância de Thévenin para o circuito visto na Figura 18.35.

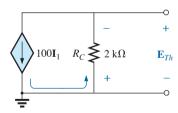



Figura 18.37 Determinação da tensão de Thévenin para o circuito visto na Figura 18.35.

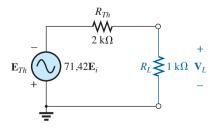



Figura 18.38 Circuito equivalente de Thévenin para o circuito visto na Figura 18.35.

Tensão de saída V_L

$$\mathbf{V}_L = \frac{-R_L\mathbf{E}_{Th}}{R_L + R_{Th}} = \frac{-(1\ k\Omega)(71{,}42\mathbf{E}_i)}{1\ k\Omega + 2\ k\Omega}$$

e $$\mathbf{V}_L = \mathbf{-23{,}81\ E}_i$$

revelando que a tensão de saída é 23,81 vezes maior do que a de entrada, havendo um deslocamento de fase de 180º devido ao sinal negativo.

Fontes dependentes

No caso das fontes dependentes, que possuem uma *variável de controle que não está na parte do circuito sob investigação*, o procedimento descrito anteriormente pode ser aplicado. Entretanto, para os outros tipos de fontes dependentes, em que a *variável de controle está na parte do circuito na qual o teorema deve ser aplicado*, outro método tem de ser usado. A necessidade de um método diferente é demonstrada no próximo exemplo. O método *não está limitado a fontes dependentes* deste último tipo. Ele também pode ser aplicado a qualquer circuito CC ou CA senoidal. Entretanto, no caso de circuitos com fontes independentes, o método aplicado no Capítulo 9 e o apresentado na primeira parte dessa seção são mais simples e, portanto, mais rápidos, além de estarem menos sujeitos a erros.

Essa nova abordagem do teorema de Thévenin pode ser mais bem compreendida nesse momento se considerarmos o equivalente de Thévenin do circuito visto na Figura 18.39(a). Conforme indicado na Figura 18.39(b), a tensão de circuito aberto (*open-circuit*) entre os terminais do circuito equivalente de Thévenin ($\mathbf{E}_{oc}$) é a tensão equivalente de Thévenin. Ou seja,

$$\mathbf{E}_{oc} = \mathbf{E}_{Th} \tag{18.1}$$

Se curto-circuitarmos os terminais, como mostra a Figura 18.39(c), a corrente no curto-circuito será determinada por:

$$\mathbf{I}_{sc} = \frac{\mathbf{E}_{Th}}{\mathbf{Z}_{Th}} \tag{18.2}$$

ou, substituindo,

$$\mathbf{Z}_{Th} = \frac{\mathbf{E}_{Th}}{\mathbf{I}_{sc}}$$

e $$\mathbf{Z}_{Th} = \frac{\mathbf{E}_{oc}}{\mathbf{I}_{sc}} \tag{18.3}$$

As equações 18.1 e 18.3 mostram que, para qualquer circuito linear bilateral de corrente contínua ou alternada,

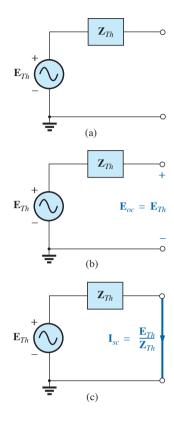



Figura 18.39 Definição de uma abordagem alternativa para calcular a impedância de Thévenin.

com ou sem fonte dependente de qualquer tipo, se a tensão de circuito aberto de uma parte do circuito pode ser determinada, assim como a corrente de curto-circuito entre os mesmos dois pontos, o circuito equivalente de Thévenin de uma parte do circuito passa a ser efetivamente conhecido. Alguns exemplos da aplicação desse método o tornarão mais claro. A vantagem do primeiro método, que foi enfatizado anteriormente nessa seção para fontes independentes, agora deve estar mais óbvia. A corrente de curto-circuito (*short-circuit*) $\mathbf{I}_{sc}$, que é necessária para determinar $\mathbf{Z}_{Th}$, em geral é mais difícil de ser obtida, pois todas as fontes estão presentes.

Existe um terceiro método para determinar o circuito equivalente de Thévenin que também é útil do ponto de vista prático. A tensão de Thévenin é obtida como nos dois métodos anteriores. Entretanto, a impedância de Thévenin é obtida aplicando uma fonte de tensão aos terminais de interesse e determinando a corrente conforme indica a Figura 18.40. Ao usar esse método, estabelecemos que a tensão da fonte do circuito original é igual a zero. A impedância de Thévenin é então determinada pela seguinte equação:

$$\mathbf{Z}_{Th} = \frac{\mathbf{E}_g}{\mathbf{I}_g} \tag{18.4}$$

Note que nos três métodos $\mathbf{E}_{Th} = \mathbf{E}_{oc}$, porém, a impedância de Thévenin é determinada de diferentes maneiras.

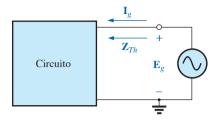



Figura 18.40 Determinação de $\mathbf{Z}_{Th}$ usando o método $\mathbf{Z}_{Th} = \mathbf{E}_g / \mathbf{I}_g$.

EXEMPLO 18.10

Usando as três técnicas descritas nessa seção, determine o equivalente de Thévenin do circuito visto na Figura 18.41.

Solução:

Como nos três métodos a tensão de Thévenin é obtida exatamente da mesma maneira, vamos determiná-la primeiro. A partir da Figura 18.41, em que $\mathbf{I}_{XC} = 0$,

Devido à polaridade de $\mathbf{V}$ e à polaridade de saída definida

$$\mathbf{V}_{R_1} = \mathbf{E}_{Th} = \mathbf{E}_{oc} = -\frac{R_2(\mu\mathbf{V})}{R_1 + R_2} = -\frac{\mu R_2 \mathbf{V}}{R_1 + R_2}$$

Os três métodos a seguir, usados para determinar a impedância de Thévenin, aparecem na ordem em que foram apresentados nessa seção.

Método 1: Veja a Figura 18.42.

$$\mathbf{Z}_{Th} = R_1 \| R_2 - jX_C$$

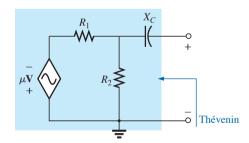



Figura 18.41 Exemplo 18.10.

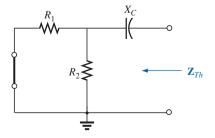



Figura 18.42 Determinação da impedância de Thévenin para o circuito visto na Figura 18.41.

Método 2: Veja a Figura 18.43. Convertendo a fonte de tensão em fonte de corrente (veja a Figura 18.44), temos (pela regra dos divisores de corrente):

$$\mathbf{I}_{sc} = \frac{\dfrac{-(R_1 \parallel R_2)\mu\mathbf{V}}{R_1}}{(R_1 \parallel R_2) - jX_C} = \frac{-\dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}\left(\dfrac{\mu\mathbf{V}}{R_1}\right)}{(R_1 \parallel R_2) - jX_C}$$

$$= \frac{\dfrac{-\mu R_2 \mathbf{V}}{R_1 + R_2}}{(R_1 \parallel R_2) - jX_C}$$

e

$$\mathbf{Z}_{Th} = \frac{\mathbf{E}_{oc}}{\mathbf{I}_{sc}} = \frac{\dfrac{-\mu R_2\mathbf{V}}{R_1 + R_2}}{\dfrac{\dfrac{-\mu R_2\mathbf{V}}{R_1 + R_2}}{(R_1 \parallel R_2) - jX_C}} = \frac{1}{\dfrac{1}{(R_1 \parallel R_2) - jX_C}}$$

$$= \boldsymbol{R_1 \parallel R_2 - jX_C}$$

Método 3: Veja a Figura 18.45.

$$\mathbf{I}_g = \frac{\mathbf{E}_g}{(R_1 \parallel R_2) - jX_C}$$

e

$$\mathbf{Z}_{Th} = \frac{\mathbf{E}_g}{\mathbf{I}_g} = \boldsymbol{R_1 \parallel R_2 - jX_C}$$

Nos três casos, a impedância de Thévenin é a mesma. O circuito equivalente de Thévenin é mostrado na Figura 18.46.

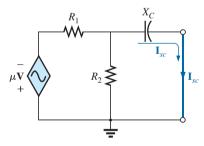



Figura 18.43 Determinação da corrente de curto-circuito para o circuito visto na Figura 18 41.

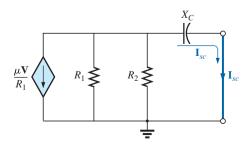



Figura 18.44 Conversão da fonte de tensão mostrada na Figura 18.43 em uma fonte de corrente.

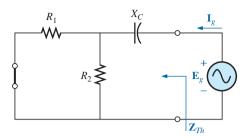



Figura 18.45 Determinação da impedância de Thévenin para o circuito visto na Figura 18.41 usando $\mathbf{Z}_{Th} = \mathbf{E}_g/\mathbf{I}_g$.

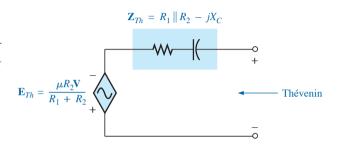



Figura 18.46 Circuito equivalente de Thévenin para o circuito visto na Figura 18.41.

EXEMPLO 18.11

Repita o Exemplo 18.10 para o circuito visto na Figura 18.47.

Solução:

A partir da Figura 18.47, $\mathbf{E}_{Th}$ é dada por:

$$\mathbf{E}_{Th} = \mathbf{E}_{oc} = -h\mathbf{I}(R_1 \parallel R_2) = -\frac{\boldsymbol{hR_1R_2\mathbf{I}}}{\mathbf{R_1 + R_2}}$$

Método 1: Veja a Figura 18.48.

$$\mathbf{Z}_{Th} = \boldsymbol{R_1 \parallel R_2 - jX_C}$$

Observe a semelhança entre essa solução e aquela obtida no exemplo anterior.

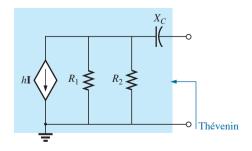



Figura 18.47 Exemplo 18.11.

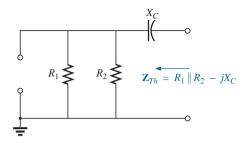



Figura 18.48 Determinação da impedância de Thévenin para o circuito visto na Figura 18.47.

Método 2: Veja a Figura 18.49.

$$\mathbf{I}_{sc} = \frac{-(R_1 \| R_2)h\mathbf{I}}{(R_1 \| R_2) - jX_C}$$

e $$\mathbf{Z}_{Th} = \frac{\mathbf{E}_{oc}}{\mathbf{I}_{sc}} = \frac{-h\mathbf{I}(R_1 \| R_2)}{\dfrac{-(R_1 \| R_2)h\mathbf{I}}{(R_1 \| R_2) - jX_C}} = \boldsymbol{R_1 \| R_2 - jX_C}$$

Método 3: Veja a Figura 18.50.

$$\mathbf{I}_g = \frac{\mathbf{E}_g}{(R_1 \| R_2) - jX_C}$$

e $$\mathbf{Z}_{Th} = \frac{\mathbf{E}_g}{\mathbf{I}_g} = \boldsymbol{R_1 \| R_2 - jX_C}$$

O exemplo a seguir tem uma fonte dependente, não permitindo o uso do método descrito no início dessa seção para fontes independentes. Entretanto, os três métodos serão aplicados para podermos comparar os resultados.

EXEMPLO 18.12

Para o circuito visto na Figura 18.51 (apresentado no Exemplo 18.6), determine o circuito equivalente de Thévenin entre os terminais indicados, usando cada um dos métodos descritos nessa seção. Compare os resultados.

Solução:

Primeiro, usando a lei de Kirchhoff para tensões, escrevemos $\mathbf{E}_{Th}$ (que é a mesma para os três métodos)

$$\mathbf{E}_{th} = \mathbf{V} + \mu\mathbf{V} = (1 + \mu)\mathbf{V}$$

Entretanto, $\mathbf{V} = \mathbf{I}R_1$

assim $\mathbf{E}_{Th} = \boldsymbol{(1 + \mu)\mathbf{I}R_1}$

Z_{Th}

Método 1: Veja a Figura 18.52. Como $\mathbf{I} = 0$, $\mathbf{V}$ e $\mu\mathbf{V} = 0$, e:

$$\cancel{\mathbf{Z}_{Th} = R_1} \qquad \text{(incorreto)}$$

Método 2: Veja a Figura 18.53. A aplicação da lei de Kirchhoff para tensões à malha indicada na figura nos dá:

$$\mathbf{V} = \mu\mathbf{V} = 0$$

e $$\mathbf{V}(1 + \mu) = 0$$

Como μ é uma constante positiva, a equação acima pode ser satisfeita somente para $\mathbf{V} = 0$. A substituição

Figura 18.49 Determinação da corrente de curto-circuito para o circuito da Figura 18.47.

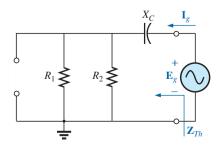



Figura 18.50 Determinação da impedância de Thévenin usando-se $\mathbf{Z}_{Th} = \mathbf{E}_g/\mathbf{I}_g$.

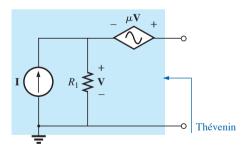



Figura 18.51 Exemplo 18.12.

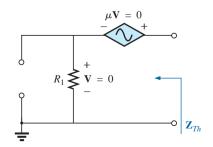



Figura 18.52 Determinação incorreta de $\mathbf{Z}_{Th}$.

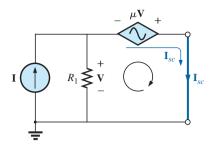



Figura 18.53 Determinação de $\mathbf{I}_{sc}$ para o circuito visto na Figura 18.51.

desse resultado no circuito visto na Figura 18.53 resulta na configuração mostrada na Figura 18.54, e:

$$\mathbf{I}_{sc} = \mathbf{I}$$

com

$$\mathbf{Z}_{Th} = \frac{\mathbf{E}_{oc}}{\mathbf{I}_{sc}} = \frac{(1+\mu)\mathbf{I}R_1}{\mathbf{I}} = (\mathbf{1} + \boldsymbol{\mu})R_1 \quad \text{(correto)}$$

Método 3: Veja a Figura 18.55.

$$\mathbf{E}_g = \mathbf{V} + \mu\mathbf{V} = (1+\mu)\mathbf{V}$$

ou

$$\mathbf{V} = \frac{\mathbf{E}_g}{1+\mu}$$

e

$$\mathbf{I}_g = \frac{\mathbf{V}}{R_1} = \frac{\mathbf{E}_g}{(1+\mu)R_1}$$

e

$$\mathbf{Z}_{Th} = \frac{\mathbf{E}_g}{\mathbf{I}_g} = (\mathbf{1} + \boldsymbol{\mu})R_1 \quad \text{(correto)}$$

Figura 18.54 Substituição de $\mathbf{V} = 0$ no circuito visto na Figura 18.53.

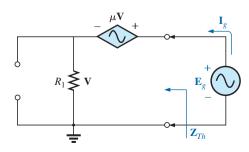



Figura 18.55 Determinação de $\mathbf{Z}_{Th}$ usando $\mathbf{Z}_{Th} = \mathbf{E}_g/\mathbf{I}_g$.

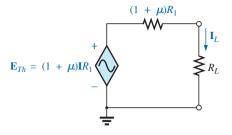



Figura 18.56 Circuito equivalente de Thévenin para o circuito visto na Figura 18.51.

O circuito equivalente de Thévenin aparece na Figura 18.56, e

$$\mathbf{I}_L = \frac{(\mathbf{1} + \boldsymbol{\mu})R_1\mathbf{I}}{R_L + (\mathbf{1} + \boldsymbol{\mu})R_1}$$

o que está de acordo com o resultado do Exemplo 18.6.

O circuito visto na Figura 18.57 é o circuito equivalente para transistores, mais usado atualmente (embora a maioria dos livros de eletrônica use círculos em vez de losangos para representar as fontes). Obviamente, é necessário conhecer suas características e ter habilidade em usá-las. Observe que existem duas fontes dependentes, uma de tensão e outra de corrente, cada uma controlada por variáveis na configuração.

EXEMPLO 18.13

Determine o circuito equivalente de Thévenin para os terminais indicados no circuito visto na Figura 18.57.

Solução: Aplique o segundo método apresentado nessa seção.

$\mathbf{E}_{Th}$

$$\mathbf{E}_{oc} = \mathbf{V}_2$$

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{V}_i - k_1\mathbf{V}_2}{R_1} = \frac{\mathbf{V}_i - k_1\mathbf{E}_{oc}}{R_1}$$

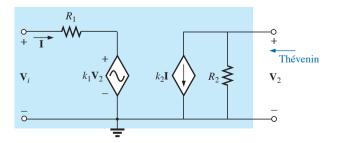



Figura 18.57 Exemplo 18.13: circuito equivalente de um transistor.

e $$\mathbf{E}_{oc} = -k_2\mathbf{I}R_2 = -k_2R_2\left(\frac{\mathbf{V}_i - k_1\mathbf{E}_{oc}}{R_1}\right)$$
$$= \frac{-k_2R_2\mathbf{V}_i}{R_1} + \frac{k_1k_2R_2\mathbf{E}_{oc}}{R_1}$$

ou $$\mathbf{E}_{oc}\left(1 - \frac{k_1k_2R_2}{R_1}\right) = \frac{-k_2R_2\mathbf{V}_i}{R_1}$$

e $$\mathbf{E}_{oc}\left(\frac{R_1 - k_1k_2R_2}{\cancel{R_1}}\right) = \frac{-k_2R_2\mathbf{V}_i}{\cancel{R_1}}$$

assim $$\mathbf{E}_{oc} = \frac{-k_2R_2\mathbf{V}_i}{R_1 - k_1k_2R_2} = \mathbf{E}_{Th} \quad (18.5)$$

$\mathbf{I}_{sc}$. Para o circuito visto na Figura 18.58, onde:

$$\mathbf{V}_2 = 0 \qquad k_1\mathbf{V}_2 = 0 \qquad \mathbf{I} = \frac{\mathbf{V}_i}{R_1}$$

e $$\mathbf{I}_{sc} = -k_2\mathbf{I} = \frac{-k_2\mathbf{V}_i}{R_1}$$

assim $$\mathbf{Z}_{Th} = \frac{\mathbf{E}_{oc}}{\mathbf{I}_{sc}} = \frac{\dfrac{-k_2R_2\mathbf{V}_i}{R_1 - k_1k_2R_2}}{\dfrac{-k_2\mathbf{V}_i}{R_1}}$$

e $$\mathbf{Z}_{Th} = \frac{R_1R_2}{R_1 - k_1k_2R_2} \quad (18.6)$$

A aproximação $k_1 \cong 0$ é usada com frequência. Então, a tensão e a impedância de Thévenin são, respectivamente,

$$\mathbf{E}_{Th} = \frac{-k_2R_2\mathbf{V}_i}{R_1} \quad k_1 = 0 \quad (18.7)$$

$$\mathbf{Z}_{Th} = R_2 \quad k_1 = 0 \quad (18.8)$$

Aplicando $\mathbf{Z}_{Th} = \mathbf{E}_g/\mathbf{I}_g$ ao circuito da Figura 18.59, temos

$$\mathbf{I} = \frac{-k_1\mathbf{V}_2}{R_1}$$

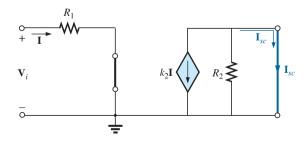



Figura 18.58 Determinação de $\mathbf{I}_{sc}$ para circuito visto na Figura 18.57.

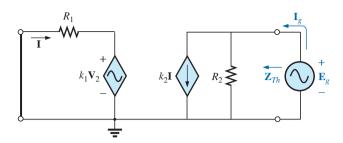



Figura 18.59 Determinação de $\mathbf{Z}_{Th}$ usando $\mathbf{Z}_{Th} = \mathbf{E}_g/\mathbf{I}_g$.

Porém, $$\mathbf{V}_2 = \mathbf{E}_g$$

assim $$\mathbf{I} = \frac{-k_1\mathbf{E}_g}{R_1}$$

Aplicado a lei de Kirchhoff para correntes, temos:

$$\mathbf{I}_g = k_2\mathbf{I} + \frac{\mathbf{E}_g}{R_2} = k_2\left(-\frac{k_1\mathbf{E}_g}{R_1}\right) + \frac{\mathbf{E}_g}{R_2}$$
$$= \mathbf{E}_g\left(\frac{1}{R_2} - \frac{k_1k_2}{R_1}\right)$$

e $$\frac{\mathbf{I}_g}{\mathbf{E}_g} = \frac{R_1 - k_1k_2R_2}{R_1R_2}$$

ou $$\mathbf{Z}_{Th} = \frac{\mathbf{E}_g}{\mathbf{I}_g} = \frac{R_1R_2}{R_1 - k_1k_2R_2}$$

conforme obtido anteriormente.

Os dois últimos métodos apresentados nessa seção foram aplicados somente a circuitos nos quais a intensidade das fontes controladas dependia de uma variável do circuito para o qual o equivalente de Thévenin foi obtido. Entenda que esses métodos também podem ser aplicados a qualquer circuito CC ou CA, com fontes senoidais, que contenha apenas fontes independentes ou fontes dependentes do outro tipo.

18.4 TEOREMA DE NORTON

Os três métodos descritos para determinar o circuito equivalente de Thévenin serão adaptados para permitir o uso do **teorema de Norton**. Como as impedâncias de Thévenin e de Norton são iguais para o mesmo circuito, certas partes da discussão serão muito parecidas com as da seção anterior. Consideraremos, em primeiro lugar, fontes independentes e a abordagem desenvolvida no Capítulo 9, seguido das fontes dependentes e das novas técnicas desenvolvidas para o teorema de Thévenin.

Lembre-se de que vimos no Capítulo 9 que o teorema de Norton permite substituir qualquer circuito CA linear bilateral de dois terminais por um circuito equivalente

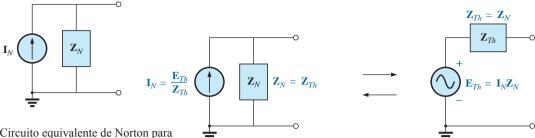



Figura 18.60 Circuito equivalente de Norton para circuitos CA.

Figura 18.61 Conversão entre os circuitos equivalentes de Thévenin e de Norton.

constituído por uma fonte de corrente e de impedância em paralelo, como mostra a Figura 18.60.

O circuito equivalente de Norton, assim como o circuito equivalente de Thévenin, é válido apenas para uma frequência determinada, pois as reatâncias dependem da frequência.

Fontes independentes

O procedimento descrito a seguir para obter o circuito equivalente de Norton de um circuito CA senoidal sofre apenas uma modificação em relação ao procedimento apresentado no Capítulo 9: a substituição do termo *resistência* por *impedância*.

1. *Remova a parte do circuito para a qual o circuito equivalente de Norton deve ser obtido.*
2. *Assinale claramente (°,•, ou outro sinal) os dois terminais do circuito resultante.*
3. *Calcule Z_N, anulando primeiramente todas as fontes de tensão e de corrente (substituindo-as por curtos--circuitos e circuitos abertos, respectivamente) e obtendo em seguida a impedância resultante entre os dois terminais assinalados.*
4. *Calcule I_N primeiro, recolocando as fontes de tensão e de corrente no circuito e depois calculando a corrente de curto-circuito entre os terminais assinalados.*
5. *Desenhe o circuito equivalente de Norton com a parte do circuito previamente removida colocada entre os terminais do circuito equivalente de Norton.*

Os circuitos equivalentes de Norton e de Thévenin podem ser determinados um a partir do outro ao se usar a conversão mostrada na Figura 18.61. Esse método pode ser aplicado a qualquer circuito equivalente de Norton ou de Thévenin obtido a partir de um circuito com qualquer combinação de fontes independentes ou dependentes.

EXEMPLO 18.14

Determine o circuito equivalente de Norton para a parte externa ao resistor de 6 Ω no circuito visto na Figura 18.62.

Solução:

Passos 1 e *2* (veja a Figura 18.63):

$$\mathbf{Z}_1 = R_1 + jX_L = 3\ \Omega + j\ 4\ \Omega = 5\ \Omega\ \angle 53{,}13°$$
$$\mathbf{Z}_2 = -jX_C = -j\ 5\ \Omega$$

Passo 3 (veja a Figura 18.64):

$$\mathbf{Z}_N = \frac{\mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_2}{\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2} = \frac{(5\ \Omega\ \angle 53{,}13°)(5\ \Omega\ \angle -90°)}{3\ \Omega + j\ 4\ \Omega - j\ 5\ \Omega}$$
$$= \frac{25\ \Omega\ \angle -36{,}87°}{3 - j\ 1} = \frac{25\ \Omega \angle -36{,}87°}{3{,}16 \angle -18{,}43°}$$
$$= 7{,}91\ \Omega \angle -18{,}44° = \mathbf{7{,}50\ \Omega - j\ 2{,}50\ \Omega}$$

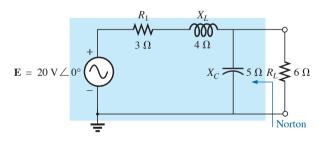



Figura 18.62 Exemplo 18.14.

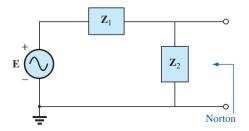



Figura 18.63 Definição dos blocos de impedâncias para o circuito visto na Figura 18.62.

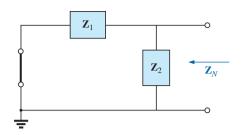



Figura 18.64 Determinação da impedância de Norton para o circuito visto na Figura 18.62.

Passo 4 (veja a Figura 18.65):

$$\mathbf{I}_N = \mathbf{I}_1 = \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{Z}_1} = \frac{20 \text{ V} \angle 0°}{5\ \Omega \angle 53{,}13°} = \mathbf{4\ A\ \angle -53{,}13°}$$

Passo 5: O circuito equivalente de Norton é mostrado na Figura 18.66.

EXEMPLO 18.15

Obtenha o circuito equivalente de Norton para o circuito externo à reatância capacitiva de 7 Ω do circuito visto na Figura 18.67.

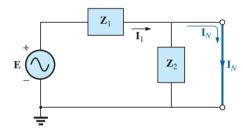



Figura 18.65 Determinação de $\mathbf{I}_N$ no circuito visto na Figura 18.62.

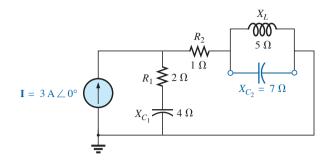



Figura 18.67 Exemplo 18.15.

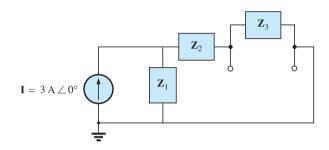



Figura 18.68 Definição dos blocos de impedância para o circuito visto na Figura 18.67.

Solução:

Passos 1 e *2* (veja a Figura 18.68):

$$\mathbf{Z}_1 = R_1 - jX_{C_1} = 2\ \Omega - j\,4\ \Omega$$
$$\mathbf{Z}_2 = R_2 = 1\ \Omega$$
$$\mathbf{Z}_3 = +jX_L = j\,5\ \Omega$$

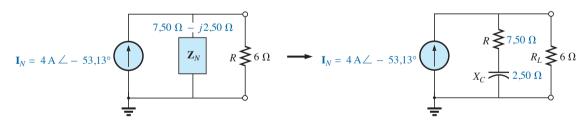



Figura 18.66 Circuito equivalente de Norton para o circuito visto na Figura 18.62.

Passo 3 (veja a Figura 18.69):

$$\mathbf{Z}_N = \frac{\mathbf{Z}_3(\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2)}{\mathbf{Z}_3 + (\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2)}$$

$$\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2 = 2\ \Omega - j\,4\ \Omega + 1\ \Omega = 3\ \Omega - j\,4\ \Omega = 5\ \Omega \angle -53{,}13°$$

$$\mathbf{Z}_N = \frac{(5\ \Omega \angle 90°)(5\ \Omega \angle -53{,}13°)}{j\,5\ \Omega + 3\ \Omega - j\,4\ \Omega} = \frac{25\ \Omega \angle 36{,}87°}{3 + j\,1} = \frac{25\ \Omega \angle 36{,}87°}{3{,}16\ \angle +18{,}43°}$$

$$\mathbf{Z}_N = 7{,}91\ \Omega \angle 18{,}44° = \mathbf{7{,}50\ \Omega + j\,2{,}50\ \Omega}$$

Solução na calculadora. Efetuando os cálculos acima usando uma calculadora TI-89, obtemos a sequência mostrada na Figura 18.70.

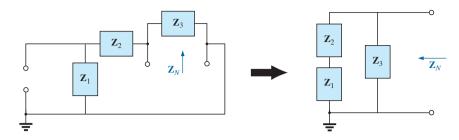



Figura 18.69 Determinação da impedância de Norton para o circuito visto na Figura 18.67.

Figura 18.70 Determinação de $\mathbf{Z}_N$ para o circuito visto na Figura 18.67.

Passo 4 (veja a Figura 18.71):

$$\mathbf{I}_N = \mathbf{I}_1 = \frac{\mathbf{Z}_1\mathbf{I}}{\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2} \quad \text{(regra do divisor de corrente)}$$
$$= \frac{(2\,\Omega - j\,4\,\Omega)(3\text{ A})}{3\,\Omega - j\,4\,\Omega} = \frac{6\text{ A} - j\,12\text{ A}}{5\,\angle -53{,}13^\circ}$$
$$= \frac{13{,}4\text{ A}\,\angle -63{,}43^\circ}{5\,\angle -53{,}13^\circ}$$
$$\mathbf{I}_N = \mathbf{2{,}68\text{ A}\,\angle -10{,}3^\circ}$$

Passo 5: O circuito equivalente de Norton é mostrado na Figura 18.72.

EXEMPLO 18.16

Obtenha o circuito equivalente de Thévenin para o circuito externo à reatância capacitiva de 7 Ω do circuito visto na Figura 18.67.

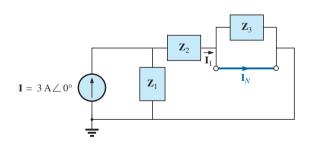



Figura 18.71 Determinação de $\mathbf{I}_N$ no circuito visto na Figura 18.67.

Solução:

Usando a conversão entre fontes (veja a Figura 18.73), obtemos

$$\mathbf{Z}_{Th} = \mathbf{Z}_N = \mathbf{7{,}50\,\Omega + j\,2{,}50\,\Omega}$$
$$\mathbf{E}_{Th} = \mathbf{I}_N\mathbf{Z}_N = (2{,}68\text{ A}\,\angle -10{,}3^\circ)(7{,}91\,\Omega\,\angle 18{,}44^\circ)$$
$$= \mathbf{21{,}2\text{ V}\angle 8{,}14^\circ}$$

O circuito equivalente de Thévenin é mostrado na Figura 18.74.

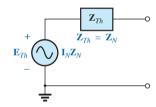



Figura 18.73 Determinação do circuito equivalente de Thévenin para o circuito equivalente de Norton visto na Figura 18.72.

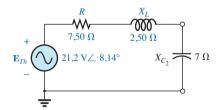



Figura 18.74 Circuito equivalente de Thévenin para o circuito visto na Figura 18.67.

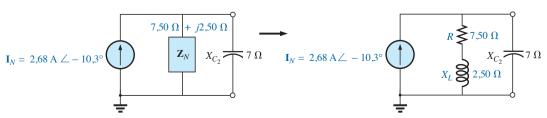



Figura 18.72 Circuito equivalente de Norton para o circuito visto na Figura 18.67.

Fontes dependentes

Assim como no caso do teorema de Thévenin, *fontes dependentes, nas quais a variável de controle não é determinada pelo circuito,* para o qual desejamos obter o equivalente de Norton não produzem alterações no procedimento descrito anteriormente.

No caso de fontes dependentes do outro tipo, um dos métodos a seguir tem de ser aplicado. Esses dois métodos também podem ser aplicados a circuitos com qualquer combinação de fontes independentes e dependentes que não sejam controladas pela parte do circuito que está sendo investigada.

O circuito equivalente de Norton aparece na Figura 18.75(a). Na Figura 18.75(b), vemos que:

$$\mathbf{I}_{sc} = \mathbf{I}_N \tag{18.9}$$

e, na Figura 18.75(c), que:

$$\mathbf{E}_{OC} = \mathbf{I}_N \mathbf{Z}_N$$

Isolando, $\mathbf{Z}_N$, temos:

$$\mathbf{Z}_N = \frac{\mathbf{E}_{oc}}{\mathbf{I}_N}$$

e

$$\mathbf{Z}_N = \frac{\mathbf{E}_{oc}}{\mathbf{I}_{sc}} \tag{18.10}$$

A impedância de Norton também pode ser determinada aplicando uma fonte de tensão $\mathbf{E}_g$ aos terminais de interesse e calculando a corrente $\mathbf{I}_g$ resultante, como mostra a Figura 18.76 Todas as fontes independentes e dependentes que não forem controladas por uma variável no circuito de interesse devem ser anuladas, e:

$$\mathbf{Z}_N = \frac{\mathbf{E}_g}{\mathbf{I}_g} \tag{18.11}$$

Nesse último método, a corrente de Norton também é dada pela corrente de curto-circuito.

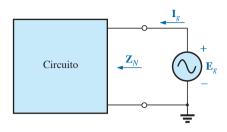



Figura 18.76 Determinação da impedância de Norton usando $\mathbf{Z}_N = \mathbf{E}_g/\mathbf{I}_g$.

EXEMPLO 18.17

Usando os dois métodos descritos para fontes dependentes, obtenha o circuito equivalente de Norton para o circuito visto na Figura 18.77.

Solução:

$\boldsymbol{I}_N$. Em cada método, $\boldsymbol{I}_N$ é determinado da mesma maneira. A partir da Figura 18.78 e usando a lei de Kirchhoff para correntes, temos:

$$0 = \mathbf{I} + h\mathbf{I} + \mathbf{I}_{sc}$$

ou

$$\mathbf{I}_{sc} = -(1 + h)\mathbf{I}$$

Aplicando a lei de Kirchhoff para tensões, obtemos:

$$\mathbf{E} + \mathbf{I}R_1 - \mathbf{I}_{sc}R_2 = 0$$

e

$$\mathbf{I}R_1 = \mathbf{I}_{sc}R_2 - \mathbf{E}$$

ou

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{I}_{sc}R_2 - \mathbf{E}}{R_1}$$

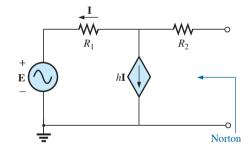



Figura 18.77 Exemplo 18.17.

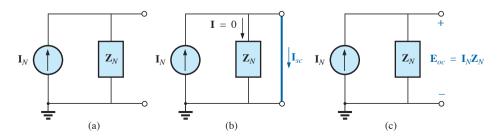



Figura 18.75 Método alternativo para determinar $\mathbf{Z}_N$.

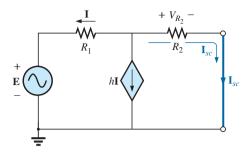



Figura 18.78 Determinação de $\mathbf{I}_{sc}$ para o circuito da Figura 18.77.

então $$\mathbf{I}_{sc} = -(1+h)\mathbf{I} = -(1+h)\left(\frac{\mathbf{I}_{sc}R_2 - \mathbf{E}}{R_1}\right)$$

ou $$R_1\mathbf{I}_{sc} = -(1+h)\mathbf{I}_{sc}R_2 + (1+h)\mathbf{E}$$

$$\mathbf{I}_{sc}[R_1 + (1+h)R_2] = (1+h)\mathbf{E}$$

$$\mathbf{I}_{sc} = \frac{(1+h)\mathbf{E}}{R_1 + (1+h)R_2} = \mathbf{I}_N$$

$\mathbf{Z}_N$

Método 1: $\mathbf{E}_{oc}$ é obtida a partir do circuito mostrado na Figura 18.79. De acordo com a lei de Kirchhoff para correntes,

$$0 = \mathbf{I} + h\mathbf{I} \qquad \text{ou} \qquad \mathbf{1}(h+1) = 0$$

Como h é uma constante positiva, **I** deve ser igual a zero para satisfazer a equação acima. Portanto,

$$\mathbf{I} = 0 \qquad \text{e} \qquad h\mathbf{I} = 0$$

e $$\mathbf{E}_{OC} = \mathbf{E}$$

com $$\mathbf{Z}_N = \frac{\mathbf{E}_{oc}}{\mathbf{I}_{sc}} = \frac{\mathbf{E}}{\dfrac{(1+h)\mathbf{E}}{R_1 + (1+h)R_2}}$$

$$= \frac{R_1 + (1+h)R_2}{(1+h)}$$

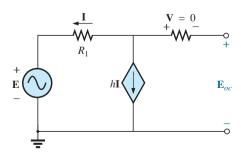



Figura 18.79 Determinação de $\mathbf{E}_{oc}$ para o circuito visto na Figura 18.77.

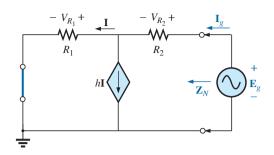



Figura 18.80 Determinação da impedância de Norton usando-se $\mathbf{Z}_N = \mathbf{E}_g/\mathbf{E}_g$.

Método 2: Observe a Figura 18.80. De acordo com a lei de Kirchhoff para correntes,

$$\mathbf{I}_g = \mathbf{I} + h\mathbf{I} = (\mathbf{I} + h)\mathbf{I}$$

De acordo com a lei de Kirchhoff para tensões,

$$\mathbf{E}_g - \mathbf{I}_g R_2 - \mathbf{I}R_1 = 0$$

ou $$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{E}_g - \mathbf{I}_g R_2}{R_1}$$

Substituindo, temos:

$$\mathbf{I}_g = (1+h)\mathbf{I} = (1+h)\left(\frac{\mathbf{E}_g - \mathbf{I}_g R_2}{R_1}\right)$$

e $$\mathbf{I}_g R_1 = (1+h)\mathbf{E}_g - (1+h)\mathbf{I}_g R_2$$

assim $$\mathbf{E}_g(1+h) = \mathbf{I}_g[R_1 + (1+h)R_2]$$

ou $$\mathbf{Z}_N = \frac{\mathbf{E}_g}{\mathbf{I}_g} = \frac{R_1 + (1+h)R_2}{1+h}$$

que está de acordo com o resultado anterior.

EXEMPLO 18.18

Obtenha o circuito equivalente de Norton para o circuito visto na Figura 18.57.

Solução: Por meio da conversão de fontes, temos:

$$\mathbf{I}_N = \frac{\mathbf{E}_{Th}}{\mathbf{Z}_{Th}} = \frac{\dfrac{-k_2R_2\mathbf{V}_i}{R_1 - k_1k_2R_2}}{\dfrac{R_1R_2}{R_1 - k_1k_2R_2}}$$

e $$\mathbf{I}_N = \frac{-k_2\mathbf{V}_i}{R_1} \tag{18.12}$$

que coincide com a expressão de $\mathbf{I}_{sc}$ determinada no Exemplo 18.13, e

$$\mathbf{Z}_N = \mathbf{Z}_{Th} = \frac{R_2}{1 - \dfrac{k_1 k_2 R_2}{R_1}} \quad (18.13)$$

Para $k_1 \cong 0$, temos:

$$\mathbf{I}_N = \frac{-k_2 \mathbf{V}_i}{R_1} \qquad k_1 = 0 \quad (18.14)$$

$$\mathbf{Z}_N = R_2 \qquad k_1 = 0 \quad (18.15)$$

18.5 TEOREMA DA MÁXIMA TRANSFERÊNCIA DE POTÊNCIA

Quando aplicado a circuitos CA, o **teorema da máxima transferência de potência** afirma que:

a potência fornecida por uma fonte a uma carga é máxima quando a impedância da carga é o conjugado da impedância de Thévenin entre os terminais da fonte.

Ou seja, no caso do circuito visto na Figura 18.81, para uma transferência máxima de potência para a carga,

$$Z_L = Z_{Th} \quad \text{e} \quad \theta_L = -\theta_{Th_Z} \quad (18.16)$$

ou, em forma retangular,

$$R_L = R_{Th} \quad \text{e} \quad \pm jX_{\text{carga}} = \mp jX_{Th} \quad (18.17)$$

As condições que acabamos de mencionar tornam a impedância total do circuito puramente resistivo, como indica a Figura 18.82:

$$\mathbf{Z}_T = (R \pm jX) + (R \mp jX)$$

e

$$\mathbf{Z}_T = 2R \quad (18.18)$$

Como o circuito é puramente resistivo, o fator de potência do circuito na condição de potência máxima é 1. Ou seja,

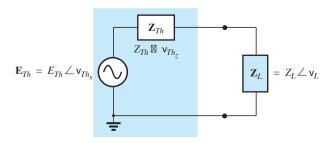



Figura 18.81 Definição das condições para a máxima transferência de potência a uma carga.

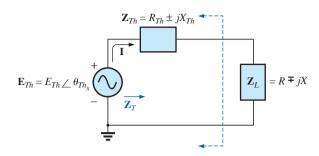



Figura 18.82 Condições para a máxima transferência de potência a $\mathbf{Z}_L$.

$$F_p = 1 \quad \text{(máxima transferência de potência)} \quad (18.19)$$

O módulo da corrente **I** no circuito visto na Figura 18.82 é

$$I = \frac{E_{Th}}{Z_T} = \frac{E_{Th}}{2R}$$

A potência máxima fornecida à carga é:

$$P_{\text{máx}} = I^2 R = \left(\frac{E_{Th}}{2R}\right)^2 R$$

e

$$P_{\text{máx}} = \frac{E_{Th}^2}{4R} \quad (18.20)$$

EXEMPLO 18.19

Determine a impedância da carga no circuito visto na Figura 18.83 para que a potência na carga seja máxima e calcule o valor dessa potência.

Solução:

Determinação de $\mathbf{Z}_{Th}$ [veja a Figura 18.84(a)]:

$$Z_1 = R - jX_C = 6\ \Omega - j\,8\ \Omega = 10\ \Omega \angle -53{,}13°$$

$$Z_2 = +jX_L = j\,8\ \Omega$$

$$\mathbf{Z}_{Th} = \frac{\mathbf{Z}_1 \mathbf{Z}_2}{\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2} = \frac{(10\ \Omega \angle -53{,}13°)(8\ \Omega \angle 90°)}{6\ \Omega - j\,8\ \Omega + j\,8\ \Omega}$$

$$= \frac{80\ \Omega \angle 36{,}87°}{6 \angle 0°}$$

$$= 13{,}33\ \Omega \angle 36{,}87° = 10{,}66\ \Omega + j\,8\ \Omega$$

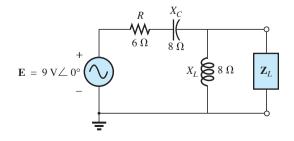



Figura 18.83 Exemplo 18.19.

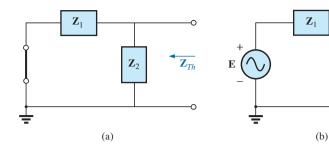



Figura 18.84 Determinação de (a) $\mathbf{Z}_{Th}$ e (b) $\mathbf{E}_{Th}$ para o circuito externo à carga na Figura 18.83.

e $\quad \mathbf{Z}_L = 13{,}3\ \Omega\ \angle -36{,}87° = \mathbf{10{,}66\ \Omega - \mathit{j}\,8\ \Omega}$

Para determinar a potência máxima, temos de determinar primeiro $\mathbf{E}_{Th}$ (veja a Figura 18.84(b)) da seguinte maneira:

$$\mathbf{E}_{Th} = \frac{\mathbf{Z}_2\mathbf{E}}{\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_1} \qquad \text{(regra do divisor de tensão)}$$

$$= \frac{(8\ \Omega\ \angle 90°)(9\ \text{V}\ \angle 0°)}{j\,8\ \Omega + 6\ \Omega - j\,8\ \Omega} = \frac{72\ \text{V}\ \angle 90°}{6\ \angle 0°}$$

$$= 12\ \text{V}\ \angle 90°$$

Então $\quad P_{\text{máx}} = \dfrac{E_{Th}^2}{4R} = \dfrac{(12\ \text{V})^2}{4(10{,}66\ \Omega)} = \dfrac{144}{42{,}64}$

$$= \mathbf{3{,}38\ W}$$

EXEMPLO 18.20

Calcule a impedância da carga no circuito visto na Figura 18.85 para a máxima potência na carga e determine o valor dessa potência.

Solução: Temos de encontrar primeiro $\mathbf{Z}_{Th}$ (veja a Figura 18.86).

$$\mathbf{Z}_1 = +j\,X_L = j\,9\ \Omega \qquad \mathbf{Z}_2 = R = 8\Omega$$

Convertendo de uma configuração Δ para uma configuração Y (veja a Figura 18.87), temos:

$$\mathbf{Z}'_1 = \frac{\mathbf{Z}_1}{3} = j\,3\ \Omega \qquad \mathbf{Z}_2 = 8\ \Omega$$

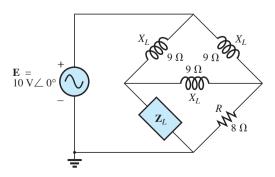



Figura 18.85 Exemplo 18.20.

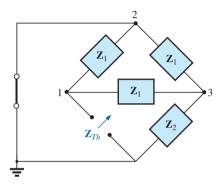



Figura 18.86 Definição dos blocos de impedâncias para o circuito visto na Figura 18.85.

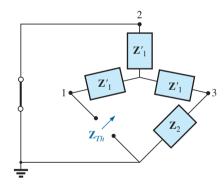



Figura 18.87 Substituição do circuito Δ, na parte superior do circuito visto na Figura 18.86, pelo circuito Y equivalente.

A partir do circuito redesenhado (veja a Figura 18.88), temos

$$\mathbf{Z}_{Th} = \mathbf{Z}'_1 + \frac{\mathbf{Z}'_1(\mathbf{Z}'_1 + \mathbf{Z}_2)}{\mathbf{Z}'_1 + (\mathbf{Z}'_1 + \mathbf{Z}_2)}$$

$$= j\,3\ \Omega + \frac{3\ \Omega\ \angle 90°\ (j\,3\ \Omega + 8\ \Omega)}{j\,6\ \Omega + 8\ \Omega}$$

$$= j\,3 + \frac{(3\ \angle 90°)(8{,}54\ \angle 20{,}56°)}{10\ \angle 36{,}87°}$$

$$= j\,3 + \frac{25{,}62\ \angle 110{,}56°}{10\ \angle 36{,}87°} = j\,3 + 2{,}56\ \angle 73{,}69°$$

$$= j\,3 + 0{,}72 + j\,2{,}46$$

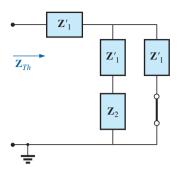



Figura 18.88 Determinação de $\mathbf{Z}_{Th}$ para o circuito visto na Figura 18.85.

$$\mathbf{Z}_{Th} = 0{,}72\ \Omega + j\,5{,}46\ \Omega$$

e $$\mathbf{Z}_L = \mathbf{0{,}72\ \Omega - j\,5{,}46\ \Omega}$$

Para calcular $\mathbf{E}_{Th}$, use o circuito modificado da Figura 18.89 com a fonte de tensão recolocada na posição original. Como $I_1 = 0$, $\mathbf{E}_{Th}$ é a tensão entre os terminais da associação em série das impedâncias $\mathbf{Z}'_2$ e $\mathbf{Z}_2$. Usando a regra dos divisores de tensão, temos:

$$\mathbf{E}_{Th} = \frac{(\mathbf{Z}'_1 + \mathbf{Z}_2)\mathbf{E}}{\mathbf{Z}'_1 + \mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}'_1} = \frac{(j\,3\ \Omega + 8\ \Omega)(10\ \text{V}\ \angle 0°)}{8\ \Omega + j\,6\ \Omega}$$
$$= \frac{(8{,}54\ \angle 20{,}56°)(10\ \text{V}\ \angle 0°)}{10\ \angle 36{,}87°}$$
$$\mathbf{E}_{Th} = 8{,}54\ \text{V}\ \angle -16{,}31°$$

e $$P_{\text{máx}} = \frac{E_{Th}^2}{4R} = \frac{(8{,}54\ \text{V})^2}{4(0{,}72\ \Omega)} = \frac{72{,}93}{2{,}88}\ \text{W}$$
$$= \mathbf{25{,}32\ W}$$

Se a resistência de carga for ajustável, mas o módulo da reatância não puder ser ajustado de modo a se tornar igual ao da reatância de Thévenin, a potência *que pode ser fornecida* à carga será máxima quando a resistência da carga tiver o seguinte valor:

$$R_L = \sqrt{R_{Th}^2 + (X_{Th} + X_{\text{carga}})^2} \qquad (18.21)$$

conforme derivado no Apêndice F.

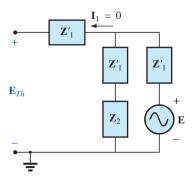



Figura 18.89 Cálculo da tensão de Thévenin para o circuito visto na Figura 18.85.

Na Equação 18.21, cada reatância leva um sinal positivo se for indutiva e um sinal negativo se for capacitiva.

A potência fornecida é dada por

$$P = E_{Th}^2/4R_{\text{av}} \qquad (18.22)$$

onde $$R_{\text{av}} = \frac{R_{Th} + R_L}{2} \qquad (18.23)$$

A dedução das equações acima é fornecida no Apêndice F. O exemplo a seguir ilustrará o seu uso.

EXEMPLO 18.21

Considerando o circuito visto na Figura 18.90:

a) Determine o valor de R_L para que a potência na carga seja máxima se a reatância da carga for fixada em 4 Ω.
b) Calcule a potência fornecida à carga nas condições do item (a).
c) Calcule o maior valor possível para a potência fornecida à carga, caso a reatância da carga seja ajustável e possa assumir qualquer valor, e compare com o resultado do item (b).

Soluções:

a) Equação 18.21: $$R_L = \sqrt{R_{Th}^2 + (X_{Th} + X_{\text{carga}})^2}$$
$$= \sqrt{(4\ \Omega)^2 + (7\ \Omega - 4\ \Omega)^2}$$
$$= \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25}$$
$$R_L = \mathbf{5\ \Omega}$$

b) Equação 18.23: $$R_{\text{av}} = \frac{R_{Th} + R_L}{2} = \frac{4\ \Omega + 5\ \Omega}{2}$$
$$= \mathbf{4{,}5\ \Omega}$$

Equação 18.22: $$P = \frac{E_{Th}^2}{4R_{\text{av}}}$$
$$= \frac{(20\ \text{V})^2}{4(4{,}5\ \Omega)} = \frac{400}{18}\ \text{W}$$
$$\cong \mathbf{22{,}22\ W}$$

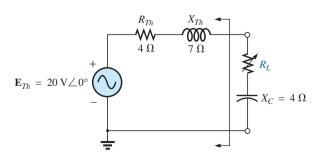



Figura 18.90 Exemplo 18.21.

c. Para $\mathbf{Z}_L = 4\ \Omega - j\,7\ \Omega$,

$$P_{\text{max}} = \frac{E_{Th}^2}{4R_{Th}} = \frac{(20\ \text{V})^2}{4(4\ \Omega)} = \mathbf{25\ W}$$

um valor que excede o calculado no item (b) por 2,78 W.

18.6 TEOREMAS DA SUBSTITUIÇÃO, DA RECIPROCIDADE E DE MILLMAN

Conforme dito na introdução deste capítulo, os teoremas da **substituição**, da **reciprocidade** e de **Millman** não serão considerados detalhadamente. Após uma revisão do Capítulo 9, você poderá aplicar esses teoremas a circuitos de corrente alternada senoidais sem muita dificuldade. Alguns problemas que fazem uso desses teoremas aparecem no final deste capítulo.

18.7 APLICAÇÕES

Sistemas eletrônicos

Um dos benefícios na análise de sistemas eletrônicos é que o teorema da superposição pode ser aplicado de maneira que as análises de corrente contínua e alternada possam ser feitas separadamente. A análise de um sistema de corrente contínua afeta a resposta em corrente alternada, mas cada uma das análises representa um processo distinto. Embora os sistemas eletrônicos não tenham sido investigados neste livro, diversos pontos importantes podem ser destacados de modo a sustentar algumas das teorias apresentadas neste capítulo, como também em capítulos anteriores; assim, a inclusão dessa descrição é totalmente válida aqui. Considere o circuito mostrado na Figura 18.91, que é um amplificador transistorizado e uma fonte com uma resistência interna de 800 Ω. Observe que cada componente do projeto foi isolado por uma caixa sombreada para ressaltar o fato de que cada um tem de ser cuidadosamente considerado em qualquer projeto bem dimensionado.

Conforme mencionado anteriormente, a análise pode ser separada em duas partes: análise CC e análise CA. No caso da análise CC, os dois capacitores podem ser substituídos por circuitos abertos equivalentes (veja o Capítulo 10), resultando no isolamento do circuito amplificador, como mostra a Figura 18.92. Tendo conhecimento do fato de que V_{BE} é cerca de 0,7 V em corrente contínua para qualquer transistor polarizado adequadamente, a corrente de base, I_B, pode ser determinada usando a lei de Kirchhoff para tensões, como a seguir:

$$I_B = \frac{V_{R_B}}{R_B} = \frac{V_{CC} - V_{BE}}{R_B} = \frac{22\ \text{V} - 0{,}7\ \text{V}}{47\ \text{k}\Omega} = \mathbf{453{,}2\ \mu A}$$

No caso dos transistores, a corrente de coletor, I_C, está relacionada com a corrente de base por $I_C = \beta I_B$, e:

$$I_C = \beta I_B = (200)(453{,}2\ \mu\text{A}) = \mathbf{90{,}64\ mA}$$

Finalmente, por meio da lei de Kirchhoff para tensões, a tensão no coletor (que é igual à tensão coletor-emissor quando o emissor está aterrado) pode ser determinada da seguinte maneira:

$$V_C = V_{CE} = V_{CC} - I_C R_C = 22\ \text{V} - (90{,}64\ \text{mA})(100\ \Omega) = \mathbf{12{,}94\ V}$$

Portanto, para a análise CC,

$$I_B = \mathbf{453{,}2\ \mu A} \quad I_C = \mathbf{90{,}64\ mA} \quad V_{CE} = \mathbf{12{,}94\ V}$$

que define um ponto de operação CC para o transistor. Esse é um aspecto importante no projeto de circuitos eletrônicos, já que o ponto de operação CC tem efeito sobre o ganho CA de um circuito.

Agora, usando o teorema da superposição, podemos analisar o circuito, do ponto de vista CA, colocando todas

Figura 18.91 Amplificador transistorizado.

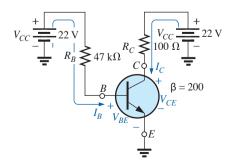



Figura 18.92 Equivalente CC do circuito transistorizado visto na Figura 18.91.

as fontes CC em zero (substituindo por conexões GND) e substituindo os dois capacitores por curtos-circuitos, como mostra a Figura 18.93. Essa substituição é válida porque, em 10 kHz (valor médio da resposta em frequência do ouvido humano), a reatância do capacitor é determinada por $X_C = 1/2\pi fC = 15{,}92\ \Omega$, que pode ser ignorado quando comparado com os resistores em série com a fonte de sinal e a carga. Em outras palavras, o capacitor desempenha a importante função de isolar o amplificador para a resposta em corrente contínua e 'fechar' o circuito para a resposta em corrente alternada.

O redesenho do circuito da maneira mostrada na Figura 18.94 permite uma investigação da sua resposta CA. Agora, o transistor foi substituído por um circuito equivalente que representa o comportamento do dispositivo. Esse processo é abordado em detalhes em um curso de eletrônica básica. Essa configuração do transistor apresenta uma impedância de entrada de 200 Ω e uma corrente da fonte de sinal cujo valor depende da corrente de base de entrada do circuito e do fator de amplificação, que para esse transistor é 200. O resistor de 47 kΩ em paralelo com a impedância de entrada de 200 Ω pode ser ignorado e, assim, a corrente de entrada I_i e a corrente de base I_b são determinadas por:

$$I_i \cong I_b = \frac{V_s}{R_s + R_i} = \frac{1\ \text{V}(p\text{-}p)}{800\ \Omega + 200\ \Omega}$$
$$= \frac{1\ \text{V}(p\text{-}p)}{1\ \text{k}\Omega} = 1\ \text{mA}(p\text{-}p)$$

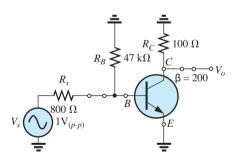



Figura 18.93 Equivalente CA do circuito transistorizado visto na Figura 18.91.

A corrente de coletor I_C é, então,

$$I_c = \beta I_b = (200)(1\ \text{mA}\ (p\text{-}p)) = 200\ \text{mA}\ (p\text{-}p)$$

e a tensão de saída V_o no resistor R_C é:

$$V_o = -I_c R_C = -(200\ \text{mA}\ (p\text{-}p))(100\ \Omega)$$
$$= -20\ \text{V}\ (p\text{-}p)$$

O ganho do sistema é:

$$A_v = \frac{V_o}{V_s} = \frac{-20\ \text{V}\ (p\text{-}p)}{1\ \text{V}\ (p\text{-}p)}$$
$$= \mathbf{-20}$$

onde o sinal de menos indica que existe uma diferença de fase de 180º entre a entrada e a saída.

18.8 ANÁLISE COMPUTACIONAL

PSpice

Teorema de Thévenin. Essa aplicação permite uma comparação dos métodos empregados para determinar o circuito equivalente de Thévenin para circuitos CC. O circuito visto na Figura 18.29 aparece na Figura 18.95, em que a tensão Thévenin de circuito aberto será determinada. A condição de circuito aberto é simulada usando-se um resistor de 1 T (1 milhão de MΩ). É necessária a colocação do resistor para estabelecer uma conexão entre o lado direito do indutor L_2 e GND — não se deve deixar nós flutuando nas simulações do OrCAD. Como são necessários o módulo e o ângulo da tensão, **VPRINT1** é inserido como mostra a Figura 18.95. A simulação é feita para **AC Sweep** em 1 kHz, sendo que, quando a janela **Orcad Capture** for obtida, os resultados que aparecem na Figura 18.96 serão obtidos da listagem do arquivo de saída a partir de **PSpice-View Output File**. O valor obtido para o módulo da tensão Thévenin é 5,187 V, bem próximo de 5,08 V, obtido no Exemplo 18.8, enquanto o ângulo de fase é –77,13º, que está próximo de –77,09º, obtido no mesmo exemplo — resultados que podem ser considerados excelentes.

Em seguida, será determinada a corrente de curto-circuito usando-se a opção **IPRINT**, como mostra a

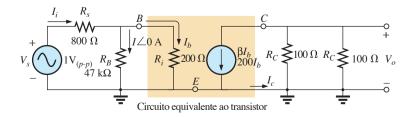



Figura 18.94 Circuito mostrado na Figura 18.93 após a substituição do transistor pelo seu circuito equivalente.

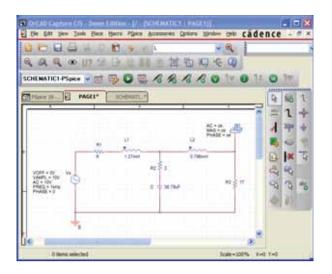



Figura 18.95 Uso do PSpice para determinar a tensão Thévenin de circuito aberto.

Figura 18.97, para determinar a impedância Thévenin. A resistência $R_{indutor}$ de 1 $\mu\Omega$ foi introduzida porque o PSpice não trata os indutores como elementos ideais; todos eles têm de ter uma resistência interna em série. Note que a corrente de curto-circuito passa diretamente pelo símbolo da impressora (**IPRINT**). A propósito, não é necessário fechar a janela **SCHEMATIC1** criada anteriormente para determinar a tensão Thévenin. Basta apagar **VPRINT1** e **R3**, e inserir **IPRINT**. Em seguida, faça uma nova simulação para obter os resultados vistos na Figura 18.98. O módulo da corrente de curto-circuito é 936,1 mA com um ângulo de –108,6º. A impedância Thévenin é, então, definida por

$$\mathbf{Z}_{Th} = \frac{\mathbf{E}_{Th}}{\mathbf{I}_{sc}} = \frac{5{,}187\ \text{V}\ \angle -77{,}13°}{936{,}1\ \text{mA}\ \angle -108{,}6°}$$
$$= 5{,}54\ \Omega\ \angle 31{,}47°$$

que é um valor bem próximo de 5,49 Ω ∠32,36º obtido no Exemplo 18.8.

VCVS. A próxima aplicação comprovará os resultados do Exemplo 18.12 e fornecerá um pouco de experiência prática no uso de fontes controladas (dependentes). O circuito visto na Figura 18.51, que possui uma **fonte de tensão controlada por tensão** (VCVS — *Voltage-Controlled Voltage Source*), tem o símbolo esquemático mostrado na Figura 18.99. Essa fonte aparece como **E** na biblioteca **ANALOG**, sendo **E1** a tensão de controle e **E** a tensão controlada. Na caixa de diálogo **Property Editor**, o parâmetro **GAIN** tem de ser alterado para 20, enquanto as colunas restantes podem ser deixadas como estão. Após selecionar **Display-Name and Value**, o botão **Apply** pode ser acionado e a caixa de diálogo fechada, o que fará com

** Profile: "SCHEMATIC1-Pspice 18-1" [C:\ICA12\PSpice\PSpice 18-1-PSpiceFiles\SCHEMATIC1\PSpice 18-1.sim]

**** AC ANALYSIS TEMPERATURE = 27.000 DEG C
****
***

FREQ	VM(N00235)	VP(N00235)
1.000E+03	5.187E+00	-7.713E+01

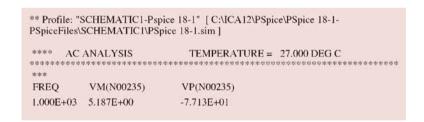



Figura 18.96 Arquivo de saída para a tensão Thévenin de circuito aberto para o circuito visto na Figura 18.95.

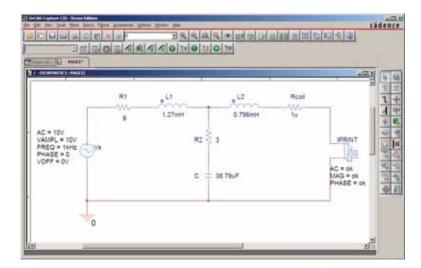



Figura 18.97 Uso do PSpice para determinar a corrente de curto-circuito.

```
** Profile: "SCHEMATIC1-PSpice 18-3"
[ C:\ICA11\PSpice\pspice 18-3-pspicefiles\schematic1\pspice 18-3.sim ]

****     AC ANALYSIS                    TEMPERATURE =   27.000 DEG C
******************************************************************************
***
FREQ           IM(V_PRINT1)          IP(V_PRINT1)
1.000E+03      9.361E-01             -1.086E+02
```

Figura 18.98 Arquivo de saída que mostra a corrente de curto-circuito para o circuito visto na Figura 18.97.

que o rótulo **GAIN** = **20** apareça próximo ao símbolo da fonte controlada. Observe atentamente o segundo símbolo GND inserido próximo de **E** para evitar a colocação de um longo fio até o primeiro GND, que poderia se sobrepor a outros elementos. No caso desse exercício, a fonte de corrente **ISRC** é usada porque tem uma seta em seu símbolo e o valor da frequência não é importante para essa análise, já que existem apenas elementos resistivos presentes. Na caixa de diálogo **Property Editor**, o valor de **AC** é ajustado em 5 mA, e o valor **DC** em 0 A; ambos serão mostrados na tela acionando **Display-Name and Value**. **VPRINT1** é configurada da mesma maneira que no exercício anterior. O resistor **Roc** (circuito aberto — *open circuit*) foi ajustado em um valor muito alto, de maneira que se pareça com um circuito aberto para o restante do circuito. **VPRINT1** fornece a tensão Thévenin para o circuito aberto entre os pontos de interesse. Fazendo a simulação no modo **AC Sweep** com uma frequência de 1 kHz, temos como resultado o arquivo de saída que aparece na Figura 18.100, revelando que a tensão Thévenin é 210 V $\angle 0°$. A substituição dos valores numéricos desse exemplo na equação obtida no Exemplo 18.12 confirma o resultado:

$$\mathbf{E}_{Th} = (1 + \mu)\mathbf{I}R_1 = (1 + 20)(5\text{ mA}\angle 0°)(2\text{ k}\Omega)$$
$$= \mathbf{210\ V\angle 0°}$$

A seguir, a corrente de curto-circuito tem de ser determinada usando-se a opção **IPRINT**. Note na Figura 18.101 que a única diferença entre esse circuito e aquele visto na Figura 18.102 é a substituição de **Roc** por **IPRINT** e a remoção de **VPRINT1**. Portanto, não há necessidade de redesenhar completamente o circuito. Basta fazer as alterações e realizar uma nova simulação. O resultado dessa nova simulação é, como mostra a Figura 18.102, uma corrente de 5 mA com um ângulo de 0º.

A razão entre esses dois valores obtidos nos fornece a impedância Thévenin:

$$\mathbf{Z}_{Th} = \frac{\mathbf{E}_{oc}}{\mathbf{I}_{sc}} = \frac{\mathbf{E}_{Th}}{\mathbf{I}_{sc}} = \frac{210\text{ V}\angle 0°}{5\text{ mA}\angle 0°} = \mathbf{42\ k\Omega}$$

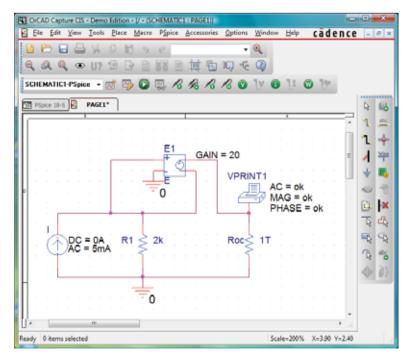



Figura 18.99 Uso do PSpice para determinar a tensão Thévenin de circuito aberto para o circuito mostrado na Figura 18.51.

```
** Profile: "SCHEMATIC1-PSpice 18-5"
[ C:\ICA11\PSpice\pspice 18-5-pspicefiles\schematic1\pspice 18-5.sim ]

****    AC ANALYSIS              TEMPERATURE =   27.000 DEG C
******************************************************************************
***
FREQ        VM(N01477)  VP(N01477)
1.000E+03   2.100E+02   0.000E+00
```

Figura 18.100 Arquivo de saída que mostra a tensão Thévenin de circuito aberto para o circuito visto na Figura 18.99.

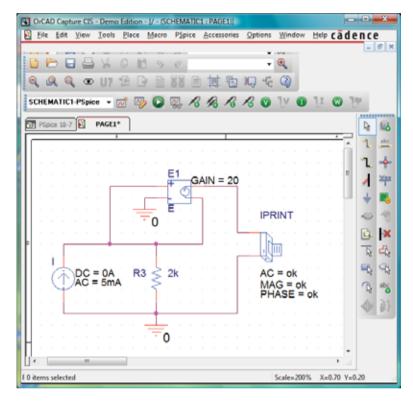



Figura 18.101 Uso do PSpice para determinar a corrente de curto-circuito para o circuito visto na Figura 18.51.

que também coincide com o resultado da solução manual obtida no Exemplo 18.12:

$$\mathbf{Z}_{Th} = (1 + \mu)R_1 = (1 + 20)2\ \text{k}\Omega$$
$$= (21)2\ \text{k}\Omega = \mathbf{42\ k\Omega}$$

Multisim

Superposição. Essa análise começa com o circuito visto na Figura 18.12 que aparece no Exemplo 18.4, pois ele possui duas fontes, uma CC e uma CA. Você verá que não é necessário especificar um tipo de análise para cada fonte. Quando o circuito é configurado, os níveis CC aparecem durante a simulação, e a resposta CA poderá ser encontrada a partir da opção **View**.

O esquema resultante aparece na Figura 18.103. A construção é muito simples usando-se os parâmetros da fonte CA definidos da seguinte forma: Na caixa de diálogo **Select a Component**, escolha **POWER SOURCES**, seguido por **AC_POWER**. Depois, defina **Voltage(RMS)** em 4 V e **AC Analysis Magnitude** em 4V, seguido por **Phase:** 0 Degrees; **AC Analysis Phase:** 0 Degrees; **Frequency (F):** 1 kHz; **Voltage Offset:** 0 V; e **Time Delay:** 0 Seconds. A tensão CC em R3 pode ser exibida usando-se a opção **Indicator** obtida com a seleção do botão **Place Indicator** que se parece com um número vermelho 8 em um circuito integrado. A opção **VOLTMETER_V** foi escolhida para que o sinal de mais da diferença de potencial estivesse diretamente acima do sinal de negativo.

Para realizar a análise, use a seguinte sequência para abrir a caixa de diálogo **AC Analysis**: **Simulate-Analyses-AC Analysis**. Na caixa de diálogo, use os seguintes valores sob o cabeçalho **Frequency Parameters**: **Start frequency:** 1 kHz; **Stop frequency:** 1 kHz; **Sweep Type:** Decade; **Number of points:** 1000; **Vertical scale:** Linear. Depois, desloque-se até a opção **Output** e selecione **V(4)** sob **Variables in circuit**, seguido por **Add**, para colocá-la

```
** Profile: "SCHEMATIC1-PSpice 18-7"  [ C:\ICA11\PSpice\pspice 18-7-
pspicefiles\schematic1\PSpice 18-7.sim ]

****    AC ANALYSIS              TEMPERATURE =   27.000 DEG C
******************************************************************************
***
FREQ        IM(V_PRINT2)      IP(V_PRINT2)
1.000E+03   5.000E-03         0.000E+00
```

Figura 18.102 Arquivo de saída mostrando a corrente de curto-circuito para o circuito visto na Figura 18.101.

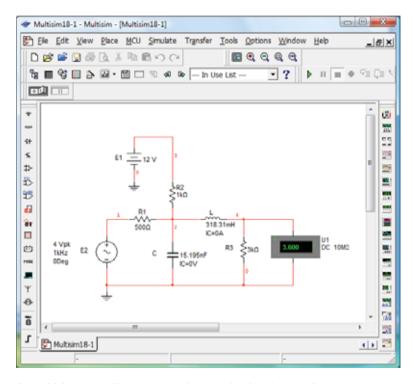



Figura 18.103 Uso do Multisim para aplicar a superposição ao circuito visto na Figura 18.12.

na coluna **Selected variables for analysis**. Mova quaisquer outras variáveis na lista selecionada de volta para a lista de variáveis usando a opção **Remove**. Em seguida, selecione **Simulate** e você obterá a resposta de **Grapher View** da Figura 18.104. Durante o processo de simulação, a solução CC de 3,6 V aparece na tela do voltímetro (um valor exatamente igual à solução manual). Existem dois gráficos na Figura 18.104: um do módulo em função da frequência e o outro da fase em função da frequência. Clique com o botão esquerdo para selecionar o gráfico superior e uma seta vermelha aparecerá na borda esquerda do gráfico. A seta revela qual gráfico está atualmente ativo. Para mudar o rótulo do eixo vertical de **Magnitude** para **Voltage (V)**, como mostra a Figura 18.104, selecione o botão **Properties** na barra de ferramentas no alto e escolha **Left Axis**. Em seguida, mude o rótulo para **Voltage (V)** seguido por **OK**; o rótulo aparecerá conforme mostra a figura. Em seguida, para ler os níveis indicados em cada gráfico com o máximo de precisão, selecione o botão **Show/Hide Cursor** na barra de ferramentas. O botão tem uma pequena senoide com dois marcadores verticais. O resultado é um conjunto de marcadores na borda esquerda de cada figura. Selecionando o marcador da borda esquerda do gráfico de tensão e movendo-o para 1 kHz, você poderá descobrir o valor da tensão na tabela correspondente. Observe que, a uma frequência de 1 kHz ou algo em torno desse valor, a tensão é 2,06 V, que é o valor exato da solução manual no Exemplo 18.4. Se depois disso você descer para o gráfico de fase, verá que, na mesma frequência, o ângulo de fase é –32,72, que é muito próximo do –32,74 da solução manual.

Portanto, em geral, os resultados correspondem de perto às soluções no Exemplo 18.4 usando técnicas que podem ser aplicadas a uma grande variedade de circuitos com fontes tanto CC quanto CA.

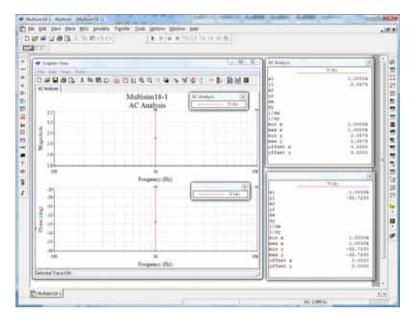



Figura 18.104 Resultados de saída da simulação do circuito visto na Figura 18.103.

PROBLEMAS

Seção 18.2 Teorema da superposição

1. Usando o teorema da superposição, determine a corrente na indutância X_L para os circuitos mostrados na Figura 18.105.
2. Usando o teorema da superposição, determine a corrente na capacitância X_C na Figura 18.106.
*3. Usando o teorema da superposição, determine a corrente $\mathbf{I}_L$ nos circuitos vistos na Figura 18.107.
*4. Usando o teorema da superposição, determine a expressão senoidal para a corrente i no circuito visto na Figura 18.108.

Figura 18.107 Problema 3.

Figura 18.105 Problema 1.

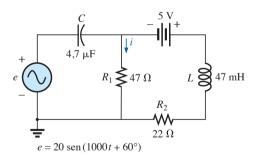



Figura 18.108 Problemas 4, 19 e 35.

Figura 18.106 Problema 2.

5. Usando o teorema da superposição, obtenha a expressão senoidal para a tensão v_C no circuito mostrado na Figura 18.109.
*6. Usando o teorema da superposição, calcule a corrente **I** no circuito visto na Figura 18.110.
7. Usando o teorema da superposição, calcule a corrente $\mathbf{I}_L$ ($h = 100$) no circuito visto na Figura 18.111.
8. Aplicando o teorema da superposição no circuito visto na Figura 18.112, determine a tensão $\mathbf{V}_L$ ($\mu = 20$).

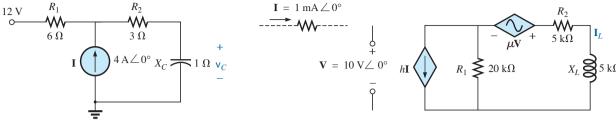



Figura 18.109 Problemas 5, 20, 36 e 50.

Figura 18.113 Problemas 9, 26 e 41.

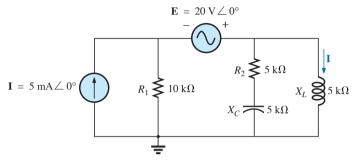



Figura 18.110 Problemas 6, 21, 37 e 51.

***9.** Usando o teorema da superposição, determine a corrente $\mathbf{I}_L$ no circuito visto na Figura 18.113, ($\mu = 20$; $h = 100$).

***10.** Determine $\mathbf{V}_L$ no circuito mostrado na Figura 18.114 ($h = 50$).

***11.** Calcule a corrente **I** no circuito visto na Figura 18.115.

12. Calcule a tensão $\mathbf{V}_s$ no circuito visto na Figura 18.116.

Seção 18.3 Teorema de Thévenin

13. Determine o circuito equivalente de Thévenin para a parte do circuito visto na Figura 18.117 externa aos elementos entre os pontos *a* e *b*.

14. Determine o equivalente de Thévenin para a parte do circuito visto na Figura 18.118 externa aos elementos entre os pontos *a* e *b*.

Figura 18.111 Problemas 7 e 24.

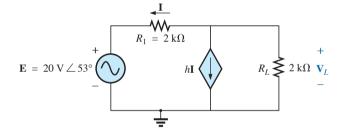



Figura 18.114 Problemas 10 e 27.

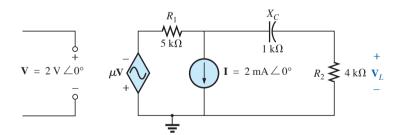



Figura 18.112 Problemas 8, 25 e 40.

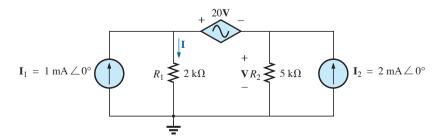



Figura 18.115 Problemas 11, 28 e 42.

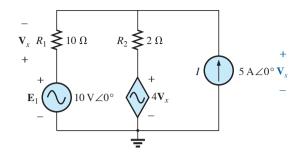



Figura 18.116 Problema 12.

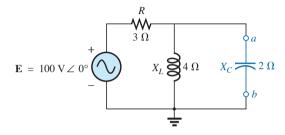



Figura 18.117 Problemas 13 e 30.

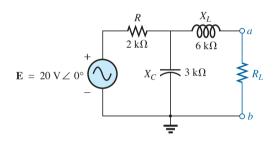



Figura 18.118 Problemas 14 e 49.

***15.** Determine o circuito equivalente de Thévenin para a parte do circuito visto na Figura 18.119 externa aos elementos entre os pontos *a* e *b*.

***16.** Determine o circuito equivalente de Thévenin para a parte do circuito visto na Figura 18.120 externa aos elementos entre os pontos *a* e *b*.

***17.** Determine o circuito equivalente de Thévenin para a parte do circuito visto na Figura 18.121 externa aos elementos entre os pontos *a* e *b*.

***18.** Determine o circuito equivalente de Thévenin para a parte do circuito visto na Figura 18.122 externa aos elementos entre os pontos *a* e *b*.

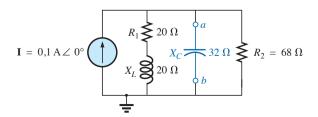



Figura 18.119 Problemas 15 e 31.

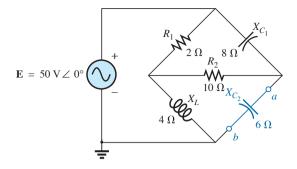



Figura 18.120 Problema 16.

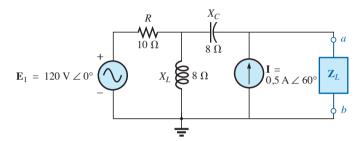



Figura 18.121 Problemas 17 e 32.

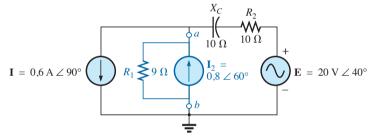



Figura 18.122 Problema 18.

***19. a)** Determine o circuito equivalente de Thévenin para a parte do circuito externa ao resistor R_1 da Figura 18.108.

b) Usando os resultados do item (a), determine a corrente *i* no mesmo circuito.

20. a) Determine o circuito equivalente de Thévenin para o circuito externo ao capacitor visto na Figura 18.109.

b) Usando os resultados do item (a), determine a tensão v_C no mesmo circuito.

***21. a)** Determine o circuito equivalente de Thévenin para o circuito externo ao indutor visto na Figura 18.110.

b) Usando os resultados da parte (a), determine a corrente **I** no mesmo circuito.

22. Determine o circuito equivalente de Thévenin para o circuito externo à reatância indutiva de 5 kΩ visto na Figura 18.123 (em função de **V**).

23. Determine o circuito equivalente de Thévenin para o circuito externo à reatância indutiva de 4 kΩ visto na Figura 18.124 (em função de **I**).

24. Determine o circuito equivalente de Thévenin para o circuito externo à reatância indutiva de 10 kΩ visto na Figura 18.111.

25. Determine o circuito equivalente de Thévenin para o circuito externo ao resistor de 4 kΩ visto na Figura 18.112.

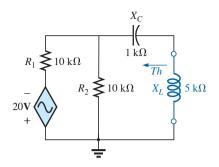



Figura 18.123 Problemas 22 e 38.

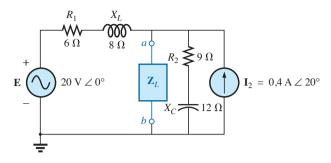



Figura 18.126 Problema 33.

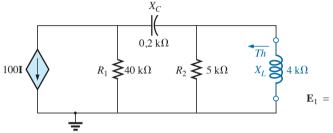



Figura 18.124 Problemas 23 e 39.

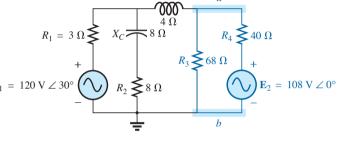



Figura 18.127 Problema 34.

***26.** Determine o circuito equivalente de Thévenin para o circuito externo à reatância indutiva de 5 k Ω visto na Figura 18.113.

***27.** Determine o circuito equivalente de Thévenin para o circuito externo ao resistor de 2 kΩ visto na Figura 18.114.

***28.** Determine o circuito equivalente de Thévenin para o circuito externo ao resistor de R_1 visto na Figura 18.115.

***29.** Determine o circuito equivalente de Thévenin para o circuito à esquerda dos terminais *a-a'* visto na Figura 18.125.

Seção 18.4 Teorema de Norton

30. Determine o circuito equivalente de Norton para o circuito externo aos elementos entre *a* e *b* para os circuitos vistos na Figura 18.117.

31. Obtenha o circuito equivalente de Norton para o circuito externo aos elementos entre *a* e *b* para os circuitos vistos na Figura 18.119.

32. Obtenha o circuito equivalente de Norton para o circuito externo aos elementos entre *a* e *b* para os circuitos vistos na Figura 18.121.

***33.** Determine o circuito equivalente de Norton para a parte do circuito visto na Figura 18.126 externa aos elementos entre os pontos *a* e *b*.

***34.** Determine o circuito equivalente de Norton para a parte do circuito visto na Figura 18.127 externa aos elementos entre os pontos *a* e *b*.

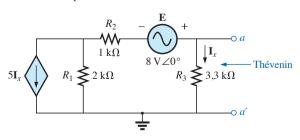



Figura 18.125 Problema 29.

***35. a)** Determine o circuito equivalente de Norton para o circuito externo ao resistor R_1 visto na Figura 18.108.
b) Usando os resultados do item (a), obtenha o valor da corrente *i* no mesmo circuito.

***36. a)** Obtenha o circuito equivalente de Norton para o circuito externo ao capacitor visto na Figura 18.109.
b) Usando os resultados do item (a), determine a tensão $\mathbf{V}_C$ no mesmo circuito.

***37. a)** Determine o circuito equivalente de Norton para o circuito externo ao indutor visto na Figura 18.110.
b) Usando os resultados do item (a), calcule a corrente **I** no mesmo circuito.

38. Determine o circuito equivalente de Norton para o circuito externo à reatância indutiva de 5 kΩ visto na Figura 18.123.

39. Determine o circuito equivalente de Norton para o circuito externo à reatância indutiva de 4 kΩ visto na Figura 18.124.

40. Obtenha o circuito equivalente de Norton para o circuito externo ao resistor de 4 kΩ visto na Figura 18.112.

***41.** Determine o circuito equivalente de Norton para o circuito externo à reatância indutiva de 5 kΩ, visto na Figura 18.113.

***42.** Determine o circuito equivalente de Norton para o circuito externo à fonte de corrente $\mathbf{I}_1$ visto na Figura 18.115.

***43.** Para o circuito visto na Figura 18.128, obtenha o circuito equivalente de Norton para a parte externa ao resistor de 2 kΩ.

Seção 18.5 Teorema da máxima transferência de potência

44. Obtenha a impedância de carga $\mathbf{Z}_L$ para o circuito visto na Figura 18.129 de maneira que a potência fornecida à carga seja máxima e calcule o valor dessa potência.

45. Obtenha a impedância de carga $\mathbf{Z}_L$ para os circuitos mostrados na Figura 18.130 de maneira que a potência fornecida à carga seja máxima e calcule o valor dessa potência.

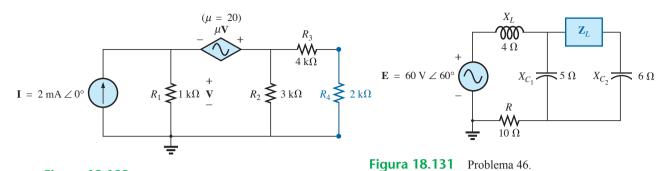



Figura 18.128 Problema 43.

Figura 18.131 Problema 46.

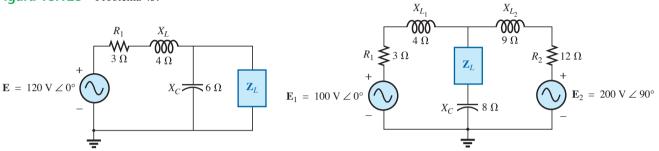



Figura 18.129 Problema 44.

Figura 18.132 Problema 47.

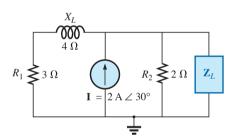



Figura 18.130 Problema 45.

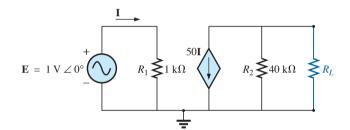



Figura 18.133 Problema 48.

***46.** Obtenha a impedância de carga $\mathbf{Z}_L$ para os circuitos mostrados na Figura 18.131 de maneira que a potência fornecida à carga seja máxima e calcule o valor dessa potência.

***47.** Obtenha a impedância de carga $\mathbf{Z}_L$ para os circuitos mostrados na Figura 18.132 de maneira que a potência fornecida à carga seja máxima e calcule o valor dessa potência.

48. Obtenha a impedância de carga R_L para o circuito visto na Figura 18.133 de maneira que a potência fornecida à carga seja máxima e calcule o valor dessa potência.

***49. a)** Determine a impedância de carga que, ao substituir o resistor R_L, visto no circuito mostrado na Figura 18.118, garanta a máxima potência na carga.

b) Usando os resultados do item (a), determine o valor da potência máxima na carga.

***50. a)** Determine a impedância de carga que, ao substituir o capacitor X_C no circuito visto na Figura 18.109, garanta a máxima potência na carga.

b) Usando os resultados do item (a), determine o valor da potência máxima na carga.

***51. a)** Determine a impedância de carga que, ao substituir o indutor X_L no circuito visto na Figura 18.110, garanta a máxima potência na carga.

b) Usando os resultados do item (a), determine o valor da potência máxima na carga.

52. a) Para o circuito visto na Figura 18.134, determine o valor de R_L que resulta em uma potência máxima na carga.

b) Usando os resultados do item (a), determine o valor da potência máxima fornecida à carga.

***53. a)** Para o circuito visto na Figura 18.135, calcule o valor da capacitância que garante uma potência máxima na carga se a capacitância está limitada à faixa de 1 nF a 10 nF.

b) Usando os resultados do item (a), determine o valor de R_L para garantir uma potência máxima na carga.

c) Usando os resultados dos itens (a) e (b), determine a potência máxima na carga.

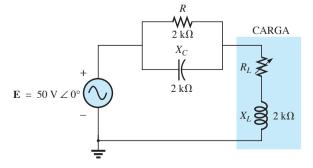



Figura 18.134 Problema 52.

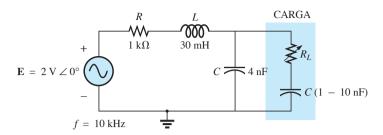



Figura 18.135 Problema 53.

Seção 18.6 Teoremas da substituição, da reciprocidade e de Millman

54. Para o circuito da Figura 18.136, determine dois ramos equivalentes aplicando o teorema da substituição ao ramo *a-b*.

55. **a)** Para o circuito visto na Figura 18.137(a), calcule a corrente **I**.

b) Repita o item (a) para o circuito visto na Figura 18.137(b).

c) Compare os resultados dos itens (a) e (b).

56. Utilizando o teorema de Millman, determine a corrente na reatância capacitiva de 4 kΩ vista na Figura 18.138.

Seção 18.8 Análise computacional

PSpice ou Multisim

57. Aplique o teorema da superposição no circuito visto na Figura 18.6. Ou seja, determine a corrente **I** fornecida por cada fonte e, em seguida, determine a corrente resultante.

***58.** Determine a corrente $\mathbf{I}_L$ para o circuito visto na Figura 18.22 usando o *schematics*.

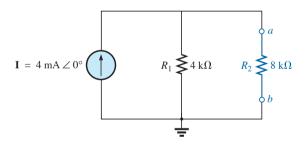



Figura 18.136 Problema 54.

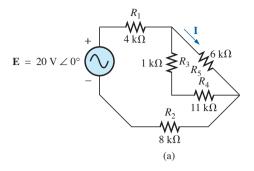
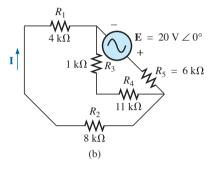



Figura 18.137 Problema 55.

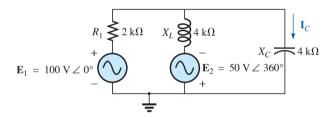



Figura 18.138 Problema 56.

***59.** Usando o *schematics*, determine $\mathbf{V}_2$ para o circuito visto na Figura 18.57, sendo $\mathbf{V}_i$ = 1 V ∠0º, R_1 = 0,5 kΩ, $k_1 = 3 \times 10^{-4}$, k_2 = 50 e R_2 = 20 kΩ.

***60.** Determine o circuito equivalente de Norton para o circuito visto na Figura 18.77 usando o *schematics*.

***61.** Usando o *schematics*, plote o gráfico da carga *R-C* visto na Figura 18.90 para os valores de R_L de 1 Ω a 10 Ω.

GLOSSÁRIO

Fonte de tensão controlada por tensão (VCVS): Fonte de tensão cujos parâmetros são controlados por uma tensão em outra parte do circuito.

Teorema da máxima transferência de potência: Teorema que determina a impedância de carga necessária para garantir que a potência na carga seja máxima.

Teorema da reciprocidade: Teorema segundo o qual, em circuitos com uma única fonte, o valor da corrente em qualquer ramo é igual ao valor da corrente no ramo em que ela inicialmente se localizava, se a fonte for colocada no ramo em que a corrente foi medida inicialmente.

Teorema da substituição: Teorema que estabelece que se conhecermos a corrente em qualquer ramo de um circuito CA bilateral e a tensão entre seus terminais, podemos substituí-lo por qualquer combinação de elementos que mantenha inalteradas a tensão e a corrente originais.

Teorema da superposição: Método de análise de circuitos que permite que consideremos os efeitos de cada fonte independentemente. A tensão e/ou corrente resultante é dada pela soma fasorial das correntes e/ou tensões produzidas individualmente pelas fontes.

Teorema de Millman: Método que emprega a conversão de fontes de tensão em fontes de corrente para determinar valores desconhecidos em circuitos de várias malhas.

Teorema de Norton: Teorema que possibilita a redução de qualquer circuito CA linear de dois terminais a um circuito composto de uma fonte de corrente e uma impedância em paralelo. A configuração resultante pode então ser usada para obter uma tensão ou uma corrente particular no circuito original ou para avaliar os efeitos de uma parte do circuito sobre uma variável qualquer.

Teorema de Thévenin: Teorema que possibilita a redução de qualquer circuito AC linear de dois terminais a um circuito constituído por uma fonte de tensão e uma impedância em série. A configuração resultante pode ser usada para obter uma corrente ou uma tensão particulares no circuito original ou para avaliar os efeitos de uma parte do circuito sobre uma determinada variável.

Potência (CA)

Objetivos

- Familiarizar-se com as diferenças entre as potências média, aparente e reativa, calculando cada uma para qualquer combinação de elementos resistivos e reativos.
- Entender que a energia dissipada por uma carga é a área sob a curva da potência pelo período de tempo de interesse.
- Entender como as potências real, aparente e reativa estão relacionadas em um circuito CA, e aprender como encontrar o valor total de cada uma em qualquer configuração.
- Entender o conceito da correção do fator de potência e aprender como aplicá-lo para melhorar as características dos terminais de uma carga.
- Compreender as perdas de energia em um sistema CA que não estão presentes sob condições CC.

19.1 INTRODUÇÃO

A discussão sobre potência no Capítulo 14 incluiu apenas a potência média ou a potência real fornecida a um circuito CA. Examinaremos agora a expressão da potência total de uma maneira um pouco diferente, e apresentaremos dois novos tipos de potência: **aparente** e **reativa**.

19.2 EQUAÇÃO GERAL

Em um sistema como o ilustrado na Figura 19.1, a potência fornecida a uma carga em qualquer instante é definida pelo produto da tensão aplicada pela corrente resultante. Ou seja,

$$p = vi$$

Nesse caso, como v e i são grandezas senoidais, podemos estabelecer um caso geral em que:

$$v = V_m \operatorname{sen}(\omega t + \theta)$$

e

$$i = I_m \operatorname{sen} \omega t$$

Essas expressões para v e i cobrem todas as possibilidades, pois, se a carga for puramente resistiva, $\theta = 0°$. Se a carga for puramente indutiva ou capacitiva, $\theta = 90º$ ou $\theta = -90º$, respectivamente. Nos circuitos indutivos, θ é positivo (v adiantada em relação a i), enquanto nos circuitos capacitivos, θ é negativo (i adiantada em relação a v).

Substituindo as equações de v e i na equação da potência, temos:

$$p = V_m I_m \operatorname{sen} \omega t \operatorname{sen} (\omega t + \theta)$$

Se aplicarmos agora algumas identidades trigonométricas, o resultado será a seguinte expressão para a potência:

$$p = VI \cos \theta(1 - \cos 2\omega t) + VI \operatorname{sen} \theta(\operatorname{sen} 2 \omega t) \quad (19.1)$$

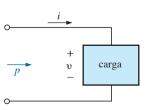



Figura 19.1 Definição da potência fornecida a uma carga.

onde V e I são valores eficazes (rms). A conversão dos valores de pico, V_m e I_m, para valores rms resulta das transformações realizadas quando usadas as identidades trigonométricas.

Inicialmente, pode parecer que não houve nenhum ganho ao colocar a equação nessa forma. Entretanto, a utilidade da forma da Equação 19.1 será demonstrada nas próximas seções. A dedução da Equação 19.1 a partir da forma inicial será proposta como exercício no final do capítulo.

Se a Equação 19.1 for escrita na forma:

$$p = \underbrace{VI\cos\theta}_{\text{Média}} - \underbrace{VI\cos\theta}_{\text{Pico}}\underbrace{\cos 2\omega t}_{2x} + \underbrace{VI\text{sen}\,\theta}_{\text{Pico}}\underbrace{\text{sen}\,2\omega t}_{2x}$$

dois fatos evidentes podem ser identificados. Primeiro, a potência média aparece em um termo isolado que é independente do tempo. Segundo, os outros dois termos variam com uma frequência que é o dobro da frequência da tensão e da corrente, com valores de pico em formatos similares.

Com o intuito de tornar o estudo mais sistemático, trataremos separadamente os três elementos básicos (R, L e C).

19.3 CIRCUITOS RESISTIVOS

Nos circuitos puramente resistivos (como o que é mostrado na Figura 19.2), v e i estão em fase e $\theta = 0°$, como podemos ver na Figura 19.3. Fazendo $\theta = 0°$ na Equação 19.1, obtemos:

$$p_R = VI\cos(0°)(1 - \cos 2\omega t) + VI\,\text{sen}(0°)\,\text{sen}\,2\omega t$$
$$= VI(1 - \cos 2\omega t) + 0$$

ou
$$p_R = VI - VI\cos 2\omega t \qquad (19.2)$$

onde VI corresponde à potência média ou CC e $-VI\cos 2\omega t$ é uma cossenoide negativa de amplitude VI e frequência duas vezes maior do que a da tensão e a da corrente.

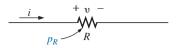



Figura 19.2 Determinação da potência fornecida a uma carga puramente resistiva.

O gráfico na Figura 19.3 tem as mesmas características obtidas na Figura 14.30.

Observe que:

T_1 = período das quantidades de entrada.

T_2 = período da curva de potência p_R.

Além disso, a curva da potência passa por dois ciclos em torno do seu valor médio de VI para cada ciclo de v ou i ($T_1 = 2T_2$ ou $f_2 = 2f_1$). Note também que, como os valores de pico ou médio da curva de potência são os mesmos, a curva está sempre acima do eixo horizontal. Isso significa que

toda a potência fornecida a um resistor é dissipada em forma de calor.

A potência que retorna à fonte é representada pela parte da curva abaixo do eixo, que nesse caso é zero. A potência dissipada pelo resistor em qualquer instante do tempo t_1 pode ser determinada pela simples substituição de t_1 na Equação 19.2 para obter p_1, como indica a Figura 19.3. A **potência média (real)** obtida a partir da Equação 19.2 ou da Figura 19.3 é VI. Resumindo,

$$P = VI = \frac{V_m I_m}{2} = I^2 R = \frac{V^2}{R} \quad \text{(watts, W)} \qquad (19.3)$$

conforme deduzida no Capítulo 14.

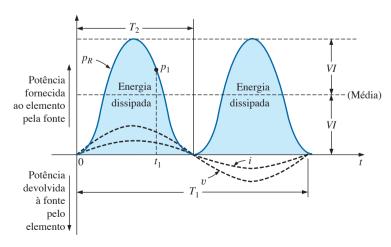



Figura 19.3 Potência em função do tempo para uma carga puramente resistiva.

A energia dissipada pelo resistor (W_R) em um ciclo completo da tensão aplicada (veja a Figura 19.3) é a área sob a curva de potência, e pode ser obtida por meio da seguinte equação:

$$W = Pt$$

onde P é o valor médio e t é o período da tensão aplicada; ou seja,

$$W_R = VIT_1 \quad \text{(joules, J)} \tag{19.4}$$

ou, como $T_1 = 1/f_1$,

$$W_R = \frac{VI}{f_1} \quad \text{(joules, J)} \tag{19.5}$$

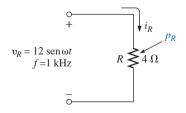
EXEMPLO 19.1

Para o circuito resistivo mostrado na Figura 19.4:

a) Determine a potência instantânea fornecida ao resistor nos instantes de t_1 a t_6.
b) Desenhe o gráfico dos resultados do item (a) para um período completo da tensão aplicada.
c) Calcule o valor médio da curva no item (b) e compare o nível com aquele determinado pela Equação 19.3.
d) Calcule a energia dissipada pelo resistor por um período completo da tensão aplicada.

Soluções:

a) t_1: $\upsilon_R = 0\text{ V}$ e $p_R = \upsilon_R i_R = \mathbf{0\ W}$
t_2: $\upsilon_R = 12\text{ V}$ e $i_R = 12\text{ V}/4\ \Omega = \mathbf{3\ A}$
$p_R = \upsilon_R i_R = (12\text{ V})(3\text{ A}) = \mathbf{36\ W}$
t_3: $\upsilon_R = 6\text{ V}$ e $i_R = 6\text{ V}/4\ \Omega = \mathbf{1{,}5\ A}$
$p_R = \upsilon_R i_R = (6\text{ V})(1{,}5\text{ A}) = \mathbf{9\ W}$
t_4: $\upsilon_R = 0\text{ V}$ e $p_R = \upsilon_R i_R = \mathbf{0\ W}$
t_5: $\upsilon_R = -12\text{ V}$ e $i_R = -12\text{ V}/4\ \Omega = \mathbf{-3\ A}$
$p_R = \upsilon_R i_R = (-12\text{ V})(-3\text{ A}) = \mathbf{36\ W}$
t_6: $\upsilon_R = 0\text{ V}$ e $p_R = \upsilon_R i_R = \mathbf{0\ W}$

b) O gráfico resultante de v_R, i_R e p_R aparece na Figura 19.5.
c) O valor médio da curva na Figura 19.5 é 18 W, que corresponde ao que foi obtido com a Equação 19.3. Ou seja,

$$P = \frac{V_m I_m}{2} = \frac{(12\text{ V})(3\text{ A})}{2} = \mathbf{18\ W}$$

d) A área sob a curva é determinada pela Equação 19.5:

$$W_R = \frac{VI}{f_1} = \frac{V_m I_m}{2 f_1} = \frac{(12\text{ V})(3\text{ A})}{2(1\text{ kHz})} = \mathbf{18\ mJ}$$

Figura 19.4 Exemplo 19.1.

19.4 POTÊNCIA APARENTE

Os conhecimentos adquiridos na análise de circuitos de corrente contínua (e também nos circuitos resistivos de corrente alternada, vistos na seção anterior) *parecem* indicar que a potência fornecida a uma carga, como a ilustrada da Figura 19.6, é determinada simplesmente pelo produto da corrente pela tensão aplicada, qualquer que seja a natureza da carga; ou seja, $P = VI$. Entretanto, vimos no Capítulo 14 que o fator da potência ($\cos\theta$) da carga tem um efeito expressivo sobre a potência dissipada, sendo menos relevante para cargas mais reativas. Embora o produto da tensão pela corrente nem sempre seja igual à potência fornecida, trata-se de um parâmetro útil para descrição e análise de circuitos de corrente alternada senoidal e para a especificação do número máximo de componentes e sistemas elétricos. Esse parâmetro é chamado de **potência aparente** e é representado pelo símbolo S.* Como a potência aparente é simplesmente o produto da tensão pela

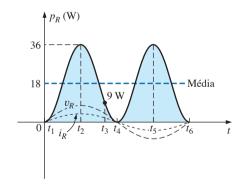
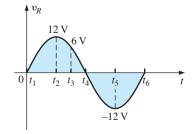



Figura 19.5 Curva de potência para o Exemplo 19.1.

*Até 1968, o símbolo usado para a potência aparente era P_a.

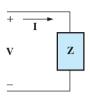



Figura 19.6 Definição da potência aparente fornecida a uma carga.

corrente, sua unidade é o volt-ampère, cuja abreviação é VA. Seu valor é dado por:

$$S = VI \quad \text{(volt-ampères, VA)} \tag{19.6}$$

ou, como $V = IZ$ e $I = \dfrac{V}{Z}$

então
$$S = I^2Z \quad \text{(VA)} \tag{19.7}$$

e
$$S = \frac{V^2}{Z} \quad \text{(VA)} \tag{19.8}$$

A potência média fornecida à carga da Figura 19.4 é

$$P = VI\cos\theta$$

Entretanto: $S = VI$

Portanto:
$$P = S\cos\theta \quad \text{(W)} \tag{19.9}$$

e o fator de potência de um sistema F_p é

$$F_p = \cos\theta = \frac{P}{S} \quad \text{(adimensional)} \tag{19.10}$$

Portanto, o fator de potência de um circuito é a razão entre a potência média e a potência aparente. Para um circuito puramente resistivo, temos:

$$P = VI = S$$

e
$$F_p = \cos\theta = \frac{P}{S} = 1$$

Em geral, a potência dos equipamentos é especificada em volts-ampères (VA) ou quilovolts-ampères (kVA), não em watts. Conhecendo as especificações de potência, em volts-ampères, e de tensão de um equipamento, é fácil calcular a corrente *máxima* especificada. Por exemplo: um equipamento com uma potência especificada de 10 kVA para uma tensão de 200 V apresenta uma corrente máxima de I = 10.000 VA/200 V = 50 A quando estiver operando nas condições especificadas. O valor da potência em volts-ampères de um equipamento será igual à potência em watts apenas quando F_p for 1. Tal condição existe quando a impedância total de um sistema $Z \angle \theta$ é tal que $\theta = 0°$.

O consumo exato de corrente de um equipamento, quando usado em condições normais de operação, poderia ser determinado se a especificação de potência em watts e o fator de potência fossem dados, em vez da potência aparente, em volts-ampères. Entretanto, muitas vezes o fator de potência não é conhecido ou varia em função da carga.

O motivo para se especificar a potência de alguns equipamentos elétricos em kilovolts-ampères, em vez de em kilowatts, pode ser compreendido se examinarmos o circuito da Figura 19.7. A carga tem uma especificação de potência aparente de 10 kVA e uma especificação de corrente de 50 A para a tensão de 200 V. Conforme indicado, a carga consome uma corrente de 70 A, que é maior que o valor especificado e pode danificar a carga, no entanto, a leitura do wattímetro é relativamente baixa, visto que a carga é altamente reativa. Em outras palavras, a leitura do wattímetro indica apenas a potência dissipada, e pode não refletir o valor da corrente drenada. Teoricamente, se a carga fosse puramente reativa, a leitura do wattímetro seria zero mesmo que o equipamento estivesse sendo danificado por uma corrente excessiva.

19.5 CIRCUITOS INDUTIVOS E POTÊNCIA REATIVA

Nos circuitos puramente indutivos (como o que é ilustrado na Figura 19.8), v está adiantada 90º em relação a i, conforme mostra o gráfico na Figura 19.9. Portanto, $\theta = 90°$ na Equação 19.1. Substituindo esse valor de θ na Equação 19.1, temos:

$$\begin{aligned} p_L &= VI\cos(90°)(1 - \cos 2\omega t) + VI\,\text{sen}(90°)(\text{sen } 2\omega t) \\ &= 0 + VI\,\text{sen } 2\omega t \end{aligned}$$

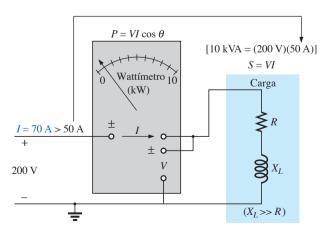



Figura 19.7 Demonstração do motivo para a especificação de uma carga em kVA e não em kW.

ou

$$p_L = VI \text{ sen } 2\omega t \tag{19.11}$$

onde VI sen $2\omega t$ é uma senoide com o dobro da frequência de entrada (v ou i) e valor de pico VI. Note a ausência de um termo correspondente a um valor médio ou de uma constante na equação.

Traçando o gráfico de p_L (veja a Figura 19.9), obtemos:

T_1 = período da tensão e da corrente.

T_2 = período da curva p_L.

Observe que em um ciclo completo de p_L (T_2), a área acima do eixo horizontal da Figura 19.9 é exatamente igual à área abaixo do eixo. Isso indica que em um ciclo completo de p_L a potência fornecida pela fonte ao indutor é exatamente igual à potência devolvida à fonte pelo indutor.

No caso de um indutor puro (ideal), o fluxo de potência entre a fonte e a carga durante um ciclo completo é exatamente zero, e não existe perda no processo.

A potência absorvida ou devolvida pelo indutor em qualquer instante do tempo t_1 pode ser calculada substituindo t por t_1 na Equação 19.11. O valor de pico da curva VI é denominado **potência reativa** associada a um indutor puro.

Em geral, a potência reativa associada a qualquer circuito é definida como VI sen θ, um dos fatores que aparecem no segundo membro da Equação 19.1. Observe que esse é o valor de pico do termo cuja média para um ciclo completo é nula. O símbolo da potência reativa é Q, e sua unidade de medida é o *volt-ampère reativo* (VAR).* O símbolo Q foi escolhido por causa da relação de quadratura (90º) entre as diversas potências, algo a ser discutido em detalhes mais adiante. Portanto,

$$Q_L = VI \text{ sen } \theta \quad \text{(volt-ampère reativo, VARIÁVEL)} \tag{19.12}$$

onde θ é o ângulo de fase entre V e I.

Para o indutor,

$$Q_L = VI \quad \text{(VAR)} \tag{19.13}$$

ou, como $V = IX_L$ ou $I = V/X_L$,

$$Q_L = I^2X_L \quad \text{(VAR)} \tag{19.14}$$

ou

$$Q_L = \frac{V^2}{X_L} \quad \text{(VAR)} \tag{19.15}$$

A potência aparente associada a um indutor é $S = VI$, e a potência média é $P = 0$, como podemos observar na Figura 19.9. O fator de potência é, portanto,

$$F_p = \cos\theta = \frac{P}{S} = \frac{0}{VI} = 0$$

Se a potência média é nula e toda a energia fornecida pela fonte é devolvida dentro de um ciclo, por que a potência reativa é importante? A razão não é óbvia, mas pode ser explicada usando a curva vista na Figura 19.9. Em todos os instantes de tempo ao longo da curva de potência para os quais a potência está acima do eixo horizontal (portanto, positiva), a fonte precisa fornecer energia ao indutor, embora ela seja totalmente devolvida mais tarde, na parte negativa do ciclo. A potência solicitada durante a parte

Figura 19.8 Definição do valor da potência para uma carga puramente indutiva.

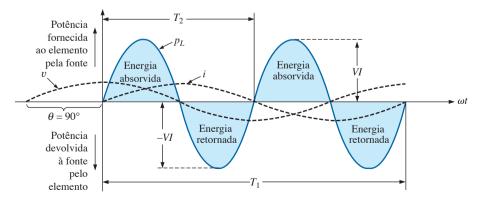



Figura 19.9 Curva de potência para uma carga puramente indutiva.

* Até 1968, o símbolo usado para a potência reativa era P_q.

positiva do ciclo faz com que a usina geradora forneça energia durante esse intervalo. Portanto, elementos reativos como indutores exigem um aumento na capacidade das usinas geradoras, mesmo que a potência reativa não seja dissipada, mas apenas 'emprestada'. Um aumento na demanda de potência nesses intervalos é um fator de custo que precisa ser repassado aos consumidores industriais. Na realidade, grandes consumidores de energia elétrica pagam pela potência aparente que consomem, não pela potência em watts dissipada em seus equipamentos, já que os volts-ampères utilizados são sensíveis ao requisito de potência reativa (veja a Seção 19.7). Em outras palavras, quanto mais próximo de 1 estiver o fator de potência de um consumidor, maior a eficiência dos seus equipamentos, já que a parcela de potência 'emprestada' será menor.

A energia armazenada pelo indutor na parte positiva do ciclo (veja a Figura 19.9) é igual àquela devolvida na parte negativa, e pode ser calculada pela seguinte equação:

$$W = Pt$$

onde P é o valor médio para o intervalo e t é o intervalo de tempo associado.

Lembre-se de que vimos no Capítulo 14 que o valor médio da parte positiva de uma senoide é igual a 2 (valor de pico/π) e $t = T_2/2$. Portanto,

$$W_L = \left(\frac{2VI}{\pi}\right) \times \left(\frac{T_2}{2}\right)$$

e

$$W_L = \frac{VIT_2}{\pi} \quad \text{(J)} \qquad (19.16)$$

ou, como $T_2 = 1/f_2$, onde f_2 é a frequência da curva p_L, temos:

$$W_L = \frac{VI}{\pi f_2} \quad \text{(J)} \qquad (19.17)$$

Como a frequência f_2 da curva da potência é o dobro do valor de entrada, substituindo a frequência f_1 da tensão ou corrente de entrada na Equação 19.17, temos:

$$W_L = \frac{VI}{\pi(2f_1)} = \frac{VI}{\omega_1}$$

Entretanto: $\quad V = IX_L = I\omega_1 L$

de maneira que $\quad W_L = \dfrac{(I\omega_1 L)I}{\omega_1}$

e

$$W_L = LI^2 \quad \text{(J)} \qquad (19.18)$$

o que nos dá uma equação para a energia armazenada ou fornecida pelo indutor em meio ciclo da tensão aplicada em termos da indutância e do quadrado do valor rms da corrente.

EXEMPLO 19.2

Para o circuito indutivo visto na Figura 19.10:

a) Determine o nível de potência instantânea para o indutor nos instantes de t_1 a t_5.
b) Desenhe os resultados do item (a) para um período completo da tensão aplicada.
c) Determine o valor médio da curva no item (b) por um ciclo inteiro da tensão aplicada e compare o valor de pico de cada pulso com o valor determinado pela Equação 19.13.
d) Determine a energia armazenada ou dissipada para qualquer pulso da curva de potência.

Soluções:

a) t_1: $v_L = 0\text{ V}, p_L = v_L i_L = \mathbf{0\ W}$

t_2: $v_L = 7{,}071\text{ V},\ i_L = \dfrac{V_m}{X_L}\text{sen}(\alpha - 90°)$

$= \dfrac{10\text{ V}}{5\ \Omega}\text{sen}(\alpha - 90°) = 2\text{ sen}(\alpha - 90°)$

Em $\alpha = 45°, i_L = 2\text{ sen}(45° - 90°)$

$= 2\text{ sen}(-45°) = -1{,}414\text{ A}$

$p_L = v_L i_L = (7{,}071\text{ V})(-1{,}414\text{ A}) = \mathbf{-10\ W}$

t_3: $i_L = 0\text{ A}, p_L = v_L i_L = \mathbf{0\ W}$

t_4: $v_L = 7{,}071\text{ V}, i_L = 2\text{ sen}(\alpha - 90°)$

$= 2\text{ sen}(135° - 90°)$

$= 2\text{ sen }45° = 1{,}414\text{ A}$

$p_L = v_L i_L = (7{,}071\text{ V})(1{,}414\text{ A}) = \mathbf{+10\ W}$

t_5: $v_L = 0\text{ V}, p_L = v_L i_L = \mathbf{0\ W}$

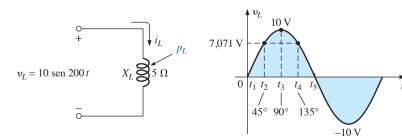



Figura 19.10 Exemplo 19.2.

b) O gráfico resultante de v_L, i_L e p_L aparece na Figura 19.11.

c) O valor médio para a curva da Figura 19.11 é 0 W por um ciclo completo da tensão aplicada. O valor de pico da curva é 10 W, que corresponde diretamente ao que foi obtido do produto:

$$VI = \frac{V_m I_m}{2} = \frac{(10\text{ V})(2\text{ A})}{2} = \mathbf{10\text{ W}}$$

d) A energia armazenada ou dissipada durante cada pulso da curva de potência é:

$$W_L = \frac{VI}{\omega_1} = \frac{V_m I_m}{2\,\omega_1} = \frac{(10\text{ V})(2\text{ A})}{2(200\text{ rad/s})} = \mathbf{50\text{ mJ}}$$

19.6 CIRCUITOS CAPACITIVOS

Nos circuitos puramente capacitivos (como o que vemos na Figura 19.12), i está adiantada 90º em relação a v, como mostra a Figura 19.13. Portanto, θ = –90º na Equação 19.1. Substituindo esse valor de θ = –90º na Equação 19.1, obtemos:

$$\begin{aligned} p_C &= VI\cos(-90°)(1 - \cos 2\omega t) \\ &\quad + VI\operatorname{sen}(-90°)(\operatorname{sen} 2\omega t) \\ &= 0 - VI\operatorname{sen} 2\omega t \end{aligned}$$

ou $$p_C = -VI\operatorname{sen} 2\omega t \qquad (19.19)$$

onde $-VI$ sen $2\omega t$ é uma senoide negativa com o dobro da frequência de entrada (v ou i) e um valor de pico de VI. Note, mais uma vez, a ausência de um termo associado a um valor médio ou constante.

Plotando a forma de onda de p_C (veja a Figura 19.13), temos:

$T1$ = período da tensão e da corrente.

$T2$ = período da curva p_C.

Note que a situação para a curva p_C é a mesma que para a curva p_L. A potência fornecida pela fonte ao capacitor é exatamente igual à potência devolvida à fonte pelo capacitor em um ciclo completo.

No caso de um capacitor puro (ideal), a troca de potência entre a fonte e a carga durante um ciclo completo é exatamente zero,

e nenhuma energia é perdida no processo. A potência absorvida ou devolvida pelo capacitor em qualquer instante do tempo t_1 pode ser calculada substituindo t por t_1 na Equação 19.19.

A potência reativa associada ao capacitor é igual ao valor de pico da curva de p_C, como mostrado a seguir:

$$Q_C = VI \quad \text{(VAR)} \qquad (19.20)$$

Figura 19.11 Curva de potência para o Exemplo 19.2.

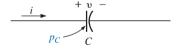



Figura 19.12 Definição do valor da potência para uma carga puramente capacitiva.

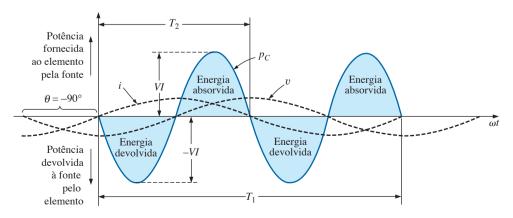



Figura 19.13 Curva de potência para uma carga puramente capacitiva.

Porém, como $V = IX_C$ e $I = V/X_C$, a potência reativa associada ao capacitor também pode ser escrita como:

$$Q_C = I^2X_C \quad \text{(VAR)} \tag{19.21}$$

e

$$Q_C = \frac{V^2}{X_C} \quad \text{(VAR)} \tag{19.22}$$

A potência aparente associada ao capacitor é:

$$S = VI \quad \text{(VA)} \tag{19.23}$$

e a potência média é $P = 0$, como podemos observar na Equação 19.19, ou na Figura 19.13. O fator de potência é, portanto,

$$F_p = \cos\theta = \frac{P}{S} = \frac{0}{VI} = 0$$

A energia armazenada pelo capacitor na parte positiva do ciclo (veja a Figura 19.13) é igual à devolvida na parte negativa, e pode ser obtida usando a equação $W = Pt$.

De maneira similar à que fizemos no caso do indutor, podemos mostrar que:

$$W_C = \frac{VIT_2}{\pi} \quad \text{(J)} \tag{19.24}$$

ou, como $T_2 = 1/f_2$, onde f_2 é a frequência da curva de p_C,

$$W_C = \frac{VI}{\pi f_2} \quad \text{(J)} \tag{19.25}$$

Em termos da frequência f_1 da corrente e da tensão,

$$W_C = \frac{VI}{\pi(2f_1)} = \frac{VI}{\omega_1} = \frac{V(V\omega_1 C)}{\omega_1}$$

e

$$W_C = CV^2 \quad \text{(J)} \tag{19.26}$$

fornecendo uma equação para a energia armazenada ou devolvida pelo capacitor em meio ciclo da tensão aplicada em termos da capacitância e do quadrado da tensão.

19.7 O TRIÂNGULO DE POTÊNCIAS

As grandezas **potência média, potência aparente** e **potência reativa** estão relacionadas no domínio vetorial por:

$$\mathbf{S} = \mathbf{P} + \mathbf{Q} \tag{19.27}$$

com

$$\mathbf{P} = P\angle 0° \qquad \mathbf{Q}_L = Q_L\angle 90° \qquad \mathbf{Q}_C = Q_C\angle -90°$$

Para uma carga indutiva, a *potência fasorial* **S**, como é conhecida, é definida por:

$$\mathbf{S} = P + jQ_L$$

como mostra a Figura 19.14.

O ângulo de 90º entre Q_L e P dá origem a outro termo usado para a potência reativa: *potência de quadratura*.

No caso de uma carga capacitiva, a potência fasorial **S** é definida por:

$$\mathbf{S} = P - jQ_L$$

como mostra a Figura 19.15.

Se um circuito contém elementos capacitivos e indutivos, a componente reativa do triângulo de potências é determinada pela *diferença* entre as potências reativas fornecidas a esses elementos. Se $Q_L > Q_C$, o triângulo de potências resultante é semelhante ao da Figura 19.14. Se $Q_C > Q_L$, o triângulo de potência resultante é semelhante ao da Figura 19.15.

Para ver que a potência reativa total é a diferença entre as potências reativas dos elementos capacitivos e indutivos, basta comparar as equações 19.11 e 19.19. A partir dessas equações, plotamos no mesmo gráfico as potências fornecidas aos elementos de um circuito *L-C* em série (veja a Figura 19.16). Os elementos reativos foram escolhidos de modo que $X_L > X_C$. Observe que as curvas de potência dos dois elementos estão defasadas exatamente 180º. A curva da potência reativa resultante é, portanto, determinada pela soma algébrica das duas potências em cada instante de tempo. Como a potência reativa é definida como o valor de pico, a componente reativa do triângulo de potências é como indica a Figura 19.16: $I^2(X_L - X_C)$.

Uma verificação adicional pode ser deduzida considerando primeiramente o diagrama de impedância de um circuito *R-L-C* em série (veja a Figura 19.17). Se

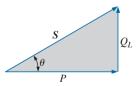



Figura 19.14 Diagrama de potência para cargas indutivas.

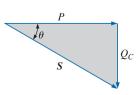



Figura 19.15 Diagrama de potência para cargas capacitivas.

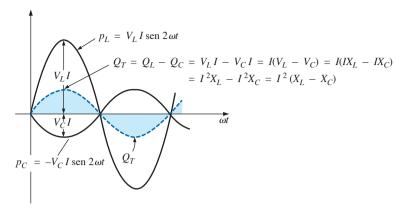



Figura 19.16 Demonstração do motivo pelo qual a potência reativa total é a diferença entre as potências fornecidas aos elementos indutivos e capacitivos.

multiplicarmos cada vetor pela corrente ao quadrado (I^2), obteremos os resultados mostrados na Figura 19.18, que é o triângulo de potências para um circuito predominantemente indutivo.

Como os vetores associados à potência reativa e à potência média têm sempre um ângulo de defasagem de 90º, os valores das três potências estão relacionados pelo teorema de Pitágoras; ou seja:

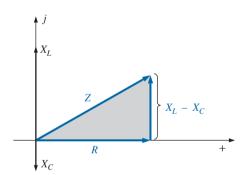



Figura 19.17 Diagrama de impedância para um circuito *R-L-C* em série.

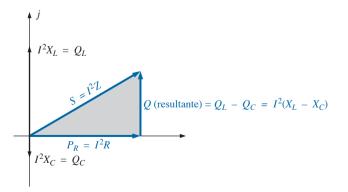



Figura 19.18 Resultado da multiplicação dos vetores mostrados na Figura 19.17 por I^2 para um circuito *R-L-C* em série.

$$S^2 = P^2 + Q^2 \tag{19.28}$$

Portanto, se conhecermos os valores de duas dessas potências, sempre poderemos calcular a terceira.

É interessante notar que a equação:

$$\mathbf{S} = \mathbf{VI}^* \tag{19.29}$$

fornece a forma vetorial da potência aparente de um sistema. Aqui, **V** é a tensão aplicada ao sistema, e **I*** é o complexo conjugado da corrente.

Considere, por exemplo, o circuito *R-L* visto na Figura 19.19, no qual:

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{Z}_T} = \frac{10 \text{ V} \angle 0°}{3\ \Omega + j\,4\ \Omega} = \frac{10 \text{ V} \angle 0°}{5\ \Omega \angle 53{,}13°}$$
$$= 2 \text{ A} \angle -53{,}13°$$

A potência real (o termo *real* está associado ao fato de a potência média ser plotada no semi-eixo positivo do eixo real do plano complexo) é dada por:

$$P = I^2R = (2 \text{ A})^2(3\ \Omega) = 12 \text{ W}$$

e a potência reativa é:

$$Q_L = I^2X_L = (2 \text{ A})^2(4\ \Omega) = 16 \text{ VAR}(L)$$

com $\quad \mathbf{S} = P + jQ_C = 12 \text{ W} + j\,16 \text{ VAR}\,(L)$
$\qquad = 20 \text{ VA} \angle 53{,}13°$

R 3 Ω; **I**; + **V** = 10 V ∠0° –; X_L 4 Ω

Figura 19.19 Demonstração da validade da Equação 19.29.

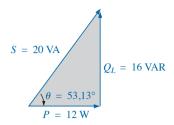



Figura 19.20 Triângulo de potências para o circuito visto na Figura 19.19.

como mostra a Figura 19.20. Usando a Equação 19.29, temos:

$$\mathbf{S} = \mathbf{VI}^* = (10\text{ V} \angle 0°)(2\text{ A} \angle +53{,}13°)$$
$$= 20\text{ VA} \angle 53{,}13°$$

como obtivemos anteriormente.

O ângulo θ associado a **S**, que aparece nas figuras 19.14, 19.15 e 19.20, é o ângulo do fator de potência do circuito. Como:

$$P = VI\cos\theta$$

ou

$$P = S\cos\theta$$

então

$$F_p = \cos\theta = \frac{P}{S} \qquad (19.30)$$

19.8 AS POTÊNCIAS *P*, *Q* E *S* TOTAIS

O número total de watts, volts-ampères reativos e volts-ampères e o fator de potência de qualquer sistema podem ser determinados pelo seguinte procedimento:

1. *Determine a potência real e a potência reativa para todos os ramos do circuito.*
2. *A potência real total do sistema (P_T) é a soma das potências médias fornecidas a todos os ramos.*
3. *A potência reativa total (Q_T) é a diferença entre as potências reativas das cargas indutivas e a das cargas capacitivas.*
4. *A potência total aparente é dada por $S_T = \sqrt{P_T^2 + Q_T^2}$.*
5. *O fator de potência total é igual a P_T/S_T.*

Há dois pontos importantes no método anterior. Primeiro, a potência aparente total tem de ser calculada a partir da potência total média e da potência reativa, e não pode ser calculada com base nas potências aparentes dos vários ramos. Segundo, e mais importante, *não é necessário* considerar a configuração série-paralelo dos ramos. Em outras palavras, a potência total real, reativa ou aparente, é independente do fato de as cargas estarem em série, em paralelo ou em série-paralelo. Os exemplos a seguir mostram como é relativamente fácil calcular todas as grandezas de interesse.

EXEMPLO 19.3

Calcule o número total de watts, de volts-ampères reativos e de volts-ampères e o fator de potência F_p do circuito visto na Figura 19.21. Desenhe o triângulo de potências e determine a corrente em forma fasorial.

Solução: Construa uma tabela como a 19.1.

Assim,

$$F_p = \frac{P_T}{S_T} = \frac{600\text{ W}}{1000\text{ VA}} = \mathbf{0{,}6\ adiantado}\ (C)$$

O triângulo de potências é mostrado na Figura 19.22. Como $S_T = VI = 1000$ VA, $I = 1000$ VA/100 V = 10 A; como o θ de $\cos\theta = F_P$ é o ângulo entre a tensão e a corrente,

$$\mathbf{I} = \mathbf{10\ A} \angle \mathbf{+53{,}13°}$$

O sinal positivo está associado ao ângulo de fase, já que o circuito é predominantemente capacitivo.

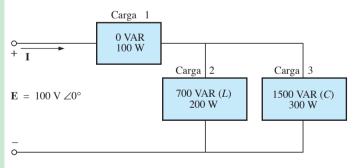



Figura 19.21 Exemplo 19.3.

Tabela 19.1

Carga	W	VAR	VA
1	100	0	100
2	200	700 (*L*)	$\sqrt{(200)^2 + (700)^2} = 728{,}0$
3	300	1500 (*C*)	$\sqrt{(300)^2 + (1500)^2} = 1529{,}71$
	$P_T = \mathbf{600}$ Potência total dissipada	$Q_T = \mathbf{800}(C)$ Potência reativa resultante do circuito	$S_T = \sqrt{(600)^2 + (800)^2} = \mathbf{1000}$ (Note que $S_T \neq$ soma dos três ramos: $1000 \neq 100 + 728 + 1529{,}71$)

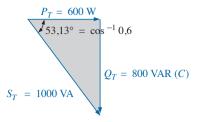



Figura 19.22 Triângulo de potências para o Exemplo 19.3.

EXEMPLO 19.4

a) Calcule o número total de watts, volts-ampères reativos e volts-ampères e o fator de potência F_P para o circuito visto na Figura 19.23.

b) Desenhe o triângulo de potências.

c) Calcule a energia dissipada pelo resistor durante um ciclo completo da tensão se a frequência da tensão for 60 Hz.

d) Calcule a energia armazenada ou devolvida pelo capacitor e pelo indutor durante meio ciclo da curva de potência se a frequência da tensão for 60 Hz.

Soluções:

a) $$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{Z}_T} = \frac{100\text{ V}\angle 0^\circ}{6\ \Omega + j\,7\ \Omega - j\,15\ \Omega}$$

$$= \frac{100\text{ V}\angle 0^\circ}{10\ \Omega\angle -53{,}13^\circ} = 10\text{ A}\angle 53{,}13^\circ$$

$$\mathbf{V}_R = (10\text{ A}\angle 53{,}13^\circ)(6\ \Omega\angle 0^\circ) = 60\text{ V}\angle 53{,}13^\circ$$

$$\mathbf{V}_L = (10\text{ A}\angle 53{,}13^\circ)(7\ \Omega\angle 90^\circ) = 70\text{ V}\angle 143{,}13^\circ$$

$$\mathbf{V}_C = (10\text{ A}\angle 53{,}13^\circ)(15\ \Omega\angle -90^\circ) = 150\text{ V}\angle -36{,}87^\circ$$

$$P_T = EI\cos\theta = (100\text{ V})(10\text{ A})\cos 53{,}13^\circ = \mathbf{600\ W}$$

$$= I^2R = (10\text{ A})^2(6\ \Omega) = \mathbf{600\ W}$$

$$= \frac{V_R^2}{R} = \frac{(60\text{ V})^2}{6} = \mathbf{600\ W}$$

$$S_T = EI = (100\text{ V})(10\text{ A}) = \mathbf{1000\ VA}$$

$$= I^2Z_T = (10\text{ A})^2(10\ \Omega) = \mathbf{1000\ VA}$$

$$= \frac{E^2}{Z_T} = \frac{(100\text{ V})^2}{10\ \Omega} = \mathbf{1000\ VA}$$

$$Q_T = EI\,\text{sen}\theta = (100\text{ V})(10\text{ A})\text{ sen }53{,}13^\circ = \mathbf{800\ VAR}$$

$$= Q_C - Q_L$$

$$= I^2(X_C - X_L) = (10\text{ A})^2(15\ \Omega - 7\ \Omega) = \mathbf{800\ VAR}$$

$$Q_T = \frac{V_C^2}{X_C} - \frac{V_L^2}{X_L} = \frac{(150\text{ V})^2}{15\ \Omega} - \frac{(70\text{ V})^2}{7\ \Omega}$$

$$= 1500\text{ VAR} - 700\text{ VAR} = \mathbf{800\ VAR}$$

$$F_p = \frac{P_T}{S_T} = \frac{600\text{ W}}{1000\text{ VA}} = \mathbf{0{,}6\ adiantado}(\boldsymbol{C})$$

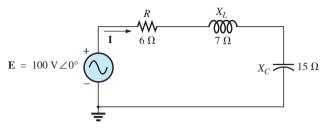



Figura 19.23 Exemplo 19.4.

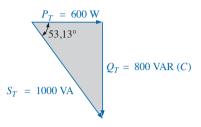



Figura 19.24 Triângulo de potências para o Exemplo 19.4.

b) O triângulo de potências é mostrado na Figura 19.24.

c) $$W_R = \frac{V_R I}{f_1} = \frac{(60\text{ V})(10\text{ A})}{60\text{ Hz}} = \mathbf{10\ J}$$

d) $$W_L = \frac{V_L I}{\omega_1} = \frac{(70\text{ V})(10\text{ A})}{(2\pi)(60\text{ Hz})} = \frac{700\text{ J}}{377} = \mathbf{1{,}86\ J}$$

$$W_C = \frac{V_C I}{\omega_1} = \frac{(150\text{ V})(10\text{ A})}{377\text{ rad/s}} = \frac{1500\text{ J}}{377} = \mathbf{3{,}98\ J}$$

EXEMPLO 19.5

Para o sistema mostrado na Figura 19.25,

a) Calcule as potências média, aparente e reativa, e o F_P para cada ramo.

b) Calcule a potência total em watts, em volts-ampères reativos e em volts-ampères e calcule ainda o fator de potência do sistema. Desenhe o triângulo de potências.

c) Calcule a corrente **I** fornecida pela fonte.

Soluções:

a) *Lâmpadas:*

Dissipação total da potência aplicada:

$$P_1 = 12(60\text{ W}) = \mathbf{720\ W}$$
$$Q_1 = \mathbf{0\ VAR}$$
$$S_1 = P_1 = \mathbf{720\ VA}$$
$$F_{p1} = \mathbf{1}$$

b) *Aquecedores:*

Dissipação total da potência aplicada:

$$P_2 = \mathbf{6{,}4\ kW}$$
$$Q_2 = \mathbf{0\ VARIÁVEL}$$
$$S_2 = P_2 = \mathbf{6{,}4\ kVA}$$
$$F_{p2} = \mathbf{1}$$

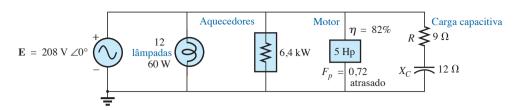



Figura 19.25 Exemplo 19.5.

Motor:

$$\eta = \frac{P_o}{P_i} \rightarrow P_i = \frac{P_o}{\eta} = \frac{5(746\text{ W})}{0{,}82}$$
$$= \mathbf{4548{,}78\ W} = P_3$$
$$F_p = \mathbf{0{,}72\ atrasado}$$
$$P_3 = S_3 \cos\theta \rightarrow S_3 = \frac{P_3}{\cos\theta} = \frac{4548{,}78\text{ W}}{0{,}72}$$
$$= \mathbf{6317{,}75\ VA}$$

Também sabemos que $\theta = \cos^{-1} 0{,}72 = 43{,}95°$, de maneira que

$$Q_3 = S_3 \operatorname{sen}\theta = (6317{,}75\text{ VA})(\operatorname{sen} 43{,}95°)$$
$$= (6317{,}75\text{ VA})(0{,}694) = \mathbf{4384{,}71\ VAR\ (\mathit{L})}$$

Carga capacitiva:

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{Z}} = \frac{208\text{ V}\angle 0°}{9\ \Omega - j\,12\ \Omega} = \frac{208\text{ V}\angle 0°}{15\ \Omega \angle -53{,}13°}$$
$$= 13{,}87\text{ A}\angle 53{,}13°$$
$$P_4 = I^2R = (13{,}87\text{ A})^2 \cdot 9\ \Omega = \mathbf{1731{,}39\ W}$$
$$Q_4 = I^2X_C = (13{,}87\text{ A})^2 \cdot 12\ \Omega$$
$$= \mathbf{2308{,}52\ VAR\,(\mathit{C})}$$
$$S_4 = \sqrt{P_4^2 + Q_4^2}$$
$$= \sqrt{(1731{,}39\text{ W})^2 + (2308{,}52\text{ VAR})^2}$$
$$= \mathbf{2885{,}65\ VA}$$
$$F_p = \frac{P_4}{S_4} = \frac{1731{,}39\text{ W}}{2885{,}65\text{ VA}} = \mathbf{0{,}6\ adiantado}$$

b) $P_T = P_1 + P_2 + P_3 + P_4$
$$= 720\text{ W} + 6400\text{ W} + 4548{,}78\text{ W} + 1731{,}39\text{ W}$$
$$= \mathbf{13.400{,}17\ W}$$
$$Q_T = \pm Q_1 \pm Q_2 \pm Q_3 \pm Q_4$$
$$= 0 + 0 + 4384{,}71\text{ VAR}(L) - 2308{,}52\text{ VAR}(C)$$
$$= \mathbf{2076{,}19\ VAR\,(\mathit{L})}$$
$$S_T = \sqrt{P_T^2 + Q_T^2}$$
$$= \sqrt{(13.400{,}17\text{ W})^2 + (2076{,}19\text{ VAR})^2}$$
$$= 13.560{,}06\text{ VA}$$

S_T = 13.560,06 VA
8,89°
Q_T = 2076,19 VAR (L)
P_T = 13,4 kW

Figura 19.26 Triângulo de potência para o Exemplo 19.5.

$$F_p = \frac{P_T}{S_T} = \frac{13{,}4\text{ kW}}{13.560{,}06\text{ VA}} = \mathbf{0{,}988\ atrasado}$$
$$\theta = \cos^{-1} 0{,}988 = 8{,}89°$$

Observe a Figura 19.26.

c) $S_T = EI \rightarrow I = \dfrac{S_T}{E} = \dfrac{13.559{,}89\text{ VA}}{208\text{ V}} = 65{,}19\text{ A}$

Fator de potência atrasado: **E** está adiantada com relação a **I** por um ângulo de 8,89º, e

$$\mathbf{I = 65{,}19\ A \angle{-8{,}89°}}$$

EXEMPLO 19.6

Um equipamento elétrico tem uma especificação de 5 kVA, 100 V com um fator de potência atrasado 0,6. Qual a impedância do equipamento em coordenadas retangulares?

Solução:

$$S = EI = 5000\text{ VA}$$

Portanto, $I = \dfrac{5000\text{ VA}}{100\text{ V}} = 50\text{ A}$

Para $F_p = 0{,}6$, temos:

$$\theta = \cos^{-1} 0{,}6 = 53{,}13°$$

Como o fator de potência é atrasado, o circuito é predominantemente indutivo e **I** está atrasada em relação a **E**. Assim, para **E** = 100 V ∠ 0º,

$$\mathbf{I} = 50\text{ A}\angle -53{,}13°$$

Entretanto:

$$\mathbf{Z}_T = \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{I}} = \frac{100\text{ V}\angle 0°}{50\text{ A}\angle -53{,}13°} = 2\ \Omega \angle 53{,}13°$$
$$= \mathbf{1{,}2\ \Omega + \mathit{j}\,1{,}6\ \Omega}$$

que é a impedância do circuito visto na Figura 19.27.

Figura 19.27 Exemplo 19.6.

Figura 19.28 Demonstração da influência da correção do fator de potência sobre o triângulo de potências de um circuito.

19.9 CORREÇÃO DO FATOR DE POTÊNCIA

O projeto de qualquer sistema de transmissão de energia tem como um dos principais parâmetros a intensidade da corrente nas linhas, que depende das cargas ligadas ao sistema. Correntes mais altas resultam em maiores perdas de potência (por um fator quadrático, pois $P = I^2R$) nas linhas de transmissão devido à resistência delas. Valores elevados de corrente também tornam necessário o uso de condutores de maior diâmetro, aumentando a quantidade de cobre necessário para construir a linha, e evidentemente implicam maior capacidade de geração de energia por parte da concessionária.

Portanto, existe um empenho em manter os níveis de corrente a um mínimo necessário. Como a tensão nas linhas de um sistema de transmissão é mantida constante, a potência aparente é diretamente proporcional à intensidade da corrente. Assim, quanto menor a potência aparente, menor a corrente drenada pela carga. Portanto, essa corrente é mínima quando $S = P$ e $Q_T = 0$. Note, na Figura 19.28, o efeito da diminuição de Q_T sobre o valor (módulo) de S para a mesma potência real. Note também que o ângulo do fator de potência se aproxima de zero grau e F_p se aproxima de 1, revelando que o circuito torna-se cada vez mais resistivo nos terminais de entrada.

O processo de introduzir elementos reativos para levar o fator de potência a um valor mais próximo da unidade é chamado de **correção do fator de potência**. Como em geral as cargas são indutivas, o processo normalmente envolve a introdução de elementos capacitivos com o único objetivo de aumentar o fator de potência.

Na Figura 19.29(a), por exemplo, uma carga indutiva consome uma corrente I_L que possui uma componente real e uma imaginária. Na Figura 19.29(b), uma carga capacitiva foi conectada em paralelo com a carga original a fim de aumentar o fator de potência do sistema para um valor próximo da unidade. Observe que, como os elementos indutivo (carga) e capacitivo estão ligados em paralelo, a carga continua a receber a mesma tensão e a consumir a mesma corrente I_L. Em outras palavras, do ponto de vista da carga, tanto faz se o circuito é o da Figura 19.29(a) ou o da Figura 19.29(b).

O cálculo da corrente da fonte na Figura 19.29(b) é o seguinte:

$$\begin{aligned}\mathbf{I}_s &= \mathbf{I}_C + \mathbf{I}_L \\ &= jI_C(I_{\text{mag}}) + I_L(R_e) + jI_L(I_{\text{mag}}) = jI_C + I_L - jI_L \\ &= I_L(R_e) + j[I_L(I_{\text{mag}}) + I_C(I_{\text{mag}})] = I_L + j[I_C + I_L]\end{aligned}$$

Se X_C for escolhido de modo que $I_C = I_L$, então:

$$\mathbf{I}_s = I_L + j(0) = I_L \angle 0°$$

O resultado é uma corrente na fonte cuja intensidade é igual à parte real da corrente na carga indutiva, que pode ser consideravelmente menor que a intensidade da corrente na carga mostrada na Figura 19.29(a). Além disso, como as fases associadas à tensão aplicada e à corrente na fonte são iguais, o sistema parece 'resistivo' nos terminais de entrada, e toda a potência fornecida é consumida, criando o máximo de eficiência para a concessionária.

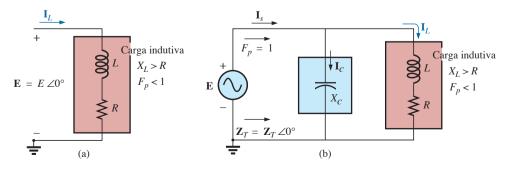



Figura 19.29 Demonstração da influência de um elemento capacitivo sobre o fator de potência de um circuito.

EXEMPLO 19.7

Um motor de 5 hp com um fator de potência atrasado 0,6 e cuja eficiência é 92 por cento está conectado a uma fonte de 208 V e 60 Hz.

a) Estabeleça o triângulo de potência para a carga.
b) Determine o valor do capacitor que deve ser ligado em paralelo com a carga de modo a aumentar o fator de potência para 1.
c) Determine a diferença na corrente fornecida pela fonte no circuito compensado e a corrente no circuito não compensado.
d) Determine o circuito equivalente para o circuito acima e verifique as conclusões.

Soluções:

a) Como 1 hp = 746 W,

$$P_o = 5 \text{ hp} = 5(746 \text{ W}) = 3730 \text{ W}$$

e $$P_i(\text{consumida}) = \frac{P_o}{\eta} = \frac{3730 \text{ W}}{0{,}92} = 4054{,}35 \text{ W}$$

Além disso, $$F_p = \cos\theta = 0{,}6$$

e $$\theta = \cos^{-1} 0{,}6 = 53{,}13°$$

Aplicando $$\operatorname{tg}\,\theta = \frac{Q_L}{P_i}$$

obtemos $$Q_L = P_i \operatorname{tg}\,\theta = (4054{,}35 \text{ W}) \operatorname{tg} 53{,}13° = 5405{,}8 \text{ VAR}(L)$$

e

$$S = \sqrt{P_i^2 + Q_L^2} = \sqrt{(4054{,}35 \text{ W})^2 + (5405{,}8 \text{ VAR})^2} = 6757{,}25 \text{ VA}$$

O triângulo de potências aparece na Figura 19.30.

b) Obtemos um fator de potência unitário introduzindo um valor de potência reativa capacitiva igual a 5405,8 VAR para equilibrar Q_L. Como

$$Q_C = \frac{V^2}{X_C}$$

então $$X_C = \frac{V^2}{Q_C} = \frac{(208 \text{ V})^2}{5405{,}8 \text{ VAR}(C)} = 8\ \Omega$$

e $$C = \frac{1}{2\pi f X_C} = \frac{1}{(2\pi)(60 \text{ Hz})(8\ \Omega)} = \mathbf{331{,}6\ \mu F}$$

c) Em 0,6F_p,

$$S = VI = 6757{,}25 \text{ VA}$$

e $$I = \frac{S}{V} = \frac{6757{,}25 \text{ VA}}{208 \text{ V}} = \mathbf{32{,}49\ A}$$

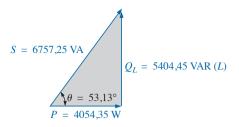



Figura 19.30 Triângulo de potência inicial para a carga do Exemplo 19.7.

Na unidade F_p,

$$S = VI = 4054{,}35 \text{ VA}$$

e $$I = \frac{S}{V} = \frac{4054{,}35 \text{ VA}}{208 \text{ V}} = \mathbf{19{,}49\ A}$$

resultando em uma redução de 40 por cento na corrente da fonte.

d) Para o motor, o ângulo de avanço da tensão aplicada em relação à corrente é:

$$\theta = \cos^{-1} 0{,}6 = 53{,}13°$$

e $P = EI\cos\theta = 4054{,}35$ W, de acordo com o resultado anterior, de maneira que:

$$I = \frac{P}{E\cos\theta} = \frac{4054{,}35 \text{ W}}{(208 \text{ V})(0{,}6)} = \mathbf{32{,}49\ A}$$

(como anteriormente)

o que resulta em:

$$\mathbf{I} = 32{,}49 \text{ A} \angle -53{,}13°$$

Portanto,

$$\mathbf{Z} = \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{I}} = \frac{208 \text{ V} \angle 0°}{32{,}49 \text{ A} \angle -53{,}13°} = 6{,}4\ \Omega \angle 53{,}13° = 3{,}84\ \Omega + j\,5{,}12\ \Omega$$

como mostra a Figura 19.31(a).

A carga em paralelo equivalente é dada por

$$\mathbf{Y} = \frac{1}{\mathbf{Z}} = \frac{1}{6{,}4\ \Omega \angle 53{,}13°} = 0{,}156 \text{ S} \angle -53{,}13° = 0{,}0936 \text{ S} - j\,0{,}125 \text{ S} = \frac{1}{10{,}68\ \Omega} + \frac{1}{j\,8\ \Omega}$$

como mostra a Figura 19.31(b).

Agora está claro que o efeito da reatância indutiva de 8 Ω pode ser compensado por uma reatância

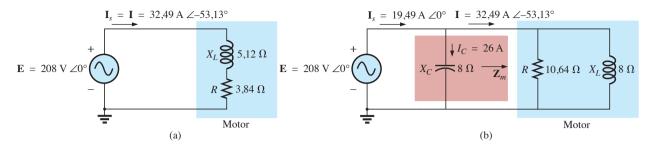



Figura 19.31 Demonstração da influência da correção do fator de potência sobre a corrente da fonte.

capacitiva de 8 Ω em paralelo por meio de um capacitor de 332 μF para correção do fator de potência. Como

$$\mathbf{Y}_T = \frac{1}{-jX_C} + \frac{1}{R} + \frac{1}{+jX_L} = \frac{1}{R}$$

$$I_s = EY_T = E\left(\frac{1}{R}\right)$$

$$= (208\text{ V})\left(\frac{1}{10{,}68\ \Omega}\right) = \mathbf{19{,}49\ A}$$

como anteriormente

Além disso, o módulo da corrente no ramo em que está o capacitor pode ser obtido assim:

$$I_C = \frac{E}{X_C} = \frac{208\text{ V}}{8\ \Omega} = \mathbf{26\ A}$$

EXEMPLO 19.8

a) Uma pequena usina geradora industrial alimenta 10 kW de aquecedores e 20 kVA de motores de indução. Os elementos de aquecimento são considerados puramente resistivos ($F_P = 1$), e os motores possuem um fator de potência atrasado igual a 0,7. Se a fonte é de 1.000 V e 60 Hz, determine a capacitância necessária para aumentar o fator de potência para 0,95.

b) Compare os valores de corrente drenados da fonte de alimentação.

Soluções:

a) Para os motores de indução,

$$S = VI = 20\text{ kVA}$$

$$P = S\cos\theta = (20 \times 10^3\text{ VA})(0{,}7) = 14\text{ kW}$$

$$\theta = \cos^{-1} 0{,}7 \cong 45{,}6°$$

e

$$Q_L = VI\,\text{sen}\,\theta = (20\text{ kVA})(0{,}714)$$

$$= 14{,}28\text{ kVAR}(L)$$

O triângulo de potências para o sistema aparece na Figura 19.32. Observe a adição das potências reais e o S_T resultante:

$$S_T = \sqrt{(24\text{ kW})^2 + (14{,}28\text{ kVAR})^2} = 27{,}93\text{ kVA}$$

com $$I_T = \frac{S_T}{E} = \frac{27{,}93\text{ kVA}}{1000\text{ V}} = \mathbf{27{,}93\ A}$$

O fator de potência desejado, 0,95, resulta em um ângulo entre S e P, que vale:

$$\theta = \cos^{-1} 0{,}95 = 18{,}91°$$

modificando o triângulo de potência para o que é visto na Figura 19.33:

com $$\text{tg}\ \theta = \frac{Q'_L}{P_T} \rightarrow Q'_L = P_T\ \text{tg}\ \theta$$

$$= (24\text{ kW})(\text{tg } 18{,}19°)$$

$$= (24\text{ kW})(0{,}329) = 7{,}9\text{ kVAR}(L)$$

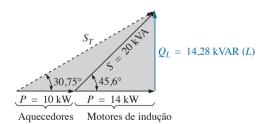



Figura 19.32 Triângulo de potência inicial para a carga do Exemplo 19.8.

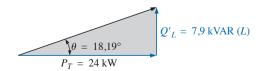



Figura 19.33 Triângulo de potência para a carga de Exemplo 19.8 após o aumento do fator de potência para 0,95.

A potência reativa indutiva precisa ser reduzida em

$$Q_L - Q'_L = 14{,}28 \text{ kVAR } (L) - 7{,}9 \text{ kVAR } (L)$$
$$= 6{,}38 \text{ kVAR } (L)$$

Portanto, $Q_C = 6{,}38$ kVAR, e usando

$$Q_C = \frac{E^2}{X_C}$$

obtemos:

$$X_C = \frac{E^2}{Q_C} = \frac{(10^3 \text{ V})^2}{6{,}38 \text{ kVAR}} = 156{,}74 \ \Omega$$

$$\text{e} \quad C = \frac{1}{2\pi f X_C} = \frac{1}{(2\pi)(60 \text{ Hz})(156{,}74 \ \Omega)}$$
$$= \mathbf{16{,}93 \ \mu F}$$

b) $$S_T = \sqrt{(24 \text{ kW})^2 + [7{,}9 \text{ kVAR}(L)]^2}$$
$$= 25{,}27 \text{ kVA}$$
$$I_T = \frac{S_T}{E} = \frac{25{,}27 \text{ kVA}}{1000 \text{ V}} = \mathbf{25{,}27 \text{ A}}$$

O novo valor de I_T é

$$I_T = \mathbf{25{,}27 \text{ A} \angle 27{,}93 \text{ A}} \quad \text{(original)}$$

19.10 WATTÍMETROS E MEDIDORES DE FATOR DE POTÊNCIA

O wattímetro visto na Figura 19.34 usa circuitos eletrônicos sofisticados para medir a tensão e a corrente, e, pelo uso de um módulo de conversão analógico-digital, mostra os resultados em forma digital. Essa unidade é capaz de operar com formas de onda não senoidais e pode fornecer também os valores das potências total, aparente e reativa, o ângulo de fase da potência e o fator de potência. Ele também pode medir correntes de até 500 A, tensões de até 600 V e frequências entre 30 Hz e 1000 Hz.

O analisador de qualidade de potência, visto na Figura 19.35, também pode exibir os níveis de potência real, reativa e aparente, juntamente com o fator de potência. Porém, ele possui várias outras opções, incluindo fornecer o conteúdo harmônico de até 51 termos para tensão, corrente e potência. A faixa de potência se estende de 250 W a 2,5 MW, e a corrente pode ser lida até 1000 A. O medidor também pode ser usado para medir níveis de resistência de 500 Ω a 30 MΩ, níveis de capacitância de 50 nF a 500 μF e temperatura em ºC e ºF.

Figura 19.34 Wattímetro digital de única fase e de três fases. (Hemera/Getty Images.)

Figura 19.35 Analisador de qualidade de potência capaz de exibir a potência em watts, a corrente em ampères e a tensão em volts. (Cortesia da Fluke Corporation. Reproduzido com permissão.)

19.11 RESISTÊNCIA EFETIVA

A resistência de um condutor, obtida pela equação $R = \rho(l/A)$, é frequentemente chamada de resistência *CC*, *ôhmica* ou *geométrica*. Trata-se de uma grandeza constante que depende somente do material usado e das dimensões físicas. Nos circuitos CA, a resistência real dos condutores (denominada de **resistência efetiva**) difere da resistência CC devido às variações nos valores da corrente e da tensão, que introduzem efeitos não encontrados nos circuitos CC.

Esses efeitos incluem perdas por radiação, efeito pelicular (*skin*), correntes parasitas e perdas por histerese.

Os dois primeiros estão presentes em qualquer circuito, enquanto os outros dois dizem respeito a perdas adicionais causadas pela presença de materiais ferromagnéticos em campos magnéticos variáveis.

Método experimental

A resistência efetiva de um circuito CA não pode ser medida pela razão V/I, pois essa razão é agora a impedância de um circuito que pode possuir resistência e reatância. Entretanto, a resistência efetiva pode ser determinada pela equação de potência $P = I^2R$, onde:

$$R_{eff} = \frac{P}{I^2} \qquad (19.31)$$

Portanto, precisamos de um wattímetro e de um amperímetro para medir a resistência efetiva de um circuito CA.

Perdas por radiação

Examinaremos agora com mais detalhes as diversas perdas que podem ocorrer. A **perda por radiação** é a perda de energia na forma de ondas eletromagnéticas durante a transferência de energia de um elemento para outro. Essa perda de energia torna necessário que a potência de entrada seja maior para estabelecer a mesma corrente I, fazendo com que R aumente, como determina a Equação 19.31. A uma frequência de 60 Hz, os efeitos de perdas por radiação podem ser completamente ignorados. Entretanto, nas frequências de rádio, esse efeito é importante, e pode de fato se tornar o principal efeito a ser considerado em dispositivos eletromagnéticos como as antenas.

Efeito pelicular

Para explicar o **efeito pelicular** (*skin*), torna-se necessário o uso de alguns conceitos básicos previamente descritos. Lembre-se de que, de acordo com o Capítulo 12, existe um campo magnético em torno de um condutor percorrido por uma corrente (veja a Figura 19.36). Como a quantidade de carga que flui em um circuito CA varia com o tempo, o campo magnético em torno da corrente também varia. Lembre-se também de que um condutor em um campo magnético variável sofre a indução de uma tensão entre suas extremidades, cujo valor é dado pela lei de Faraday, $e = N \times (d\phi/dt)$. Quanto maior a frequência do fluxo em movimento, determinado por uma corrente alternada, maior a tensão induzida.

Em um condutor percorrido por uma corrente alternada, o campo magnético variável age sobre ele mesmo, induzindo uma tensão que se opõe ao fluxo de carga ou à corrente original. Esse efeito é mais pronunciado no centro do condutor do que na superfície, pois o centro do condutor

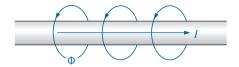



Figura 19.36 Demonstração do efeito pelicular sobre a resistência efetiva de um condutor.

concatena os fluxos magnéticos variáveis interno e externo. À medida que a frequência do sinal aplicado aumenta, o fluxo no condutor varia a uma taxa maior. Portanto, com o aumento da frequência, a tensão contrária induzida no centro do condutor aumenta e praticamente toda a corrente se concentra na superfície do condutor. Em 60 Hz, o efeito pelicular é relativamente pequeno. Entretanto, nas frequências de rádio esse efeito é mais intenso, a ponto de serem construídos condutores ocos, pois a parte central apresenta eficiência de condução relativamente pequena. Portanto o efeito pelicular reduz a área efetiva do condutor e aumenta a resistência do condutor, dada pela equação $R\uparrow = \rho(l/A\downarrow)$.

Perdas por histerese e por correntes parasitas

Como mencionado anteriormente, as perdas por histerese e correntes parasitas se manifestam quando um material ferromagnético é submetido a um campo magnético variável. Para descrever as perdas por correntes parasitas com mais detalhes, consideraremos os efeitos de uma corrente alternada passando por uma bobina enrolada em torno de um núcleo de material ferromagnético. A corrente alternada produz um fluxo magnético variável (ϕ) no núcleo, que, de acordo com a lei de Faraday, induz uma tensão no núcleo. Essa tensão induzida e a resistência geométrica do núcleo $R_C = \rho(l/A)$ fazem com que surja no núcleo uma corrente, $i_{núcleo} = (e_{ind}/R_C)$, denominada **corrente parasita**. A corrente flui em uma trajetória circular, como mostra a Figura 19.37, mudando de sentido de acordo com a tensão alternada aplicada.

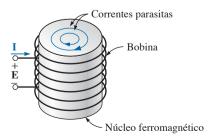



Figura 19.37 Definição das perdas por correntes parasitas em um núcleo ferromagnético.

As perdas por correntes parasitas são dadas por:

$$P_{parasita} = i^2_{parasita} R_{núcleo}$$

Essas perdas dependem principalmente do tipo de núcleo usado. Se o núcleo for feito de um material que não apresente propriedades ferromagnéticas — e tiver uma alta resistividade, como a madeira ou o ar —, as perdas por correntes parasitas poderão ser desprezadas. Em termos da frequência do sinal aplicado e do campo magnético produzido, as perdas por correntes parasitas são proporcionais ao quadrado da frequência multiplicado pelo quadrado do campo magnético.

$$P_{\text{parasita}} \propto f^2 B^2$$

As perdas por correntes parasitas podem ser reduzidas se o núcleo for construído com lâminas finas de material ferromagnético, isoladas umas das outras e colocadas paralelamente ao fluxo magnético. Isso reduz a intensidade das correntes parasitas em função do aumento da resistência em seu caminho.

As **perdas por histerese** foram discutidas na Seção 12.6. Você deve se lembrar de que, em termos da frequência do sinal aplicado e da intensidade do campo magnético produzido, a perda por histerese é proporcional à frequência multiplicada pelo campo magnético elevado à enésima potência:

$$P_{\text{his}} \propto f^1 B^n$$

onde n pode variar de 1,4 a 2,6, dependendo do material.

As perdas por histerese podem ser efetivamente reduzidas pela introdução de pequenas quantidades de silício no núcleo magnético, representando cerca de 2 ou 3 por cento da composição total do núcleo. Entretanto, isso tem de ser feito com muito cuidado, porque o excesso de silício torna o material quebradiço e difícil de usinar no formato desejado.

EXEMPLO 19.9

a) Um indutor de núcleo de ar é ligado a uma fonte de 120 V e 60 Hz, como mostra a Figura 19.38. A corrente é 5 A e a potência medida por um wattímetro é 75 W. Determine a resistência efetiva e a indutância da bobina.

b) Um núcleo de latão é inserido na bobina. O amperímetro indica 4 A, e o wattímetro, 80 W. Calcule a resistência efetiva da bobina. A que é atribuído o aumento da resistência efetiva em relação ao valor medido no item (a)?

c) Se um núcleo de ferro maciço é inserido na bobina, a corrente indicada é 2 A e a potência é 52 W. Calcule a resistência e a indutância da bobina. Compare esses valores aos obtidos no item (a) e discuta as diferenças.

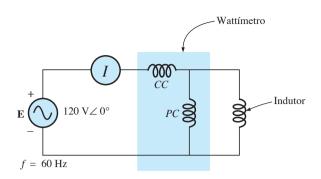



Figura 19.38 Componentes básicos necessários para determinar a resistência efetiva e a indutância de uma bobina.

Soluções:

a) $R = \dfrac{P}{I^2} = \dfrac{75\ \text{W}}{(5\ \text{A})^2} = \mathbf{3\ \Omega}$

$$Z_T = \frac{E}{I} = \frac{120\ \text{V}}{5\ \text{A}} = 24\ \Omega$$

$$X_L = \sqrt{Z_T^2 - R^2} = \sqrt{(24\ \Omega)^2 - (3\ \Omega)^2} = 23{,}81\ \Omega$$

e $X_L = 2\pi f L$

ou $L = \dfrac{X_L}{2\pi f} = \dfrac{23{,}81\ \Omega}{377\ \text{rad/s}} = \mathbf{63{,}16\ mH}$

b) $R = \dfrac{P}{I^2} = \dfrac{80\ \text{W}}{(4\ \text{A})^2} = \dfrac{80\ \Omega}{16} = \mathbf{5\ \Omega}$

O núcleo de latão tem relutância menor que o núcleo de ar. Portanto, há maior densidade de fluxo magnético (B) no seu interior. Como $P_{parasita} \propto f^2B^2$ e $P_{\text{his}} \propto f^1B^n$, à medida que a densidade de fluxo magnético aumenta, as perdas no núcleo e a resistência efetiva aumentam.

c) $R = \dfrac{P}{I^2} = \dfrac{52\ \text{W}}{(2\ \text{A})^2} = \dfrac{52\ \Omega}{4} = \mathbf{13\ \Omega}$

$$Z_T = \frac{E}{I} = \frac{120\ \text{V}}{2\ \text{A}} = 60\ \Omega$$

$$X_L = \sqrt{Z_T^2 - R^2} = \sqrt{(60\ \Omega)^2 - (13\ \Omega)^2} = 58{,}57\ \Omega$$

$$L = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{58{,}57\ \Omega}{377\ \text{rad/s}} = \mathbf{155{,}36\ mH}$$

O núcleo de ferro tem menor relutância que o de ar e o de latão. Portanto, a densidade de fluxo magnético (B) no núcleo é maior. Novamente, como $P_{parasita} \propto f^2B^2$ e $P_{\text{his}} \propto f^1B^n$, o aumento da densidade de fluxo

faz com que as perdas no núcleo e a resistência efetiva aumentem.
Como a indutância L está relacionada à variação do fluxo pela equação $L = N(d\phi/di)$, a indutância será maior para o núcleo de ferro, pois o fluxo variável através do núcleo irá aumentar.

19.12 APLICAÇÕES

Geradores de energia elétrica portáteis

Embora possa parecer que a tensão de 120 V pode ser obtida em qualquer lugar, há situações — como em uma cabana em um local isolado, em uma obra ou em um acampamento — que nos fazem lembrar de que não existe uma tomada de energia elétrica em qualquer esquina do planeta. À medida que nos afastamos dos grandes centros urbanos, os geradores a gasolina, como o que aparece na Figura 19.39, podem ser encontrados mais facilmente em lojas de ferramentas, depósitos de madeiras e outros estabelecimentos comerciais de acordo com as necessidades locais de geração de energia elétrica. Como os geradores de corrente alternada são acionados por motor a gasolina, eles têm de ser ventilados adequadamente e não devem ser ligados em ambientes fechados. Geralmente, devido ao ruído sonoro e à fumaça, eles são instalados o mais distante possível e são conectados por cabos longos, de alta capacidade de corrente e resistentes às intempéries. Qualquer ponto de conexão tem de ser protegido adequadamente e instalado de maneira a garantir que as conexões sejam impermeáveis e resistam a chuvas intensas ou neve. Embora sejam necessários alguns esforços para colocar os geradores em operação e garantir que eles sempre tenham combustível suficiente para funcionar, a maioria dos usuários dirá que eles são valiosíssimos.

A grande maioria dos geradores é construída para fornecer de 1.750 W a 5.000 W de potência, embora unidades maiores possam fornecer até 20.000 W. Inicialmente, considere que 5.000 W seja uma potência suficiente para muitas aplicações. Entretanto, tenha em mente que a unidade adquirida deve ser especificada com pelo menos 20 por cento de capacidade acima da projetada por causa de surtos de correntes que acontecem quando aparelhos, motores, ferramentas etc. são ligados. Lembre-se de que mesmo uma lâmpada demanda uma grande corrente no momento em que é ligada devido à baixa resistência do filamento frio. Se o gerador tiver de operar muito próximo da capacidade máxima especificada, poderemos perceber fortes quedas na iluminação quando uma motosserra for ligada — quase ao ponto em que parecerá que a iluminação geral se apagou. Os geradores são semelhantes a qualquer outro equipamento: se uma carga de alto consumo for conectada, eles param. A maioria deles tem fusíveis de proteção ou disjuntores para garantir que demandas acima das especificações sejam monitoradas e não sejam ultrapassadas. Uma barreira de proteção de 20 por cento faz com que a potência máxima de saída caia de 5.000 W para 4.000 W, o que nos faz querer saber a respeito da carga que podemos aplicar. Embora 4.000 W sejam suficientes para acionar diversas lâmpadas de 60 W, um aparelho de TV e um ventilador, entre outros, sempre teremos problemas quando, em uma unidade geradora, forem conectados equipamentos de aquecimento (como ferros elétricos, secadores de cabelo e secadoras de roupa). Mesmo fornos de micro-ondas de 1.200 W drenam uma potência razoável. Ao ligar um pequeno aquecedor elétrico de 1.500 W com seis lâmpadas de 60 W cada uma (360 W), um aparelho de TV de 250 W, e um queimador de óleo de 250 W, e em seguida ligar um secador de cabelo de 1.500 W — de repente se está com uma carga bem próxima da capacidade máxima de 4.000 W. Logo surge a necessidade de ampliar os limites de potência quando se aumenta o número de equipamentos que consomem energia.

Figura 19.39 Gerador portátil de fase única. (Cortesia da Coleman Powermate, Inc.)

A Tabela 19.2 fornece uma lista de especificações para uma ampla faixa de potências de geradores portáteis movidos a gasolina. Como grande parte dos geradores tem um motor movido a gasolina, qualquer potência acima de 5 hp passa a ser bastante onerosa, especialmente quando se considera o custo da gasolina. Muitos dos geradores considerados bons, que fornecem uma potência acima de 2.400 W, possuem receptáculos para 120 V e 220 V para diversos níveis de corrente e uma tomada de 12 V de corrente contínua. Eles também são construídos de maneira a tolerar razoavelmente as condições ambientais ao ar livre e podem funcionar por longos períodos de tempo. Para uma tensão de 120 V, uma unidade de 5.000 W pode fornecer uma corrente máxima de aproximadamente 42 A.

Tabela 19.2 Especificações de geradores CA portáteis movidos a gasolina.

Potência de saída permanente	1.750–3.000 W	2.000–5.000 W	2.250–7.500 W
Potência em hp do motor a gasolina	4–11 hp	5–14 hp	5–16 hp
Corrente de saída permanente	Para 120 V: 15–25 A Para 220 V(3ϕ): 8–14 A	Para 120 V: 17–42 A Para 220 V(3ϕ): 9–23 A	Para 120 V: 19–63 A Para 220 V(3ϕ): 10–34 A
Tensão de saída	120 V ou 3ϕ: 120 V/220 V	120 V ou 3ϕ: 120 V/220 V	120 V ou 3ϕ: 120 V/220 V
Receptáculos	2	2– 4	2– 4
Tanque de combustível	2 a 8 litros de gasolina	2 a 11 litros de gasolina	4 a 19 litros de gasolina

Sentido do negócio

Devido aos custos envolvidos, todas as grandes indústrias precisam analisar continuamente suas contas relativas ao consumo de energia elétrica para garantir um conhecimento mais preciso sobre o consumo e considerar formas de economizar energia. Conforme descrito nesse capítulo, o fator de potência associado à indústria como um todo pode ter um efeito mensurável na corrente drenada e consequentemente na potência em kVA drenada da rede. As concessionárias de energia elétrica estão cientes desse problema que, na realidade, representa uma sobrecarga extra se o fator de potência cair abaixo de 0,9. Em outras palavras, para garantir que a carga seja vista como a mais resistiva possível, as concessionárias de energia elétrica têm solicitado a todos os usuários que procurem garantir um fator de potência entre 0,9 e 1, de forma que a demanda em kW seja bem próxima da demanda em kVA.

Considere a seguinte conta mensal para uma indústria suficientemente grande:

Consumo em kWh	146,5 MWh
Demanda de pico em kW	241 kW
Demanda em kW	233 kW
Demanda em kVA	250 kVA

A tabela de preços fornecida por uma companhia local de fornecimento de energia elétrica é a seguinte:

Energia Primeiros 450 kWh a 22,3¢/kWh
Próximos 12 MWh a 17,1¢/kWh
kWh adicional a 8,9¢/kWh

Potência Primeiros 240 kW sem custo
kW adicional a $12,05/kW

Note que essa tabela de preços tem uma decomposição para custo de energia e para potência. Essa segunda taxa depende do fator de potência total da indústria.

A conta mensal da energia é calculada da seguinte maneira:

$$\begin{aligned}\text{Custo} &= (450\text{ kWh})(22{,}3¢/\text{kWh}) + (12\text{ MWh})(17{,}1¢/\text{kWh})\\ &\quad + [146{,}2\text{ MWh} - (12\text{ MWh} + 450\text{ kWh})](8{,}9¢/\text{kWh})\\ &= \$\ 100{,}35 + \$\ 2052{,}00 + \$\ 11.903{,}75\\ &= \mathbf{\$\ 14.056{,}10}\end{aligned}$$

Antes de examinar os efeitos da estrutura da taxa de potência, podemos determinar o fator de potência total da carga para o mês fazendo a seguinte divisão de acordo com a conta mensal:

$$F_p = \frac{P}{P_a} = \frac{233\text{ kW}}{250\text{ kVA}} = \mathbf{0{,}932}$$

Como o fator de potência é maior que 0,9, as chances são de que não haverá sobretaxa, ou de que ela será mínima.

Quando se determina o valor da potência na conta, o consumo em kVA é multiplicado pelo 'número mágico' 0,9 para determinar o valor em kW para esse fator de potência. Esse valor em kW é comparado ao valor medido, sendo que o consumidor paga em função do maior valor.

Nesse caso, se multiplicarmos 250 kVA por 0,9, obteremos 225 kW, que é um pouco menor do que o valor medido, de 233 kW. Entretanto, os dois valores são menores que o teto de consumo sem custo de 240 kW, assim não há custo adicional para o componente da potência. A conta total permanece em $ 14.056,10.

Se o consumo em kVA registrado na conta fosse 388 kVA, com o consumo em kW se mantendo em 233 kW, a situação mudaria, pois 0,9 × 388 kVA corresponde a 349,2 kW, que é muito maior que o valor medido de 233 kW. O valor de 349,2 kW é usado para determinar o valor da conta da seguinte maneira:

$$349{,}2\text{ kW} - 240\text{ kW} = 109{,}2\text{ kW}$$
$$(109{,}2\text{ kW})(\$\ 12{,}05/\text{kW}) = \mathbf{\$\ 1.315{,}86}$$

que é uma quantia significativa.

O valor total da conta pode então ser determinado da seguinte maneira:

Custo = \$ 14.056,10 + \$ 1.315,86
= **\$ 15.371,96**

Assim, o fator de potência da carga cai para 233 kW/388 kVA = 0,6, colocando-se uma carga adicional desnecessária no sistema de fornecimento de energia elétrica. Nesse caso, deve ser considerada a correção do fator de potência, conforme descrito neste livro. É comum vermos grandes bancos de capacitores colocados na entrada de alimentação de grandes indústrias para realizar a correção necessária do fator de potência.

Portanto, de modo geral, é importante que você entenda perfeitamente o impacto de um baixo fator de potência em um sistema de geração de energia elétrica — caso algum dia venha a trabalhar em uma empresa fornecedora ou consumidora de energia elétrica.

19.13 ANÁLISE COMPUTACIONAL

PSpice

Curva de potência: resistor. Essa análise computacional começa com uma verificação das curvas mostradas na Figura 19.3, que mostra que a tensão e a corrente estão em fase em um resistor. Essa figura também mostra que a curva de potência está totalmente acima do eixo horizontal e tem o dobro da frequência aplicada e um valor de pico que é igual ao dobro do valor médio. Primeiro, monte o esquema simples, da Figura 19.40. Em seguida, usando a opção **Time Domain (Transient)** para obter um gráfico em função do tempo, ajustando **Run to time** em 1 ms e **Maximum step size** em 1 ms/1.000 = 1 μs, acione o botão **OK** seguido do ícone **Run PSpice** para realizar a simulação. A seguir, a seleção de **Trace-Add Trace-V1(R)** resultará na curva da tensão, conforme mostra a Figura 19.41. Ainda, o uso da sequência **Trace-Add Trace-I(R)** resultará na curva da corrente, conforme mostra a Figura 19.41. Finalmente, a curva da potência pode ser plotada selecionando **Trace-Add Trace V1(R)*I(R)** a partir da equação fundamental para o cálculo da potência, resultando na curva de maior amplitude vista na Figura 19.41.

Podemos fazer uma distinção entre as curvas observando o símbolo usado para cada uma na parte inferior esquerda do gráfico. Entretanto, nesse caso, para tornar a identificação mais fácil, cores diferentes foram selecionadas para cada curva, clicando em cada uma com o botão direito do mouse, selecionando **Properties** e escolhendo tanto a cor quanto a espessura da linha de cada curva. No entanto, podemos também inserir um texto na tela ao selecionar o ícone **ABC** para obter a caixa de diálogo **Text Label** e inserir um rótulo, como **P(R)**, clicando a seguir em **OK**. O rótulo pode ser posicionado em qualquer local da tela. Ao acionar o botão **Toggle cursor** e em seguida clicar sobre **I(R)**, na parte inferior da tela, podemos usar o cursor para determinar o valor máximo da corrente. Em **A1** = 250 μs , ou ¼ do período total da tensão de entrada,

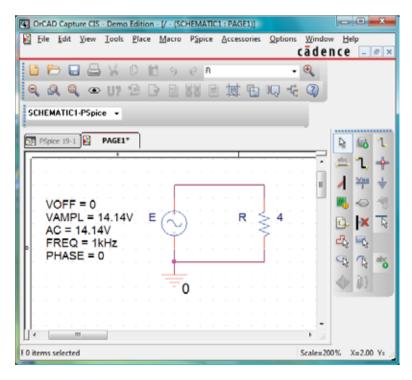



Figura 19.40 Uso do PSpice para analisar a curva de potência para um elemento resistivo em um circuito CA.

Figura 19.41 Gráficos resultantes de potência, tensão e corrente para o resistor do circuito visto na Figura 19.40.

a corrente apresenta um valor de pico de 3,54 A. O valor de pico na curva de potência pode ser obtido clicando com o botão direito do mouse sobre **V1(R)*I(R)**, clicando em seguida na curva e determinando assim o valor de pico (obtido também clicando no ícone **Cursor Peak** à direita do botão **Toggle cursor**). Esse valor ocorre no mesmo ponto de máximo da corrente apresentando um valor de 50 W. Observe particularmente que a curva de potência mostra dois ciclos, enquanto as outras duas curvas, v_R e i_R, mostram apenas um ciclo. Obviamente, a curva de potência tem o dobro da frequência do sinal aplicado. Observe também que a curva de potência está totalmente acima do zero, indicando que a potência é absorvida pelo resistor durante todo o ciclo mostrado. Além disso, o valor de pico da curva de potência é o dobro do valor médio da curva; ou seja, o valor de pico de 50 W é duas vezes o valor médio de 25 W.

Os resultados dessa simulação podem ser verificados fazendo os cálculos manualmente, usando o valor rms da tensão aplicada. Ou seja,

$$P = \frac{V_R^2}{R} = \frac{(10\ \text{V})^2}{4\ \Omega} = \mathbf{25\ W}$$

Curvas de potência: circuito *R-L-C* em série. O circuito mostrado na Figura 19.42, com sua combinação de elementos, será usado agora para demonstrar que, independentemente da configuração física do circuito, o valor médio da curva de potência estabelecida pelo produto da tensão aplicada e da corrente resultante é igual à potência dissipada pelo circuito. Em uma frequência de 1 kHz, a reatância do indutor de 1,273 mH será 8 Ω, e a reatância do capacitor será 4 Ω, resultando em um circuito atrasado. Uma análise do circuito gera os seguintes resultados:

$$Z_T = 4\ \Omega + j\,4\ \Omega = 5{,}657\ \Omega\ \angle 45°$$

com
$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{Z}_T} = \frac{10\ \text{V}\angle 0°}{5.657\ \Omega\ \angle 45°} = 1{,}768\ \text{A}\ \angle -45°$$

e
$$P = I^2R = (1{,}768\ \text{A})^2 4\ \Omega = \mathbf{12{,}5\ W}$$

Na listagem **Time Domains (Transient)**, insira 20 ms em **Run to Time** e 1 μs em **Maximum step size**. As três curvas mostradas na Figura 19.43 foram obtidas usando-se a opção **Simulation Output Variables V(E:+)**, **I(R)** e **V(E:+)*I(R)**. O parâmetro **Run to time** em **Simulation Profile** apareceu com 20 ms, embora 1 μs tenha sido esco-

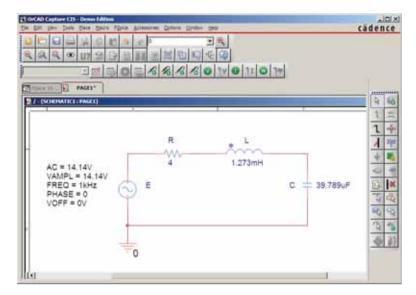



Figura 19.42 Uso do PSpice para examinar a distribuição de potência em um circuito *R-L-C* em série.

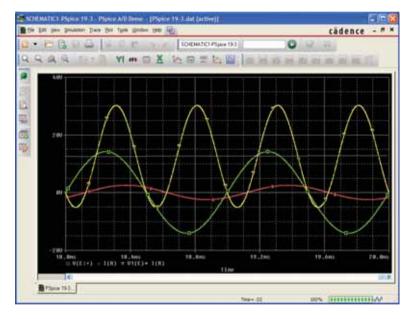



Figura 19.43 Gráficos da tensão aplicada *e*, da corrente $i_R = i_s$ e da potência fornecida $p_s = e \times i_s$ para o circuito mostrado na Figura 19.42.

lhido para **Maximum step size** para garantir uma boa resolução para o gráfico. Observe particularmente que o eixo horizontal começa somente em $t = 18$ ms para garantir que o circuito esteja no estado estacionário e não no transitório (onde os valores de pico das formas de onda podem variar com o tempo). O eixo horizontal foi ajustado na faixa de 18 ms a 20 ms selecionando **Plot-Axis Settings-X Axis-User Defined-18ms to 20ms-OK**. Primeiramente, note que a corrente está atrasada em relação à tensão aplicada, de acordo com o esperado para um circuito atrasado. A defasagem angular entre as duas é de 45º, conforme determinado anteriormente. Em segundo lugar, saiba que os elementos foram escolhidos de maneira que a mesma escala pudesse ser usada para a corrente e para a tensão. O eixo vertical não apresenta unidade, de maneira que as unidades adequadas têm de ser associadas mentalmente para cada curva. Usando **Plot-Label-Line**, desenhe uma reta horizontal na tela passando pelo valor médio da potência, que é 12,5 W. O ícone de um lápis aparecerá, que pode ser posicionado no canto esquerdo ao nível dos 12,5 W. O lápis pode então ser arrastado ao longo da tela para desenhar a reta desejada. Uma vez alcançada a borda direita do gráfico, libere o botão do mouse e a linha estará desenhada. Você deve usar cores diferentes para as curvas clicando com o botão direito do mouse na curva desejada e fazendo as escolhas em **Properties**. Observe que o valor 12,5 W é de fato o valor médio da curva de potência.

É interessante notar que a curva de potência está abaixo do eixo horizontal por apenas um curto período de tempo. Em outras palavras, durante os dois ciclos vistos, a potência está sendo absorvida pelo circuito na maior parte do tempo. A pequena região abaixo do eixo horizontal representa o retorno da energia do circuito proveniente dos elementos reativos. Portanto, em geral, a fonte tem de fornecer potência ao circuito na maior parte do tempo, mesmo que uma boa porcentagem da energia seja fornecida aos elementos reativos, podendo não ser dissipada.

PROBLEMAS

Seções 19.1 a 19.8

1. Dado o conjunto de lâmpadas (puramente resistivas) ilustrado na Figura 19.44:
   a) Determine a potência total dissipada.
   b) Calcule a potência total reativa e aparente.
   c) Calcule a corrente I_s.
   d) Calcule a resistência de cada lâmpada para as condições de operação especificadas.
   e) Determine as correntes I_1 e I_2.
2. Dado o circuito visto na Figura 19.45, faça o que se pede.
   a) Determine a potência média fornecida a cada um dos componentes.
   b) Calcule a potência reativa para cada componente.
   c) Calcule a potência aparente para cada componente.
   d) Determine a potência total em watts, volts-ampères reativos, volts-ampères e o fator de potência F_P do circuito.
   e) Desenhe o triângulo de potências.
   f) Calcule a energia dissipada pelo resistor em um ciclo completo da tensão de entrada.
   g) Calcule a energia armazenada ou devolvida pelo capacitor e pelo indutor em um semiciclo da curva de potência para cada um.
3. Dado o sistema mostrado na Figura 19.46:
   a) Determine a potência total em watts, volts-ampères reativo, volts-ampères e o fator de potência F_P.
   b) Desenhe o triângulo de potência.
   c) Calcule a corrente $\mathbf{I}_s$.
4. Dado o sistema da Figura 19.47:
   a) Calcule P_T, Q_T e S_T.
   b) Determine fator de potência F_P.
   c) Desenhe o triângulo de potência.
   d) Calcule $\mathbf{I}_s$.

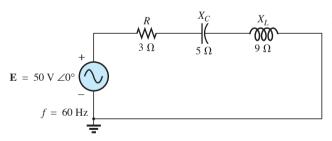



Figura 19.44 Problema 1.

Figura 19.45 Problema 2.

Figura 19.47 Problema 4.

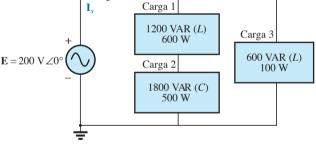
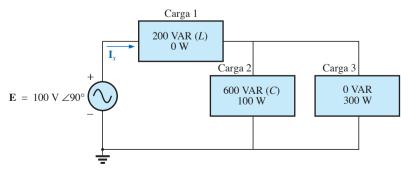



Figura 19.46 Problema 3.

5. Dado o sistema visto na Figura 19.48:
  a) Determine P_T, Q_T e S_T.
  b) Determine fator de potência F_P.
  c) Desenhe o triângulo de potências.
  d) Calcule $\mathbf{I}_s$.

6. Dado o circuito visto na Figura 19.49:
  a) Calcule as potências média, reativa e aparente para o resistor de 20 Ω.
  b) Repita o item (a) para a indutância reativa de 10 Ω.
  c) Calcule a potência total em watts, volts-ampères reativos, volts-ampères e o fator de potência F_P.
  d) Calcule a corrente $\mathbf{I}_s$.

7. Dado o circuito visto na Figura 19.50:
  a) Calcule a potência média fornecida a cada elemento.
  b) Determine a potência reativa para cada elemento.
  c) Determine a potência aparente para cada elemento.
  d) Calcule P_T, Q_T, S_T e F_P para o sistema.
  e) Desenhe o triângulo de potências.
  f) Calcule $\mathbf{I}_s$.

8. Repita o Problema 7 considerando o circuito mostrado na Figura 19.51.

***9.** Considerando o circuito visto na Figura 19.52:
  a) Calcule a potência média fornecida a cada elemento.
  b) Determine a potência reativa para cada elemento.

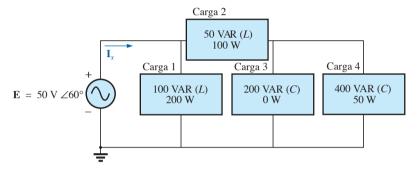



Figura 19.48 Problema 5.

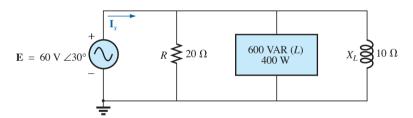



Figura 19.49 Problema 6.

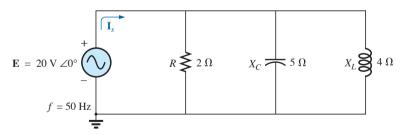



Figura 19.50 Problema 7.

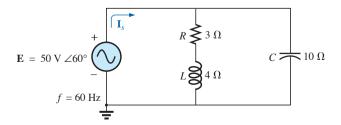
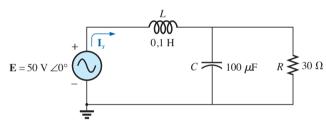



Figura 19.51 Problema 8.

c) Determine a potência aparente para cada elemento.
d) Calcule a potência total em watts, volts-ampères reativos, volts-ampères e o fator de potência F_P do circuito.
e) Desenhe o triângulo da potência.
f) Calcule a energia dissipada pelo resistor em um ciclo completo da tensão de entrada.
g) Encontre a energia armazenada ou devolvida pelo capacitor e pelo indutor em um ciclo da curva de potência para cada um.

10. Um sistema elétrico está especificado para 10 kVA, 200 V com um fator de potência adiantado 0,5.
a) Determine a impedância do sistema em coordenadas retangulares.
b) Calcule a potência média fornecida ao sistema.

11. Um sistema elétrico está especificado para 5 kVA, 120 V com um fator de potência atrasado 0,8.
a) Determine a impedância do sistema em coordenadas retangulares.
b) Calcule a potência média fornecida ao sistema.

***12.** Considerando o sistema visto na Figura 19.53:
a) Calcule a potência total em watts, volts-ampères reativos, volts-ampères e o fator de potência F_P do circuito.
b) Calcule a corrente $\mathbf{I}_s$.
c) Desenhe o triângulo de potência.
d) Determine quais são os componentes (e suas impedâncias em ohms) dentro de cada retângulo. (Suponha que todos os elementos de cada carga estejam em série.)
e) Verifique se o resultado do item (b) está correto, encontrando a corrente $\mathbf{I}_s$ usando apenas a tensão de entrada $\mathbf{E}$ e os resultados do item (d). Compare esse valor de $\mathbf{I}_s$ com o obtido no item (b).

***13.** Repita o Problema 12 considerando o sistema visto na Figura 19.54.

***14.** Dado o circuito visto na Figura 19.55:
a) Calcule a potência total em watts, volts-ampères reativos, volts-ampères e F_P.
b) Calcule a corrente $\mathbf{I}_s$.
c) Determine o tipo dos componentes (e suas impedâncias) em cada retângulo. (Suponha que os elementos dentro de cada retângulo estejam em série.)

15. Dado o circuito visto na Figura 19.56:
a) Calcule a potência total em watts, volts-ampères reativos, volts-ampères e F_P.
b) Calcule a tensão $\mathbf{E}$.
c) Determine o tipo dos componentes e suas impedâncias em cada retângulo. (Suponha que os elementos dentro de cada retângulo estejam em série.)

Figura 19.52 Problema 9.

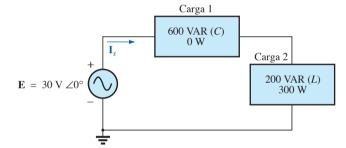



Figura 19.53 Problema 12.

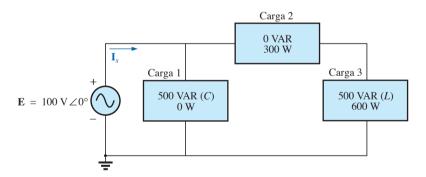



Figura 19.54 Problema 13.

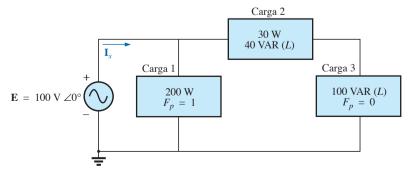



Figura 19.55 Problema 14.

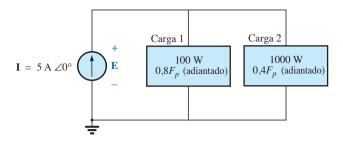



Figura 19.56 Problema 15.

Seção 19.9 Correção do fator de potência

***16.** A iluminação e os motores de uma pequena fábrica estabelecem uma demanda de potência igual a 10 kVA para um fator de potência atrasado 0,7 com uma fonte de 208 V e 60 Hz.

a) Construa o triângulo de potência para a carga.

b) Determine o valor do capacitor que deve ser colocado em paralelo com a carga para elevar o fator de potência à unidade.

c) Determine a diferença entre as correntes da fonte no sistema não compensado e no sistema compensado.

d) Repita os itens (b) e (c) para um fator de potência de 0,9.

17. A carga de um gerador de 120 V e 60 Hz é de 5 kW (resistiva), 8 kVAR (indutiva) e 2 kVAR (capacitiva).

a) Calcule um número total de kilovolts-ampères.

b) Determine o F_P das cargas combinadas.

c) Calcule a corrente fornecida pelo gerador.

d) Calcule a capacitância necessária para estabelecer um fator de potência unitário.

e) Encontre a corrente fornecida pelo gerador com um fator de potência unitário e compare com o valor obtido no item (c).

18. As cargas de uma fábrica ligada a um sistema de 1.000 V, 60 Hz, são as seguintes:

20 kW para aquecimento (fator de potência unitário)

10 kW (P_i) para motores de indução (fator de potência 0,7 atrasado)

5 kW para iluminação (fator de potência 0,85 atrasado)

a) Desenhe o triângulo de potência para a carga total na fonte.

b) Determine a capacitância necessária para tornar o fator de potência total igual a 1.

c) Calcule a diferença entre as correntes totais no sistema compensado e no sistema não compensado.

Seção 19.10 Wattímetros e medidores de fator de potência

19. a) Um wattímetro é conectado com a bobina de corrente na posição mostrada na Figura 19.57 e com a bobina de tensão entre os pontos *f* e *g*. Qual a leitura do wattímetro?

b) Repita o item (a) com a bobina de tensão (*BT*) ligada entre os pontos *a-b*, *b-c*, *a-c*, *a-d*, *c-d*, *d-e* e *f-e*.

20. A fonte de tensão vista na Figura 19.58 fornece 660 VA para uma tensão de 120 V, com uma corrente atrasada em relação à tensão por um fator de potência de 0,6.

a) Determine as leituras do voltímetro, do amperímetro e do wattímetro.

b) Calcule a impedância da carga na forma retangular.

Seção 19.11 Resistência efetiva

21. a) Uma bobina de núcleo de ar é conectada a uma fonte de 200 V e 60 Hz. A corrente é de 4 A, e um wattímetro indica 80 W. Calcule a resistência efetiva e a indutância da bobina.

b) Um núcleo de latão é inserido na bobina. O amperímetro indica 3 A e o wattímetro, 90 W. Calcule a resistência efetiva do núcleo. Explique por que o valor é maior do que no item (a).

c) Ao introduzir um núcleo de ferro maciço no indutor, a corrente passa a ser de 2 A, e o wattímetro passa a indicar 60 W. Calcule a resistência e a indutância da bobina. Compare os valores com os encontrados no item (a) e discuta as diferenças.

22. a) A indutância de uma bobina de núcleo de ar é 0,08 H e a resistência efetiva é 4 Ω quando a fonte de 60 V e 50 Hz é conectada na bobina. Determine a corrente na bobina e a leitura de um wattímetro conectado à bobina.

b) Ao inserir um núcleo de latão na bobina, a resistência efetiva aumenta para 7 Ω e o wattímetro indica 30 W. Calcule a corrente na bobina e sua indutância.

c) Ao inserir um núcleo de ferro maciço na bobina, a resistência efetiva aumenta para 10 Ω e a corrente diminui para 1,7 A. Determine a leitura do wattímetro e a indutância da bobina.

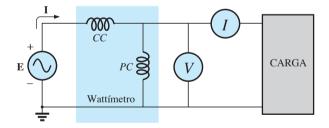



Figura 19.58 Problema 20.

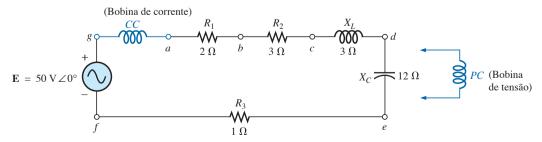



Figura 19.57 Problema 19.

Seção 19.13 Análise computacional

PSpice ou Multisim

23. Usando o PSpice ou o Multisim, obtenha um gráfico da potência reativa para um capacitor de 636,62 mF a uma frequência de 1 kHz para um ciclo da tensão, usando uma tensão aplicada **E** = 10 V ∠ 0°. Plote no mesmo gráfico a tensão aplicada e a corrente resultante. Aplique rótulos apropriados às curvas para obter um gráfico parecido com o que vemos na Figura 19.41.

24. Repita a análise da Figura 19.42 para um circuito *R-L-C* em paralelo com os mesmos parâmetros e o mesmo valor de tensão e frequência aplicada.

25. Plote no mesmo gráfico a tensão aplicada e a corrente total para o circuito visto na Figura 19.31(b), e mostre que a tensão e a corrente estão em fase porque o fator de potência é 1.

GLOSSÁRIO

Correção do fator de potência: Uso de componentes reativos (quase sempre capacitivos) para estabelecer um fator de potência próximo da unidade.

Correntes parasitas: Pequenas correntes circulares em um núcleo metálico que produzem um aumento da dissipação e da resistência efetiva do material.

Efeito pelicular: Em altas frequências, a tensão oposta induzida se concentra no centro do condutor, resultando em uma corrente maior próxima à superfície do condutor e em uma redução brusca próxima do centro. Como consequência, a área efetiva do condutor diminui e a resistência aumenta de acordo com a equação básica que determina a resistência geométrica (ou ôhmica) de um condutor.

Perdas por histerese: Perdas em um material magnético causadas pelas mudanças de sentido do fluxo magnético no material.

Perdas por radiação: Perda de energia na forma de ondas eletromagnéticas durante a transferência de energia de um elemento para outro.

Potência aparente: Potência fornecida a uma carga, sem que se considerem os efeitos do fator de potência da carga. É dada pelo produto da tensão aplicada pela corrente de carga.

Potência média (real): Potência fornecida e dissipada em um elemento, circuito ou sistema.

Potência reativa: Potência associada aos elementos reativos que fornece uma medida da energia envolvida na criação de campos elétricos e magnéticos em elementos capacitivos e indutivos, respectivamente.

Resistência efetiva: Valor de resistência que inclui os efeitos das perdas por radiação, do efeito pelicular, de correntes parasitas e da histerese.

Ressonância

Objetivos

- Familiarizar-se com a resposta em frequência de um circuito ressonante em série e aprender a calcular as frequências de ressonância e de corte.
- Calcular os níveis de fator de qualidade, de largura de banda e de potência de um circuito sintonizado em níveis de frequência importantes.
- Familiarizar-se com a resposta em frequência de um circuito ressonante paralelo e aprender a calcular as frequências de ressonância e de corte.
- Entender o impacto do fator de qualidade na resposta em frequência de um circuito ressonante em série ou em paralelo.
- Começar a entender a diferença entre definir a ressonância paralela na frequência em que a impedância de entrada é máxima e onde o circuito possui um fator de potência unitário.

20.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo, apresentaremos o circuito ressonante (ou sintonizado), que é um circuito muito importante por ser fundamental para o funcionamento de uma grande variedade de sistemas elétricos e eletrônicos utilizados hoje em dia. O circuito ressonante é uma combinação de elementos *R*, *L* e *C* que possui uma resposta em frequência característica semelhante à que aparece na Figura 20.1. Observe nessa figura que a resposta é máxima para a frequência f_r, diminuindo tanto para a direita quanto para a esquerda dessa frequência. Em outras palavras, para uma determinada faixa de frequência, a resposta tem um valor igual ou próximo do valor máximo. As frequências distantes, à direita ou à esquerda, têm valores de tensão ou corrente muito pequenos, e, para fins práticos, apresentam uma pequena influência na resposta do sistema. O receptor de rádio ou televisão tem uma curva de resposta para cada emissora, como a que vemos na Figura 20.1. Quando o receptor é ajustado (ou sintonizado) para uma determinada emissora, ele é ajustado para uma frequência próxima à f_r vista na Figura 20.1. Estações que transmitem em frequências afastadas dessa frequência não são recebidas com potência significativa para afetar o programa de interesse. O processo de sintonia (ajuste do seletor para f_r) que acabamos de descrever é a razão da terminologia *circuito sintonizado*. Quando a resposta está próxima do máximo, diz-se que o circuito está em um estado de **ressonância**.

O conceito de ressonância não se limita a sistemas elétricos ou eletrônicos. Se forem aplicados impulsos a um sistema mecânico com uma frequência apropriada, o sistema entrará em um estado de ressonância, sofren-

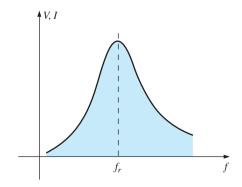



Figura 20.1 Curva de ressonância.

do oscilações de grande amplitude. A frequência dessas oscilações é denominada *frequência natural* do sistema. Um exemplo clássico desse efeito é o que aconteceu com a ponte Tacoma Narrows, construída em 1940 sobre o estreito Puget, no Estado de Washington, Estados Unidos. Quatro meses após a inauguração da ponte, que tinha um vão livre de 853 metros, um vento intermitente de 67 km/h a fez oscilar na sua frequência natural. A amplitude das oscilações foi aumentando, a ponto de a ponte se romper e cair na água. A ponte foi substituída por outra nova em 1950.

Um circuito elétrico ressonante *precisa* ter tanto indutância quanto capacitância. Além disso, uma resistência sempre está presente, seja porque não existem capacitores e indutores ideais, seja para controlar a forma da curva de ressonância. Quando a ressonância ocorre por causa da aplicação da frequência apropriada (f_r), a energia armazenada em um elemento reativo é igual à fornecida por outro elemento reativo do sistema. Em outras palavras, a energia oscila entre um elemento reativo e outro. Portanto, uma vez que um sistema ideal (C e L puros) atinge um estado de ressonância, ele não necessita mais de potência reativa, pois é autossustentado. Em um circuito real, existe uma resistência presente nos elementos reativos que produz um eventual 'amortecimento' das oscilações entre os elementos reativos.

Há dois tipos de circuitos ressonantes: em *série* e em *paralelo*. Ambos serão discutidos detalhadamente neste capítulo.

RESSONÂNCIA EM SÉRIE

20.2 CIRCUITO RESSONANTE EM SÉRIE

Um circuito ressonante (em série ou em paralelo) tem de ter um elemento indutivo e outro capacitivo. Um elemento resistivo sempre está presente como a resistência interna da fonte, R_S, a resistência interna do indutor, R_l, e qualquer outra resistência acrescentada ao circuito para controlar a forma da curva de resposta ($R_{projeto}$). A configuração básica do circuito ressonante em série aparece na Figura 20.2(a) com os elementos resistivos agora mencionados. O circuito de aparência 'mais limpa' mostrado na Figura 20.2(b) é o resultado da substituição da combinação em série dos elementos resistivos por uma única resistência equivalente. Ou seja,

$$R = R_s + R_l + R_d \tag{20.1}$$

A impedância total desse circuito para qualquer frequência é dada por:

$$\mathbf{Z}_T = R + jX_L - jX_C = R + j(X_L - X_C)$$

As condições de ressonância descritas na introdução ocorrem quando:

$$X_L = X_C \tag{20.2}$$

o que remove a componente reativa da equação da impedância total. A impedância total na ressonância é simplesmente:

$$\mathbf{Z}_{T_s} = R \tag{20.3}$$

o que constitui o menor valor de $\mathbf{Z}_T$ para qualquer frequência. O índice s será usado para indicar a condição de ressonância em série.

A frequência de ressonância pode ser determinada em termos da indutância e da capacitância do circuito a partir da equação de definição da ressonância (veja a Equação 20.2):

$$X_L = X_C$$

Fazendo a substituição, temos:

$$\omega L = \frac{1}{\omega C} \qquad \text{e} \qquad \omega^2 = \frac{1}{LC}$$

e

$$\omega_s = \frac{1}{\sqrt{LC}} \tag{20.4}$$

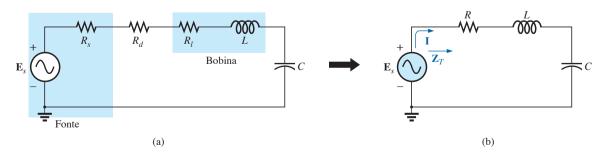



Figura 20.2 Circuito ressonante em série.

ou

$$f_s = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \qquad \begin{aligned} f &= \text{hertz (Hz)} \\ L &= \text{henries (H)} \\ C &= \text{farads (F)} \end{aligned} \qquad (20.5)$$

A corrente no circuito na condição de ressonância é

$$\mathbf{I} = \frac{E \angle 0^\circ}{R \angle 0^\circ} = \frac{E}{R} \angle 0^\circ$$

que é a corrente máxima no circuito da Figura 20.2 para uma tensão aplicada **E**, já que o valor de $\mathbf{Z}_T$ é mínimo. Observe também que *a tensão de entrada e a corrente estão em fase na ressonância*.

Como as correntes no indutor e no capacitor são iguais, as tensões em cada um são iguais em módulo, mas estão defasadas 180º na ressonância.

$$\left.\begin{aligned} \mathbf{V}_L &= (I \angle 0^\circ)(X_L \angle 90^\circ) = IX_L \angle 90^\circ \\ \mathbf{V}_C &= (I \angle 0^\circ)(X_C \angle -90^\circ) = IX_C \angle -90^\circ \end{aligned}\right\} \text{Defasadas } 180^\circ$$

e como $X_L = X_C$, os módulos de V_L e V_C são iguais na ressonância, ou seja:

$$V_{L_s} = V_{C_s} \qquad (20.6)$$

A Figura 20.3, um diagrama fasorial das tensões e da corrente, mostra claramente que a tensão no resistor na ressonância é igual à tensão de entrada e que **E**, **I** e $\mathbf{V}_R$ estão em fase na ressonância.

A potência média dissipada pelo resistor na ressonância é igual a I^2R e as potências reativas armazenadas no capacitor e no indutor são I^2X_C e I^2X_L, respectivamente.

O triângulo de potências na ressonância (veja a Figura 20.4) mostra que a potência aparente total é igual à potência média dissipada pelo resistor, pois $Q_L = Q_C$. O fator de potência do circuito na ressonância é:

$$F_p = \cos\theta = \frac{P}{S}$$

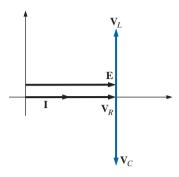



Figura 20.3 Diagrama fasorial para o circuito ressonante em série na ressonância.

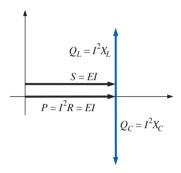



Figura 20.4 Triângulo de potência para o circuito ressonante em série na ressonância.

e

$$F_{p_s} = 1 \qquad (20.7)$$

Plotando as curvas de potência de cada elemento no mesmo gráfico (veja a Figura 20.5), notamos que, embora a potência reativa total em qualquer instante seja nula (observe que $t = t'$), a energia ainda está sendo armazenada e liberada pelo indutor e pelo capacitor na ressonância.

Em um exame mais minucioso, vemos que a energia armazenada pelo indutor de 0 a t_1 é igual à energia liberada pelo capacitor no mesmo intervalo. O contrário ocorre no intervalo de t_1 a t_2, e assim por diante. Portanto, a potência

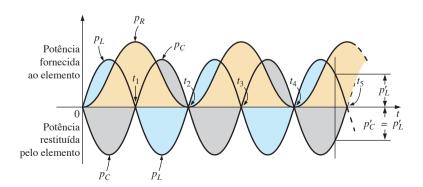



Figura 20.5 Curvas de potência na ressonância para o circuito ressonante em série.

aparente total é igual à potência média, embora o indutor e o capacitor estejam armazenando e liberando energia. Essa situação ocorre apenas na ressonância. Qualquer pequena alteração na frequência introduz uma componente reativa no triângulo de potências, fazendo com que a potência aparente do sistema seja maior que a potência média e a situação de ressonância não exista mais.

20.3 FATOR DE QUALIDADE (Q)

O **fator de qualidade** Q de um circuito ressonante em série é definido como a razão entre a potência reativa do indutor ou do capacitor e a potência média do resistor na frequência de ressonância; ou seja,

$$Q_s = \frac{\text{potência reativa}}{\text{potência média}} \tag{20.8}$$

O fator de qualidade também é uma indicação da quantidade de energia que é armazenada (transferida continuamente de um elemento reativo para outro) em comparação com a energia dissipada. Quanto menor o valor da potência dissipada para um mesmo valor de potência reativa, maior o fator Q_S e mais concentrada e intensa a região de ressonância.

Considerando uma reatância indutiva e uma situação de ressonância, a substituição da potência reativa e da potência média por seus valores na Equação 20.8 nos dá:

$$Q_s = \frac{I^2 X_L}{I^2 R}$$

e

$$Q_s = \frac{X_L}{R} = \frac{\omega_s L}{R} \tag{20.9}$$

Se a resistência R for somente a resistência do indutor (R_l), poderemos nos referir ao Q_S do indutor, onde:

$$Q_s = Q_{\text{indutor}} = Q_1 = \frac{X_L}{R_l} \qquad R = R_l \tag{20.10}$$

Como o fator de qualidade de um indutor é uma informação geralmente fornecida pelo fabricante, muitas vezes ele é representado pelo símbolo Q, sem nenhum índice. Podemos deduzir, a partir da Equação 20.10, que Q_l aumentará linearmente com a frequência, pois $X_L = 2\pi fL$. Ou seja, se a frequência dobrar, Q_l também será multiplicado por 2. Isso se assemelha a uma situação real em baixas e médias frequências, conforme mostra a Figura 20.6 para alguns indutores. Entretanto, infelizmente, à medida que a frequência aumenta, a resistência efetiva da bobina também aumenta, principalmente pelo efeito pelicular, e o Q_l do indutor diminui. Além disso, os efeitos capacitivos entre as espiras do indutor aumentam, reduzindo ainda mais o valor de Q_l. Por essa razão, Q_l precisa ser especificado para uma determinada frequência ou faixa de frequências. Nas aplicações que envolvem uma larga faixa de frequências, normalmente é fornecido um gráfico de Q_l em função da frequência. O valor máximo de Q_l na maioria dos indutores comerciais é menor que 200, e a maioria tem um Q máximo próximo de 100. Observe na Figura 20.6 que, no caso de indutores do mesmo tipo, o valor de Q_l cai mais rapidamente com a frequência em indutores com valores maiores de indutância.

Se substituirmos

$$\omega_s = 2\pi f_s$$

e então

$$f_s = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

na Equação 20.9, teremos:

$$Q_s = \frac{\omega_s L}{R} = \frac{2\pi f_s L}{R} = \frac{2\pi}{R}\left(\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}\right)L$$
$$= \frac{L}{R}\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}\right) = \left(\frac{\sqrt{LC}}{\sqrt{LC}}\right)\frac{L}{R\sqrt{LC}}$$

e

$$Q_s = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}} \tag{20.11}$$

o que nos dá Q_S em termos dos parâmetros do circuito.

Nos circuitos ressonantes em série usados em sistema de comunicações, Q_S é geralmente maior do que 1. Aplicando a regra dos divisores de tensão ao circuito mostrado na Figura 20.2, obtemos:

$$V_L = \frac{X_L E}{Z_T} = \frac{X_L E}{R} \qquad \text{(na ressonância)}$$

e

$$V_{L_s} = Q_s E \tag{20.12}$$

ou

$$V_C = \frac{X_C E}{Z_T} = \frac{X_C E}{R}$$

Figura 20.6 Q_l em função da frequência para alguns indutores similares.

e $$V_{C_s} = Q_s E \qquad (20.13)$$

Como Q_s é normalmente maior que 1, a tensão no capacitor ou no indutor de um circuito ressonante em série pode ser significativamente maior que a tensão de entrada. De fato, em muitos casos, o Q_S é tão grande que o projeto do circuito, assim como sua manipulação (incluindo o isolamento adequado), têm de ser muito bem planejados quanto às tensões no capacitor e no indutor.

No circuito da Figura 20.7, por exemplo, que está em ressonância,

$$Q_s = \frac{X_L}{R} = \frac{480\ \Omega}{6\ \Omega} = 80$$

e $$V_L = V_C = Q_s E = (80)(10\text{ V}) = \mathbf{800\ V}$$

que é certamente uma tensão com valor considerável.

A frase normalmente usada é que existe um aumento Q na tensão dos componentes reativos em um circuito ressonante em série.

20.4 Z_T EM FUNÇÃO DA FREQUÊNCIA

A impedância total do circuito *R-L-C* em série da Figura 20.2 em qualquer frequência é dada por:

$$\mathbf{Z}_T = R + jX_L - jX_C \quad \text{ou} \quad \mathbf{Z}_T = R + j(X_L - X_C)$$

O módulo da impedância $\mathbf{Z}_T$ em função da frequência é dado por:

$$Z_T = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

A curva da impedância total em função da frequência para o circuito ressonante em série, visto na Figura 20.2, pode ser determinada usando a curva da impedância em função da frequência para cada elemento da equação que acabamos de deduzir, escrita da seguinte forma:

$$Z_T(f) = \sqrt{[R(f)]^2 + [X_L(f) - X_C(f)]^2} \qquad (20.14)$$

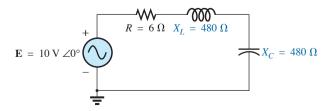



Figura 20.7 Circuito ressonante em série com alto valor de Q.

onde $\mathbf{Z}_T(f)$ 'simboliza' a impedância total em *função* da frequência. Para a faixa de frequência de interesse, consideraremos que a resistência R não muda, como no gráfico visto na Figura 20.8. A curva para a indutância, conforme determinada a partir da equação da reatância, é uma linha reta que intercepta a origem com uma inclinação igual à indutância do indutor. A expressão matemática de uma reta genérica no espaço bidimensional é dada por:

$$y = mx + b$$

Assim, para o indutor,

$$\begin{array}{ccccc} X_L = 2\pi f L + 0 = & (2\pi L) & (f) & + & 0 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow \\ y = & m & \cdot\ x & + & b \end{array}$$

(onde $2\pi L$ é a inclinação), como se pode ver na Figura 20.9.

Para o capacitor,

$$X_C = \frac{1}{2\pi f C} \quad \text{or} \quad X_C f = \frac{1}{2\pi C}$$

que se torna $yx = k$, a equação de uma hipérbole, onde:

$$y(\text{variável}) = X_C$$
$$x(\text{variável}) = f$$
$$k(\text{constante}) = \frac{1}{2\pi C}$$

A curva hiperbólica para $X_C(f)$ é mostrada na Figura 20.10. Observe, em particular, que X_C tem um valor muito

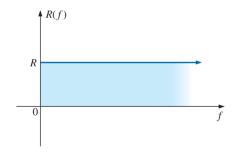



Figura 20.8 Resistência em função da frequência.

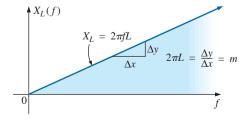



Figura 20.9 Reatância indutiva em função da frequência.

Figura 20.10 Reatância capacitiva em função da frequência.

elevado em baixas frequências e diminui rapidamente à medida que a frequência aumenta.

Se plotarmos as curvas das figuras 20.9 e 20.10 no mesmo gráfico, obteremos a Figura 20.11. A condição de ressonância é agora claramente definida pelo ponto de interseção, onde $X_L = X_C$. Para frequências menores que f_s, também fica bastante claro que o circuito é principalmente capacitivo ($X_C > X_L$). Para frequência acima da condição de ressonância, $X_L > X_C$, o circuito é indutivo.

Aplicando a equação

$$Z_T(f) = \sqrt{[R(f)]^2 + [X_L(f) - X_C(f)]^2}$$
$$= \sqrt{[R(f)]^2 + [X(f)]^2}$$

às curvas da Figura 20.11, onde $X(f) = X_L(f) - X_C(f)$, obtemos a curva para $Z_T(f)$, mostrada na Figura 20.12. A impedância é mínima na frequência de ressonância e é igual à resistência R. Note que a curva não é simétrica em relação à frequência de ressonância (especialmente para valores elevados de Z_T).

O ângulo de fase associado à impedância total é:

$$\theta = \text{tg}^{-1}\frac{(X_L - X_C)}{R} \qquad (20.15)$$

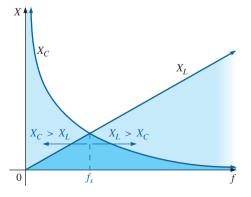



Figura 20.11 Resposta em frequência das reatâncias indutivas e capacitivas de um circuito *R-L-C*, plotadas no mesmo gráfico.

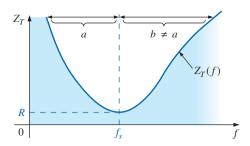



Figura 20.12 Z_T em função da frequência para um circuito ressonante em série.

No caso da função $\text{tg}^{-1} x$ (resultado obtido quando $X_L > X_C$), quanto maior o valor de x, maior o ângulo θ (mais próximo de 90º). Entretanto, no caso de $X_C > X_L$, temos de saber também que:

$$\text{tg}^{-1}(-x) = -\text{tg}^{-1}x \qquad (20.16)$$

Em baixas frequências, $X_C > X_L$, e q se aproxima de –90º (capacitivo), como vemos na Figura 20.13, enquanto em altas frequências, $X_L > X_C$, θ se aproxima de 90º. Portanto, em geral, para um circuito ressonante em série,

$f < f_s$: circuito capacitivo; **I** adiantado em relação a **E;**
$f > f_s$: circuito indutivo; **E** adiantado em relação a **I;**
$f = f_s$: circuito resistivo; **E** e **I** estão em fase.

20.5 SELETIVIDADE

Se plotarmos o módulo da corrente $I = E/Z_T$ em função da frequência para uma amplitude *constante* da tensão E, obteremos a curva mostrada na Figura 20.14, na qual a corrente aumenta de zero até um valor máximo de E/R (no ponto em que Z_T é mínima) e depois diminui até zero (enquanto Z_T aumenta) mais devagar do que aumentou para chegar ao máximo. Na verdade, a curva corresponde ao recíproco da curva da impedância em função da frequência. Como a curva de Z_T não é absolutamente simétrica em relação à frequência de ressonância, a curva

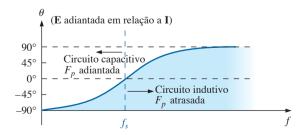



Figura 20.13 Gráfico de fase para o circuito ressonante em série.

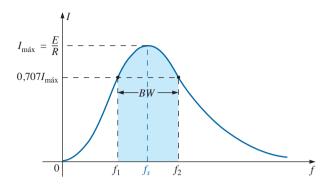



Figura 20.14 I em função da frequência para um circuito ressonante em série.

Figura 20.15 Efeitos de R, L e C sobre a curva de seletividade para o circuito ressonante em série.

da corrente em função da frequência também tem o mesmo comportamento.

Existe uma faixa definida de frequência na qual a corrente está próxima do valor máximo, e a impedância, do valor mínimo. As frequências que correspondem a 0,707 da corrente máxima são denominadas **frequências de banda**, f**requências de corte**, **frequências de meia potência** ou **frequências de canto**. Elas são indicadas por f_1 e f_2 na Figura 20.14. A faixa de frequência entre as duas é conhecida como **largura de banda** (*BW* — *bandwidth*) do circuito ressonante.

Frequências de meia potência (*half-power frequencies*) são aquelas em que a potência dissipada é metade daquela que é dissipada na ressonância; ou seja,

$$P_{HPF} = \frac{1}{2} P_{máx} \qquad (20.17)$$

Essa equação é deduzida a partir de:

$$P_{máx} = I^2_{máx}R$$

e $$P_{HPF} = I^2R = (0,707I_{máx})^2R = (0,5)(I^2_{máx}R) = ½\, P_{máx}$$

Como o circuito ressonante é ajustado para selecionar uma faixa de frequências, a curva vista na Figura 20.14 é denominada **curva de seletividade**. Esse termo resulta do fato de que a curva expressa o quanto o circuito tem de ser *seletivo* para que as frequências desejadas estejam dentro da largura de banda. Quanto menor a largura de banda, maior a seletividade. A forma da curva, mostrada na Figura 20.15, depende de cada elemento do circuito R, L e C em série. Para valores constantes de indutância e capacitância, quanto menor a resistência, menor a largura de banda e maior a seletividade. De forma similar, para valores constantes de resistência, quanto maior a relação L/C, menor a largura de banda e maior a seletividade.

Em termos de Q_s, se R for maior para o mesmo X_L, então Q_s será menor, como mostra a equação $Q_s = w_s L/R$.

Um Q_s pequeno, portanto, está associado a uma curva de ressonância com uma grande largura de banda e pequena seletividade, enquanto um Q_s elevado indica o contrário.

Para os circuitos em que $Q_s \geq 10$, costuma-se usar a aproximação de que a frequência de ressonância está no centro da largura de banda e a curva de ressonância é simétrica em relação à frequência da ressonância.

Uma curva traçada para essas condições é mostrada na Figura 20.16, na qual se pode ver que as frequências de corte são equidistantes da frequência de ressonância.

Isso não é verdade para qualquer Q_s. As frequências de corte f_1 e f_2 podem ser determinadas para o caso geral (qualquer Q_s) usando o fato de que uma queda da corrente para 0,707 do valor da ressonância corresponde a um aumento na impedância de $1/0,707 = \sqrt{2}$ vezes o valor na ressonância, que é R.

Substituindo $\sqrt{2}R$ na equação do módulo de Z_T, verificamos que:

Figura 20.16 Curva aproximada para o circuito ressonante em série, válida para $Q_s \geq 10$.

$$Z_T = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

se torna
$$\sqrt{2}R = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

ou, elevando os dois membros ao quadrado,

$$2R^2 = R^2 + (X_L - X_C)^2$$

e
$$R^2 = (X_L - X_C)^2$$

Extraindo a raiz quadrada de ambos os membros, temos:

$$R = X_L - X_C \quad \text{ou} \quad R - X_L + X_C = 0$$

Primeiramente, consideraremos o caso em que $X_L > X_C$, que envolve f_2 ou ω_2. Substituindo X_L por $\omega_2 L$ e X_C por $1/\omega_2 C$ e passando as duas grandezas para a esquerda da igualdade, temos:

$$R - \omega_2 L + \frac{1}{\omega_2 C} = 0 \qquad \text{ou} \qquad R\omega_2 - \omega_2^2 L + \frac{1}{C} = 0$$

que pode ser escrito na forma:

$$\omega_2^2 - \frac{R}{L}\omega_2 - \frac{1}{LC} = 0$$

Resolvendo a equação do segundo grau, temos:

$$\omega_2 = \frac{-(-R/L) \pm \sqrt{[-(R/L)]^2 - [-(4/LC)]}}{2}$$

e
$$\omega_2 = +\frac{R}{2L} \pm \frac{1}{2}\sqrt{\frac{R^2}{L^2} + \frac{4}{LC}}$$

com
$$f_2 = \frac{1}{2\pi}\left[\frac{R}{2L} + \frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{R}{L}\right)^2 + \frac{4}{LC}}\right] \quad \text{(Hz)} \quad (20.18)$$

O sinal negativo em frente ao segundo fator foi ignorado porque $(1/2)\sqrt{(R/L)^2 + 4/LC}$ é sempre maior que $R/(2L)$. Caso não fosse ignorado, haveria uma solução negativa para a frequência radial ω.

Se repetirmos os cálculos para o caso em que $X_C > X_L$, que envolve ω_1 ou f_1, de maneira que $Z_T = \sqrt{R^2 + (X_C - X_L)^2}$, a solução em função de f_1 passará a ser:

$$f_1 = \frac{1}{2\pi}\left[-\frac{R}{2L} + \frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{R}{L}\right)^2 + \frac{4}{LC}}\right] \quad \text{(Hz)} \quad (20.19)$$

A largura de banda (BW) é dada por:

$$BW = f_2 - f_1 = \text{Equação 20.18} - \text{Equação 20.19}$$

e
$$BW = f_2 - f_1 = \frac{R}{2\pi L} \quad (20.20)$$

Fazendo $R/L = \omega_s/Q_s$ a partir de $Q_s = \omega_s L/R$ e $1/2\pi = f_s/\omega_s$ a partir de $\omega_s = 2\pi f_s$, temos:

$$BW = \frac{R}{2\pi L} = \left(\frac{1}{2\pi}\right)\left(\frac{R}{L}\right) = \left(\frac{f_s}{\omega_s}\right)\left(\frac{\omega_s}{Q_s}\right)$$

ou
$$BW = \frac{f_s}{Q_s} \quad (20.21)$$

que é uma forma muito conveniente, pois relaciona a largura de banda ao Q_s do circuito. Conforme mencionado anteriormente, a Equação 20.21 confirma o fato de que, quanto maior o valor de Q_s, menor a largura de banda, e vice-versa.

Escrevendo a Equação 20.21 de maneira um pouco diferente, temos:

$$\frac{f_2 - f_1}{f_s} = \frac{1}{Q_s} \quad (20.22)$$

A razão $(f_2 - f_1)/f_s$ é denominada algumas vezes de *largura de banda relativa*, fornecendo uma indicação da largura de banda comparada com a frequência de ressonância.

Também é possível demonstrar matematicamente, a partir das equações pertinentes, que a frequência de ressonância é igual à média geométrica das frequências de corte. Isto é,

$$f_s = \sqrt{f_1 f_2} \quad (20.23)$$

20.6 V_R, V_L E V_C

Plotando no mesmo gráfico o módulo (valor eficaz) das tensões $\mathbf{V}_R$, $\mathbf{V}_L$ e $\mathbf{V}_C$ e da corrente $\mathbf{I}$ do circuito ressonante em série em função da frequência, obtemos as

curvas mostradas na Figura 20.17. Note que a curva de V_R tem a mesma forma que a curva de I e um valor de pico igual à amplitude da tensão de entrada E. A curva de V_C começa a crescer lentamente a partir de um valor igual ao da tensão de entrada, já que a reatância do capacitor é infinita (circuito aberto) na frequência zero e, nessa mesma frequência, a reatância do indutor é zero (curto circuito). À medida que a frequência aumenta, o fator $1/\omega C$ da equação

$$V_C = IX_C = (I)\left(\frac{1}{\omega C}\right)$$

diminui, mas a corrente I aumenta mais rapidamente do que $1/\omega C$ diminui. Portanto, V_C aumenta e continua a aumentar devido ao rápido crescimento da corrente, até que se aproxima da frequência de ressonância. À medida que se aproxima da condição de ressonância, a taxa de variação da corrente I diminui. Quando isso acontece, o fator $1/\omega C$, que diminui à medida que a frequência aumenta, supera a taxa de variação da corrente e V_C começa a cair. O valor máximo de V_C ocorre para uma frequência um pouco menor do que a frequência de ressonância. Após a ressonância, tanto V_C como I diminuem, e V_C tende para zero.

Quanto maior o Q_s do circuito, mais próximo $f_{C\text{máx}}$ estará de f_s e mais próximo $V_{C\text{máx}}$ estará de Q_sE. Para circuitos com $Q_s \geq 10$, $f_{C\text{máx}} \cong f_s$ e $V_{C\text{máx}} \cong Q_s E$.

A curva de V_L aumenta, de forma quase constante, de zero até a frequência de ressonância, pois as grandezas ωL e I da equação $V_L = IX_L = (I)(\omega L)$ aumentam nessa faixa de frequências. Na ressonância, I atinge o valor máximo, mas ωL ainda está crescendo. Portanto, V_L alcança um valor máximo um pouco depois da ressonância. Depois de passar pelo valor máximo, a tensão V_L começa a diminuir tendendo para E, pois a queda de I se torna maior que o aumento de ωL. Assim, V_L se aproxima de E porque X_L tende para o infinito, e X_C, para zero.

À medida que o Q_s do circuito aumenta, a frequência $f_{L\text{máx}}$ diminui, aproximando-se de f_s, e $V_{L\text{máx}}$ se aproxima de Q_sE. Em circuitos com $Q_s \geq 10$, $f_{L\text{máx}} \cong f_s$ e $V_{L\text{máx}} \cong Q_sE$.

Os valores de V_L são maiores do que V_C para qualquer frequência maior do que a frequência de ressonância, e os valores de V_C são maiores do que V_L para qualquer frequência menor do que a frequência de ressonância. Isso confirma o fato de que o circuito *R-L-C* em série é predominantemente capacitivo para frequências entre zero e a frequência de ressonância, e predominantemente indutivo para frequências maiores do que a frequência de ressonância.

Quando $Q_s \geq 10$, as curvas da Figura 20.17 têm o aspecto mostrado na Figura 20.18. Observe que as curvas atingem o máximo (aproximadamente) na frequência de ressonância e são semelhantes no formato.

Resumindo:

1. V_C e V_L atingem seus valores máximos em frequências próximas da frequência de ressonância (dependendo de Q_s).
2. Em frequências muito baixas, V_C é praticamente igual à tensão da fonte, e V_L está muito próxima de zero; em frequências muito altas, V_L é praticamente igual à tensão da fonte e V_C se aproxima de zero.
3. A tensão V_R e a corrente I atingem seus valores máximos na frequência de ressonância, e as curvas são do mesmo formato.

20.7 EXEMPLOS (RESSONÂNCIA EM SÉRIE)

EXEMPLO 20.1

a) Para o circuito ressonante em série visto na Figura 20.19, determine **I**, $\mathbf{V}_R$, $\mathbf{V}_L$ e $\mathbf{V}_C$ na ressonância.

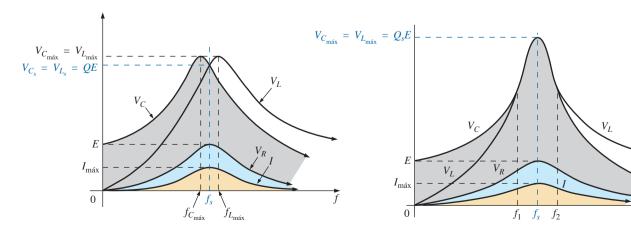



Figura 20.17 $\mathbf{V}_R$, $\mathbf{V}_L$, $\mathbf{V}_C$ e I em função da frequência para circuito ressonante em série.

Figura 20.18 $\mathbf{V}_R$, $\mathbf{V}_L$, $\mathbf{V}_C$ e I em função da frequência para um circuito ressonante em série no qual $Q_s \geq 10$.

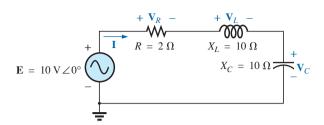



Figura 20.19 Exemplo 20.1.

b) Qual é o Q_s do circuito?

c) Se a frequência de ressonância é 5.000 Hz, determine a largura de banda.

d) Qual é a potência dissipada no circuito nas frequências de meia potência?

Soluções:

a) $\mathbf{Z}_{T_s} = R = 2\ \Omega$

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{Z}_{T_s}} = \frac{10\ \text{V} \angle 0°}{2\ \Omega \angle 0°} = \mathbf{5\ A \angle 0°}$$

$$\mathbf{V}_R = \mathbf{E} = \mathbf{10\ V \angle 0°}$$

$$\mathbf{V}_L = (I \angle 0°)(X_L \angle 90°) = (5\ \text{A} \angle 0°)(10\ \Omega \angle 90°) = \mathbf{50\ V \angle 90°}$$

$$\mathbf{V}_C = (I \angle 0°)(X_C \angle -90°) = (5\ \text{A} \angle 0°)(10\ \Omega \angle -90°) = \mathbf{50\ V \angle -90°}$$

b) $$Q_s = \frac{X_L}{R} = \frac{10\ \Omega}{2\ \Omega} = \mathbf{5}$$

c) $$BW = f_2 - f_1 = \frac{f_s}{Q_s} = \frac{5000\ \text{Hz}}{5} = \mathbf{1000\ Hz}$$

d) $$P_{\text{HPF}} = \frac{1}{2}P_{\max} = \frac{1}{2}I_{\max}^2 R = \left(\frac{1}{2}\right)(5\ \text{A})^2(2\ \Omega) = \mathbf{25\ W}$$

EXEMPLO 20.2

A largura de banda de um circuito ressonante em série é 400 Hz.

a) Se a frequência de ressonância é 4.000 Hz, qual é o valor de Q_s?

b) Se $R = 10$ W, qual é o valor de X_L na ressonância?

c) Calcule a indutância L e a capacitância C do circuito.

d) Quais são os prováveis valores comerciais de L e C?

Soluções:

a) $$BW = \frac{f_s}{Q_s} \quad \text{ou} \quad Q_s = \frac{f_s}{BW} = \frac{4000\ \text{Hz}}{400\ \text{Hz}} = \mathbf{10}$$

b) $$Q_s = \frac{X_L}{R} \quad \text{ou} \quad X_L = Q_s R = (10)(10\ \Omega) = \mathbf{100\ \Omega}$$

c) $$X_L = 2\pi f_s L \quad \text{ou} \quad L = \frac{X_L}{2\pi f_s} = \frac{100\ \Omega}{2\pi(4000\ \text{Hz})} = \mathbf{3{,}98\ mH}$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi f_s C} \quad \text{ou} \quad C = \frac{1}{2\pi f_s X_C} = \frac{1}{2\pi(4000\ \text{Hz})(100\ \Omega)} = \mathbf{397{,}89\ nF}$$

d) $$L = 3{,}98\ \text{mH} \cong \mathbf{3{,}9\ mH}$$
$$C = 397{,}89\ \text{nF} \cong \mathbf{390\ nF} = \mathbf{0{,}39\ \mu F}$$

EXEMPLO 20.3

Um circuito R-L-C em série possui uma frequência de ressonância de 12.000 Hz.

a) Se $R = 5\ \Omega$ e X_L na ressonância é 300 Ω, calcule a largura de banda.

b) Calcule as frequências de corte.

Soluções:

a) $$Q_s = \frac{X_L}{R} = \frac{300\ \Omega}{5\ \Omega} = 60$$

$$BW = \frac{f_s}{Q_s} = \frac{12{,}000\ \text{Hz}}{60} = \mathbf{200\ Hz}$$

b) Como $Q_s \geq 10$, f_s fica no centro da largura de banda. Portanto,

$$f_2 = f_s + \frac{BW}{2} = 12.000\ \text{Hz} + 100\ \text{Hz} = \mathbf{12.100\ Hz}$$

e $$f_1 = 12.000\ \text{Hz} - 100\ \text{Hz} = \mathbf{11.900\ Hz}$$

EXEMPLO 20.4

a) Determine o Q_s e a largura de banda para a curva de resposta vista na Figura 20.20.

b) Para $C = 100$ nF, determine L e R para o circuito ressonante em série.

c) Determine a tensão aplicada.

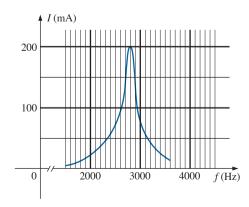



Figura 20.20 Exemplo 20.4.

Soluções:

a) A frequência de ressonância é 2.800 Hz. Para os pontos que valem 0,707 vezes o valor máximo, temos:

$$BW = \mathbf{200\ Hz}$$

e $$Q_s = \frac{f_s}{BW} = \frac{2800\ \text{Hz}}{200\ \text{Hz}} = \mathbf{14}$$

b) $$f_s = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad \text{ou} \quad L = \frac{1}{4\pi^2 f_s^2 C} = \frac{1}{4\pi^2(2.8\ \text{kHz})^2(100\ \text{nF})} = \mathbf{32{,}3\ mH}$$

$$Q_s = \frac{X_L}{R} \quad \text{ou} \quad R = \frac{X_L}{Q_s} = \frac{2\pi(2800\ \text{Hz})(32{,}3\ \text{mH})}{14} = \mathbf{40{,}6\ \Omega}$$

c) $$I_{\text{máx}} = \frac{E}{R} \quad \text{ou} \quad E = I_{\text{máx}}R = (200\ \text{mA})(40{,}6\ \Omega) = \mathbf{8{,}12\ V}$$

EXEMPLO 20.5

Um circuito *R-L-C* em série é projetado para entrar em ressonância em $\omega_s = 10^5$ rad/s, com uma largura de banda de $0{,}15\omega_s$, e consome 16 W de uma fonte de 120 V na ressonância.

a) Determine o valor de R.
b) Calcule a largura de banda em hertz.
c) Calcule os valores nominais de L e C.
d) Qual o Q_s do circuito?
e) Determine a largura de banda relativa.

Soluções:

a) $$P = \frac{E^2}{R} \quad \text{e} \quad R = \frac{E^2}{P} = \frac{(120\ \text{V})^2}{16\ \text{W}} = \mathbf{900\ \Omega}$$

b) $$f_s = \frac{\omega_s}{2\pi} = \frac{10^5\ \text{rad/s}}{2\pi} = 15.915{,}49\ \text{Hz}$$

$$BW = 0{,}15 f_s = 0{,}15(15.915{,}49\ \text{Hz}) = \mathbf{2387{,}32\ Hz}$$

c) Equação (20.20):

$$BW = \frac{R}{2\pi L} \quad \text{e} \quad L = \frac{R}{2\pi BW} = \frac{900\ \Omega}{2\pi(2387{,}32\ \text{Hz})} = \mathbf{60\ mH}$$

$$f_s = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad \text{e} \quad C = \frac{1}{4\pi^2 f_s^2 L} = \frac{1}{4\pi^2(15.915{,}49\ \text{Hz})^2(60 \times 10^{-3})} = \mathbf{1{,}67\ nF}$$

d) $$Q_s = \frac{X_L}{R} = \frac{2\pi f_s L}{R} = \frac{2\pi(15.915{,}49\ \text{Hz})(60\ \text{mH})}{900\ \Omega} = \mathbf{6{,}67}$$

e) $$\frac{f_2 - f_1}{f_s} = \frac{BW}{f_s} = \frac{1}{Q_s} = \frac{1}{6{,}67} = \mathbf{0{,}15}$$

RESSONÂNCIA EM PARALELO

20.8 CIRCUITO RESSONANTE EM PARALELO

A configuração básica de um circuito ressonante em série é uma combinação de um circuito *R-L-C* em série com uma fonte de tensão aplicada. O circuito ressonante em paralelo possui a configuração básica vista na Figura 20.21 — uma combinação de um circuito *R-L-C* em paralelo com uma fonte de corrente.

No caso do circuito ressonante em série, a impedância era mínima na ressonância, proporcionando uma corrente significativa que resultava em valores consideráveis de tensão de $\mathbf{V}_C$ e $\mathbf{V}_L$. No circuito ressonante em paralelo, a impedância é relativamente alta na ressonância, proporcionando valores significativos de tensão para $\mathbf{V}_C$ e $\mathbf{V}_L$ determinados pela lei de Ohm ($\mathbf{V}_C = \mathbf{I}\mathbf{Z}_T$). No caso do circuito visto na Figura 20.21, a ressonância ocorre quando $X_L = X_C$, e a curva de V_p em função da frequência tem a mesma forma que as curvas de V_C e V_L do circuito ressonante em série.

Se o circuito equivalente prático da Figura 20.22 tivesse o mesmo formato visto na Figura 20.21, sua análise seria tão simples e direta quanto a do circuito ressonante em série. Entretanto, na prática, deve-se considerar a resistência interna do indutor em série, conforme mostra a Figura 20.22. A resistência R_l não pode ser simplesmente combinada em série ou em paralelo com a resistência da fonte ou com qualquer outra resistência colocada intencionalmente no

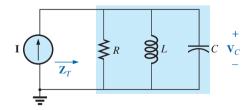



Figura 20.21 Circuito ressonante em paralelo ideal.

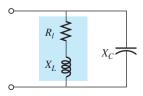



Figura 20.22 Circuito *L-C* em paralelo prático.

circuito. Embora R_l seja em geral relativamente pequena em comparação com outras resistências e reatâncias do circuito, ela pode ter uma influência importante sobre as condições de ressonância dos circuitos ressonantes em paralelo, como será visto nas próximas seções. Em outras palavras, o circuito visto na Figura 20.21 é um circuito idealizado que só constitui uma boa aproximação para um circuito real em circunstâncias muito específicas.

Nossa primeira tarefa será encontrar um circuito paralelo equivalente (nos terminais) ao ramo *R-L* em série, que vemos na Figura 20.22, usando a técnica apresentada na Seção 15.10. Ou seja,

$$Z_{R\text{-}L} = R_l + jX_L$$

e
$$\mathbf{Y}_{R\text{-}L} = \frac{1}{\mathbf{Z}_{R\text{-}L}} = \frac{1}{R_l + jX_L}$$
$$= \frac{R_l}{R_l^2 + X_L^2} - j\frac{X_L}{R_l^2 + X_L^2}$$
$$= \frac{1}{\dfrac{R_l^2 + X_L^2}{R_l}} + \frac{1}{j\left(\dfrac{R_l^2 + X_L^2}{X_L}\right)} = \frac{1}{R_p} + \frac{1}{jX_{L_p}}$$

com
$$R_p = \frac{R_l^2 + X_L^2}{R_l} \tag{20.24}$$

e
$$X_{L_p} = \frac{R_l^2 + X_L^2}{X_L} \tag{20.25}$$

como mostra a Figura 20.23.

Redesenhando o circuito visto na Figura 20.22 com o equivalente mostrado na Figura 20.23, e levando em conta o fato de que a fonte possui uma resistência interna R_s, obtemos o circuito da Figura 20.24.

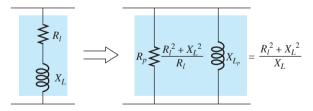



Figura 20.23 Circuito em paralelo equivalente a uma combinação *R-L* em série.

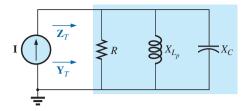



Figura 20.25 Substituição de $R_s \| R_p$ por R no circuito visto na Figura 20.24.

Se definirmos a combinação de R_s e R_p em paralelo pela notação:

$$R = R_s \| R_p \tag{20.26}$$

teremos o circuito visto na Figura 20.25. Ele tem o mesmo formato que a configuração ideal vista na Figura 20.21.

Chegamos agora a um ponto no qual podemos definir as condições de ressonância para o circuito ressonante paralelo. Lembre-se de que, para os circuitos ressonantes em série, a frequência de ressonância era aquela na qual a impedância era mínima, a corrente era máxima, a impedância de entrada era puramente resistiva e o circuito possuía um fator de potência unitário. Nos circuitos ressonantes em paralelo, como a resistência R_p no circuito equivalente depende da frequência, a frequência para a qual o valor máximo de V_C é obtida não é necessariamente a mesma para a qual o fator de potência é unitário. Como as duas condições normalmente são utilizadas para definir o estado ressonante, a frequência em que cada uma ocorre é designada por índices diferentes.

Fator de potência unitário, f_p

Para o circuito visto na Figura 20.25:

$$\mathbf{Y}_T = \frac{1}{\mathbf{Z}_1} + \frac{1}{\mathbf{Z}_2} + \frac{1}{\mathbf{Z}_3} = \frac{1}{R} + \frac{1}{jX_{L_p}} + \frac{1}{-jX_C}$$
$$= \frac{1}{R} - j\left(\frac{1}{X_{L_p}}\right) + j\left(\frac{1}{X_C}\right)$$

e
$$\mathbf{Y}_T = \frac{1}{R} + j\left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_{L_p}}\right) \tag{20.27}$$

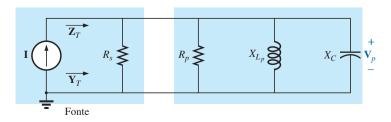



Figura 20.24 Substituição da combinação *R-L* em série da Figura 20.22 por um circuito equivalente em paralelo.

Para que o fator de potência seja unitário, a componente reativa deve ser nula, conforme definida por:

$$\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_{L_p}} = 0$$

Portanto:

$$\frac{1}{X_C} = \frac{1}{X_{L_p}}$$

e

$$X_{L_p} = X_C \tag{20.28}$$

Substituindo para X_{Lp}, temos:

$$\frac{R_l^2 + X_L^2}{X_L} = X_C \tag{20.29}$$

A frequência de ressonância f_p pode ser determinada a partir da Equação 20.29, como mostrado a seguir:

$$R_l^2 + X_L^2 = X_C X_L = \left(\frac{1}{\omega C}\right)\omega L = \frac{L}{C}$$

ou

$$X_L^2 = \frac{L}{C} - R_l^2$$

com

$$2\pi f_p L = \sqrt{\frac{L}{C} - R_l^2}$$

e

$$f_p = \frac{1}{2\pi L}\sqrt{\frac{L}{C} - R_l^2}$$

Multiplicando o numerador e o denominador dentro da raiz por C/L, obtemos:

$$f_p = \frac{1}{2\pi L}\sqrt{\frac{1 - R_l^2(C/L)}{C/L}} = \frac{1}{2\pi L\sqrt{C/L}}\sqrt{1 - \frac{R_l^2 C}{L}}$$

e

$$f_p = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}\sqrt{1 - \frac{R_l^2 C}{L}} \tag{20.30}$$

ou

$$f_p = f_s\sqrt{1 - \frac{R_l^2 C}{L}} \tag{20.31}$$

onde f_P é a frequência de ressonância do circuito ressonante paralelo (para $F_p = 1$) e f_s, a frequência de ressonância determinada pela condição $X_L = X_C$. Observe que, ao contrário do que acontece nos circuitos ressonantes em série, a frequência de ressonância f_p depende da resistência (nesse caso, R_l). Entretanto, observe também a ausência de uma resistência de fonte R_s nas equações 20.30 e 20.31. Como o fator $\sqrt{1 - (R_l^2 C/L)}$ é menor do que a unidade, f_p é menor do que f_s. Reconhece-se também que, à medida que o valor de R_l se aproxima de zero, f_p se aproxima rapidamente de f_s.

Impedância máxima, f_m

Em $f = f_P$, a impedância de entrada do circuito ressonante em paralelo está próxima do seu valor máximo, porém, não o atingiu ainda, pois R_p depende da frequência. Conforme mostra a Figura 20.26, a frequência para a qual a impedância é máxima, representada pelo símbolo f_m, é ligeiramente maior que f_p. A frequência f_m pode ser determinada derivando a expressão geral para a impedância em relação à frequência e igualando o resultado a zero. O cálculo é muito trabalhoso, e não será reproduzido aqui. Entretanto, o resultado da equação é o seguinte:

$$f_m = f_s\sqrt{1 - \frac{1}{4}\left(\frac{R_l^2 C}{L}\right)} \tag{20.32}$$

Observe a semelhança com a Equação 20.31. Como o fator dentro da raiz quadrada da Equação 20.32 é sempre maior que o correspondente da Equação 20.31, f_m está sempre mais próximo de f_s e maior do que f_p. Ou seja,

$$f_s > f_m > f_p \tag{20.33}$$

Uma vez determinado o valor de f_m, o circuito visto na Figura 20.25 pode ser usado para determinar o módulo e a fase da impedância total na condição de ressonância pela simples substituição de $f = f_m$ e execução dos cálculos necessários. Ou seja,

$$Z_{T_m} = R \parallel X_{L_p} \parallel X_C \Big|_{f=f_m} \tag{20.34}$$

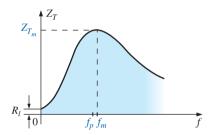



Figura 20.26 Z_T em função da frequência para o circuito ressonante paralelo.

20.9 CURVA DE SELETIVIDADE PARA CIRCUITOS RESSONANTES EM PARALELO

A curva de Z_T em função da frequência, vista na Figura 20.26, mostra claramente que o circuito ressonante em paralelo alcança sua impedância máxima na ressonância (f_m), ao contrário do circuito ressonante em série, cuja impedância é mínima na ressonância. Note também que Z_T é aproximadamente igual a R_l em $f = 0$ Hz, pois $Z_T = R_s \parallel R_l \cong R_l$.

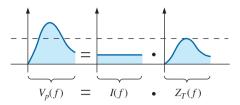



Figura 20.27 Forma da curva de $V_p(f)$.

Como a corrente I da fonte de corrente é constante para qualquer valor de Z_T ou frequência, a curva da tensão no circuito paralelo em função da frequência tem a mesma forma que a curva da impedância total Z_T, como mostra a Figura 20.27.

Para o circuito paralelo, a curva de ressonância de interesse é a da tensão V_C no capacitor. A razão para esse interesse em V_C vem dos circuitos eletrônicos que fazem frequentemente uso de um capacitor na entrada do outro estágio do circuito.

Como a tensão entre os terminais de elementos em paralelo é igual,

$$V_C = V_p = IZ_T \tag{20.35}$$

Portanto, o valor de V_C na ressonância é determinado pelo valor de Z_{Tm} e pela intensidade da corrente I da fonte de corrente.

O fator de qualidade de um circuito ressonante em paralelo também é dado pela razão entre a potência reativa e a potência real. Ou seja,

$$Q_p = \frac{V_p^2/X_{L_p}}{V_p^2/R}$$

onde $R = R_s \parallel R_p$, e V_p é a tensão nos ramos em paralelo. O resultado é:

$$Q_p = \frac{R}{X_{L_p}} = \frac{R_s \parallel R_p}{X_{L_p}} \tag{20.36a}$$

ou, como $X_{L_p} = X_C$ na ressonância,

$$Q_p = \frac{R_s \parallel R_p}{X_C} \tag{20.36b}$$

Para uma fonte de corrente ideal ($R_s = \infty\ \Omega$) ou quando R_s for muito maior do que R_p, podemos usar a seguinte aproximação:

$$R = R_s \parallel R_p \cong R_p$$

e
$$Q_p = \frac{R_s \parallel R_p}{X_{L_p}} = \frac{R_p}{X_{L_p}} = \frac{(R_l^2 + X_L^2)/R_l}{(R_l^2 + X_L^2)/X_L}$$

de modo que

$$Q_p = \frac{X_L}{R_l} = Q_l \Bigg|_{R_S >> R_p} \tag{20.37}$$

que é simplesmente o fator de qualidade do indutor Q_l.

Em geral, a largura de banda ainda está relacionada com a frequência de ressonância e com o fator de qualidade do circuito por:

$$BW = f_2 - f_1 = \frac{f_r}{Q_p} \tag{20.38}$$

As frequências de corte f_1 e f_2 podem ser obtidas usando-se o circuito equivalente visto na Figura 20.25 e a condição de fator de potência unitário para a ressonância. As frequências de meia potência são definidas pela condição de que a tensão de saída deve ser 0,707 vezes o valor máximo. Entretanto, no caso do circuito ressonante em paralelo alimentado por uma fonte de corrente, a resposta em frequência da impedância é a mesma para a tensão de saída. Essa semelhança permite definir as frequências de corte como frequências nas quais a impedância de entrada é 0,707 vezes o valor máximo. Como o valor máximo é a resistência equivalente R, vista na Figura 20.25, as frequências de corte são definidas por uma impedância igual a $0{,}707R$ ou $(1/\sqrt{2})R$.

Igualando a impedância do circuito mostrado na Figura 20.25 a esse valor, temos a seguinte relação:

$$|\mathbf{Z}| = Z = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2}} = 0{,}707R = \frac{R}{\sqrt{2}}$$

ou
$$\sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2} = \frac{\sqrt{2}}{R}$$

Elevando os dois lados ao quadrado, temos:

$$\frac{1}{R^2} + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2 = \frac{2}{R^2}$$

que resulta em:

$$\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2 = \frac{1}{R^2}$$

A equação do quarto grau resultante para ω resulta em duas equações do segundo grau para ω:

$$\omega C - \frac{1}{\omega L} = -\frac{1}{R}$$

e
$$\omega C - \frac{1}{\omega L} = \frac{1}{R}$$

Resolvendo cada uma para o resultado positivo de ω, temos

$$\omega_1 = -\frac{1}{2RC} + \sqrt{\left(\frac{1}{2RC}\right)^2 + \frac{1}{LC}}$$

e
$$\omega_2 = \frac{1}{2RC} + \sqrt{\left(\frac{1}{2RC}\right)^2 + \frac{1}{LC}}$$

de modo que
$$f_1 = \frac{1}{4\pi C}\left[-\frac{1}{R} + \sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{4C}{L}}\right] \quad (20.39a)$$

$$f_2 = \frac{1}{4\pi C}\left[\frac{1}{R} + \sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{4C}{L}}\right] \quad (20.39b)$$

O efeito de R_l, L e C sobre a curva de resposta do circuito ressonante em paralelo, como se pode ver na Figura 20.28, para a curva da impedância de entrada, é semelhante ao efeito sobre a resposta do circuito ressonante em série. Se R_l é ou não é zero, o circuito ressonante em paralelo constantemente aparece em um esquema de circuito conforme mostra a Figura 20.28.

Na ressonância, um aumento de R_l ou uma diminuição na relação L/C resulta em uma diminuição da impedância de ressonância, com um aumento correspondente na corrente. A largura de banda das curvas de ressonância é dada pela Equação 20.38. Para aumentar R_l ou diminuir L (ou L/C para C constante), a largura de banda aumenta, como mostrado na Figura 20.28.

Em baixas frequências, a reatância capacitiva é muito elevada, e a reatância indutiva, pequena. Como os elementos estão em paralelo, a impedância total em baixas frequências é indutiva. Em altas frequências, ocorre o inverso, e o circuito é capacitivo. Na ressonância (f_p), o circuito se torna resistivo. Esses fatos levam à curva de fase, mostrada na Figura 20.29. Note que essa curva tem um comportamento contrário à de fase do circuito ressonante em série, que representa um comportamento capacitivo em baixa frequência e um comportamento indutivo em altas frequências.

20.10 EFEITO DE $Q_l \geq 10$

A seção anterior pode ter deixado a impressão de que a análise de circuitos ressonantes em paralelo é muito mais complexa do que a de circuitos ressonantes em série. Felizmente, esse não é o caso, já que, para a maioria dos circuitos ressonantes em paralelo o fator de qualidade do indutor, Q_l, é suficientemente elevado para que seja

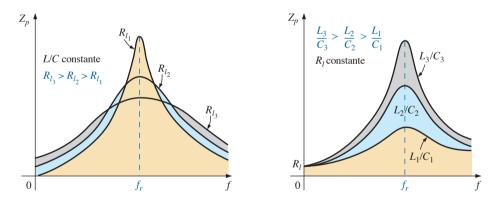



Figura 20.28 Influência de R_l, L e C na curva de impedância de um circuito ressonante em paralelo.

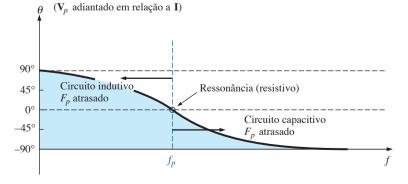



Figura 20.29 Gráfico de fase para o circuito ressonante em paralelo.

possível introduzir várias aproximações que simplificam consideravelmente a análise do circuito.

Reatância indutiva, X_{Lp}

Se expandirmos X_{Lp} com a expressão:

$$X_{L_p} = \frac{R_l^2 + X_L^2}{X_L} = \frac{R_l^2(X_L)}{X_L(X_L)} + X_L = \frac{X_L}{Q_l^2} + X_L$$

então, para $Q_l \geq 10$, $1/Q_l^2 << 1$ e, portanto,

$$\frac{X_L}{Q_l^2} + X_L = X_L\left(\frac{1}{Q_l^2} + 1\right) \cong X_L$$

que resulta em:

$$X_{L_p} \cong X_L \quad {\scriptstyle Q_l \geq 10} \qquad (20.40)$$

e como a ressonância é definida por $X_{Lp} = X_C$, a condição de ressonância se reduz a:

$$X_L \cong X_C \quad {\scriptstyle Q_l \geq 10} \qquad (20.41)$$

Frequência de ressonância, f_p (fator de potência unitário)

Podemos reescrever o fator R_l^2C/L da Equação 20.31 da seguinte forma:

$$\frac{R_l^2C}{L} = \frac{1}{\dfrac{L}{R_l^2C}} = \frac{1}{\dfrac{(\omega)}{(\omega)}\dfrac{L}{R_l^2C}} = \frac{1}{\dfrac{\omega L}{R_l^2\omega C}} = \frac{1}{\dfrac{X_LX_C}{R_l^2}}$$

e substituir a Equação 20.41 ($X_L \cong X_C$):

$$\frac{1}{\dfrac{X_LX_C}{R_l^2}} = \frac{1}{\dfrac{X_L^2}{R_l^2}} = \frac{1}{Q_l^2}$$

Nesse caso, a Equação 20.31 se transforma em:

$$f_p = f_s\sqrt{1 - \frac{1}{Q_l^2}} \quad {\scriptstyle Q_l \geq 10} \qquad (20.42)$$

revelando claramente que, à medida que Q_l aumenta, f_p se aproxima mais e mais de f_s.

Para $Q_l \geq 10$,

$$1 - \frac{1}{Q_l^2} \cong 1$$

e

$$f_p \cong f_s = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad {\scriptstyle Q_l \geq 10} \qquad (20.43)$$

Frequência de ressonância, f_m (V_C máxima)

Usando a equivalência $R_l^2C/L = 1/Q_l^2$, deduzida para a Equação 20.42, a Equação 20.32 fica da seguinte maneira:

$$f_m \cong f_s\sqrt{1 - \frac{1}{4}\left(\frac{1}{Q_l^2}\right)} \quad {\scriptstyle Q_l \geq 10} \qquad (20.44)$$

O fato de o termo negativo dentro do radical ser sempre menor que o que aparece na equação para f_p revela que f_m está sempre mais próximo de f_s do que f_p.

Para $Q_l \geq 10$, o termo negativo se torna muito pequeno, e pode ser desprezado, o que resulta em:

$$f_m \cong f_s = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad {\scriptstyle Q_l \geq 10} \qquad (20.45)$$

Portanto, em resumo, para $Q_l \geq 10$:

$$f_p \cong f_m \cong f_s \quad {\scriptstyle Q_l \geq 10} \qquad (20.46)$$

R_p

$$R_p = \frac{R_l^2 + X_L^2}{R_l} = R_l + \frac{X_L^2}{R_l}\left(\frac{R_l}{R_l}\right) = R_l + \frac{X_L^2}{R_l^2}R_l$$
$$= R_l + Q_l^2R_l = (1 + Q_l^2)R_l$$

Para $Q_l \geq 10$, $1 + Q_l^2 \cong Q_l^2$, e

$$R_p \cong Q_l^2R_l \quad {\scriptstyle Q_l \geq 10} \qquad (20.47)$$

Aplicando as aproximações obtidas ao circuito da Figura 20.24, obtemos o circuito equivalente aproximado para $Q_l \geq 10$ da Figura 20.30, que certamente tem uma aparência muito 'mais limpa'.

Substituindo $Q_l = \dfrac{X_L}{R_l}$ na Equação 20.47, temos:

$$R_p \cong Q_l^2R_l = \left(\frac{X_L}{R_l}\right)^2 R_l = \frac{X_L^2}{R_l} = \frac{X_LX_C}{R_l} = \frac{2\pi fL}{R_l(2\pi fC)}$$

e

$$R_p \cong \frac{L}{R_lC} \quad {\scriptstyle Q_l \geq 10} \qquad (20.48)$$

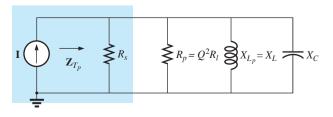



Figura 20.30 Circuito equivalente aproximado para $Q_l \geq 10$.

Z_{Tp}

A impedância total na ressonância agora é definida por:

$$Z_{T_p} \cong R_s \parallel R_p = R_s \parallel Q_l^2 R_l \quad _{Q_l \geq 10} \tag{20.49}$$

Para uma fonte de corrente ideal ($R_s = \infty\ \Omega$), ou se $R_s >> R_p$, a equação se reduz a

$$Z_{T_p} \cong Q_l^2 R_l \quad _{Q_l \geq 10,\ R_s >> R_p} \tag{20.50}$$

Q_p

O fator de qualidade agora é definido por

$$Q_p = \frac{R}{X_{L_p}} \cong \frac{R_s \parallel Q_l^2 R_l}{X_L} \tag{20.51}$$

É óbvio, portanto, que R_s afeta o fator de qualidade do circuito e a forma da curva de ressonância.

Se uma fonte de corrente ideal ($R_s = \infty\ \Omega$) for usada, ou se $R_s >> R_p$,

$$Q_p \cong \frac{R_s \parallel Q_l^2 R_l}{X_L} = \frac{Q_l^2 R_l}{X_L} = \frac{Q_l^2}{X_L/R_l} = \frac{Q_l^2}{Q_l}$$

e

$$Q_p \cong Q_l \quad _{Q_l \geq 10,\ R_s >> R_p} \tag{20.52}$$

BW

A largura de banda definida em função de f_p é dada por:

$$BW = f_2 - f_1 = \frac{f_p}{Q_p} \tag{20.53}$$

Substituindo Q_p na equação acima e fazendo algumas manipulações algébricas, podemos mostrar que:

$$BW = f_2 - f_1 \cong \frac{1}{2\pi}\left[\frac{R_l}{L} + \frac{1}{R_s C}\right] \tag{20.54}$$

o que revela claramente a influência de R_s sobre a largura de banda. Se $R_s = \infty\ \Omega$ (fonte de corrente ideal), temos:

$$BW = f_2 - f_1 \cong \frac{R_l}{2\pi L} \quad _{R_s = \infty\ \Omega} \tag{20.55}$$

I_L e I_C

Uma parte da Figura 20.30 foi reproduzida na Figura 20.31, com I_T definida como mostrado.

Conforme indica a figura, na ressonância, Z_{T_p} assume o valor $Q_l^2 R_l$. A tensão no circuito em paralelo é, portanto,

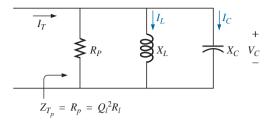



Figura 20.31 Determinação de I_C e I_L em função da corrente da fonte, I_T.

$$V_C = V_L = V_R = I_T Z_{Tp} = I_T Q_l^2 R_l$$

A intensidade da corrente I_C pode ser obtida usando a lei de Ohm, como a seguir:

$$I_C = \frac{V_C}{X_C} = \frac{I_T Q_l^2 R_l}{X_C}$$

Substituindo $X_C = X_L$ para $Q_l \geq 10$, temos:

$$I_C = \frac{I_T Q_l^2 R_l}{X_L} = I_T \frac{Q_l^2}{\dfrac{X_L}{R_l}} = I_T \frac{Q_l^2}{Q_l}$$

e

$$I_C \cong Q_l I_T \quad _{Q_l \geq 10} \tag{20.56}$$

o que mostra que a corrente capacitiva é Q_l vezes a magnitude da corrente que entra no circuito ressonante em paralelo. Para um valor maior de Q_l, a corrente I_C poderá ser considerável.

Uma dedução semelhante leva a:

$$I_L \cong Q_l I_T \quad _{Q_l \geq 10} \tag{20.57}$$

Conclusões

As equações resultantes da aplicação da condição $Q_l \geq 10$ são, obviamente, bem mais simples do que aquelas obtidas anteriormente. Portanto, essa condição tem de ser verificada antes de iniciar a análise de um circuito para saber qual conjunto de equações deve ser usado. Embora a condição $Q_l \geq 10$ tenha sido usada em toda a análise, muitas das equações ainda representam uma boa aproximação para $Q_l < 10$. Por exemplo, se $Q_l = 5$, $X_{L_p} = (X_L/Q_l^2) + X_l = (X_L/25) + X_L = 1{,}04X_L$, que é praticamente igual a X_L. Mesmo para $Q_l = 2$, $X_{Lp} = (X_L/4) + X_L = 1{,}25X_L$, o que pode não ser exatamente X_L, mas difere de X_L em apenas 25 por cento. Em geral, saiba que as equações aproximadas podem ser usadas com uma precisão razoável mesmo sendo $Q_l < 10$. Entretanto, quanto menor o valor de Q_l, pior será a aproximação. De qualquer maneira, as equações

aproximadas certamente são válidas para um intervalo de valores de $Q_l < 10$, se tudo que se desejar for apenas uma idéia razoável da resposta do circuito, e não um resultado exato até a casa decimal das centenas.

20.11 TABELA DE RESULTADOS

A Tabela 20.1 foi preparada com o objetivo de evitar as confusões resultantes da introdução das frequências f_p e f_m e a escolha das equações aproximadas que dependem de Q_l. Uma coluna apresenta as equações que podem ser usadas para qualquer valor de Q_l, mas, sempre que possível, vale a pena utilizar as equações aproximadas.

Nas próximas vezes, procure seguir os passos a seguir ao analisar um circuito ressonante em paralelo:

1. Determine f_s para ter uma ideia da frequência de ressonância. Lembre-se de que, na maioria dos casos, f_s, f_m e f_p terão valores relativamente próximos.
2. Calcule um Q_l aproximado usando o valor de f_s obtido anteriormente e verifique se ele satisfaz a condição $Q_l \geq 10$. Se a resposta for afirmativa, as equações aproximadas devem ser escolhidas, a menos que seja necessário uma precisão maior nos resultados.
3. Se Q_l for menor que 10, as fórmulas aproximadas poderão ser usadas, mas terá de ficar entendido que, quanto menor o valor de Q_l, menor a precisão dos resultados. Entretanto, considerando as variações típicas em relação aos valores nominais de muitos dos componentes comerciais e também que raramente é necessário especificar a frequência de ressonância com várias casas decimais, o uso das fórmulas aproximadas pode ser satisfatório em muitas circunstâncias.

20.12 EXEMPLOS (RESSONÂNCIA EM PARALELO)

EXEMPLO 20.6

Dado o circuito ressonante em paralelo visto na Figura 20.32, composto de elementos 'ideais':

a) Determine a frequência de ressonância f_p.
b) Calcule a impedância total na ressonância.
c) Calcule o fator de qualidade, a largura de banda e as frequências de corte f_1 e f_2 do sistema.
d) Determine a tensão V_C na ressonância.
e) Determine as correntes I_L e I_C na ressonância.

Soluções:

a) O fato de R_l ser nulo resulta em um valor de Q_l ($=X_L/R_l$) muito elevado, o que permite o uso da seguinte expressão aproximada para o cálculo de f_p:

$$f_p = f_s = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{(1\text{ mH})\ 1\ \mu\text{F})}}$$
$$= \mathbf{5{,}03\ kHz}$$

b) Para os elementos reativos em paralelo,

$$\mathbf{Z}_L \parallel \mathbf{Z}_C = \frac{(X_L \angle 90°)(X_C \angle -90°)}{+j(X_L - X_C)}$$

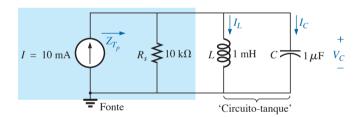



Figura 20.32 Exemplo 20.6.

Tabela 20.1 Circuito ressonante em paralelo ($f_s = 1/(2\pi\sqrt{LC})$).

	Qualquer Q_l	$Q_l \geq 10$	$Q_l \geq 10, R_s >> Q_l^2 R_l$
f_p	$f_s\sqrt{1 - \frac{R_l^2 C}{L}}$	f_s	f_s
f_m	$f_s\sqrt{1 - \frac{1}{4}\left[\frac{R_l^2 C}{L}\right]}$	f_s	f_s
Z_{T_p}	$R_s \parallel R_p = R_s \parallel \left(\frac{R_l^2 + X_L^2}{R_l}\right)$	$R_s \parallel Q_l^2 R_l$	$Q_l^2 R_l$
Z_{T_m}	$R_s \parallel \mathbf{Z}_{R\text{-}L} \parallel \mathbf{Z}_C$	$R_s \parallel Q_l^2 R_l$	$Q_l^2 R_l$
Q_p	$\frac{Z_{T_p}}{X_{L_p}} = \frac{Z_{T_p}}{X_C}$	$\frac{Z_{T_p}}{X_L} = \frac{Z_{T_p}}{X_C}$	Q_l
BW	$\frac{f_p}{Q_p}$ ou $\frac{f_m}{Q_p}$	$\frac{f_p}{Q_p} = \frac{f_s}{Q_p}$	$\frac{f_p}{Q_l} = \frac{f_s}{Q_l}$
I_L, I_C	Análise do circuito	$I_L = I_C = Q_l I_T$	$I_L = I_C = Q_l I_T$

mas $X_L = X_C$ na ressonância, o que resulta em um valor zero no denominador da equação e em uma impedância extremamente alta, que pode ser aproximada por um circuito aberto. Portanto,

$$Z_{T_p} = R_s \,\|\, \mathbf{Z}_L \,\|\, \mathbf{Z}_C = R_s = \mathbf{10\ k\Omega}$$

c) $$Q_p = \frac{R_s}{X_{L_p}} = \frac{R_s}{2\pi f_p L} = \frac{10\ \text{k}\Omega}{2\pi(5{,}03\ \text{kHz})(1\ \text{mH})} = \mathbf{316{,}41}$$

$$BW = \frac{f_p}{Q_p} = \frac{5{,}03\ \text{kHz}}{316{,}41} = \mathbf{15{,}90\ Hz}$$

Equação 20.39a:

$$f_1 = \frac{1}{4\pi C}\left[\frac{1}{R} - \sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{4C}{L}}\right]$$

$$= \frac{1}{4\pi(1\ \mu\text{F})}\left[\frac{1}{10\ \text{k}\Omega} - \sqrt{\frac{1}{(10\ \text{k}\Omega)^2} + \frac{4(1\ \mu\text{F})}{1\ \text{mH}}}\right]$$
$$= \mathbf{5{,}03\ kHz}$$

Equação 20.39b:

$$f_2 = \frac{1}{4\pi C}\left[\frac{1}{R} + \sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{4C}{L}}\right]$$
$$= \mathbf{5{,}04\ kHz}$$

d) $$V_C = IZ_{T_p} = (10\ \text{mA})(10\ \text{k}\Omega) = \mathbf{100\ V}$$

e) $$I_L = \frac{V_L}{X_L} = \frac{V_C}{2\pi f_p L} = \frac{100\ \text{V}}{2\pi(5{,}03\ \text{kHz})(1\ \text{mH})}$$
$$= \frac{100\ \text{V}}{31{,}6\ \Omega} = \mathbf{3{,}16\ A}$$

$$I_C = \frac{V_C}{X_C} = \frac{100\ \text{V}}{31{,}6\ \Omega} = \mathbf{3{,}16\ A}\ (= Q_p I)$$

O Exemplo 20.6, acima, demonstra a influência de R_s na análise de circuitos ressonantes em paralelo. A impedância da fonte é o único fator que limita a impedância de entrada e o valor de V_C.

EXEMPLO 20.7

Para o circuito ressonante em paralelo, visto na Figura 20.33, com $R_s = \infty\,\Omega$:

a) Determine f_s, f_m e f_p e compare seus valores.
b) Calcule a impedância máxima e a amplitude da tensão V_C na frequência f_m.
c) Determine o fator de qualidade Q_p.
d) Calcule a largura de banda.
e) Compare os resultados acima com os obtidos usando as equações aproximadas válidas para $Q_l \geq 10$.

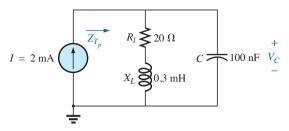



Figura 20.33 Exemplo 20.7.

Soluções:

a) $$f_s = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{(0{,}3\ \text{mH})(100\ \text{nF})}}$$
$$= \mathbf{29{,}06\ kHz}$$

$$f_m = f_s\sqrt{1 - \frac{1}{4}\left[\frac{R_l^2 C}{L}\right]}$$
$$= (29{,}06\ \text{kHz})\sqrt{1 - \frac{1}{4}\left[\frac{(20\ \Omega)^2(100\ \text{nF})}{0{,}3\ \text{mH}}\right]}$$
$$= \mathbf{25{,}58\ kHz}$$

$$f_p = f_s\sqrt{1 - \frac{R_l^2 C}{L}}$$
$$= (29{,}06\ \text{kHz})\sqrt{1 - \left[\frac{(20\ \Omega)^2(100\ \text{nF})}{0{,}3\ \text{mH}}\right]}$$
$$= \mathbf{27{,}06\ kHz}$$

As frequências f_m e f_p são menores que f_s, como previsto. Além disso, f_m está mais próximo de f_s do que de f_p, também conforme previsto. f_m está cerca de 0,5 kHz abaixo de f_s, enquanto f_p está cerca de 2 kHz abaixo de f_s. As diferenças entre f_s, f_m e f_p sugerem um circuito de baixo Q.

b) $$\mathbf{Z}_{T_m} = (R_l + jX_L) \,\|\, -jX_C \quad \text{a} \quad f = f_m$$

$$X_L = 2\pi f_m L = 2\pi(28{,}58\ \text{kHz})(0{,}3\ \text{mH})$$
$$= 53{,}87\ \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi f_m C} = \frac{1}{2\pi(28{,}58\ \text{kHz})(100\ \text{nF})}$$
$$= 55{,}69\ \Omega$$

$$R_l + jX_L = 20\ \Omega + j\,53{,}87\ \Omega$$
$$= 57{,}46\ \Omega\ \angle 69{,}63°$$

$$\mathbf{Z}_{T_m} = \frac{(57{,}46\ \Omega\ \angle 69{,}63°)(55{,}69\ \Omega\ \angle -90°)}{20\ \Omega + j\,53{,}87\ \Omega - j\,55{,}69\ \Omega}$$
$$= \mathbf{159{,}34\ \Omega\ \angle -15{,}17°}$$

$$V_{C_{\text{máx}}} = IZ_{T_m} = (2\ \text{mA})(159{,}34\ \Omega)$$
$$= \mathbf{318{,}68\ mV}$$

c) $R_s = \infty\ \Omega$; portanto,

$$Q_p = \frac{R_s \parallel R_p}{X_{L_p}} = \frac{R_p}{X_{L_p}} = Q_l = \frac{X_L}{R_l}$$
$$= \frac{2\pi(27{,}06\text{ kHz})(0{,}3\text{ mH})}{20\ \Omega} = \frac{51\ \Omega}{20\ \Omega} = \mathbf{2{,}55}$$

O baixo valor de Q confirma a conclusão do item (a). As diferenças entre f_s, f_m e f_p seriam bem menores em um circuito de alto Q.

d) $BW = \dfrac{f_p}{Q_p} = \dfrac{27{,}06\text{ kHz}}{2{,}55} = \mathbf{10{,}61\ kHz}$

e) Para $Q_l \geq 10$ $f_m = f_p = f_s = \mathbf{29{,}06\ kHz}$

$$Q_p = Q_l = \frac{2\pi f_s L}{R_l}$$
$$= \frac{2\pi(29{,}06\text{ kHz})(0{,}3\text{ mH})}{20\ \Omega} = \mathbf{2{,}74}$$

(em vez de 2,55, como no item (c))

$$Z_{T_p} = Q_l^2 R_l = (2{,}74)^2 \cdot 20\ \Omega$$
$$= \mathbf{150{,}15\ \Omega\ \angle 0°}$$

(em vez de 159,34 Ω ∠−15,17°, como no item (b))

$$V_{C_{máx}} = IZ_{T_p} = (2\text{ mA})(150{,}15\ \Omega)$$
$$= \mathbf{300{,}3\ mV}$$

(em vez de 318,68 mV, como no item (b))

$$BW = \frac{f_p}{Q_p} = \frac{29{,}06\text{ kHz}}{2{,}74} = \mathbf{10{,}61\ kHz}$$

(em vez de 10,61 kHz, como no item (d))

Os resultados revelam que, mesmo em um sistema com um valor de Q relativamente pequeno, as soluções aproximadas não diferem muito das soluções exatas. A maior diferença está entre f_s e f_p (7 por cento, aproximadamente), sendo a diferença entre f_s e f_m menor do que 2%. Nas próximas análises, ao usarmos o valor de f_s para calcular Q_l, teremos certamente uma medida do valor de Q_l que poderá ser usada para determinar se as equações aproximadas são adequadas.

EXEMPLO 20.8

Dado o circuito visto na Figura 20.34, conhecendo o valor de f_p:

a) Determine Q_l.
b) Determine R_p.
c) Calcule Z_{T_p}.
d) Calcule C na ressonância.
e) Determine Q_p.
f) Calcule a BW e as frequências de corte.

Soluções:

a) $Q_l = \dfrac{X_L}{R_l} = \dfrac{2\pi f_p L}{R_l} = \dfrac{2\pi(0{,}04\text{ MHz})(1\text{ mH})}{10\ \Omega}$

$= \mathbf{25{,}12}$

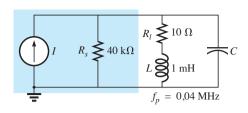



Figura 20.34 Exemplo 20.8.

b) $Q_l \geq 10$. Portanto,

$$R_p \cong Q_l^2 R_l = (25{,}12)^2(10\ \Omega) = \mathbf{6{,}31\ k\Omega}$$

c) $Z_{T_p} = R_s \parallel R_p = 40\text{ k}\Omega \parallel 6{,}31\text{ k}\Omega = \mathbf{5{,}45\ k\Omega}$

d) $Q_l \geq 10$. Portanto,

$$f_p \cong \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

e $$C = \frac{1}{4\pi^2 f^2 L} = \frac{1}{4\pi^2(0{,}04\text{ MHz})^2(1\text{ mH})}$$
$$= \mathbf{15{,}83\ nF}$$

e) $Q_l \geq 10$. Portanto,

$$Q_p = \frac{Z_{T_p}}{X_L} = \frac{R_s \parallel Q_l^2 R_l}{2\pi f_p L}$$
$$= \frac{5{,}45\text{ k}\Omega}{2\pi(0{,}04\text{ MHz})(1\text{ mH})} = \mathbf{21{,}68}$$

f) $BW = \dfrac{f_p}{Q_p} = \dfrac{0{,}04\text{ MHz}}{21{,}68} = \mathbf{1{,}85\ kHz}$

$$f_l = \frac{1}{4\pi C}\left[-\frac{1}{R} + \sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{4C}{L}}\right]$$
$$= \frac{1}{4\pi(15{,}9\text{ mF})}\left[-\frac{1}{5{,}45\text{ k}\Omega} + \sqrt{\frac{1}{(5{,}45\text{ k}\Omega)^2} + \frac{4(15{,}9\text{ mF})}{1\text{ mH}}}\right]$$
$$= 5{,}005 \times 10^6[-183{,}486 \times 10^{-6} + 7{,}977 \times 10^{-3}]$$
$$= 5{,}005 \times 10^6[7{,}794 \times 10^{-3}]$$
$$= \mathbf{39\ kHz}$$

$$f_2 = \frac{1}{4\pi C}\left[\frac{1}{R} + \sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{4C}{L}}\right]$$
$$= 5{,}005 \times 10^6[183{,}486 \times 10^{-6} + 7{,}977 \times 10^{-3}]$$
$$= 5{,}005 \times 10^6[8{,}160 \times 10^{-3}]$$
$$= \mathbf{40{,}84\ kHz}$$

Observe que $f_2 - f_1$ = 40,84 kHz – 39 kHz = 1,84 kHz, confirmando o valor que calculamos acima para a largura de banda. Observe também que a largura de banda não é simétrica em relação à frequência de ressonância, estando 1 kHz abaixo de f_p e 840 Hz acima.

EXEMPLO 20.9

O circuito equivalente para a configuração do transistor mostrado na Figura 20.35 é visto na Figura 20.36.

a) Determine f_p.
b) Determine Q_p.
c) Calcule BW.
d) Calcule a tensão V_p na ressonância.
e) Trace a curva de V_C em função da frequência.

Soluções:

a) $$f_s = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{(5\text{ mH})(50\text{ pF})}} = 318{,}31\text{ kHz}$$

$$X_L = 2\pi f_s L = 2\pi(318{,}31\text{ kHz})(5\text{ mH}) = 10\text{ k}\Omega$$

$$Q_l = \frac{X_L}{R_l} = \frac{10\text{ k}\Omega}{100\text{ k}\Omega} = 100 > 10$$

Portanto, $f_p = f_s$ = **318,31 kHz.** Usando a Equação 20.31, teríamos o resultado ≅ 318,5 kHz.

b) $$Q_p = \frac{R_s \parallel R_p}{X_L}$$

$$R_p = Q_l^2 R_l = (100)^2\, 100\ \Omega = 1\text{ M}\Omega$$

$$Q_p = \frac{50\text{ k}\Omega \parallel 1\text{ M}\Omega}{10\text{ k}\Omega} = \frac{47{,}62\text{ k}\Omega}{10\text{ k}\Omega} = \mathbf{4{,}76}$$

Note a queda no valor de Q_l = 100 para Q_p = 4,76 devido a R_s.

c) $$BW = \frac{f_p}{Q_p} = \frac{318{,}31\text{ kHz}}{4{,}76} = \mathbf{66{,}87\text{ kHz}}$$

Por outro lado,

$$BW = \frac{1}{2\pi}\left(\frac{R_l}{L} + \frac{1}{R_s C}\right) = \frac{1}{2\pi}\left[\frac{100\ \Omega}{5\text{ mH}} + \frac{1}{(50\text{ k}\Omega)(50\text{ pF})}\right] = \mathbf{66{,}85\text{ kHz}}$$

resultado semelhante ao anterior.

d) $V_p = IZ_{T_p} = (2\text{ mA})(R_s \parallel R_p) = (2\text{ mA})(47{,}62\text{ k})$ $= \mathbf{95{,}24\text{ V}}$

e) Veja a Figura 20.37.

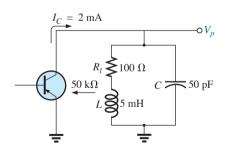



Figura 20.35 Exemplo 20.9.

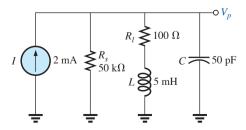



Figura 20.36 Circuito equivalente do circuito transistorizado visto na Figura 20.35.

EXEMPLO 20.10

Repita o Exemplo 20.9 ignorando os efeitos de R_s e compare os resultados.

Soluções:

f_p é a mesma, **318,31 kHz**.

Para $R_s = \infty\ \Omega$,

$$Q_p = Q_l = \mathbf{100} \quad \text{(em vez de 4,76)}$$

c) $$BW = \frac{f_p}{Q_p} = \frac{318{,}31\text{ kHz}}{100} = \mathbf{3{,}18\text{ kHz}}$$

(em vez de 66,87 kHz)

d) $Z_{T_p} = R_p = 1\text{ M}\Omega$ (em vez de 47,62 kΩ)

$V_p = IZ_{T_p} = (2\text{ mA})(1\text{ M}\Omega) = \mathbf{2000\text{ V}}$

(em vez de 95,24 V)

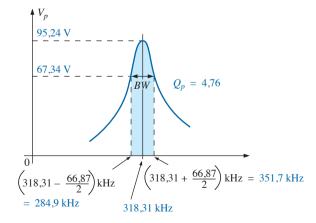



Figura 20.37 Curva de ressonância para o circuito visto na Figura 20.36.

Os resultados obtidos revelam claramente que a resistência da fonte pode ter uma influência considerável nas características de resposta de um circuito ressonante em paralelo.

EXEMPLO 20.11

Projete um circuito ressonante em paralelo que possua a curva de resposta mostrada na Figura 20.38 usando um indutor de 1 mH e 10 Ω e uma fonte de corrente com uma resistência interna de 40 kΩ.

Soluções:

$$BW = \frac{f_p}{Q_p}$$

Portanto,

$$Q_p = \frac{f_p}{BW} = \frac{50.000\text{ Hz}}{2500\text{ Hz}} = \mathbf{20}$$

$$X_L = 2\pi f_p L = 2\pi(50\text{ kHz})(1\text{ mH}) = 314\ \Omega$$

e $$Q_l = \frac{X_L}{R_l} = \frac{314\ \Omega}{10\ \Omega} = \mathbf{31{,}4}$$

$$R_p = Q_l^2 R = (31{,}4)^2(10\ \Omega) = \mathbf{9859{,}6\ \Omega}$$

$$Q_p = \frac{R}{X_L} = \frac{R_s \| 9859{,}6\ \Omega}{314\ \Omega} = 20$$

(obtido anteriormente)

de maneira que $$\frac{(R_s)(9859{,}6)}{R_s + 9859{,}6} = 6280$$

resultando em $$R_s = 17{,}298\text{ k}\Omega$$

Entretanto, a fonte tem uma resistência de 40 kΩ. Precisamos, assim, acrescentar em paralelo com a fonte um resistor (R') que reduza essa resistência para aproximadamente 17,298 kΩ. Ou seja,

$$\frac{(40\text{ k}\Omega)(R')}{40\text{ k}\Omega + R'} = 17{,}298\text{ k}\Omega$$

Determinando o valor de R', temos:

$$R' = \mathbf{30{,}48\text{ k}\Omega}$$

O valor comercial mais próximo é **30 kΩ**. Na ressonância, $X_L = X_C$, e:

$$X_C = \frac{1}{2\pi f_p C}$$

$$C = \frac{1}{2\pi f_p X_C} = \frac{1}{2\pi(50\text{ kHz})(314\ \Omega)}$$

e $C \cong \mathbf{0{,}01\ \mu F}$ (disponível comercialmente)

$$Z_{T_p} = R_s \| Q_l^2 R_l = 17{,}298\text{ k}\Omega \| 9859{,}6\ \Omega = 6{,}28\text{ k}\Omega$$

com $$V_p = IZ_{T_p}$$

e $$I = \frac{V_p}{Z_{T_p}} = \frac{10\text{ V}}{6{,}28\text{ k}\Omega} \cong \mathbf{1{,}6\text{ mA}}$$

O circuito aparece na Figura 20.39.

20.13 APLICAÇÕES

Ressonância parasita

A ressonância parasita, assim como a capacitância e a indutância parasitas e os valores indesejados de resistência, pode acontecer em situações inesperadas, podendo afetar seriamente o funcionamento de um sistema. Tudo o que é necessário para produzir uma ressonância parasita seria, por exemplo, um certo valor de capacitância introduzido por fios em paralelo ou pelas trilhas de cobre em uma placa de circuito impresso, ou simplesmente por duas superfícies condutoras em paralelo com uma carga residual e valores de indutância associados com qualquer condutor ou componente, como um cabeçote de um gravador de fita, transformadores, entre outros, que constituem elementos necessários para os efeitos de ressonância. De fato, esse efeito é muito comum em um gravador de fita cassete. O cabeçote de gravação/reprodução é uma bobina que pode funcionar como um indutor e uma antena. Combinando esse fator com a capacitância parasita e a capacitância real do circuito, temos um circuito de sintonia e, com a adição de um diodo, o gravador de fita pode desempenhar a função de um receptor AM (rádio AM). À medida que se

Figura 20.38 Exemplo 20.11.

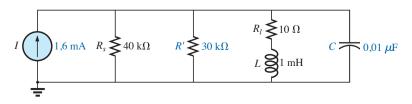



Figura 20.39 Circuito projetado para atender aos critérios apresentados na Figura 20.38.

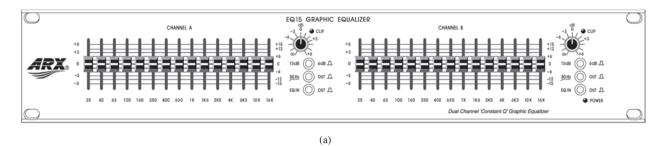
faz o gráfico da resposta em frequência de qualquer transformador, normalmente é encontrada uma região na qual a resposta tem um efeito máximo (veja a Figura 25.21). Essa região de pico ocorre somente devido à indutância das bobinas do transformador e da capacitância parasita entre os fios.

Em geral, todas as vezes que se vê um efeito de pico inesperado na resposta em frequência de um elemento ou sistema, ele normalmente é provocado por uma condição de ressonância. Se a resposta tem efeito prejudicial no funcionamento geral do sistema, faz-se necessário redimensionar o projeto ou incluir um filtro para bloquear as frequências que resultam na condição de ressonância. É claro que, quando se acrescenta um filtro constituído de indutores e/ou capacitores, é necessário ter o cuidado de não inserir uma condição de ressonância inesperada. Isso é um problema que só pode ser considerado adequadamente ao se construir o sistema e ao submetê-lo aos testes.

Equalizadores gráficos e paramétricos

Já notamos, uma vez ou outra, que a música que ouvimos em um salão de concerto tem um som bem diferente da que ouvimos em casa. Mesmo após termos verificado as especificações dos alto-falantes e dos amplificadores e identificado que ambos são quase perfeitos (e mais caros do que o que poderíamos comprar), o som ainda não é o que deveria ser. Em geral, estamos sujeitos às influências que o ambiente tem sobre as ondas sonoras. Alguns problemas típicos são paredes ou pisos (pedras ou cimento) que refletem o som e fazem com que a sua intensidade, em frequências altas, seja maior. Cortinas e tapetes, por outro lado, absorvem as frequências altas. O formato da sala e o posicionamento dos alto-falantes e dos móveis também influenciam no som que chega aos nossos ouvidos. Outro critério é o eco ou a reflexão do som que ocorre no ambiente ao redor. Salões de concerto são projetados cuidadosamente com tetos em forma de abóbada e paredes curvas para permitir certa quantidade de eco. Mesmo as características de temperatura e umidade do ar afetam a qualidade do som. Na maioria dos casos, é certamente impossível modificar o ambiente de som de maneira que ele se torne igual a um salão de concerto, mas com o uso adequado dos sistemas eletrônicos pode-se obter uma resposta que tenha todas as qualidades esperadas para uma sala de som em casa.

Para obter um sistema de som de qualidade, diversos procedimentos têm que ser seguidos: *caracterização e retardo digital* (*som surround*) e *seleção e posicionamento de alto-falantes e amplificadores adequados*. A caracterização é o processo pelo qual se faz a verificação minuciosa da absorção de som de um ambiente e se determina a resposta em frequência. Um *equalizador gráfico*, como o que é mostrado na Figura 20.40(a), é usado para determinar a resposta 'plana' (uniforme) para toda a faixa de frequência. Em outras palavras, faz-se com que o ambiente se comporte como se todas as frequências fossem recebidas com a mesma intensidade na área em que o som é distribuído. Por exemplo, se o ambiente for totalmente carpetado com as dobras das cortinas dispostas harmoniosamente, haverá uma grande absorção de frequências altas, sendo necessário, assim, que elas tenham uma amplificação maior para equiparar o nível do som com o das frequências médias e baixas. Para caracterizar uma típica sala retangular, pode-se implementar uma disposição de equipamentos e móveis como a que é mostrada na Figura 20.40(b). O amplificador e os alto-falantes foram posicionados no centro de uma parede, com outros alto-falantes nos cantos da sala, voltados para o público. Um microfone foi colocado na área de recepção a uma distância de cerca de três metros do amplificador e a uma distância igual dos outros dois alto-falantes. Um *ruído rosa* será então enviado a partir de um analisador de espectro (normalmente é uma parte integrante de um equalizador gráfico) para o amplificador e para os alto-falantes. O ruído rosa é na realidade um sinal de onda quadrada cujas amplitude e frequência podem ser controladas. Foi escolhido um sinal de onda quadrada porque a decomposição de Fourier de um sinal de onda quadrada resulta em uma ampla faixa de frequência para o sistema verificar. Será visto no Capítulo 24 que uma onda quadrada pode ser construída a partir de uma série infinita de senoides de diferentes frequências. Uma vez estabelecido um volume adequado para o ruído rosa, o analisador de espectro pode ser usado para ajustar a resposta de cada banda com o intuito de estabelecer a resposta uniforme desejada. As frequências centrais de cada ajuste deslizante do equalizador gráfico, visto na Figura 20.40(a), são mostradas na Figura 20.40(c), juntamente com a resposta em frequência de várias outras adjacentes que estão igualmente espaçadas em uma escala logarítmica. Note que cada frequência central é na realidade a frequência de ressonância da faixa em questão. O projeto é feito de tal maneira que cada ajuste deslizante possa controlar o volume associado com aquela frequência, porém, a largura de banda e a resposta em frequência permanecem bastante constantes. Um bom analisador de espectro tem as faixas de ajustes dispostas em uma escala em decibel (dB) (o decibel será discutido detalhadamente no Capítulo 21). A escala em decibel estabelece uma escala para comparação com os níveis de áudio. Para uma audição normal, é necessária, geralmente, uma variação de 3 dB para que uma variação no áudio seja percebida pelo ouvido humano. Para níveis baixos de áudio, uma variação de 2 dB pode ser perceptível, porém, para um som alto, provavelmente será necessária uma variação de 4 dB para que seja notado.

(a)

Alto-falante de faixa ampla

Amplificador e alto-falante (*woofer* ou *subwoofer*)

Alto-falante de faixa ampla

Ruído rosa espalhado por toda parte

≅10′

Microfone

Equalizadores gráficos e/ou paramétricos

(Mid-range, baixas potências)

(Alto-falante de ampla e baixa potências)

Alto-falantes com som *surround*

(Alto-falante de ampla e baixa potências)

(b)

(c)

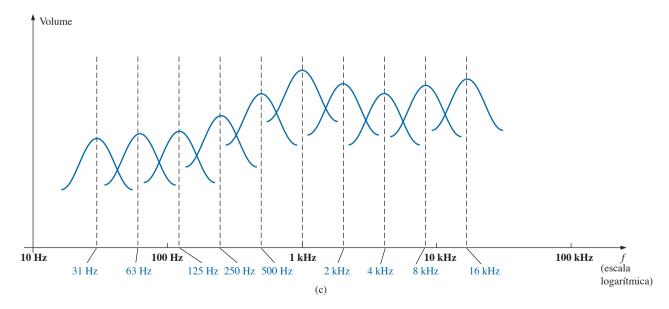



Figura 20.40 (a) Equalizador gráfico 'Constant Q' de 15 bandas e duplo canal (cortesia da ARX Systems); (b) posicionamento dos equipamentos de som; (c) resposta em frequência.

Essas não são leis rígidas, mas, sim, regras práticas usadas por técnicos de áudio. Para a sala em questão, o conjunto de ajustes pode ser como aquele mostrado na Figura 20.40(c). Uma vez feitos os ajustes, eles não deverão ser alterados. Uma resposta uniforme foi estabelecida para a sala para toda a faixa de áudio, de maneira que qualquer som ou tipo de música esteja dentro dela.

Um *equalizador paramétrico*, tal como o que aparece na Figura 20.41, é similar a um *equalizador gráfico*; porém, em vez dos controles separados para as faixas de frequências individuais, ele usa três controles básicos que abrangem três ou quatro faixas de frequências. Os controles típicos — *ganho, frequência central* e *largura de banda* — normalmente estão disponíveis para as *frequências baixas, médias* e *altas*. Cada um é essencialmente um controle independente; ou seja, ao ajustar um deles, os outros dois não são afetados. No caso do equalizador paramétrico, visto na Figura 20.41, cada um dos seis canais tem uma chave de controle de frequência que, em conjunto com a chave $f \times 10$, fornece uma faixa com frequência central de 40 Hz até 16 kHz. Esse equalizador tem controles para largura de banda ('Q') a partir de 3 oitavas até 1/20 de oitava, faixa de ganho de ± 18 dB e reforçador. Alguns gostam de se referir a um equalizador paramétrico como um *controle sofisticado de tom* e usá-lo para elevar a qualidade do som após a resposta uniforme ter sido estabelecida pelo equalizador gráfico. O efeito alcançado com um botão de controle de tom padrão é algumas vezes denominado 'entediante' se comparado ao efeito estabelecido por um bom equalizador paramétrico, principalmente porque o primeiro pode controlar apenas o volume, não a largura de banda ou a frequência central. Em geral, os equalizadores gráficos estabelecem uma importante *resposta uniforme*, enquanto os paramétricos são ajustados para proporcionar o *tipo* e a *qualidade* do som que queremos escutar. Podemos 'excluir' as frequências que incomodam e remover o 'assobio' do tape e o 'agudo' frequentemente associado aos CDs.

Uma das características das salas de concertos que é mais difícil de imitar é a sensação de som perfeito que elas proporcionam. Nas salas de concertos temos um som que provém diretamente dos instrumentos e da reflexão dele nas paredes e nos tetos em forma de abóbada, que foram cuidadosa e explicitamente projetados para essa finalidade. O resultado de qualquer reflexão possui um atraso nas ondas sonoras que chegam aos ouvidos, criando o efeito de som perfeito. Em função do atraso digital, os alto-falantes podem ser posicionados atrás e ao lado do ouvinte para estabelecer o efeito sonoro *surround*. Em geral, os alto-falantes que reproduzem o som com atraso são de baixa potência, sendo usados, normalmente, os alto-falantes de 20 W em sistemas de 100 W. A resposta de eco é um dos motivos que frequentemente leva as pessoas a preferirem um som estéreo alto a um normal. O som estéreo mais alto proporciona mais eco e reflexão nas paredes, proporcionando um pouco do efeito de perfeição de som dos salões de concerto.

Pode-se dizer que qualquer sistema constituído de componentes de qualidade, equalizadores gráfico e paramétrico e som *surround* tem todos os elementos necessários para uma reprodução, com qualidade, dos efeitos obtidos nos salões de concertos.

20.14 ANÁLISE COMPUTACIONAL

PSpice

Ressonância de circuitos em série. Este capítulo fornece uma excelente oportunidade para demonstrar o que os programas de computador podem fazer por nós. Imagine ter de fazer um gráfico com uma curva de ressonância detalhada efetuando, para cada frequência, todos os cálculos necessários. Para cada frequência, as reatâncias dos elementos indutivos e capacitivos variam, e as operações com fasores devem ser repetidas — uma tarefa longa e árdua. Entretanto, com o uso do PSpice, leva-se alguns minutos para desenhar o circuito e estabelecer a simulação desejada obtendo-se um gráfico detalhado em poucos segundos, contendo pontos a cada microssegundo!

Pela primeira vez, o eixo horizontal será usado no domínio da frequência em vez de ser usado no domínio do tempo, como nos gráficos traçados anteriormente. No caso do circuito ressonante em série visto na Figura 20.42, a amplitude da fonte foi escolhida de maneira a gerar uma corrente máxima $I = 400\ \text{mV}/40\ \Omega = 10\ \text{mA}$ na ressonância, sendo que os elementos reativos proporcionam frequência de ressonância de

$$f_s = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{(30\ \text{mH})(0{,}1\ \mu\text{F})}} \cong \mathbf{2{,}91\ kHz}$$

Figura 20.41 Equalizador paramétrico de seis canais. (Cortesia da ARX Systems.)

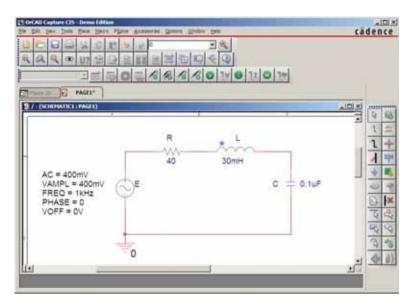



Figura 20.42 Circuito ressonante em série a ser analisado usando o PSpice.

O fator de qualidade é:

$$Q_l = \frac{X_L}{R_l} = \frac{546{,}64\ \Omega}{40\ \Omega} \cong \mathbf{13{,}7}$$

que é relativamente alto e nos dá uma resposta bastante nítida.

A largura de banda é:

$$BW = \frac{f_s}{Q_l} = \frac{2{,}91\ \text{kHz}}{13{,}7} \cong \mathbf{212\ Hz}$$

que será comprovada usando a opção de cursores.

No caso da fonte CA, escolha **VSIN** novamente. Todos os parâmetros foram ajustados por meio de um duplo clique no símbolo da fonte seguido da inserção dos valores na caixa de diálogo **Property Editor**. Para cada parâmetro, foi selecionada a opção **Name and Value**, obtida ao acionar o botão **Display**, seguido do botão **Apply**, que é acionado antes de fechar a caixa de diálogo.

Na caixa de diálogo **Simulation Settings**, foi selecionada a opção **AC Sweep/Noise**, e **Start Frequency** foi ajustado em 1 kHz, **End Frequency**, em 10 kHz e **Points/ Decade**, em 10.000. Os valores default para **Logarithmic scale** e **Decade** foram mantidos. O valor de 10.000 para **Points/Decade** foi escolhido para garantir um número adequado de pontos de dados próximo do valor de pico. Quando a tela **SCHEMATIC1**, vista na Figura 20.43, aparecer, use a sequência **Trace-Add Trace-I(R)-OK** para obter o gráfico logarítmico cujo valor de pico estará um pouco à esquerda de 3 kHz. O espaçamento entre as linhas de grade no **X-axis** deve ser aumentado, assim deve-se implementar **Plot-Axis Settings-X Grid-unable Automatic-Spacing-Log-0.1-OK**. Em seguida, selecione o ícone **Toggle Cursor** e, com o botão direito do mouse, mova o cursor da direita o mais próximo possível de 7,07 mA (0,707 do valor de pico para definir a largura de banda) para obter **A1** com uma frequência de 2,80 kHz para um valor de corrente de 7,03 mA — o melhor valor que se pode obter com 10.000 pontos de dados para cada dez. Agora, clique no cursor da esquerda e o coloque o mais próximo possível do mesmo valor de corrente. O resultado obtido é 3,01 kHz para uma corrente de 7,19 mA **(A2)**. Os cursores foram posicionados conforme descrito para se obter uma resposta positiva relativa à diferença (dif) para as duas grandezas, conforme mostra a terceira linha da caixa **Probe Cursor**. O resultado de 209,96 Hz está bastante próximo do valor calculado, que é 212 Hz.

Ressonância de circuitos em paralelo. Agora, vamos investigar o circuito ressonante paralelo visto na Figura 20.33 e comparar seus resultados com aqueles obtidos usando a solução manual. O circuito é mostrado na Figura 20.44 usando a fonte de tensão CA **ISRC**. Os seguintes valores foram ajustados em **Property Editor**: **DC** = 0 A, **AC** = 2 mA e **TRAN** = 0. O botão **Display** foi acionado seguido de **Do Not Display**, e **Start Frequency** foi ajustado em 10 kHz, pois sabemos que a ressonância do circuito acontece em torno de 30 kHz. O parâmetro **End Frequency** foi ajustado em 100 kHz para que possamos ver os resultados da primeira simulação. **Points/Decade** foi ajustado em 10.000 para garantir um bom número de pontos de dados na região de pico. Após a simulação, o uso da sequência **Trace-Add Trace-V(C:1)-OK** resulta no gráfico mostrado na Figura 20.45, que apresenta uma frequência de ressonância em torno de 30 kHz. A faixa selecionada se mostrou adequada, mas o gráfico inicial precisa de mais linhas de grade no eixo x, e portanto a sequência **Plot-Axis Settings-X-Grid-unenable Automatic-Spacing-Log-0.1-OK** foi usada para se obter uma linha de grade em intervalos de 10 kHz. Em seguida, o

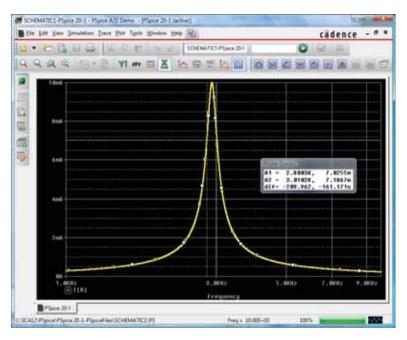



Figura 20.43 Curva de ressonância da corrente para o circuito visto na Figura 20.42.

ícone **Toggle Cursor** foi selecionado e o cursor ativado pelo botão esquerdo do mouse foi estabelecido na tela. O ícone **Cursor Peak** foi então escolhido para determinar o valor de pico da curva. O resultado foi **A1** = 319,45 mV em 28,96 kHz, que está muito próximo do valor calculado — 318,68 mV em 28,57 kHz para o valor máximo de V_C. A largura de banda é definida para o valor de 0,707 (319,45 mV) = 225,85 mV. Usando o cursor ativado pelo botão direito do mouse, podemos ver que o valor mais próximo que podemos conseguir é 225,32 mV para 10.000 pontos de dados por década. A frequência resultante é 34,65 kHz, conforme mostra a caixa **Probe Cursor** na Figura 20.45.

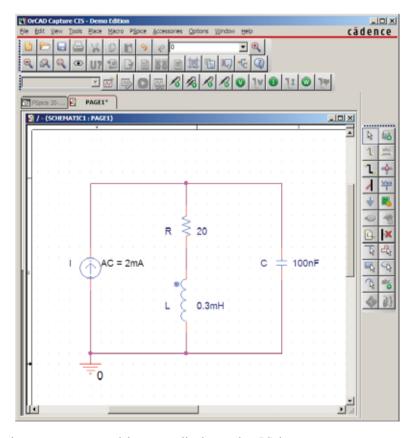



Figura 20.44 Circuito ressonante em paralelo a ser analisado usando o PSpice.

Figura 20.45 Curva de ressonância da tensão no capacitor vista na Figura 20.44.

Agora podemos usar o cursor ativado pelo botão esquerdo do mouse para determinar o mesmo valor à esquerda do valor de pico, de maneira que podemos determinar a largura de banda. O valor mais próximo de 225,85 mV em que esse cursor pode ser posicionado é 224,96 mV na frequência de 23,97 kHz. O valor da largura de banda que aparece é 10,68 kHz na caixa **Probe Cursor**, que está bem próximo da solução manual que é 10,68 kHz no Exemplo 20.7.

Seria interessante observar agora o ângulo de fase da tensão no circuito paralelo para determinar a frequência em que o circuito se mostra resistivo e na qual o ângulo de fase é 0º. Primeiro use a sequência **Trace-Delete All Traces** e escolha **P(V(C:1))** seguido do botão **OK**. O resultado é o gráfico mostrado na Figura 20.46, revelando que o ângulo de fase está próximo de –90º em altas frequências, à medida que o elemento capacitivo, com o decréscimo de sua impedância, determina as características do circuito paralelo. Na frequência de 10 kHz, o elemento indutivo apresenta uma reatância menor que o elemento capacitivo, sendo que o circuito apresenta um ângulo de fase positivo. Usando a opção cursor, podemos movê-lo por meio do botão esquerdo do mouse ao longo do eixo horizontal, até que o ângulo de fase atinja o seu menor valor. De acordo com a Figura 20.46, o menor ângulo possível em função da quantidade de pontos determinada é 125,15 mgraus = 0,13º, que, sem dúvida, está muito próximo de 0º. A frequência correspondente é 27,07 kHz, que é praticamente igual ao valor da solução manual, que é 27,05 kHz. Portanto, obviamente, a frequência na qual o ângulo de fase é zero e a impedância total mostra-se resistiva é menor que a frequência na qual a tensão de saída é máxima.

Multisim

Os resultados do Exemplo 20.9 agora são confirmados usando o Multisim. O circuito na Figura 20.36 aparece, conforme mostra a Figura 20.47, após todos os elementos terem sido colocados, de acordo com os capítulos anteriores. A fonte de corrente é selecionada na caixa de diálogo **Select a Component** com a sequência **Family–SIGNAL_CURRENT_SOURCES**, seguida por **Component–AC_CURRENT**. Em particular, observe que a frequência atribuída à fonte de corrente CA de 2 mA é 100 kHz. Como temos alguma ideia de que a frequência de ressonância tem um valor de algumas centenas de quilohertz, parece apropriado que a frequência inicial para o gráfico comece em 100 kHz e se estenda para 1 MHz. Além disso, cuide para que a **AC Magnitude** seja definida como 2 mA na **Analysis Setup** dentro da caixa de diálogo **AC Current**. Lembre-se de que as tensões nodais numeradas são exibidas no circuito por meio de um clique do botão direito do mouse em qualquer lugar na tela, seguido por **Properties-Sheet Properties-Net Names—Show all—OK.** Os nós numerados são muito úteis quando se trata de selecionar traçados a serem vistos na tela.

Para a simulação, primeiro selecione a sequência **Simulate-Analyses-AC Analysis** para ver a caixa de diálogo **AC Analysis**. Defina a **Start frequency** em 100 kHz, a **Stop frequency** em 1 MHz, **Sweep type** em **Decade, Number of points per decade** em 1000 e a **Vertical scale** em **Linear**.

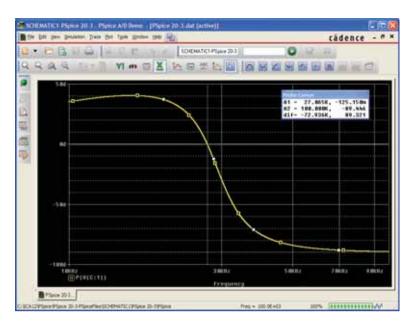



Figura 20.46 Gráfico da fase da tensão v_C para o circuito ressonante em paralelo visto na Figura 20.44.

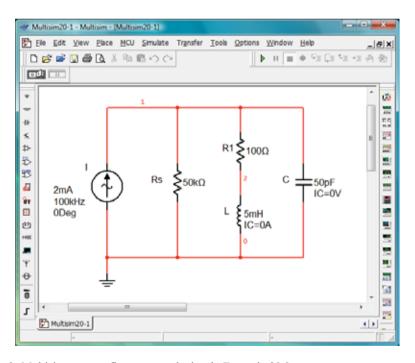



Figura 20.47 Uso do Multisim para confirmar os resultados do Exemplo 20.9.

Sob **Output variables,** selecione **V(1)** como **Variable for analysis** seguido por **Simulate** para executar o programa. Os resultados são os gráficos de magnitude e fase da Figura 20.48. Começando com o gráfico **Voltage**, selecione o botão **Show/Hide Grid**, o botão **Show/Hide Legend** e o botão **Show/Hide Cursors**. Pode-se notar imediatamente, sob a caixa de cursor **AC Analysis**, que o valor máximo é 95,24 V, e que o valor mínimo é 6,94 V. Movendo o cursor para perto de 95,24 V (**y1**), você encontrará a frequência de ressonância. Como pode ser visto na caixa de diálogo de cursor do alto da Figura 20.48, isso é obtido em 318,23 kHz (**x1**). O outro cursor (azul) pode ser usado para definir a alta frequência de corte para a largura de banda, calculando primeiro o nível de 0,707 da tensão de saída. O resultado é 0,707(95,24 V) = 67,33 V. O mais próximo que podemos chegar desse nível com o cursor é 67,57 V (**y2**), que define uma frequência de 353,55 kHz (**x2**). Se agora usarmos o cursor vermelho para encontrar o nível correspondente abaixo da frequência de

Figura 20.48 Gráficos de magnitude e fase para a tensão v_c do circuito visto na Figura 20.47.

ressonância, encontraremos um nível de 67,49 V (**y1**) para 287,08 kHz (**x1**). A largura de banda resultante é, portanto, 353,55 kHz – 287,08 kHz = 66,47 kHz.

Agora, podemos determinar a frequência de ressonância se definirmos a ressonância como aquela frequência que resulta em um ângulo de fase de 0º para a tensão de saída. Repetindo o processo descrito acima para o gráfico de fase, defina o cursor vermelho o mais próximo de 0º possível. O resultado é 2,4º (**y1**) para 316,89 kHz (**x1**), revelando claramente que a frequência de ressonância definida pelo ângulo de fase é menor do que aquela definida pela tensão de pico. Entretanto, com uma Q_l de cerca de 100, a diferença de 1,99 kHz não é significativa. Observe também que, quando o segundo cursor foi definido em 359,55 kHz, o ângulo de fase de –49,61º está próximo dos 45º esperados na frequência de corte.

Mais uma vez, a solução do computador é uma combinação muito próxima da solução manual do Exemplo 20.9, com uma correspondência perfeita dos 95,24 V para o valor de pico e apenas uma pequena diferença na largura de banda com 66,87 kHz, no Exemplo 20.9, e 66,63 kHz, nesse caso. Para a alta frequência de corte, o computador gerou um resultado de 353,55 kHz, enquanto a solução teórica foi 351,7 kHz. Para a baixa frequência de corte, o computador respondeu com 287,08 kHz em comparação com uma solução teórica de 284 kHz.

PROBLEMAS

Seções 20.2 a 20.7 Ressonância em série

1. Determine as frequências de ressonância ω_s e f_s de um circuito em série com os seguintes parâmetros:
   a) $R = 10\ \Omega$, $L = 1$ H, $C = 16\ \mu$F
   b) $R = 300\ \Omega$, $L = 0,51$ H, $C = 0,16\ \mu$F
   c) $R = 20\ \Omega$, $L = 0,27\ \mu$H, $C = 7,5\ \mu$F

2. Para o circuito em série visto na Figura 20.49:
   a) Calcule o valor de X_C na ressonância.
   b) Determine a impedância total do circuito na ressonância.
   c) Calcule a intensidade da corrente I.
   d) Calcule as tensões V_R, V_L e V_C na ressonância. Qual a relação entre V_L e V_C? Como V_R se compara à tensão aplicada E?
   e) Qual é o fator de qualidade do circuito? Trata-se de um circuito com um Q alto ou baixo?
   f) Qual a potência dissipada pelo circuito na ressonância?

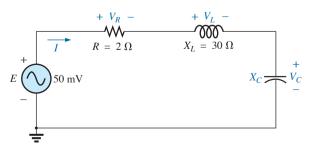



Figura 20.49 Problema 2.

3. Considerando o circuito em série visto na Figura 20.50:

a) Calcule o valor de X_L na ressonância.

b) Determine a intensidade da corrente I na ressonância.

c) Calcule as tensões V_R, V_L e V_C na ressonância e compare suas amplitudes.

d) Determine o fator de qualidade do circuito. Trata-se de um circuito de alto ou baixo Q?

e) Se a frequência de ressonância é 5 kHz, determine os valores de L e C.

f) Calcule a largura de banda se a frequência de ressonância for 5 kHz.

g) Quais são as frequências de corte inferior e superior?

4. Considerando o circuito visto na Figura 20.51:

a) Calcule o valor de L em milihenries se a frequência de ressonância é 1.800 Hz.

b) Calcule X_L e X_C. Como esses valores podem ser comparados?

c) Determine a intensidade da corrente I_{rms} na ressonância.

d) Determine a potência dissipada pelo circuito na ressonância.

e) Qual a potência aparente fornecida ao sistema na ressonância?

f) Qual o fator de potência do circuito na ressonância?

g) Calcule o Q do circuito e a largura de banda resultante.

h) Determine as frequências de corte e calcule a potência dissipada pelo circuito nessas frequências.

5. a) Determine a largura de banda de um circuito ressonante em série com uma frequência de ressonância de 6.000 Hz e um Q_s de 15.

b) Calcule as frequências de corte.

c) Se a resistência do circuito na ressonância é 3 W, quais os valores de X_L e X_C em ohms?

d) Qual a potência dissipada nas frequências de meia potência se a corrente máxima no circuito é 0,5 A?

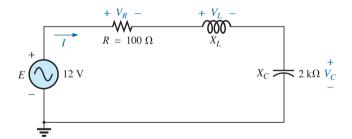



Figura 20.50 Problema 3.

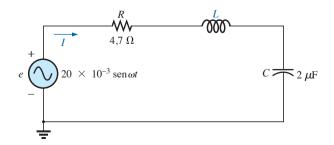



Figura 20.51 Problema 4.

6. Um circuito em série possui uma frequência de ressonância de 10 kHz. A resistência do circuito é 5 Ω, e X_C na ressonância é 200 Ω.

a) Determine a largura de banda.

b) Determine as frequências de corte.

c) Determine Q_s.

d) Se a tensão de entrada é 30 V ∠ 0°, determine as tensões no indutor e no capacitor em forma fasorial.

e) Encontre a potência dissipada na ressonância.

7. a) A largura de banda de um circuito ressonante é 200 Hz. Se a frequência de ressonância é 2000 Hz, qual o valor de Q_s para o circuito?

b) Se $R = 2$ Ω, qual o valor de X_L na ressonância?

c) Calcule o valor de L e C na ressonância.

d) Calcule as frequências de corte.

8. As frequências de corte de um circuito ressonante em série são 5.400 Hz e 6.000 Hz.

a) Calcule a largura de banda do circuito.

b) Se Q_s é 9,5, determine a frequência de ressonância do circuito.

c) Se a resistência do circuito é 2 Ω, determine os valores de X_L e X_C na ressonância.

d) Calcule os valores de L e C na ressonância.

***9. a)** Projete um circuito ressonante em série com uma tensão de entrada de 5 V ∠ 0° e as seguintes especificações:

— Uma corrente máxima de 500 mA na ressonância.

— Uma largura de banda de 120 Hz.

— Uma frequência de ressonância de 8.400 Hz.

b) Determine os valores de L e C e as frequências de corte.

***10.** Projete um circuito ressonante em série para ter uma largura de banda de 400 Hz, usando um indutor com um Q_l de 20 e uma resistência de 2 Ω. Determine os valores de L e C e as frequências de corte.

***11.** Um circuito ressonante em série entra em ressonância quando $\omega_s = 2\pi \times 10^6$ rad/s e consome 20 W de uma fonte de 120 V na ressonância. Se a largura de banda relativa é 0,16:

a) determine a frequência de ressonância em hertz.

b) calcule a largura de banda em hertz.

c) determine os valores de R, L e C.

d) calcule a resistência do indutor se $Q_l = 80$.

***12.** Um circuito ressonante em série entra em ressonância na frequência de 1 MHz com uma largura de banda relativa de 0,2. Se o fator de qualidade do indutor na ressonância é 12,5 e sua indutância é 100 μH, determine:

a) a resistência da bobina.

b) a resistência adicional necessária para estabelecer a largura de banda relativa especificada.

c) o valor requerido da capacitância.

Seções 20.8 a 20.12 Ressonância em paralelo

13. Considerando o circuito ressonante em paralelo 'ideal' visto na Figura 20.52:

a) Determine a frequência de ressonância (f_p).

b) Calcule a tensão V_C na ressonância.

c) Determine as correntes I_L e I_C na ressonância.

d) Calcule Q_p.

14. Considerando o circuito ressonante em paralelo visto na Figura 20.53:

a) Calcule f_s.

b) Determine Q_l considerando $f = f_s$. É razoável usar as expressões aproximadas?

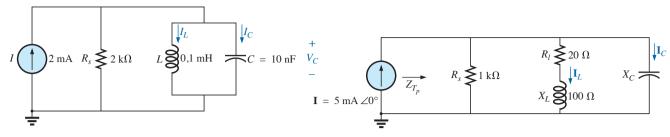



Figura 20.52 Problema 13.

Figura 20.55 Problema 16.

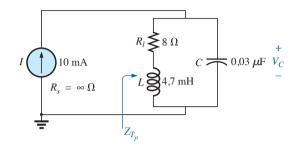



Figura 20.53 Problema 14.

c) Determine f_p e f_m.
d) Calcule X_L e X_C a partir de f_p. Compare as duas reatâncias.
e) Determine a impedância total na ressonância (f_p).
f) Calcule V_C na ressonância (f_p).
g) Determine Q_p e a BW a partir de f_p.
h) Calcule I_L e I_C em f_p.

***15.** O circuito da Figura 20.54 tem uma fonte com uma resistência interna de 1 kW, uma tensão de 120 V e uma grande faixa de frequência. A indutância de 200 mH tem uma Q_l de 15, que pode ser considerada constante para a faixa de frequência de interesse. O capacitor de sintonia é fixo em 120 pF.
a) Determine a frequência de ressonância.
b) Determine a tensão do circuito tanque na ressonância.
c) Determine a potência entregue pela fonte na ressonância.
d) Calcule a potência perdida no indutor tanque devido à resistência interna e compare o resultado com a potência entregue no item (c).

16. Considerando o circuito visto na Figura 20.55:
a) Determine o valor de X_C na ressonância (f_p).
b) Determine a impedância total Z_{Tp} na ressonância (f_p).
c) Determine as correntes I_L e I_C na ressonância (f_p).
d) Se a frequência de ressonância é 20.000 Hz, determine os valores de L e C.
e) Calcule Q_p e BW.

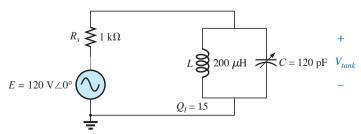



Figura 20.54 Problema 15.

***17.** O circuito mostrado na Figura 20.56 deverá ressonar em 2 × $10^6/2\pi$ Hz e ter uma largura de banda de 100.000/2πHz. Se o indutor tem uma Q_l de 35 (constante para a faixa de frequência de interesse), calcule os valores de R e C. Encontre os valores comerciais mais próximos disponíveis para R e C.

18. Considerando o circuito visto na Figura 20.57:
a) Determine as frequências de ressonância f_s, f_p e f_m. O que os resultados sugerem em relação ao Q_p do circuito?
b) Determine os valores de X_L e X_C na ressonância (f_p). Compare as duas reatâncias.
c) Determine a impedância Z_{Tp} na ressonância (f_p).
d) Calcule Q_p e BW.
e) Determine as correntes I_L e I_C na ressonância (f_p).
f) Calcule a tensão V_C na ressonância (f_p).

***19.** Repita o Problema 18 para o circuito visto na Figura 20.58.

20. A impedância Z_T do circuito de alto Q mostrado na Figura 20.59 deve ser 50 kΩ ∠0° na ressonância (f_p).
a) Determine o valor de X_L.
b) Calcule X_C.
c) Determine a frequência de ressonância (f_p) se L = 16 mH.
d) Determine o valor de C.

21. Considerando o circuito visto na Figura 20.60:
a) Calcule f_p.
b) Calcule o valor de V_C na ressonância (f_p).
c) Determine a potência absorvida na ressonância.
d) Determine BW.

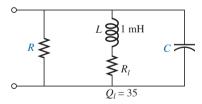



Figura 20.56 Problema 17.

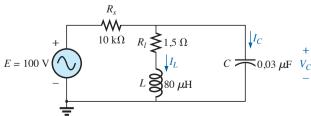



Figura 20.57 Problema 18.

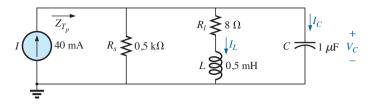



Figura 20.58 Problemas 19 e 29.

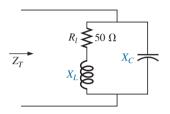



Figura 20.59 Problema 20.

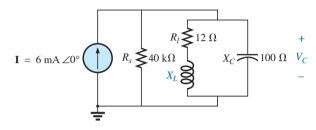



Figura 20.62 Problema 23.

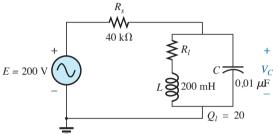



Figura 20.60 Problema 21.

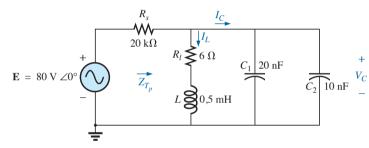



Figura 20.63 Problema 24.

***22.** Dado o circuito visto na Figura 20.61:

a) calcule o valor de X_L para a ressonância.

b) calcule Q_l.

c) calcule a frequência de ressonância (f_p) se a largura de banda for 1 kHz.

d) calcule o valor máximo da tensão V_C.

e) plote a curva de V_C em função da frequência. Indique o valor máximo, a frequência de ressonância e as frequências de corte.

***23.** Repita o Problema 22 para o circuito visto na Figura 20.62.

***24.** Dado o circuito visto na Figura 20.63:

a) calcule f_s, f_p e f_m.

b) determine Q_l e Q_p em f_p após uma conversão de fonte.

c) calcule a impedância de entrada Z_{Tp}.

d) calcule o valor da tensão V_C.

e) calcule a largura de banda a partir de f_p.

f) determine as correntes I_C e I_L.

***25.** Considere, para o circuito visto na Figura 20.64, as seguintes especificações:

$$f_p = 20 \text{ kHz}$$
$$BW = 1{,}8 \text{ kHz}$$
$$L = 2 \text{ mH}$$
$$Q_l = 80$$

Determine R_s e C.

***26.** Projete o circuito visto na Figura 20.65 para que ele apresente as seguintes características:

$$BW = 500 \text{ Hz}$$
$$Q_p = 30$$
$$V_{C\text{máx}} = 1{,}8 \text{ V}$$

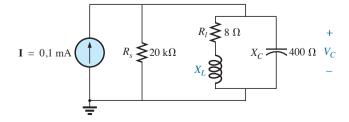



Figura 20.61 Problema 22.

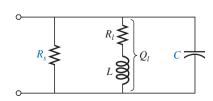
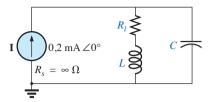
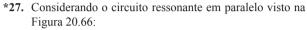
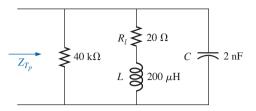



Figura 20.64 Problema 25.

Figura 20.65 Problema 26.

Figura 20.66 Problema 27.

***27.** Considerando o circuito ressonante em paralelo visto na Figura 20.66:
- **a)** Determine a frequência de ressonância.
- **b)** Calcule a impedância total na ressonância.
- **c)** Determine Q_p.
- **d)** Calcule a largura de banda *BW*.
- **e)** Repita os itens (a) a (d) para $L = 20\ \mu H$ e $C = 20$ nF.
- **f)** Repita os itens (a) a (d) para $L = 0{,}4$ mH e $C = 1$ nF.
- **g)** Considerando o circuito visto na Figura 20.66 e os parâmetros dos itens (e) e (f), determine a razão L/C.
- **h)** Os resultados confirmam as conclusões mostradas na Figura 20.28 em relação à influência da razão L/C?

Seção 20.14 Análise computacional

PSpice ou Multisim

28. Verifique os resultados do Exemplo 20.8. Ou seja, mostre que a frequência de ressonância é de fato 40 kHz, que as frequências de corte são iguais às calculadas e que a largura de banda é 1,85 kHz.

29. Determine as frequências f_p e f_m para o circuito ressonante em paralelo visto na Figura 20.58 e comente a largura de banda obtida, bem como sua relação com o fator de qualidade do circuito.

GLOSSÁRIO

Fator de qualidade (*Q*): Parâmetro que fornece indicação imediata da largura de uma curva de ressonância. Quanto maior o *Q*, mais estreita a curva, e, consequentemente, mais abruptamente ela diminuirá de amplitude à esquerda e à direita da frequência de ressonância.

Frequências de banda (corte, meia potência, canto): Frequências que definem os pontos na curva de ressonância que valem 0,707 do valor máximo de tensão ou corrente. Além disso, esses pontos definem as frequências nas quais a potência transferida para o circuito de ressonância é a metade do valor máximo.

Largura de banda (*BW*): Faixa de frequências entre as frequências de corte inferior e superior, ou frequências de meia potência.

Ressonância: Condição estabelecida pela aplicação de uma frequência particular (a frequência de ressonância) a um circuito *R-L-C* em série ou em paralelo. A transferência de potência para o sistema é máxima na frequência de ressonância, diminuindo significativamente de valor nas frequências abaixo e acima dessa frequência.

Seletividade: Característica dos circuitos ressonantes diretamente relacionada à largura de banda. A alta seletividade está associada a uma largura de banda estreita (altos valores de *Q*), e a baixa seletividade, a uma largura de banda larga (baixos valores de *Q*).

Decibéis, filtros e gráficos de Bode

Objetivos

- Desenvolver a confiança no uso de logaritmos e decibéis na descrição dos níveis de potência e tensão.
- Familiarizar-se com a resposta em frequência de filtros passa-alta e passa-baixa. Aprender a calcular a frequência de corte e a descrever a curva de fase.
- Calcular as frequências de corte e esboçar a resposta em frequência de um filtro passa-faixa, rejeita-faixa (atenuação) ou banda dupla.
- Desenvolver habilidades na interpretação e na verificação do gráfico de Bode de qualquer filtro.
- Entender as características e a operação de um circuito de desvio (*crossover*).

21.1 INTRODUÇÃO

A unidade decibel (dB), definida por uma expressão logarítmica, é usada em toda a indústria para definir níveis de áudio, ganho de tensão, energia, intensidade de campo e assim por diante. É preciso um pouco de conhecimento para se sentir totalmente à vontade com essa unidade de medida, mas, com o tempo, sua utilidade se tornará evidente. Por um lado, ela remove a necessidade de trabalhar com números extremamente grandes, que normalmente perdem seu significado quando certos níveis são alcançados. Um bom exemplo de seu uso é em sistemas de áudio, em que um ganho de 3 dB é aquele que pode ser detectado pelo ouvido humano e níveis de escuta normais. Em baixos volumes, um ganho de 2 dB normalmente é detectável, mas, em altos níveis, pode ser necessário um ganho de 6 dB para detectar a diferença. A conversa normal ocorre em torno de 60 dB, enquanto um dano ao tímpano pode começar a ocorrer em 100 dB ou mais. Outros exemplos de uso de decibéis aparecerão no decorrer do capítulo, para assegurar a compreensão do impacto dessa unidade de medida. Como dissemos, ela é tão usada que é de importância fundamental que sua utilização seja entendida completa e corretamente.

O uso dos logaritmos na indústria é tão grande que o profundo entendimento dos seus propósitos e do seu uso é absolutamente necessário. À primeira vista, os logaritmos podem parecer entidades vagas e misteriosas devido às operações matemáticas necessárias para determinar o logaritmo e o antilogaritmo, usando métodos manuais de consulta em tabelas que, geralmente, são ensinados nos cursos de matemática. Entretanto, hoje em dia, praticamente todas as calculadoras científicas possuem as funções logaritmos decimal e natural, eliminando a complexidade de seu uso e permitindo ao usuário se concentrar nos aspectos positivos do uso dessas funções.

Logaritmos

Relações básicas. Examinemos primeiro a relação entre as variáveis da função logaritmo. A expressão matemática

$$N = (b)^x$$

determina que o número N é igual à base b elevada à potência x. Eis alguns exemplos:

$$100 = (10)^2$$

$$27 = (3)^3$$

$$54{,}6 = (e)^4 \text{ onde } e = 2{,}7183$$

Se desejarmos encontrar o expoente x que satisfaça a equação:

$$1200 = (10)^x$$

o valor de x pode ser obtido, utilizando logaritmos, da seguinte maneira:

$$x = \log_{10} 1200 = \mathbf{3{,}079}$$

revelando que

$$10^{3{,}079} = 1200$$

Observe que usamos o logaritmo na base 10 — o número que foi elevado à potência x. Não existe restrição quanto ao número usado na base, porém, as tabelas e as calculadoras são projetadas para lidar apenas com logaritmos na base 10 (logaritmos comuns, LOG) e logaritmos na base e = 2,7183 (logaritmos naturais, IN). Recapitulando:

$$\text{Se } N = (b)^x, \text{ então } x = \log_b N. \tag{21.1}$$

A base a ser usada depende do tipo de aplicação. Caso seja necessária a conversão de uma base em outra, a seguinte equação poderá ser usada:

$$\log_e x = 2{,}3 \log_{10} x \tag{21.2}$$

Neste capítulo, concentraremos os nossos estudos apenas nos logaritmos decimais. Entretanto, muitas das conclusões obtidas são também aplicáveis aos logaritmos naturais.

Algumas áreas de aplicação. A seguir, apresenta-se uma pequena lista das aplicações mais comuns da função logaritmo.

1. Pode-se representar graficamente a resposta de um sistema para uma faixa de valores cuja representação seria, de outro modo, impossível ou muito extensa com uma escala linear.
2. Níveis de potência e tensão, entre outros, podem ser comparados sem que se tenha de operar com números muito grandes ou muito pequenos que, frequentemente, não deixam claro qual é o real impacto na diferença entre os valores comparados.
3. Muitos sistemas naturais respondem a estímulos externos de forma logarítmica. O resultado é um modelo matemático que permite obter diretamente a resposta do sistema a um sinal particular de entrada.
4. A resposta de um sistema em cascata pode ser rapidamente determinada usando logaritmos quando os logaritmos dos ganhos de todos os estágios são conhecidos. Essa característica será demonstrada brevemente com um exemplo.

Gráficos. Existem dois tipos especiais de papel para gráficos baseados no uso de logaritmos: o papel semilog e o papel log-log. No papel semilog, uma escala é logarítmica, e a outra, linear. No papel log-log, as duas escalas são logarítmicas. A Figura 21.1 mostra uma seção

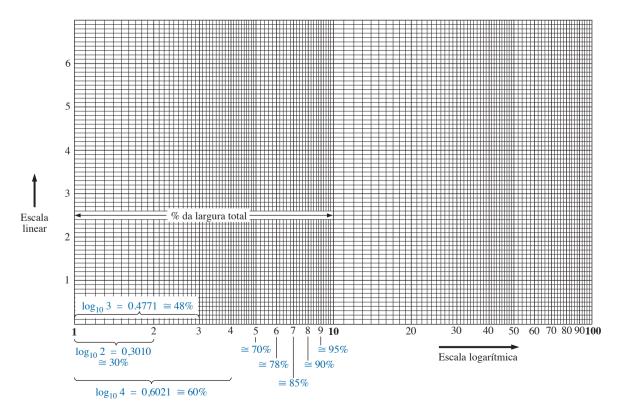



Figura 21.1 Papel semilog.

da folha de papel semilog. Observe que a escala vertical é linear (intervalos igualmente espaçados), e que os intervalos de repetição da escala logarítmica são múltiplos de 10.

Os espaçamentos na escala logarítmica são determinados a partir do cálculo do logaritmo decimal (base 10) do número usado na escala. Essa começa com 1, já que $\log_{10} 1 = 0$. A distância entre 1 e 2 é dada por $\log_{10} 2 = 0{,}3010$, ou aproximadamente 30 por cento da distância de um intervalo logarítmico, conforme mostra o gráfico. A distância entre 1 e 3 é dada por $\log_{10} 3 = 0{,}4771$, ou cerca de 48 por cento de um intervalo logarítmico. Para referência futura, tenha em mente que 50 por cento de um intervalo logarítmico é representado pelo número 3 e não pelo 5, como seria no caso de uma escala linear. Além disso, note que o número 5 é cerca de 70 por cento de um intervalo logarítmico, e o 8, cerca de 90 por cento. O conhecimento das posições dos pontos 2, 3, 5 e 8 pode ser muito útil se pontos de uma escala logarítmica não estiverem numerados.

Como

$$\log_{10} 1 = 0$$
$$\log_{10} 10 = 1$$
$$\log_{10} 100 = 2$$
$$\log_{10} 1000 = 3$$

as distâncias entre 1 e 10, 10 e 100, 100 e 1.000 etc. são iguais, como pode ser visto nas figuras 21.1 e 21.2.

É importante observar que

uma escala logarítmica não pode começar em zero no papel semilog.

Na Figura 21.1, ela começa em 1, e cada intervalo é marcado por uma potência de 10. Qualquer número menor que 1 é negativo; por exemplo,

$$\log_{10}(0{,}999) = -4{,}35 \times 10^{-4}$$

Observe nas figuras 21.1 e 21.2 que uma escala logarítmica fica comprimida no extremo superior de cada intervalo. Com o aumento dos valores de frequência associado a cada intervalo, um único gráfico pode representar frequências de 1 Hz a 1 MHz, como vemos na Figura 21.2, em que foram assinalados os valores correspondentes a 30, 50, 70 e 90 por cento de cada intervalo.

Em muitos gráficos com escala logarítmica, os valores intermediários geralmente não são indicados por causa da falta de espaço. A equação a seguir pode ser usada para determinar o valor correspondente a um ponto qualquer de uma escala logarítmica situado entre dois pontos conhecidos, usando uma régua ou simplesmente estimando as distâncias. Os parâmetros envolvidos estão definidos na Figura 21.3.

$$\text{Valor} = 10^x \times 10^{d_1/d_2} \tag{21.3}$$

A dedução da Equação 21.3 é simplesmente uma extensão do método usado para determinar as distâncias que aparecem na Figura 21.1.

EXEMPLO 21.1

Determine o valor do ponto indicado no gráfico mostrado na Figura 21.4 usando as distâncias obtidas com o uso de uma régua (linear).

Solução:

$$\frac{d_1}{d_2} = \frac{7/16''}{3/4''} = \frac{0{,}438''}{0{,}750''} = 0{,}584$$

Usando uma calculadora, temos:

$$10^{d_1/d_2} = 10^{0{,}584} = 3{,}837$$

Aplicando a Equação 21.3,

$$\text{Valor} = 10^x \times 10^{d_1/d_2} = 10^2 \times 3{,}837$$
$$= \mathbf{383{,}7}$$

21.2 PROPRIEDADES DOS LOGARITMOS

Existem algumas características dos logaritmos que devem ser enfatizadas:

1. O logaritmo decimal, ou neperiano, do número 1 é igual a 0.

$$\log_{10} 1 = 0 \tag{21.4}$$

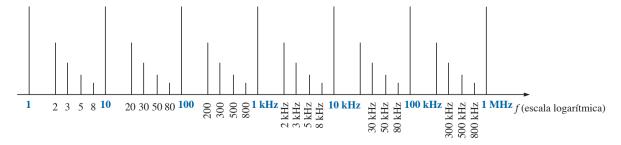



Figura 21.2 Escala logarítmica para frequências.

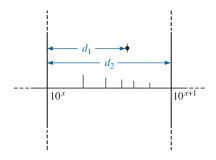



Figura 21.3 Leitura de um valor em um gráfico logarítmico.

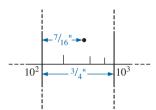



Figura 21.4 Exemplo 21.1.

assim como $10^x = 1$ exige $x = 0$.

2. O logaritmo de um número menor que 1 é um número negativo.

$$\log_{10} 1/2 = \log_{10} 0{,}5 = -0{,}3$$
$$\log_{10} 1/10 = \log_{10} 0{,}1 = -1$$

3. O logaritmo do produto de dois números é a soma dos logaritmos dos números.

$$\log_{10} ab = \log_{10} a + \log_{10} b \tag{21.5}$$

4. O logaritmo do quociente de dois números é o logaritmo do numerador menos o do denominador.

$$\log_{10} \frac{a}{b} = \log_{10} a - \log_{10} b \tag{21.6}$$

5. O logaritmo de um número elevado a uma potência é o produto da potência pelo logaritmo do número.

$$\log_{10} a^n = n \log_{10} a \tag{21.7}$$

Operações com calculadoras

Usando a calculadora TI-89, obtemos o logaritmo comum de um número selecionando primeiro a tecla CATALOG e depois rolando para encontrar a função de logaritmo. Podemos reduzir o tempo envolvido nessa rolagem selecionando primeiro a tecla com a primeira letra da função desejada — nesse caso, *L*, como vemos a seguir, para encontrar o logaritmo comum do número 80:

CATALOG [4 : L] ↓ log(ENTER 8 0) ENTER **1,90**

Para executar a operação inversa, isto é, obter o antilogaritmo *N* de um número dado, utiliza-se a função 10 que está após a letra Z no catálogo. É mais fácil selecionar *A* para iniciar no topo da listagem e depois voltar até a função de potência de 10 usando a opção de rolagem para cima. O antilogaritmo do número 0,6 é obtido da seguinte forma:

CATALOG [= ´A] ↑ 10^(ENTER 0 . 6) ENTER **3,98**

EXEMPLO 21.2

Determine o valor de cada uma das seguintes expressões logarítmicas:

a) $\log_{10} 0{,}004$
b) $\log_{10} 250.000$
c) $\log_{10}(0{,}08)(240)$
d) $\log_{10} \dfrac{1 \times 10^4}{1 \times 10^{-4}}$
e) $\log_{10}(10)^4$

Soluções:

a) **–2,40**
b) **+5,40**
c) $\log_{10}(0{,}08)(240) = \log_{10} 0{,}08 + \log_{10} 240 = -1{,}097 + 2{,}380 = \mathbf{1{,}28}$
d) $\log_{10} \dfrac{1 \times 10^4}{1 \times 10^{-4}} = \log_{10} 1 \times 10^4 - \log_{10} 1 \times 10^{-4} = 4 - (-4) = \mathbf{8}$
e) $\log_{10} 10^4 = 4 \log_{10} 10 = 4(1) = 4$

21.3 O DECIBEL

Ganho de potência

Dois valores de potência podem ser comparados usando-se uma unidade denominada *bel*, definida pela seguinte equação:

$$B = \log_{10} \frac{P_2}{P_1} \text{ (bels)} \tag{21.8}$$

No entanto, para obter uma unidade de *menor* magnitude, o **decibel** é definido pela equação:

$$1 \text{ bel} = 10 \text{ decibels (dB)} \tag{21.9}$$

O resultado é a importante equação a seguir, que compara os valores de potência P_2 e P_1 em decibéis:

$$\boxed{\text{dB} = 10 \log_{10} \frac{P_2}{P_1}} \quad \text{(decibéis, dB)} \tag{21.10}$$

Se os valores de potência forem iguais ($P_2 = P_1$), não há diferença entre os valores de potência e dB = 0. Se houver um aumento no valor da potência ($P_2 > P_1$), o valor de dB resultante será positivo. Se houver diminuição no valor da potência ($P_2 < P_1$), o valor em decibel resultante será negativo.

No caso especial em que $P_2 = 2P_1$, o ganho em decibéis é:

$$\text{dB} = 10 \log_{10} \frac{P_2}{P_1} = 10 \log_{10} 2 = \mathbf{3\ dB}$$

Portanto, para um sistema de alto-falantes, um aumento de 3 dB na saída requer que o valor da potência seja dobrado. A indústria de áudio tem como regra geralmente aceitar que aumentos razoáveis de nível sonoro sejam obtidos com variações de 3 dB na saída dos equipamentos. Em outras palavras, um aumento de 1 dB é praticamente imperceptível, e um de 2 dB está no limite da percepção. Um aumento de 3 dB resulta normalmente em uma variação facilmente detectável do volume sonoro. Um aumento adicional geralmente é obtido quando se eleva a saída com mais 3 dB. Se usarmos um sistema de 8 W, uma elevação de 3 dB requererá que a saída passe para 16 W, enquanto um novo aumento de 3 dB (resultando em uma variação total de 6 dB) exigirá um sistema de 32 W, como mostram os cálculos a seguir:

$$\text{dB} = 10 \log_{10} \frac{P_2}{P_1} = 10 \log_{10} \frac{16}{8} = 10 \log_{10} 2 = \mathbf{3\ dB}$$

$$\text{dB} = 10 \log_{10} \frac{P_2}{P_1} = 10 \log_{10} \frac{32}{8} = 10 \log_{10} 4 = \mathbf{6\ dB}$$

Para $P_2 = 10P_1$,

$$P_2 = 10P_1,$$

$$\text{dB} = 10 \log_{10} \frac{P_2}{P_1} = 10 \log_{10} 10 = 10(1) = \mathbf{10\ dB}$$

resultando em uma situação única em que o ganho de potência é numericamente igual ao ganho em decibéis.

Para algumas aplicações é estabelecido um nível de referência para permitir uma comparação de valores em decibéis de sistemas diferentes. No caso dos sistemas de comunicação, um nível de referência muito usado é:

$$P_{\text{ref}} = 1 \text{ mW} \quad \text{(através de uma carga de } 600\ \Omega)$$

A Equação 21.10 é normalmente escrita da seguinte maneira:

$$\boxed{dB_m = 10 \log_{10} \frac{P}{1 \text{ mW}}\bigg|_{600\ \Omega}} \tag{21.11}$$

Observe o índice *m* que indica que o valor em decibéis foi medido em relação a um nível de referência de 1 mW.

Em particular, para $P = 40$ mW,

$$\text{dB}_m = 10 \log_{10} \frac{40 \text{ mW}}{1 \text{ mW}} = 10 \log_{10} 40 = $$
$$= 10(1{,}6) = \mathbf{16\ dB_{\mathit{m}}}$$

enquanto para $P = 4$ W,

$$\text{dB}_m = 10 \log_{10} \frac{4000 \text{ mW}}{1 \text{ mW}} = 10 \log_{10} 4000 = $$
$$= 10(3{,}6) = \mathbf{36\ dB_{\mathit{m}}}$$

Embora o valor da potência tenha aumentado por um fator de 4.000 mW/40 mW = 100, o aumento em dB_m foi de apenas 20 dB_m. Com o tempo, o leitor se acostumará a interpretar especificações como 16 dB_m e 36 dB_m em termos das variações de potência envolvidas. Um aumento de 20 dB_m também será associado a um ganho significativo nos níveis de potência.

Ganho de tensão

O decibel também é usado para comparar valores de tensão. Substituindo as equações básicas de potência, $P_2 = V_2^2/R_2$ e $P_1 = V_1^2/R_1$, na Equação 21.10 obtemos:

$$\text{dB} = 10 \log_{10} \frac{P_2}{P_1} = 10 \log_{10} \frac{V_2^2/R_2}{V_1^2/R_1}$$

$$= 10 \log_{10} \frac{V_2^2/V_1^2}{R_2/R_1} = 10 \log_{10} \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2 - 10 \log_{10} \left(\frac{R_2}{R_1}\right)$$

e

$$\text{dB} = 20 \log_{10} \frac{V_2}{V_1} - 10 \log_{10} \frac{R_2}{R_1}$$

Para o caso em que $R_2 = R_1$, uma condição normalmente considerada quando comparamos valores de tensão em decibéis, o segundo termo da equação acima se anula ($\log_{10} 1 = 0$), e

$$\boxed{\text{dB}_v = 20 \log_{10} \frac{V_2}{V_1}} \quad \text{(db)} \tag{21.12}$$

Observe que o índice *v* define que o decibel está sendo usado para comparar tensões.

EXEMPLO 21.3

Calcule o ganho de tensão em dB de um sistema no qual o sinal aplicado é 2 mV e a tensão de saída é 1,2 V.

Solução:

$$\text{dB}_v = 20 \log_{10} \frac{V_o}{V_i} = 20 \log_{10} \frac{1{,}2\text{ V}}{2\text{ mV}} =$$

$$= 20 \log_{10} 600 = \mathbf{55{,}56\ dB}$$

para um ganho de tensão $A_v = V_o / V_i$ de 600.

EXEMPLO 21.4

Se um sistema tem um ganho de tensão de 36 dB, calcule a tensão aplicada se a de saída for 6,8 V.

Solução:

$$\text{dB}_v = 20 \log_{10} \frac{V_o}{V_i}$$

$$36 = 20 \log_{10} \frac{V_o}{V_i}$$

$$1{,}8 = \log_{10} \frac{V_o}{V_i}$$

Calculando o antilogaritmo,

$$\frac{V_o}{V_i} = 63{,}096$$

e $$V_i = \frac{V_o}{63{,}096} = \frac{6{,}8\text{ V}}{63{,}096} = \mathbf{107{,}77\ mV}$$

A Tabela 21.1 mostra uma comparação entre os ganhos de tensão medidos diretamente e os ganhos em decibéis. Note, em particular, que, quando os valores de tensão são comparados, o dobro de um valor resulta em uma variação de 6 dB e não de 3 dB, como no caso de valores de potência.

Além disso, observe que um aumento de ganho de 1 para 100.000 resulta em uma variação em decibéis que pode ser facilmente plotada em um gráfico. Observe também que a duplicação do ganho (de 1 para 2, de 10 para 20 etc.) resulta em um aumento de 6 dB, ao passo que quando o ganho é multiplicado por 10 (de 1 para 10, de 10 para 100 etc.) o aumento é de 20 dB.

Tabela 21.1

V_o/V_i	$\text{dB} = 20 \log_{10}(V_o/V_i)$
1	0 dB
2	6 dB
10	20 dB
20	26 dB
100	40 dB
1.000	60 dB
100.000	100 dB

A resposta do ouvido humano

Uma das aplicações mais frequentes de escalas em decibéis está nas indústrias de comunicações e entretenimento. O ouvido humano não responde de maneira linear a variações da potência sonora; ou seja, quando a potência sonora é duplicada de 1/2 W para 1 W, o som correspondente não é ouvido com o dobro da intensidade. Além disso, uma variação de 5 W para 10 W é percebida pelo ouvido como semelhante a uma variação de 1/2 W para 1 W. Em outras palavras, a relação entre valores é a mesma nos dois casos (1 W/0,5 W = 10 W/5 W = 2), ocasionando a mesma variação em dB definida pela Equação 21.7. Portanto, o ouvido humano responde de maneira logarítmica à variação da potência sonora.

Para estabelecer uma base de comparação entre níveis sonoros, o valor de referência de 0,0002 **microbares** (μbar) foi escolhido, sendo que 1 μbar é uma unidade de pressão equivalente a 1 dina por centímetro quadrado, também igual a cerca de 1 milionésimo da pressão atmosférica normal ao nível do mar. O valor de pressão de 0,0002 μbar corresponde ao limiar da audição. Usando esse valor de referência, a pressão sonora em decibéis é dada pela seguinte equação:

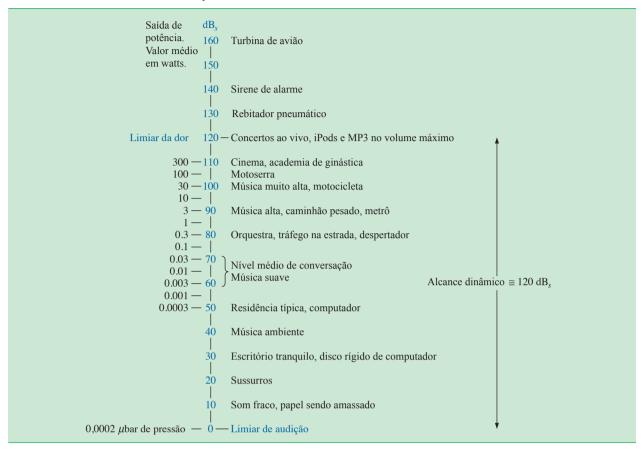
$$\text{dB}_s = 20 \log_{10} \frac{P}{0.0002\ \mu\text{bar}} \qquad (21.13)$$

onde P é a pressão sonora em microbares.

Os valores em decibéis apresentados na Tabela 21.2 foram calculados usando a Equação 21.13. Os medidores de intensidade sonora são calibrados com os valores obtidos com o uso da Equação 21.13 e mostrados na Tabela 21.2.

Em particular, observe o nível sonoro para iPods e aparelhos MP3. Com base na pesquisa, sugerimos que eles não sejam usados por mais de 1 hora por dia a 60 por cento do volume máximo, para evitar danos permanentes na audição. Lembre-se sempre de que os danos na audição normalmente não são reversíveis, de modo que qualquer perda pode ser definitiva.

Um questionamento comum relativo aos níveis de áudio é sobre quanto deveria ser aumentada a potência de uma fonte sonora para que o nível sonoro recebido pelo ouvido humano fosse duas vezes maior. A questão não é tão simples como parece, já que a resposta depende de fatores como a distribuição de frequências do sinal sonoro, as condições acústicas do ambiente e as propriedades físicas do meio no qual o som está se propagando, bem como — é claro — das características de resposta do ouvido humano. Entretanto pode ser formulada uma conclusão geral de que existem valores práticos como os que aparecem à esquerda da escala em dB ilustrada na Tabela 21.2. Cada

Tabela 21.2 Intensidades sonoras típicas e seus valores em decibéis.

nível de potência está associado a um determinado nível em dB, e uma variação de 10 dB na escala corresponde a um aumento ou a uma diminuição da potência sonora por um fator de 10. Por exemplo, uma variação de 90 dB para 100 dB está associada à variação de 3 a 30 W. Com base em experiências, sabe-se que em média os níveis sonoros subjetivos dobram a cada aumento de 10 dB na potência sonora — uma conclusão que pode ser verificada pelos exemplos à direita da escala vista na Tabela 21.2.

Para duplicar a intensidade do som percebido pelo ouvido humano é preciso multiplicar por 10 a potência (em watts) da fonte sonora.

Em outras palavras, para dobrar o nível acústico de uma fonte de 1 W é necessário aumentar a potência da fonte para 10 W.

Além do mais:

Em níveis de escuta normais, seria necessária uma mudança de cerca de 3 dB (o dobro do nível de potência) para que a mudança pudesse ser percebida pelo ouvido humano.

Em baixos volumes de som, uma mudança de 2 dB pode ser percebida, mas pode ser necessária uma mudança de 6 dB (quatro vezes o nível de potência) para volumes muito maiores.

Um último exemplo do uso do dB como unidade de medida é o LRAD (Long Range Acoustic Device), que aparece na Figura 21.5. Ele emite um som entre 2.100 Hz e 3.100 Hz a 145 dB, que é eficiente em até 500 m, ou quase dois campos de futebol. O som em seu volume máximo é milhares de vezes mais alto do que um alarme de incêndio. Ele pode ser usado para transmitir informações e instruções críticas, e é capaz de emitir potentes sons de dissuasão contra intrusos.

Instrumentação

Muitos multímetros analógicos e digitais modernos possuem uma escala de potência em dB usando como referência 1 mW e 600 Ω. Como uma leitura de precisão acontece apenas se a impedância característica da carga não for muito diferente de 600 Ω, a referência 1 mW, 600 Ω normalmente aparece impressa no mostrador do instrumento,

Figura 21.5 LRAD (Long Range Acoustic Device) 1000X. (Cortesia da American Technology Corporation.)

como mostra a Figura 21.6. A escala em dB está em geral associada à menor escala de tensão alternada do medidor. Em outras palavras, para fazer uma medida de potência em dB, selecione a menor escala de tensão alternada, porém, faça a leitura na escala em dB. Caso seja usada outra escala de tensão, é necessário multiplicar o resultado da leitura por um fator de correção que às vezes está impresso no mostrador do instrumento, mas que sempre aparece no manual do aparelho. Se a impedância for diferente de 600 Ω ou não for puramente resistiva, será necessária a utilização de outros fatores de correção que normalmente aparecem no manual do medidor. Usando a equação básica de potência $P = V^2/R$, vemos que fornecer uma potência de 1 mW a uma carga de 600 Ω é o mesmo que aplicar 0,775 V rms a essa mesma carga; ou seja, $V = \sqrt{PR} = \sqrt{(1\ \text{mW})(600\Omega)} = 0{,}775\ \text{V}$. O resultado é uma indicação de 0 dB [definição do ponto de referência de 1 mW, dB = 10 $\log_{10}(P_2/P_1)$ = 10 $\log_{10}$ (1 mW/1 mW (ref)) = 0 dB] e 0,775 V rms na mesma posição, como mostra a Figura 21.6. A aplicação de uma tensão de 2,5 V a uma carga de 600 Ω resultará em um valor para dB de 20 $\log_{10}(V_2/V_1)$ = 20 $\log_{10}$ (2,5 V/0,775 V = 10,17 dB, e, portanto, 2,5 V e 10,17 dB estão associados à mesma

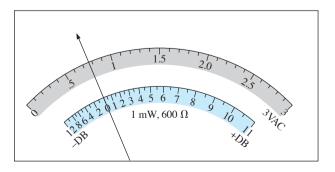



Figura 21.6 Relação entre uma escala de potência em dB tendo como referência 1 mW e 600 Ω e uma escala de tensão rms de 3 V.

posição do ponteiro. As tensões menores que 0,775 V, como 0,5 V, resultam em um valor em dB de dB = 20 $\log_{10}$ (V_2 /V_1) = 20 $\log_{10}$ (0,5V/0,775 V) = –3,8 dB, como se pode ver na escala mostrada na Figura 21.6. Embora a leitura de 10 dB indique uma potência 10 vezes maior que o valor de referência, não se pode considerar que uma leitura de 5 dB signifique que o valor de saída é 5 mW. A relação de 10 para 1 constitui um caso especial no uso logarítmico. No caso da leitura de 5 dB, o valor da potência deve ser calculado determinando o antilogaritmo, que vale 3,126, revelando ser o valor de potência, associado a 5 dB, cerca de 3,1 vezes a referência, ou seja, 3,1 mW. Em geral, o manual do instrumento fornece uma tabela para tais conversões.

21.4 FILTROS

Qualquer combinação de dispositivos passivos (*R*, *L* e *C*) e/ou ativos (transistores e amplificadores operacionais) projetada para selecionar ou rejeitar uma faixa de frequências é denominada **filtro**. Nos sistemas de comunicações, os filtros são usados para deixar passar as frequências que contêm as informações desejadas e rejeitar as frequências restantes. Nos sistemas de som estéreo, os filtros podem ser usados para reforçar ou atenuar certas bandas de frequências enviadas ao sistema acústico de saída (amplificador, alto-falantes etc.). Os filtros também são usados para eliminar frequências indesejáveis, denominadas *ruído*, geradas por alguns componentes eletrônicos com características não lineares ou captadas do ambiente. Os filtros podem ser divididos em duas categorias:

1. **Filtros passivos** são aqueles que contêm combinações em série e em paralelo de resistores, indutores e capacitores.
2. **Filtros ativos** são aqueles que, além de resistores, indutores e capacitores, também usam dispositivos como transistores e amplificadores operacionais.

Como neste livro só estudaremos componentes passivos, as análises deste capítulo ficarão também limitadas aos filtros passivos. Além disso, apenas as configurações fundamentais serão estudadas nas próximas seções. O estudo dos filtros constitui uma área muito extensa que continua a receber financiamento privado e governamental à medida que novos sistemas de comunicação são desenvolvidos para atender às demandas de aumento da velocidade e da capacidade de transmissão de dados. Existem cursos e livros dedicados somente à análise e ao projeto de filtros, que podem ser sistemas muito complexos e sofisticados. Mas, em geral, todos os filtros podem ser classificados em quatro grandes categorias: **passa-baixas**, **passa-altas**, **passa-faixa** e **banda de atenuação**, conforme ilustra a Figura 21.7. Para cada uma dessas categorias

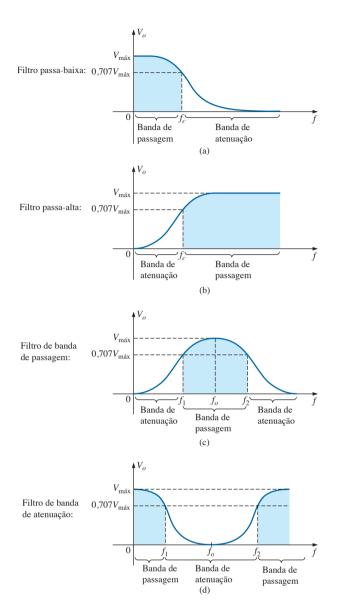



Figura 21.7 As quatro categorias gerais de filtros.

existem frequências críticas que determinam as bandas de passagem ou as de atenuação (estas últimas também são denominadas bandas de *rejeição*). As frequências incluídas na banda de passagem passam para o estágio seguinte do filtro com pelo menos 70,7 por cento da tensão de entrada. Lembre-se de que o valor 0,707 foi usado para definir a largura de banda de um circuito ressonante em série ou em paralelo (ambos possuem uma curva de resposta semelhante à do filtro passa-faixa).

No caso de alguns filtros de banda de atenuação, essa banda de passagem é determinada por outras condições que não utilizam o fator 0,707. Na realidade, em muitos desses filtros, a condição $V_O = 1/1.000\ V_{máx}$ (que corresponde a –60 dB na discussão a seguir) é usada para delimitar a banda de atenuação, enquanto a banda de passagem continua a ser delimitada pelo nível de 0,707 V. As frequências entre as duas regiões são denominadas *frequências de transição* e estabelecem a *região de transição*.

Nas próximas seções, analisaremos pelo menos um exemplo de cada um dos filtros ilustrados na Figura 21.7. Observe, em particular, a relativa simplicidade de alguns dos circuitos.

21.5 FILTRO *R-C* PASSA-BAIXA

O filtro *R-C*, cujo circuito é extremamente simples, pode ser usado como filtro passa-baixa ou como filtro passa-alta. Se a saída for obtida a partir do capacitor, como mostra a Figura 21.8, o circuito se comportará como um filtro passa-baixa. Se as posições do resistor e do capacitor forem invertidas e a saída obtida a partir do resistor, o circuito se comportará como um filtro passa-alta.

Uma observação inicial da Figura 21.7(a) revela que um filtro passa-baixa deve permitir a passagem de baixas frequências com uma pequena atenuação e atenuar fortemente todas as outras acima de um certo valor crítico. Analisemos primeiro o circuito nos extremos de frequência de $f = 0$ Hz e de frequências muito altas para testar a resposta do circuito.

Para $f = 0$ Hz,

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC} = \infty\ \Omega$$

e podemos substituir o capacitor por um curto-circuito, como na Figura 21.9, obtendo $\mathbf{V}_o = \mathbf{V}_i$.

Para frequências muito altas, a reatância é:

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC} \cong 0\ \Omega$$

e podemos substituir o capacitor por um curto-circuito, como na Figura 21.10, obtendo $\mathbf{V}_o = 0$ V.

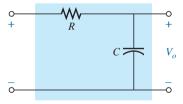



Figura 21.8 Filtro passa-baixa.

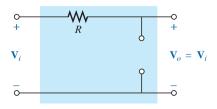



Figura 21.9 Filtro R-C passa-baixa em baixas frequências.

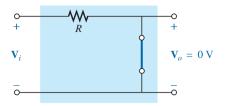



Figura 21.10 Filtro R-C passa-baixa em altas frequências.

A Figura 21.11 mostra o gráfico de $\mathbf{V}_o$ em função da frequência. Nosso próximo objetivo está agora claramente definido: obter a frequência na qual ocorre a transição de uma banda de passagem para a banda de atenuação.

Costuma-se usar um gráfico normalizado em vez do gráfico de V_o em função da frequência, veja a Figura 21.11.

> *Normalização é um processo pelo qual uma grandeza como tensão, corrente ou impedância é dividida por uma grandeza com as mesmas unidades para se obter um valor adimensional que reflete a amplitude dessa grandeza.*

No caso da curva de resposta de um filtro, podemos obter um gráfico normalizado dividindo o valor da grandeza que está sendo plotada na saída do circuito, como V_o, na Figura 21.11, pelo valor da tensão aplicada V_i para a faixa de frequência de interesse. Como o valor máximo de V_o para o filtro passa-baixa da Figura 21.8 é V_i, cada nível de V_o, na Figura 21.11, é dividido pelo nível de V_i. O resultado é o gráfico de $A_v = V_o/V_i$, visto na Figura 21.12. Observe que o máximo de A_v é 1, e que a frequência de corte é definida no nível 0,707.

Para qualquer frequência central, a tensão de saída $\mathbf{V}_o$, vista na Figura 21.8, pode ser obtida usando a regra dos divisores de tensão:

$$\mathbf{V}_o = \frac{X_C\angle -90°\mathbf{V}_i}{R - jX_C}$$

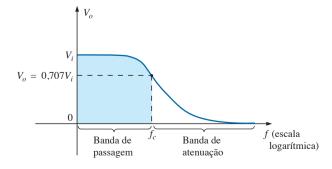



Figura 21.11 V_o em função da frequência para um filtro R-C passa-baixa.

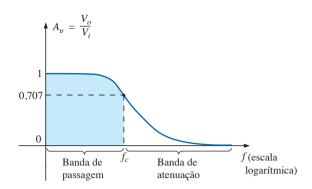



Figura 21.12 Gráfico da Figura 21.11 normalizado.

ou:

$$\mathbf{A}_v = \frac{\mathbf{V}_o}{\mathbf{V}_i} = \frac{X_C\angle -90°}{R - jX_C} = \frac{X_C\angle -90°}{\sqrt{R^2 + X_C^2}\ \angle -\text{tg}^{-1}(X_C/R)}$$

e

$$\mathbf{A}_v = \frac{\mathbf{V}_o}{\mathbf{V}_i} = \frac{X_C}{\sqrt{R^2 + X_C^2}}\ \angle -90° + \text{tg}^{-1}\left(\frac{X_C}{R}\right)$$

A magnitude da razão V_0/V_i é, portanto, determinada por:

$$A_v = \frac{V_o}{V_i} = \frac{X_C}{\sqrt{R^2 + X_C^2}} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{R}{X_C}\right)^2 + 1}} \quad (21.14)$$

e a fase é determinada por:

$$\theta = -90° + \text{tg}^{-1}\frac{X_C}{R} = -\text{tg}^{-1}\frac{R}{X_C} \quad (21.15)$$

Para a frequência particular em que $X_C = R$, essa razão se transforma em:

$$A_v = \frac{V_o}{V_i} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{R}{X_C}\right)^2 + 1}} = \frac{1}{\sqrt{1+1}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0{,}707$$

que determina a frequência crítica ou de corte vista na Figura 21.12.

A frequência para a qual $X_C = R$ é dada por:

$$\frac{1}{2\pi f_c C} = R$$

e

$$f_c = \frac{1}{2\pi RC} \quad (21.16)$$

A importância da Equação 21.16 é maior que sugere a sua relativa simplicidade. Em qualquer filtro passa-baixa, a

aplicação de uma frequência menor que f_c resulta em tensão de saída V_o de pelo menos 70,7 por cento do valor máximo. Por outro lado, em qualquer frequência acima de f_c a saída é menor que 70,7 por cento do sinal aplicado.

Explicitando $\mathbf{V}_o$ e fazendo $\mathbf{V}_i = V_i \angle 0°$, temos:

$$\mathbf{V}_o = \left[\frac{X_C}{\sqrt{R^2 + X_C^2}} \angle \theta \right] \mathbf{V}_i = \left[\frac{X_C}{\sqrt{R^2 + X_C^2}} \angle \theta \right] V_i \angle 0°$$

e
$$\mathbf{V}_o = \frac{X_C V_i}{\sqrt{R^2 + X_C^2}} \angle \theta$$

Portanto, o ângulo θ expressa a diferença de fase entre $\mathbf{V}_o$ e $\mathbf{V}_i$. Como $\theta = -\text{tg}^{-1} R/X_C$ é sempre negativo (exceto quando $f = 0$ Hz), $\mathbf{V}_o$ está sempre atrasada em relação a $\mathbf{V}_i$, sendo o circuito da Figura 21.8 denominado *circuito de atraso*.

Em altas frequências, X_C é muito pequena, e a razão (R/X_c) é muito grande, resultando em $\theta = -\text{tg}^{-1} R/X_C$ próximo de –90º.

Em baixas frequências, X_C é muito grande e a razão (R/X_c) é muito pequena, resultando em $\theta = -\text{tg}^{-1} R/X_C$, próximo de 90º.

Para $X_C = R$ ou $f = f_C$, $-\text{tg}^{-1} R/X_C = -\text{tg}^{-1} 1 = -45°$.

Plotando θ em função da frequência, obtemos o gráfico de fase mostrado na Figura 21.13.

O gráfico é o de $\mathbf{V}_o$ adiantada em relação a $\mathbf{V}_i$, mas como o ângulo de fase é sempre negativo, o gráfico de fase da Figura 21.14 (para $\mathbf{V}_o$ atrasada em relação a $\mathbf{V}_i$) é mais apropriado. Note que a mudança no sinal requer que o eixo vertical seja alterado para o caso em que $\mathbf{V}_o$ está atrasada em relação a $\mathbf{V}_i$. Observe que dentro da banda de passagem o ângulo de fase entre $\mathbf{V}_o$ e $\mathbf{V}_i$ é sempre menor que 45º e se aproxima de 0º em frequências muito baixas.

Resumindo, para o filtro passa-baixa *R-C* visto na Figura 21.8:

$$f_c = \frac{1}{2\pi RC}$$

Para $f < f_c$, $V_o > 0{,}707V_i$

ao passo que para $f > f_c$, $V_o < 0{,}707V_i$

Em f_c, $\mathbf{V}_o$ está atrasada em relação a $\mathbf{V}_i$ em 45°.

A resposta do filtro passa-baixa visto na Figura 21.7(a), também pode ser obtida usando o circuito *R-L* visto na Figura 21.15 com:

$$f_c = \frac{R}{2\pi L} \qquad (21.17)$$

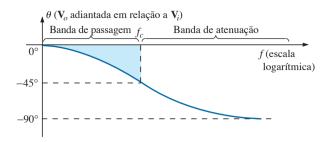



Figura 21.13 Ângulo de adiantamento de $\mathbf{V}_o$ em relação a $\mathbf{V}_i$.

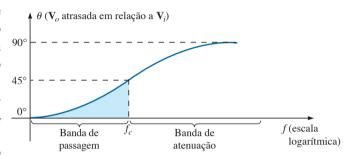



Figura 21.14 Ângulo de atraso de $\mathbf{V}_o$ em relação a $\mathbf{V}_i$.

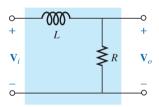



Figura 21.15 Filtro *R-L* passa-baixa.

Entretanto, em geral, o circuito *R-C* é mais usado devido às menores dimensões dos capacitores e às não linearidades associadas aos indutores. Deixamos como um estudo independente a análise detalhada do filtro *R-L* passa-baixa.

EXEMPLO 21.5

a) Faça o gráfico da tensão de saída V_o em função da frequência para o filtro *R-C* passa-baixa visto na Figura 21.16.
b) Determine a tensão V_o para $f = 100$ kHz e 1 MHz e compare os resultados com os obtidos a partir da curva do item (a).

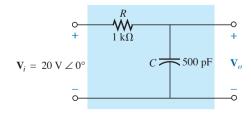



Figura 21.16 Exemplo 21.5.

c) Faça o gráfico do ganho normalizado $A_v = V_o/V_i$.

Soluções:

a) Pela Equação 21.16:

$$f_c = \frac{1}{2\pi RC} = \frac{1}{2\pi(1\text{ k}\Omega)(500\text{ pF})} = \mathbf{318{,}31\text{ kHz}}$$

Para f_c, $V_o = 0{,}707(20\text{ V}) = 14{,}14\text{ V}$. Veja a Figura 21.17.

b) Pela Equação 21.14:

$$V_o = \frac{V_i}{\sqrt{\left(\frac{R}{X_C}\right)^2 + 1}}$$

Para $f = 100$ kHz,

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2\pi(100\text{ kHz})(500\text{ pF})} = 3{,}18\text{ k}\Omega$$

e $$V_o = \frac{20\text{ V}}{\sqrt{\left(\frac{1\text{ k}\Omega}{3{,}18\text{ k}\Omega}\right)^2 + 1}} = \mathbf{19{,}08\text{ V}}$$

Para $f = 1$ MHz,

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2\pi(1\text{ MHz})(500\text{ pF})} = 0{,}32\text{ k}\Omega$$

e $$V_o = \frac{20\text{ V}}{\sqrt{\left(\frac{1\text{ k}\Omega}{0{,}32\text{ k}\Omega}\right)^2 + 1}} = \mathbf{6{,}1\text{ V}}$$

Os dois valores estão de acordo com a Figura 21.17.

c) Dividindo todos os valores mostrados na Figura 21.17 por $V_i = 20$ V, obtemos o gráfico normalizado visto na Figura 21.18.

21.6 FILTRO R-C PASSA-ALTA

Como já observamos na Seção 21.5, um filtro *R*-C passa-alta pode ser obtido invertendo as posições do capacitor e do resistor, como mostra a Figura 21.19.

Em frequências muito elevadas, a reatância do capacitor é muito pequena, e podemos substituí-lo por um curto-circuito, como mostra a Figura 21.20. Como resultado, temos $\mathbf{V}_o = \mathbf{V}_i$.

Para $f = 0$ Hz, a reatância do capacitor é muito grande, podendo ser substituído por um circuito aberto, como mostra a Figura 21.21. Nesse caso, $\mathbf{V}_o = 0$ V.

A Figura 21.22 mostra um gráfico da tensão de saída e, na Figura 21.23, aparece uma versão normalizada do mesmo gráfico.

Para qualquer frequência central, a tensão de saída pode ser determinada usando a regra dos divisores de tensão:

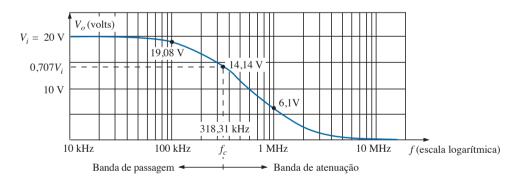



Figura 21.17 Resposta em frequência do filtro *R-C* passa-baixa visto na Figura 21.16.

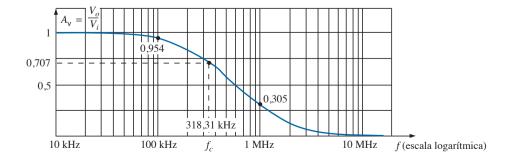



Figura 21.18 Gráfico visto na Figura 21.17 normalizado.

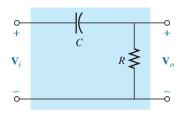



Figura 21.19 Filtro passa-alta.

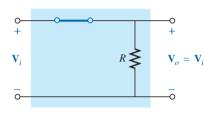



Figura 21.20 Filtro *R-C* passa-alta na região de alta frequência.

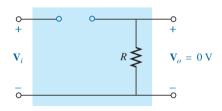



Figura 21.21 Filtro *R-C* passa-alta em $f = 0$ Hz.

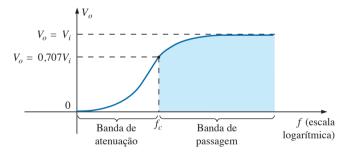



Figura 21.22 V_o em função da frequência para um filtro *R-C* passa-alta.

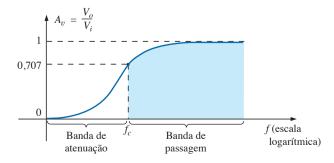



Figura 21.23 Gráfico visto na Figura 21.22 normalizado.

$$\mathbf{V}_o = \frac{R\,\angle 0°\,\mathbf{V}_i}{R - jX_C}$$

ou

$$\frac{\mathbf{V}_o}{\mathbf{V}_i} = \frac{R\,\angle 0°}{R - jX_C} = \frac{R\,\angle 0°}{\sqrt{R^2 + X_C^2}\,\angle -\text{tg}^{-1}\,(X_C/R)}$$

e
$$\frac{\mathbf{V}_o}{\mathbf{V}_i} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + X_C^2}}\,\angle\,\text{tg}^{-1}(X_C/R)$$

Portanto, o módulo da razão $\mathbf{V}_o/\mathbf{V}_i$ é dado por:

$$A_v = \frac{V_o}{V_i} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + X_C^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\dfrac{X_C}{R}\right)^2}} \qquad (21.18)$$

e a fase θ é dada por:

$$\theta = \text{tg}^{-1}\,\frac{X_C}{R} \qquad (21.19)$$

Na frequência para a qual $X_C = R$, o módulo se torna:

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\dfrac{X_C}{R}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1+1}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0{,}707$$

como mostra a Figura 21.23.

A frequência em que $X_C = R$ é determinada por:

$$X_C = \frac{1}{2\pi f_c C} = R$$

e
$$f_c = \frac{1}{2\pi RC} \qquad (21.20)$$

No caso do filtro *R-C* passa-alta, a aplicação de qualquer frequência maior que f_c resultará em uma tensão de saída V_o com pelo menos 70,7 por cento da amplitude da tensão de entrada. Para qualquer frequência menor de f_c, a tensão de saída terá amplitude menor que 70,7 por cento da tensão de entrada.

Para a fase, altas frequências resultam em valores pequenos de X_C, e a razão X_C/R se aproxima de zero, com $\text{tg}^{-1}(X_C/R)$ se aproximando de 0º, conforme mostra a Figura 21.24. Em baixas frequências, a razão X_C/R é muito grande, e $\text{tg}^{-1}(X_C/R)$ se aproxima de 90º. Para o caso em que $X_C = R$, $\text{tg}^{-1}(X_C/R) = \text{tg}^{-1}\,1 = 45º$. Associando um ângulo de 0º com $\mathbf{V}_i$ de maneira que $\mathbf{V}_i = V_i\angle 0º$, o ângulo de fase associado com $\mathbf{V}_o$ é θ, resultando em $\mathbf{V}_o = V_o\angle 0º$ e mostrando que θ é o ângulo pelo qual $\mathbf{V}_o$ está adiantada em relação a $\mathbf{V}_i$. Portanto, por toda a faixa de frequência, o filtro *R-C* passa-alta é denominado *circuito de avanço*.

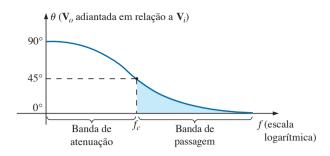



Figura 21.24 Resposta de fase do filtro *R-C* passa-alta.

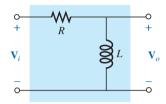



Figura 21.25 Filtro *R-L* passa-alta.

Resumindo, para o filtro *R-C* passa-alta:

$$f_c = \frac{1}{2\pi RC}$$

Para $f < f_c$, $V_o < 0{,}707V_i$

ao passo que para $f > f_c$, $V_o > 0{,}707V_i$

Em f_c, $\mathbf{V}_o$ está adiantada em relação a $\mathbf{V}_i$ em 45°

A resposta do filtro passa-alta visto na Figura 21.23 também pode ser obtida usando as mesmas componentes vistas na Figura 21.15, porém, em posições diferentes, como mostra a Figura 21.25.

EXEMPLO 21.6

Dado um circuito *R-C* com *R* = 20 kW e *C* = 1200 pF:

a) Faça dois gráficos normalizados da tensão de saída em função da frequência, um supondo que o circuito será usado como filtro passa-alta, e outro, que o circuito será usado como filtro passa-baixa.

b) Faça o gráfico de fase dos dois filtros do item (a).

c) Determine o módulo e a fase de $\mathbf{A}_v = \mathbf{V}_o/\mathbf{V}_i$ do filtro passa-alta para $f = 1/2\, f_c$.

Soluções:

a) $$f_c = \frac{1}{2\pi RC} = \frac{1}{(2\pi)(20\text{ k}\Omega)(1200\text{ pF})} = \mathbf{6631{,}46\ Hz}$$

Os gráficos normalizados aparecem na Figura 21.26.

b) Os gráficos de fase aparecem na Figura 21.27.

c) $$f = \frac{1}{2}f_c = \frac{1}{2}(6631{,}46\text{ Hz}) = 3315{,}73\text{ Hz}$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{(2\pi)(3315{,}73\text{ Hz})(1200\text{ pF})} \cong 40\text{ k}\Omega$$

$$A_v = \frac{V_o}{V_i} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{X_C}{R}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{40\text{ k}\Omega}{20\text{ k}\Omega}\right)^2}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1 + (2)^2}} = \frac{1}{\sqrt{5}} = 0{,}4472$$

Figura 21.26 Gráficos normalizados para um filtro passa-baixa e um filtro passa-alta que usam as mesmas componentes.

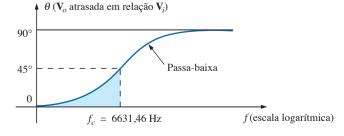
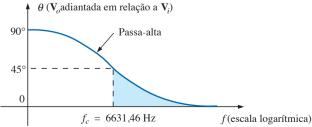



Figura 21.27 Gráficos de fase de um filtro passa-alta e de um filtro passa-baixa que usam as mesmas componentes.

$$\theta = \text{tg}^{-1}\frac{X_C}{R} = \text{tg}^{-1}\frac{40\text{ k}\Omega}{20\text{ k}\Omega} = \text{tg}^{-1}2 = 63{,}43°$$

e
$$\mathbf{A}_v = \frac{\mathbf{V}_o}{\mathbf{V}_i} = \mathbf{0{,}447\angle 63{,}43°}$$

21.7 FILTROS PASSA-FAIXA

O método mais direto para estabelecer a característica passa-faixa vista na Figura 21.7 é usar um circuito ressonante em série ou em paralelo, conforme descrevemos no Capítulo 20. Entretanto, em cada caso, V_o não será igual a V_i na banda de passagem, mas pode-se definir uma faixa de frequência em que V_o será igual ou maior que 0,707 $V_{máx}$.

Para o circuito ressonante em série, mostrado na Figura 21.28, $X_L = X_C$ na ressonância, e:

$$V_{o_{máx}} = \frac{R}{R + R_l}V_i \Big|_{f=f_s} \tag{21.21}$$

e
$$f_s = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \tag{21.22}$$

com
$$Q_s = \frac{X_L}{R + R_l} \tag{21.23}$$

e
$$BW = \frac{f_s}{Q_s} \tag{21.24}$$

Para o circuito ressonante paralelo, visto na Figura 21.29, Z_{T_p} é máxima na ressonância, e:

$$V_{o_{máx}} = \frac{Z_{T_p}V_i}{Z_{T_p} + R}\Big|_{f=f_p} \tag{21.25}$$

com
$$Z_{T_p} = Q_l^2 R_l \quad Q_l \geq 10 \tag{21.26}$$

e
$$f_p = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad Q_l \geq 10 \tag{21.27}$$

Para o circuito ressonante paralelo:

$$Q_p = \frac{X_L}{R_l} \tag{21.28}$$

e
$$BW = \frac{f_p}{Q_p} \tag{21.29}$$

Como uma primeira aproximação, que é aceitável para a maioria das aplicações práticas, podemos considerar que a frequência ressonante atravessa a largura de banda.

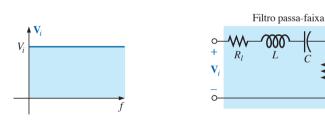
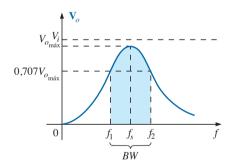



Figura 21.28 Filtro passa-faixa ressonante em série.

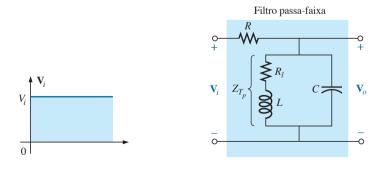
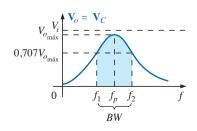



Figura 21.29 Filtro passa-faixa com um circuito ressonante em paralelo.

EXEMPLO 21.7

a) Determine a resposta em frequência para a tensão V_o no circuito em série visto na Figura 21.30.
b) Faça um gráfico da resposta em frequência normalizada de $A_v = V_o / V_i$.
c) Faça um gráfico da resposta em frequência normalizada definida por $A'_v = A_v/A_{v_{máx}}$.

Soluções:

a) $$f_s = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{(1\text{ mH})(0{,}01\ \mu\text{F})}} = \mathbf{50.329{,}21\ Hz}$$

$$Q_s = \frac{X_L}{R + R_l} = \frac{2\pi(50.329{,}21\text{ Hz})(1\text{ mH})}{33\ \Omega + 2\ \Omega} = \mathbf{9{,}04}$$

$$BW = \frac{f_s}{Q_s} = \frac{50.329{,}21\text{ Hz}}{9{,}04} = \mathbf{5{,}57\ kHz}$$

Na ressonância:

$$V_{o_{máx}} = \frac{RV_i}{R + R_l} = \frac{33\ \Omega(V_i)}{33\ \Omega + 2\ \Omega} = 0{,}943V_i$$

$$= 0{,}943(20\text{ mV}) = \mathbf{18{,}86\ mV}$$

Nas frequências de corte:

$$V_o = (0{,}707)(0{,}943V_i) = 0{,}667V_i = 0{,}667(20\text{ mV}) = \mathbf{13{,}34\ mV}$$

Veja a Figura 21.31.

Figura 21.31 Curva de resposta passa-faixa do circuito.

Figura 21.30 Filtro passa-faixa com um circuito ressonante em série do Exemplo 21.7.

b) Dividindo todos os valores de tensão, vistos na Figura 21.31, por V_i = 20 mV, obtemos o gráfico normalizado mostrado na Figura 21.32(a).

c) Dividindo todas as amplitudes da Figura 21.32(a) por $A_{v_{máx}}$ = 0,943, obtemos o gráfico normalizado visto na Figura 21.32(b).

Outra maneira de produzir um filtro passa-faixa é usar um filtro passa-baixa e um filtro passa-alta em cascata, como podemos ver na Figura 21.33.

As componentes são escolhidas de modo que a frequência de corte do filtro passa-alta seja menor que a frequência de corte do filtro passa-baixa, conforme mostra a Figura 21.34. Uma componente do sinal de entrada de frequência f_1 pode passar pelo filtro passa-baixa, mas tem pouco efeito sobre V_o, devido à característica de rejeição do filtro passa-alta. Uma componente do sinal com frequência f_2 passa sem problemas pelo filtro passa-alta, mas é muito atenuada pelo filtro passa-baixa. Por outro lado, uma frequência f_0 perto do centro da banda passante atravessa os dois filtros quase sem atenuação.

O circuito analisado no Exemplo 21.8 apresenta uma curva de resposta como a que é vista na Figura 21.34. Entretanto, para um circuito como o que é mostrado na Figura 21.35, existe um efeito de carga entre os estágios para cada frequência que afeta o valor de $\mathbf{V}_o$. Por meio de um projeto adequado, a tensão de saída $\mathbf{V}_o$ pode ser muito próxima da tensão de entrada $\mathbf{V}_i$ na

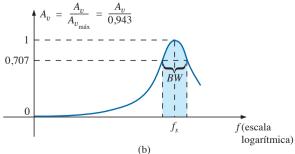



Figura 21.32 Gráficos normalizados para o filtro passa-faixa visto na Figura 21.30.

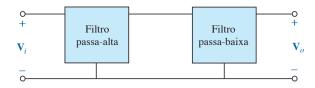



Figura 21.33 Filtro passa-faixa.

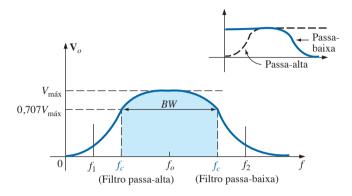



Figura 21.34 Características do filtro passa-faixa.

banda de passagem, porém, nunca serão iguais. Além disso, à medida que as frequências críticas de cada filtro se aproximam, aumentando o fator de qualidade da curva de resposta, os valores de pico dentro do filtro passa-faixa continuam a cair. Para os casos em que $V_{o_{máx}} \neq V_{i_{máx}}$, a largura de banda é definida para 0,707 do valor de $V_{o_{máx}}$ resultante.

EXEMPLO 21.8

Para o filtro passa-faixa visto na Figura 21.35:

a) Determine as frequências críticas dos filtros passa--baixa e passa-alta.

b) Usando apenas os valores das frequências críticas, faça um esboço da curva de resposta.

c) Calcule o valor de V_o quando a frequência for igual à frequência crítica do filtro passa-alta calculada no item (a), e compare o resultado com o valor que define a frequência superior para o filtro passa-faixa.

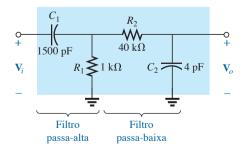



Figura 21.35 Filtro passa-faixa.

Soluções:

a) Filtro passa-alta:

$$f_c = \frac{1}{2\pi R_1 C_1} = \frac{1}{2\pi(1\text{ k}\Omega)(1500\text{ pF})} = \mathbf{106{,}1\ kHz}$$

Filtro passa-baixa:

$$f_c = \frac{1}{2\pi R_2 C_2} = \frac{1}{2\pi(40\text{ k}\Omega)(4\text{ pF})} = \mathbf{994{,}72\ kHz}$$

b) Na região central da banda de passagem, cerca de 500 kHz, uma análise do circuito revela que $V_o \cong 0{,}9V_i$, como mostra a Figura 21.36. A largura de banda é, portanto, definida para $0{,}707(0{,}9V_i) = 0{,}636V_i$, como também é mostrado na Figura 21.36.

c) Para $f = 994{,}72$ kHz,

$$X_{C_1} = \frac{1}{2\pi f C_1} \cong 107\ \Omega$$

e $$X_{C_2} = \frac{1}{2\pi f C_2} = R_2 = 40\text{ k}\Omega$$

resultando no circuito que aparece na Figura 21.37.

A associação em paralelo de $R_1 \parallel (R_2 - jX_{C_2})$ é $0{,}976\text{ k}\Omega\ \angle 0°$ porque a impedância da combinação de $R_2 - X_{C_2}$ é tão elevada que podemos ignorá-la em presença do resistor R_1 em paralelo.

Então

$$\mathbf{V}' = \frac{0{,}976\text{ k}\Omega\ \angle 0°(\mathbf{V}_i)}{0{,}976\text{ k}\Omega - j\,0{,}107\text{ k}\Omega} \cong 0{,}994\mathbf{V}_i \angle 6{,}26°$$

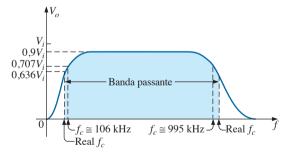



Figura 21.36 Características do filtro passa-faixa visto na Figura 21.35.

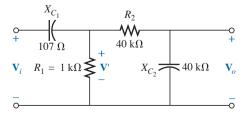



Figura 21.37 Circuitos vistos na Figura 21.35 para f = 994,72 kHz.

com

$$\mathbf{V}_o = \frac{(40\text{ k}\Omega \angle -90°)(0{,}994\mathbf{V}_i \angle 6{,}26°)}{40\text{ k}\Omega - j\,40\text{ k}\Omega}$$

$$\mathbf{V}_o \cong 0{,}703\mathbf{V}_i \angle -39°$$

de maneira que

$$V_o \cong 0{,}703V_i \qquad \text{para} \qquad f = 994{,}72\text{ kHz}$$

Como a largura de banda é definida para $0{,}636V_i$, a frequência de corte superior será maior que 994,72 kHz, como mostra a Figura 21.36.

21.8 FILTROS REJEITA-FAIXA

Como as características de um filtro rejeita-faixa (também chamado filtro de banda de atenuação, filtro de rejeição de banda ou filtro de entalhe) são opostas ao padrão obtido para o filtro passa-faixa, um filtro rejeita--faixa pode ser projetado simplesmente aplicando, a cada circuito, a lei de Kirchhoff para tensões. Ou seja, como a soma das tensões em torno de um loop fechado precisam ser iguais a zero em qualquer instante, se tomarmos a saída do resistor em série em um circuito ressonante em série e a carga resistiva em série em um circuito ressonante em paralelo, obteremos a resposta rejeita-faixa desejada. Isso é demonstrado pelas formas de onda da Figura 21.38.

As equações 21.22 a 21.24 ainda se aplicam ao circuito ressonante em série da Figura 21.39, mas, agora, na ressonância,

$$V_{o_{\text{mín}}} = \frac{R_l V_i}{R_l + R} \qquad (21.30)$$

As equações 21.26 a 21.29 ainda se aplicam ao circuito ressonante em paralelo da Figura 21.40, mas, agora, na ressonância,

$$V_{o_{\text{mín}}} = \frac{RV_i}{R + Z_{T_p}} \qquad (21.31)$$

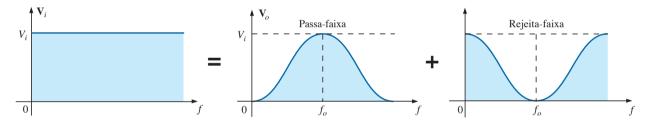



Figura 21.38 Demonstração de como um sinal aplicado de valor fixo pode ser dividido em uma curva de resposta passa-faixa e outra rejeita-faixa.

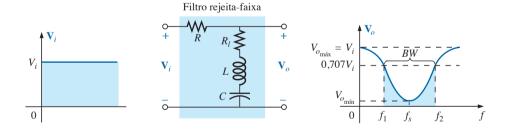



Figura 21.39 Filtro rejeita-faixa usando um circuito ressonante em série.

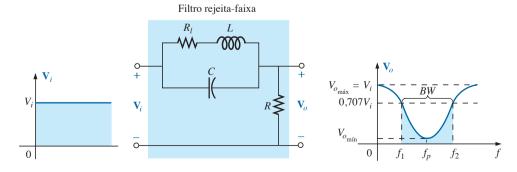



Figura 21.40 Filtro rejeita-faixa usando um circuito ressonante em paralelo.

O valor máximo de V_o, no caso do circuito ressonante em série, é igual a V_i em baixas frequências, pois o capacitor se comporta como um circuito aberto, e igual a V_i em altas frequências devido à alta impedância do elemento indutivo.

No caso do circuito ressonante em paralelo, para $f = 0$ Hz, o indutor se comporta como um curto, o capacitor como um circuito aberto e $V_o = RV_i/(R + R_l)$. Em altas frequências, o capacitor se comporta como um curto, e V_o aumenta, aproximando-se de V_i.

Os filtros rejeita-faixa também podem ser construídos a partir de um filtro passa-baixa e outro passa-alta. Entretanto, em lugar da configuração em cascata usada nos filtros passa-faixa, é necessário usar uma configuração em paralelo, como mostra a Figura 21.41. Uma frequência baixa f_1 pode passar pelo filtro passa-baixa praticamente sem ser atenuada, enquanto uma frequência mais alta f_2 pode usar o caminho paralelo, como se vê nas figuras 21.41 e 21.42. Entretanto, uma frequência como f_o, que está acima da frequência de corte do filtro passa-baixa e abaixo da frequência de corte do filtro passa-alta é, portanto, impedida de contribuir para os níveis de V_o acima de 0,707 $V_{máx}$.

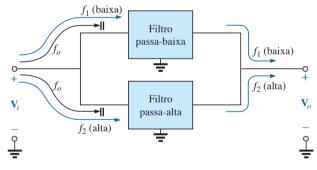



Figura 21.41 Filtro rejeita-faixa.

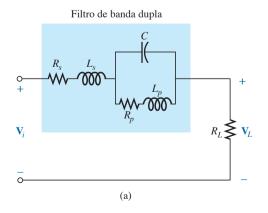
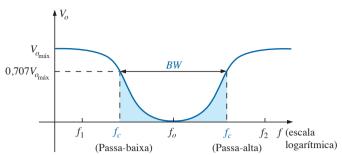



Figura 21.42 Características do filtro rejeita-faixa.

21.9 FILTROS DE BANDA DUPLA

Alguns circuitos apresentam características de banda de passagem e de banda de atenuação como os que vemos na Figura 21.43. Esses circuitos são denominados **filtros de banda dupla**. No caso do circuito visto na Figura 21.43(a), o circuito ressonante em paralelo estabelece uma banda de atenuação para a faixa de frequências que não permite estabelecer uma tensão V_L significativa. A maior parte da tensão aplicada aparece sobre o circuito ressonante em paralelo para essa faixa de frequências devido à sua impedância ser muito maior em comparação a R_L. No caso da banda de passagem, o circuito ressonante em paralelo é projetado para ser capacitivo (ou indutivo, se L_s for substituído por C_s). A indutância L_s é escolhida de modo a cancelar os efeitos da reatância capacitiva resultante nas frequências da banda de passagem do circuito-tanque, agindo assim como um circuito ressonante em série. A tensão aplicada aparece então em R_L para essa frequência.

No caso do circuito visto na Figura 21.43(b), o circuito ressonante em série ainda determina a banda de passagem, atuando como uma impedância muito baixa em paralelo com o indutor na ressonância. Na frequência ressonante da banda de atenuação desejada, o circuito ressonante em série é capacitivo. A indutância L_p é escolhida

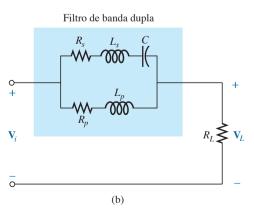



Figura 21.43 Circuitos de filtros de banda dupla.

de maneira a estabelecer uma ressonância em paralelo na frequência ressonante da banda de atenuação. A alta impedância do circuito ressonante em paralelo resulta em uma tensão V_L muito baixa.

Para as frequências atenuadas abaixo da banda de passagem, os circuitos seriam como os mostrados na Figura 21.43. Para uma situação inversa, L_s, na Figura 21.43(a), e L_p, na Figura 21.43(b), devem ser substituídos por capacitores.

EXEMPLO 21.9

Para o circuito visto na Figura 21.43(b), determine L_s e L_p para uma capacitância C de 510 pF, para que a frequência de 200 kHz seja atenuada e a frequência de 600 kHz seja aceita.

Solução:

No caso da ressonância em série, temos:

$$f_s = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

e
$$L_s = \frac{1}{4\pi^2 f_s^2 C} = \frac{1}{4\pi^2(600\text{ kHz})^2(510\text{ pF})}$$
$$= \mathbf{137{,}9\ \mu H}\ (\text{use } 140{,}7\ \mu\text{H})$$

Em 200 kHz,

$$X_{L_s} = \omega L = 2\pi f_s L_s = (2\pi)(200\text{ kHz})(140{,}7\ \mu\text{H})$$
$$= 176{,}8\ \Omega$$

e
$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{(2\pi)(200\text{ kHz})(510\text{ pF})}$$
$$= 1560{,}3\ \Omega$$

Para os componentes em série,

$$j(X_{Ls} - X_C) = j\,(176{,}8\ \Omega - 1560{,}3\ \Omega)$$
$$= -j\,1383{,}5\ \Omega = -j\,X'_C$$

Na ressonância em paralelo (supondo $Q_l \geq 10$),

$$X_{L_p} = X'_C$$

e
$$L_p = \frac{X_{L_p}}{\omega} = \frac{1383{,}5\ \Omega}{(2\pi)(200\text{ kHz})}$$
$$= \mathbf{1{,}10\ mH}\ (\text{use } 1{,}2\text{ mH})$$

A resposta em frequência do circuito da Figura 21.43(b) aparece como um dos exemplos de aplicação do PSpice na última seção deste capítulo.

21.10 GRÁFICOS DE BODE

Existe uma técnica de representação gráfica da resposta em frequência de filtros, amplificadores e sistemas em uma escala de decibéis que pode representar economia considerável de tempo e esforço e permite uma comparação direta da resposta de um circuito a diferentes frequências.

As curvas obtidas para o módulo e/ou ângulo de fase em função da frequência são denominadas gráficos de Bode (veja a Figura 21.44). Por meio do uso de segmentos de reta denominados gráficos de Bode idealizados, é possível determinar a resposta em frequência de um sistema com precisão e eficiência.

Para garantir que o método seja bem compreendido, o primeiro circuito a ser analisado com o auxílio de gráficos de Bode será examinado com detalhes. O segundo circuito será tratado de maneira resumida e, por fim, apresentaremos um método para determinar rapidamente a resposta.

Filtro R-C passa-alta

Começaremos reexaminando o filtro passa-alta visto na Figura 21.45. Escolhemos esse filtro como ponto de partida porque as frequências que nos interessam nesse caso estão na extremidade inferior do espectro.

Figura 21.44 Hendrik Wade Bode.
(The National Academies Press, EUA)

Norte-americano (Madison, WI; Summit, NJ; Cambridge, MA)
(1905-1981)
Professor visitante nos Laboratórios Bell.
Professor de Engenharia de Sistemas, Universidade de Harvard

No início da sua carreira nos Laboratórios Bell, Hendrik Bode trabalhou no projeto de *filtros elétricos* e *equalizadores*. Posteriormente, transferiu-se para o Grupo de Pesquisas Matemáticas, no qual se especializou em pesquisas de teoria de circuitos e suas aplicações em sistemas de comunicação a longa distância. Por seu trabalho em sistemas eletrônicos de controle de incêndios, recebeu, em 1948, o Certificado Presidencial de Mérito. Além da publicação do livro *Network Analysis and Feedback Amplifier Design*, em 1945, considerado um clássico do gênero, obteve 25 patentes em engenharia elétrica e projeto de sistemas. Após se aposentar, Bode foi nomeado por Gordon Mckay professor de engenharia de sistemas da Universidade de Harvard. Foi também membro do IEEE e da Academia Americana de Artes e Ciências.

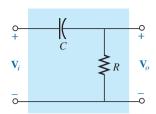



Figura 21.45 Filtro passa-alta.

O ganho de tensão do sistema é dado por:

$$\mathbf{A}_v = \frac{\mathbf{V}_o}{\mathbf{V}_i} = \frac{R}{R - jX_C} = \frac{1}{1 - j\dfrac{X_C}{R}} = \frac{1}{1 - j\dfrac{1}{2\pi fCR}}$$

$$= \frac{1}{1 - j\left(\dfrac{1}{2\pi RC}\right)\dfrac{1}{f}}$$

Fazendo a substituição: $$f_c = \frac{1}{2\pi RC} \quad (21.32)$$

que reconhecemos como a frequência de corte vista em seções anteriores, obtemos:

$$\mathbf{A}_v = \frac{1}{1 - j(f_c/f)} \quad (21.33)$$

Veremos na análise a seguir que a possibilidade de expressar o ganho por uma equação com as mesmas características gerais da Equação 21.33 constitui parte essencial da técnica de Bode. Para diferentes configurações, teremos formatos diferentes para a Equação 21.33, mas as semelhanças desejadas se tornarão óbvias à medida que avançarmos nesse assunto.

Em termos de módulo e fase,

$$\mathbf{A}_v = \frac{\mathbf{V}_o}{\mathbf{V}_i} = A_v \angle\theta = \frac{1}{\sqrt{1 + (f_c/f)^2}} \angle \mathrm{tg}^{-1}(f_c/f) \quad (21.34)$$

o que nos dá uma equação para o módulo e para a fase do ganho do filtro passa-alta em função da frequência.

Usando a Equação 21.12:

$$A_{v_{\text{dB}}} = 20 \log_{10} A_v$$

e substituindo o módulo do ganho A_v dado pela Equação 21.34, temos:

$$Av_{\text{dB}} = 20 \log_{10} \frac{1}{\sqrt{1 + (f_c/f)^2}}$$

$$= \underbrace{20 \log_{10} 1}_{0} - 20 \log_{10} \sqrt{1 + (f_c/f)^2}$$

e $$\mathbf{A}_{v_{\text{dB}}} = -20 \log_{10} \sqrt{1 + \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}$$

Lembrando que $\log_{10} \sqrt{x} = \log_{10} x^{1/2} = \frac{1}{2} \log_{10} x$, temos:

$$A_{v_{\text{dB}}} = -\frac{1}{2}(20)\log_{10}\left[1 + \left(\frac{f_c}{f}\right)^2\right]$$

$$= -10 \log_{10}\left[1 + \left(\frac{f_c}{f}\right)^2\right]$$

Para frequências em que $f << f_c$ ou $(f_c/f)^2 >> 1$,

$$1 + \left(\frac{f_c}{f}\right)^2 \cong \left(\frac{f_c}{f}\right)^2$$

e $$A_{v_{\text{dB}}} = -10 \log_{10}\left(\frac{f_c}{f}\right)^2$$

mas $$\log_{10} x^2 = 2 \log_{10} x$$

resultando em $$A_{v_{\text{dB}}} = -20 \log_{10} \frac{f_c}{f}$$

Entretanto, de acordo com as propriedades dos logaritmos,

$$-\log_{10} b = +\log_{10} \frac{1}{b}$$

e substituindo $b = f_c/f$, temos:

$$A_{v_{\text{dB}}} = +20 \log_{10} \frac{f}{f_c} \Bigg|_{f << f_c} \quad (21.35)$$

Primeiro, observe a semelhança entre a Equação 21.35 e a equação básica do ganho em decibéis: $G_{\text{dB}} = 20 \log_{10} V_o/V_i$. Os comentários relativos às variações dos níveis em decibéis devido às variações em V_o/V_i também valem para o caso que estamos analisando, mas agora uma variação de 2:1 na frequência representa uma variação de 6 dB no ganho. Uma variação de frequência de 10:1 significa uma variação de 20 dB no ganho.

Quando a razão entre duas frequências é de 2:1, dizemos que estão separadas por uma oitava.

Nos gráficos de Bode, uma variação de frequência de uma oitava resulta em uma variação de 6 dB no ganho.

Quando a razão entre duas frequências é de 10:1, dizemos que estão separados por uma década.

Nos gráficos de Bode, uma variação de frequência de uma década resulta em uma variação de 20 dB no ganho.

Você deve estar se perguntando por que todo esse desenvolvimento matemático para obter uma equação que, à primeira vista, parece confusa e de aplicação limitada. Conforme especificada, a Equação 21.35 é valida apenas para frequências muito menores que f_c.

Primeiro, saiba que o desenvolvimento matemático usado para chegar à Equação 21.35 não terá de ser repetido cada vez que for necessário analisar um circuito. Segundo, a equação é raramente usada na prática, mas é utilizada como uma maneira de definir uma linha reta em um gráfico logarítmico que permita esboçar a resposta em frequência de um sistema com bastante precisão e menor esforço possível.

Para plotar a Equação 21.35, considere as seguintes frequências, em ordem crescente:

Para $f = f_c/10$, $f/f_c = 0{,}1$ e $+20 \log_{10} 0{,}1 = -20$ dB
Para $f = f_c/4$, $f/f_c = 0{,}25$ e $+20 \log_{10} 0{,}25 = -12$ dB
Para $f = f_c/2$, $f/f_c = 0{,}51$ e $+20 \log_{10} 0{,}5 = -6$ dB
Para $f = f_c$, $f/f_c = 1$ e $+20 \log_{10} 1 = 0$ dB

Observe, a partir das equações acima, que, à medida que a frequência de interesse se aproxima de f_c, o ganho em dB se torna menos negativo, aproximando-se do valor final normalizado de 0 dB. O sinal positivo que precede a Equação 21.35 pode ser interpretado como uma indicação de que o ganho em dB tem uma inclinação positiva com o aumento na frequência. Um gráfico desses pontos em uma escala logarítmica resulta em um segmento de reta visto na Figura 21.46 à esquerda de f_c.

Para o futuro, observe que o gráfico resultante é uma linha reta que intercepta o eixo de 0 dB em f_c. Ele aumenta à direita a uma taxa de +6 dB por oitava ou +20 dB por década. Em outras palavras, quando f_c for determinado, encontre $f_c/2$, e existirá um ponto no gráfico em –6 dB (ou encontre $f_c/10$ e existirá um ponto em –20 dB).

Os gráficos de Bode são segmentos de retas porque a variação do ganho com a frequência em dB por década ou dB por oitava é constante.

A resposta em frequência real aproxima-se da assíntota (segmento de reta) definida por $A_{v_{dB}} = 0$ dB, já que, em altas frequências,

$$f \gg f_c \qquad \text{e} \qquad f_c/f \cong 0$$

com

$$A_{v_{dB}} = 20 \log_{10} \frac{1}{\sqrt{1 + (f_c/f)^2}} = 20 \log_{10} \frac{1}{\sqrt{1+0}} = 20 \log_{10} 1 = 0 \text{ dB}$$

As duas assíntotas definidas acima se interceptam em f_c, como mostra a Figura 21.46, formando uma envoltória para a curva de resposta em frequência real.

Para $f = f_c$, a frequência de corte,

$$A_{v_{dB}} = 20 \log_{10} \frac{1}{\sqrt{1 + (f_c/f)^2}} = 20 \log_{10} \frac{1}{\sqrt{1+1}} = 20 \log_{10} \frac{1}{\sqrt{2}} = \mathbf{-3\ dB}$$

Para $f = 2f_c$:

$$A_{v_{dB}} = -20 \log_{10} \sqrt{1 + \left(\frac{f_c}{2f_c}\right)^2} = -20 \log_{10} \sqrt{1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = -20 \log_{10} \sqrt{1{,}25} = \mathbf{-1\ dB}$$

conforme mostra a Figura 21.46.

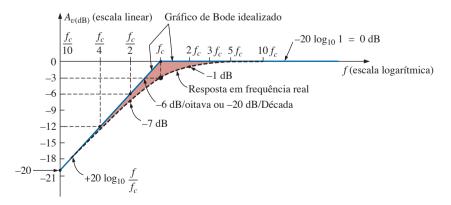



Figura 21.46 Gráfico de Bode idealizado para a região de baixas frequências.

Para $f = f_c/2$:

$$A_{v_{dB}} = -20 \log_{10} \sqrt{1 + \left(\frac{f_c}{f_c/2}\right)^2}$$
$$= -20 \log_{10} \sqrt{1 + (2)^2}$$
$$= -20 \log_{10} \sqrt{5}$$
$$= \mathbf{-7\ dB}$$

mostrando a diferença do gráfico de Bode em relação à curva real, que é de 7 dB – 6 dB = 1 dB, como mostra a Figura 21.46.

Resumindo,

com $f = f_c$, a curva real está 3 dB abaixo do gráfico de Bode idealizado, enquanto com $f = 2f_c$, a curva real está 1 dB abaixo da resposta assintótica.

A curva de fase também pode ser esboçada aproximando o comportamento do circuito por segmentos de retas considerando alguns pontos críticos do espectro de frequência.

De acordo com a Equação 21.34, a fase da resposta (ângulo de avanço de $\mathbf{V}_o$ em relação a $\mathbf{V}_i$) é dada por:

$$\theta = \text{tg}^{-1} \frac{f_c}{f} \qquad (21.36)$$

Para frequências muito menores que f_c ($f << f_c$), $\theta = \text{tg}^{-1}(f_c/f)$ aproxima-se de 90º, enquanto para frequências muito maiores que f_c ($f >> f_c$), $\theta = \text{tg}^{-1}(f_c/f)$ aproxima-se de 0º, como já observamos em seções anteriores deste capítulo. Para $f = f_c$, $\theta = \text{tg}^{-1}(f_c/f) = \text{tg}^{-1} 1 = 45°$.

Definindo que $f << f_c$ para $f = f_c/10$ (e menos) e $f >> f_c$ para $f = 10f_c$ (e mais), podemos definir

uma assíntota em $\theta = 90º$ para $f << f_c/10$, uma assíntota em $\theta = 0º$ para $f >> 10f_c$ e uma assíntota de $f_c/10$ a $10 f_c$ passando por $\theta = 45º$ e $f = f_c$.

As três assíntotas definidas anteriormente aparecem na Figura 21.47. O gráfico de Bode associado à Equação 21.36 é novamente uma reta, já que a variação do ângulo de fase é de 45º por década de mudança na frequência.

Substituindo $f = f_c/10$ na Equação 21.36, temos:

$$\theta = \text{tg}^{-1}\left(\frac{f_c}{f_c/10}\right) = \text{tg}^{-1} 10 = \mathbf{84{,}29°}$$

para uma diferença de 90º – 84,29º ≅ 5,7º da resposta idealizada.

Substituindo $f = 10f_c$, temos

$$\theta = \text{tg}^{-1}\left(\frac{f_c}{10f_c}\right) = \text{tg}^{-1} \frac{1}{10} \cong \mathbf{5{,}7°}$$

Portanto, resumindo,

para $f = f_c$, $\theta = 45º$, enquanto para $f = f_c/10$ e $10f_c$, a diferença entre o ângulo de fase real e o gráfico assintótico é de 5,7º.

EXEMPLO 21.10

a) Faça o gráfico de $A_{v_{dB}}$ em função da frequência para o filtro *R-C* passa-alta visto na Figura 21.48.
b) Determine o valor do ganho em $f = 1$ kHz.
c) Faça o gráfico da fase do ganho em função de frequência usando uma escala logarítmica.

Soluções:

a) $$f_c = \frac{1}{2\pi RC} = \frac{1}{(2\pi)(1\ \text{k}\Omega)(0{,}1\mu\text{F})} = 1591{,}55\ \text{Hz}$$

A frequência f_c é identificada na escala logarítmica, como mostra a Figura 21.49. Uma linha reta é traçada a partir de f_c com uma inclinação que intercepta –20 dB em $f_c/10$ = 159,15 Hz ou –6 dB em $f_c/2$ = 759,77 Hz. Uma segunda assíntota é traçada a partir de f_c para o lado das frequências altas em 0 dB. A

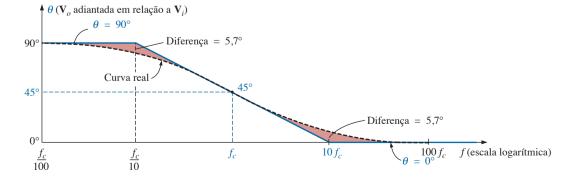



Figura 21.47 Resposta de fase de um filtro *R-C* passa-alta.

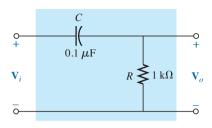



Figura 21.48 Exemplo 21.10.

curva real pode então ser desenhada passando por –3 dB em f_c e se aproximando das assíntotas vistas na Figura 21.49. Note a diferença de 1 dB entre a curva real e o gráfico de Bode para $f = 2f_c$ e $0{,}5f_c$. Note que, na solução do item (a), não foi preciso recorrer à Equação 21.35 ou a complicadas manipulações matemáticas.

b) Pela Equação 21.33:

$$|A_{v_{dB}}| = 20 \log_{10} \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}}$$

$$= 20 \log_{10} \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{1591{,}55 \text{ Hz}}{1000}\right)^2}}$$

$$= 20 \log_{10} \frac{1}{\sqrt{1 + (1{,}592)^2}}$$

$$= 20 \log_{10} 0{,}5318 = \mathbf{-5{,}49 \text{ dB}}$$

como se pode ver na Figura 21.49.

c) Veja a Figura 21.50. Observe que θ = 45° para $f = f_c$ = 1.591,55 Hz e que a diferença entre a fase aproximada e a fase real é de 5,7º em $f = f_c/10$ = 159,2 Hz e em $f = 10 f_c$ = 15.923,6 Hz.

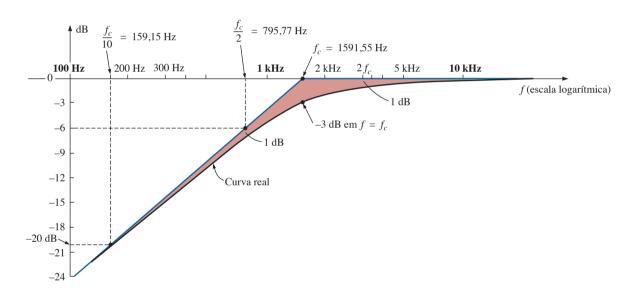



Figura 21.49 Resposta em frequência do filtro passa-alta visto na Figura 21.48.

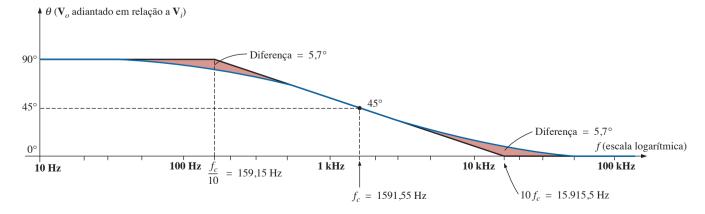



Figura 21.50 Curva de fase do filtro *R-C* passa-alta.

Filtro R-C passa-baixa

No caso do filtro passa-baixa visto na Figura 21.51,

$$\mathbf{A}_v = \frac{\mathbf{V}_o}{\mathbf{V}_i} = \frac{-jX_C}{R - jX_C} = \frac{1}{\dfrac{R}{-jX_C}} + 1$$

$$= \frac{1}{1 + j\dfrac{R}{X_C}} = \frac{1}{1 + j\dfrac{R}{\dfrac{1}{2\pi fC}}} = \frac{1}{1 + j\dfrac{f}{\dfrac{1}{2\pi RC}}}$$

e

$$\mathbf{A}_v = \frac{1}{1 + j(f/f_c)} \tag{21.37}$$

com

$$f_c = \frac{1}{2\pi RC} \tag{21.38}$$

conforme definido anteriormente.

Observe que agora o sinal da parte imaginária do denominador é positivo, e que f_c aparece no denominador da razão entre as frequências, e não no numerador, como no caso de f_c para o filtro passa-alta.

Em termos de módulo e fase,

$$\mathbf{A}_v = \frac{\mathbf{V}_o}{\mathbf{V}_i} = A_v \angle \theta = \frac{1}{\sqrt{1 + (f/f_c)^2}} \angle -\text{tg}^{-1}(f/f_c) \tag{21.39}$$

Uma análise semelhante à efetuada para o filtro passa-alta resulta em

$$A_{v_{\text{dB}}} = -20 \log_{10} \frac{f}{f_c} \Bigg|_{f >> f_c} \tag{21.40}$$

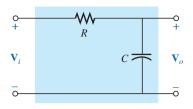



Figura 21.51 Filtro passa-baixa.

Observe particularmente que essa equação é estritamente válida apenas para frequências muito maiores que f_c, mas um gráfico dessa equação desempenha a mesma função que a assíntota deduzida para o filtro passa-alta. Além disso, note que essa equação é igual à Equação 21.35, exceto pelo sinal negativo, o que sugere que o gráfico de Bode resultante tem uma inclinação negativa (lembre-se de que a Equação 21.35 proporciona uma inclinação positiva) para as frequências crescentes acima de f_c.

A Figura 21.52 mostra um gráfico da Equação 21.40 para f_c = 1 kHz. Observe que o ganho é 6 dB em $f = 2f_c$ e 20 dB em $f = 10\,f_c$.

Para $f >> f_c$, o ângulo de fase $\theta = -\text{tg}^{-1}(f/f_c)$ aproxima-se de 90º, enquanto para $f << f_c$, $\theta = -\text{tg}^{-1}(f/f_c)$ aproxima-se de 0º. Para $f = f_c$, $\theta = -\text{tg}^{-1}\,1 = -45°$, estabelecendo o gráfico resultante que aparece na Figura 21.53. Observe novamente a variação de 45º por década no ângulo de fase.

Embora a análise precedente tenha se limitado somente à combinação *R-C*, os resultados podem ser aplicados a circuitos muito mais complexos. Um bom exemplo são as respostas de alta e baixa frequência de um circuito transistorizado típico. Os circuitos transistorizados contêm elementos capacitivos que afetam a resposta de baixa frequência e outros que afetam a resposta de alta frequência. Sem a presença dos elementos capacitivos, a resposta dos circuitos transistorizados seria plana para uma larga faixa de frequências. Entretanto, os

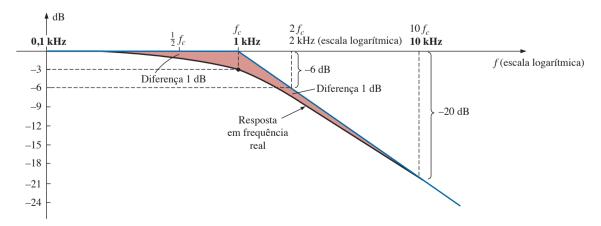



Figura 21.52 Gráfico de Bode de um filtro *R-C* passa-baixa na região de altas frequências.

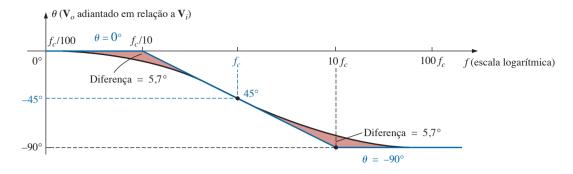



Figura 21.53 Curva de fase do filtro *R-C* passa-baixa.

capacitores de acoplamento em baixas frequências e os de desvio e capacitâncias parasitas em altas frequências limitam consideravelmente a banda passante da maioria dos circuitos transistorizados. Na região de baixas frequências, capacitores e resistores específicos formam uma combinação *R-C* que define a frequência de corte inferior. Outros elementos e capacitores formam uma segunda combinação *R-C* que define a frequência de corte superior. Uma vez conhecidas as frequências de corte, os pontos de –3 dB são definidos, e a largura de banda do sistema pode ser determinada.

21.11 TRAÇADO DO GRÁFICO DE BODE

Como vimos na seção anterior, funções normalizadas com as formas que aparecem à esquerda na Figura 21.54 têm as curvas de resposta e as assíntotas (curva de Bode) mostradas do lado direito da mesma figura. Nessa seção, introduziremos novas funções e suas respostas, que poderão ser usadas, juntamente com aquelas da Figura 21.54, para determinar a curva de resposta em dB de sistemas mais complexos de maneira sistemática, rápida e precisa.

Como um caminho para a introdução de uma função adicional que aparece com bastante frequência, examinemos o filtro passa-alta, visto na Figura 21.55, cuja tensão de saída em altas frequências é menor que a tensão total aplicada.

Antes de escrever uma expressão matemática para $\mathbf{A}_v = \mathbf{V}_o/\mathbf{V}_i$, façamos um esboço da resposta esperada.

Em $f = 0$ Hz, o capacitor se comporta como um circuito aberto, e $V_o = 0$ V. Em frequências muito altas, o capacitor se comporta como um curto-circuito, e

$$V_o = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_i = \frac{4\ \text{k}\Omega}{1\ \text{k}\Omega + 4\ \text{k}\Omega} V_i = 0{,}8\ V_i$$

A resistência equivalente a ser usada na equação da frequência de corte é a resistência de Thévenin do ponto de vista do capacitor. Fazendo $V_i = 0$ V e explicitando R_{Th} (para o capacitor *C*), temos o circuito, visto na Figura 21.56, no qual se pode ver que:

$$R_{Th} = R_1 + R_2 = 1\ \text{k}\Omega + 4\ \text{k}\Omega = 5\ \text{k}\Omega$$

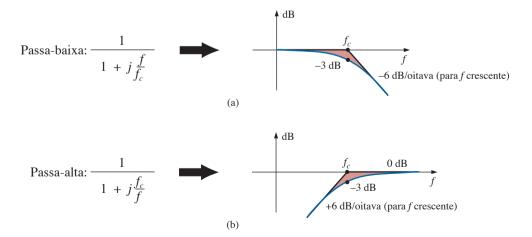



Figura 21.54 Resposta em dB (a) de um filtro passa-baixa; (b) de um filtro passa-alta.

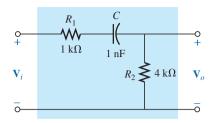



Figura 21.55 Filtro passa-alta com saída atenuada.

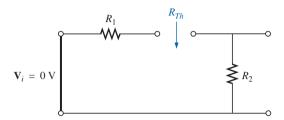



Figura 21.56 Determinação de R_{Th} para a equação da frequência de corte.

Portanto,

$$f_c = \frac{1}{2\pi R_{Th}C} = \frac{1}{2\pi(5\text{ k}\Omega)(1\text{ nF})} = 31{,}83\text{ kHz}$$

A Figura 21.57(a) mostra um gráfico de V_o em função da frequência. Um gráfico de V_o normalizado em relação a V_i aparece na Figura 21.57(b). Se o gráfico for normalizado em relação ao ganho máximo, teremos a curva da figura 21.57(c). Em todos os gráficos obtidos na seção anterior, o valor máximo de V_o/V_i era 1. Em muitas situações, esse não é o caso; assim, temos de saber qual o fator de normalização que está sendo usado em cada gráfico. As curvas para os gráficos das Figuras 21.57(b) e 21.57(c) podem ser obtidas facilmente a partir dos fundamentos estabelecidos pelas conclusões ilustradas na Figura 21.54, mas devemos compreender claramente a diferença entre elas. Na Figura 21.57(b), estamos comparando a tensão de saída com a de entrada. Na Figura 21.57(c), plotamos A_v em função do valor máximo de A_v. Na maioria das folhas de especificações e para a maioria das técnicas de análise usadas na prática, utiliza-se o gráfico normalizado visto na Figura 21.57(c), pois ele estabelece 0 dB como a assíntota para o gráfico de dB. Para term certeza de que a diferença entre os gráficos das Figuras 21.57(b) e 21.57(c) ficou bem compreendida, a análise do filtro da Figura 21.55 inclui o gráfico de dB resultante para as duas curvas normalizadas.

Para o circuito da Figura 21.55,

$$\mathbf{V}_o = \frac{R_2\mathbf{V}_i}{R_1 + R_2 - jX_C} = R_2\left[\frac{1}{R_1 + R_2 - jX_C}\right]\mathbf{V}_i$$

A divisão dos dois fatores por $R_1 + R_2$ resulta em:

$$\mathbf{V}_o = \frac{R_2}{R_1 + R_2}\left[\frac{1}{1 - j\dfrac{X_C}{R_1 + R_2}}\right]$$

mas $$-j\frac{X_C}{R_1 + R_2} = -j\frac{1}{\omega(R_1 + R_2)C}$$
$$= -j\frac{1}{2\pi f(R_1 + R_2)C}$$
$$= -j\frac{f_c}{f} \quad\text{com}\quad f_c = \frac{1}{2\pi R_{Th}C}$$
$$\text{e}\quad R_{Th} = R_1 + R_2$$

de maneira que: $$\mathbf{V}_o = \frac{R_2}{R_1 + R_2}\left[\frac{1}{1 - j(f_c/f)}\right]\mathbf{V}_i$$

Dividindo ambos os membros por $\mathbf{V}_i$, obtemos

$$\mathbf{A}_v = \frac{\mathbf{V}_o}{\mathbf{V}_i} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}\left[\frac{1}{1 - j(f_c/f)}\right] \qquad (21.41)$$

da qual podemos obter o gráfico da Figura 21.57(b). Dividindo ambos os membros por $\mathbf{A}_{v_{\text{máx}}} = R_2/(R_1 + R_2)$, obtemos:

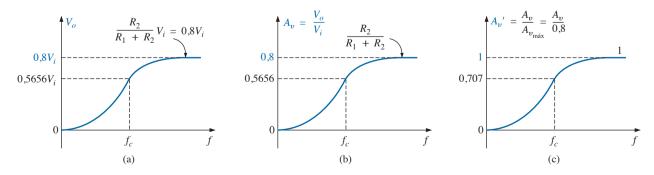



Figura 21.57 Determinação da curva de ganho normalizada para o filtro passa-alta com saída atenuada para o circuito visto na Figura 21.55.

$$\mathbf{A}'_v = \frac{\mathbf{A}_v}{\mathbf{A}_{v_{\max}}} = \frac{1}{1 - j(f_c/f)} \quad (21.42)$$

da qual podemos obter o gráfico da Figura 21.57(c).

Levando em conta o que foi visto na seção anterior, não é difícil construir um gráfico da magnitude de $A'_v = A_v/A_{v_{\text{máx}}}$ usando a Figura 21.54(b). Esse gráfico aparece na Figura 21.58.

Para o ganho $A_v = V_o/V_i$, podemos aplicar a Equação 21.5:

$$20 \log_{10} ab = 20 \log_{10} a + 20 \log_{10} b$$

onde

$$20 \log_{10}\left\{\frac{R_2}{R_1 + R_2}\left[\frac{1}{1 - j(f_c/f)}\right]\right\}$$
$$= 20 \log_{10}\frac{R_2}{R_1 + R_2} + 20 \log_{10}\frac{1}{\sqrt{1 + (f_c/f)^2}}$$

O segundo termo resulta em um gráfico igual ao que é visto na Figura 21.58, mas o primeiro termo tem de ser acrescentado ao segundo para se obter a resposta total em dB.

Como $R_2/(R_1 + R_2)$ deve ser sempre menor que 1, podemos escrever o primeiro termo na forma:

$$20 \log_{10}\frac{R_2}{R_1 + R_2} = 20 \log_{10}\frac{1}{\frac{R_1 + R_2}{R_2}}$$
$$= \underbrace{20 \log_{10} 1}_{0} - 20 \log_{10}\frac{R_1 + R_2}{R_2}$$

e

$$20 \log_{10}\frac{R_2}{R_1 + R_2} = -20 \log_{10}\frac{R_1 + R_2}{R_2} \quad (21.43)$$

fornecendo o valor da queda em dB a partir de 0 dB para o gráfico. Somando os dois gráficos logarítmicos *para cada valor da frequência*, como permitido pela Equação 21.5, obtemos o gráfico visto na Figura 21.59.

O ganho $\mathbf{A}_v = \mathbf{V}_o/\mathbf{V}_i$ do circuito da Figura 21.55 também pode ser determinado da seguinte maneira:

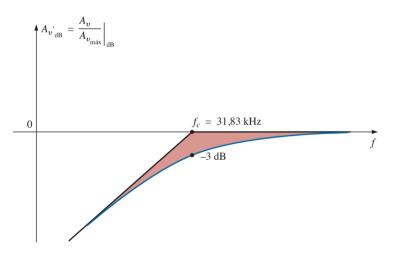



Figura 21.58 Gráfico de Bode de A'_v para o filtro passa-alta visto na Figura 21.55.

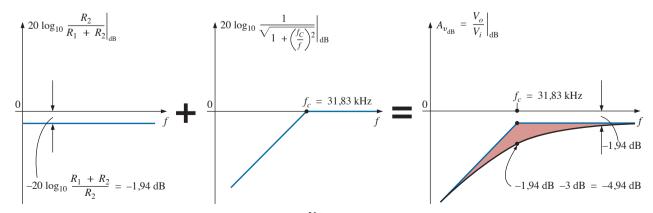



Figura 21.59 Obtenção do gráfico de Bode de $A_{v_{\text{dB}}} = \left.\frac{V_o}{V_i}\right|_{\text{dB}}$.

$$\mathbf{V}_o = \frac{R_2\mathbf{V}_i}{R_1 + R_2 - jX_C}$$

$$\mathbf{A}_v = \frac{\mathbf{V}_o}{\mathbf{V}_i} = \frac{R_2}{R_1 + R_2 - jX_C} = \frac{jR_2}{j(R_1 + R_2) + X_C}$$

$$= \frac{jR_2/X_C}{j(R_1 + R_2)/X_C + 1} = \frac{j\,\omega R_2 C}{1 + j\,\omega(R_1 + R_2)C}$$

$$= \frac{j\,2\pi f R_2 C}{1 + j\,2\pi f(R_1 + R_2)C}$$

e

$$\mathbf{A}_v = \frac{\mathbf{V}_o}{\mathbf{V}_i} = \frac{j(f/f_1)}{1 + j(f/f_c)} \qquad (21.44)$$

com $f_1 = \dfrac{1}{2\pi R_2 C}$ e $f_c = \dfrac{1}{2\pi(R_1 + R_2)C}$

O denominador da Equação 21.44 corresponde à resposta de um filtro passa-baixa visto na Figura 21.54(a). Entretanto, o numerador é uma nova função que define uma assíntota de Bode exclusiva, que pode ser muito útil a circuitos de diferentes configurações.

Aplicando a Equação 21.5, temos,

$$20\log_{10}\frac{V_o}{V_i} = 20\log_{10}\left[\frac{f}{f_1}\right]\left[\frac{1}{\sqrt{1 + (f/f_c)^2}}\right]$$

$$= 20\log_{10}(f/f_1) + 20\log_{10}\frac{1}{\sqrt{1 + (f/f_c)^2}}$$

Consideremos agora valores específicos da frequência para o primeiro termo.

Para $f = f_1$:

$$20\log_{10}\frac{f}{f_1} = 20\log_{10}1 = 0\text{ dB}$$

Para $f = 2f_1$:

$$20\log_{10}\frac{f}{f_1} = 20\log_{10}2 = +6\text{ dB}$$

Para $f = ½f_1$:

$$20\log_{10}\frac{f}{f_1} = 20\log_{10}0{,}5 = -6\text{ dB}$$

Na Figura 21.60, vemos o gráfico de $20\log_{10}(f/f_1)$. Observe que a assíntota corta o eixo horizontal (0 dB) em $f = f_1$ e tem uma inclinação de +6 dB/oitava (ou 20 dB/década) para frequências acima e abaixo de f_1 para valores crescentes de f.

Examinando a função original A_v, vemos que o ângulo de fase associado a $j\,f/f_1 = f/f_1 \angle 90°$ é fixo em 90º e, portanto, o ângulo de fase associado a $\mathbf{A}_v$ é $90° - \text{tg}^{-1}(f/f_c) = +\text{tg}^{-1}(f_c/f)$.

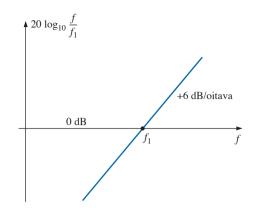



Figura 21.60 Gráfico de Bode de f/f_1.

Agora que temos um gráfico da resposta em dB para a magnitude da função f/f_1, podemos traçar o gráfico de $\mathbf{A}_v$ em função da frequência usando o método ilustrado na Figura 21.61.

Explicitando f_1 e f_c, temos:

$$f_1 = \frac{1}{2\pi R_2 C} = \frac{1}{2\pi(4\text{ k}\Omega)(1\text{ nF})} = 39{,}79\text{ kHz}$$

com

$$f_c = \frac{1}{2\pi(R_1 + R_2)C} = \frac{1}{2\pi(5\text{ k}\Omega)(1\text{ nF})}$$
$$= 31{,}83\text{ kHz}$$

Para esse desenvolvimento, as assíntotas em linha reta associadas aos dois termos resultantes da aplicação da Equação 21.5 são desenhadas no mesmo gráfico para permitir uma análise da influência de uma sobre a outra. Para maior clareza, o gráfico visto na Figura 21.61 foi dividido em duas regiões.

Na região 1, temos uma assíntota de 0 dB e uma de 6 dB/oitava para frequências que aumentam. A soma das duas, que é definida pela Equação 21.5, é a assíntota de 6 dB/oitava mostrada na figura.

Na região 2, uma assíntota está aumentando em 6 dB, e outra está diminuindo em –6 dB/oitava para frequências que aumentam. O efeito disso é que uma cancela a outra para a região maior que $f = f_c$, deixando uma assíntota horizontal começando em $f = f_c$. Um esboço cuidadoso das assíntotas numa escala logarítmica revela que a horizontal está em –1,94 dB, como já foi visto anteriormente. Esse valor também pode ser calculado fazendo $f = f_c$ no gráfico de Bode definido por f/f_1, ou seja:

$$20\log\frac{f}{f_1} = 20\log_{10}\frac{f_c}{f_1} = 20\log_{10}\frac{31{,}83\text{ kHz}}{39{,}79\text{ kHz}}.$$
$$= 20\log_{10}0{,}799 = -1{,}94\text{ dB}$$

A curva real pode então ser traçada por meio das assíntotas e das diferenças conhecidas em $f = f_c$ (–3 dB) e em $f = 0{,}5\,f_c$ e $2\,f_c$(–1 dB).

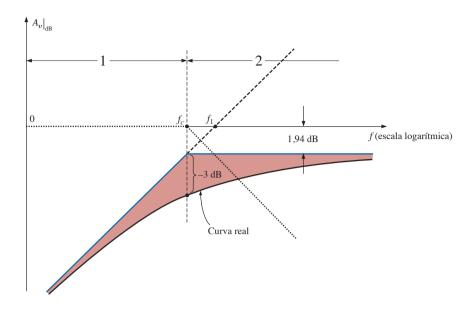



Figura 21.61 Gráfico de $A_v|_{dB}$ para o circuito visto na Figura 21.55.

Resumindo, é possível obter a mesma curva de $\mathbf{A}_v = \mathbf{V}_o/\mathbf{V}_i$ em função da frequência isolando o valor máximo ou definindo o ganho de outra maneira. A segunda abordagem nos levou a acrescentar à coleção de gráficos de Bode uma nova função que se revelará muito útil no futuro.

21.12 FILTRO PASSA-BAIXA COM ATENUAÇÃO LIMITADA

Continuemos nossas análises estudando o filtro passa-baixa, visto na Figura 21.62, cuja atenuação em altas frequências é limitada. Ou seja, a tensão de saída não tenderá a zero quando a frequência tender a infinito. O filtro é semelhante ao da Figura 21.55, mas agora V_o inclui um elemento capacitivo.

Para $f = 0$ Hz, o capacitor comporta-se como um circuito aberto e $\mathbf{V}_o = \mathbf{V}_i$. Em altas frequências, comporta-se como um curto-circuito, e

$$\mathbf{V}_o = \frac{R_2}{R_1 + R_2}\mathbf{V}_i$$

A Figura 21.63(a) mostra o gráfico de V_o em função da frequência. O gráfico de $A_v = V_o/V_i$ aparece na Figura 21.63(b).

Para determinar a relação entre $\mathbf{V}_o$ e $\mathbf{V}_i$, aplicamos a regra dos divisores de tensão:

$$\mathbf{V}_o = \frac{(R_2 - jX_C)\mathbf{V}_i}{R_1 + R_2 - jX_C}$$

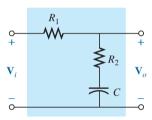



Figura 21.62 Filtro passa-baixa com atenuação limitada.

$$\text{e } \mathbf{A}_v = \frac{\mathbf{V}_o}{\mathbf{V}_i} = \frac{R_2 - jX_C}{R_1 + R_2 - jX_C} = \frac{R_2/X_C - j}{(R_1 + R_2)/X_C - j}$$

$$= \frac{(j)(R_2X_C - j)}{(j)((R_1 + R_2)/X_C - j)}$$

$$= \frac{j(R_2/X_C) + 1}{j((R_1 + R_2)/X_C) + 1} = \frac{1 + j\,2\pi f R_2 C}{1 + j\,2\pi f(R_1 + R_2)C}$$

de modo que

$$\mathbf{A}_v = \frac{\mathbf{V}_o}{\mathbf{V}_i} = \frac{1 + j(f/f_1)}{1 + j(f/f_c)} \qquad (21.45)$$

$$\text{com} \quad f_1 = \frac{1}{2\pi R_2 C} \qquad \text{e} \qquad f_c = \frac{1}{2\pi(R_1 + R_2)C}$$

O denominador da Equação 21.45 é idêntico ao da função usada para gerar o gráfico da Figura 21.54(a), correspondente ao filtro passa-baixa. No entanto o numerador é novo e deve ser investigado.

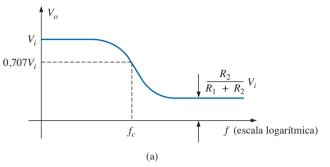
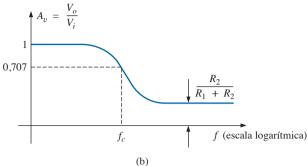



Figura 21.63 Curva de resposta do filtro passa-baixa com atenuação limitada.

Aplicando a Equação 21.5, temos:

$$A_{v_{dB}} = 20\log_{10}\frac{V_o}{V_i}$$
$$= 20\log_{10}\sqrt{1 + (f/f_1)^2} + 20\log_{10}\frac{1}{\sqrt{1 + (f/f_c)^2}}$$

Para $f >> f_1$, $(f/f_1)^2 >> 1$, e o primeiro termo se transforma em:

$$20\log_{10}\sqrt{(f/f_1)^2} = 20\log_{10}((f/f_1)^2)^{1/2}$$
$$= 20\log_{10}(f/f_1)|_{f>>f_1}$$

que define a assíntota de Bode para o numerador da Equação 21.45.

Para $f = f_1$, $20\log_{10} 1 = 0$ dB, e para $f = 2f_1$, $20\log_{10} 2 = 6$ dB. Para frequências muito menores que f_1, $(f/f_1)^2 << 1$, e o primeiro termo da Equação 21.5 se transforma em $20\log_{10}\sqrt{1} = 20\log_{10} 1 = 0$ dB, que corresponde à assíntota para baixas frequências.

O gráfico completo de Bode idealizado para o numerador da Equação 21.45 é mostrado na Figura 21.64.

Agora estamos em condições de determinar $A_v|_{dB}$ plotando as assíntotas do numerador e do denominador da Equação 21.45 no mesmo gráfico, como mostra a Figura 21.65. Note que f_c tem de ser menor que f_1, pois o denominador de f_1 inclui apenas R_2, enquanto o denominador de f_c inclui a soma de R_1 e R_2.

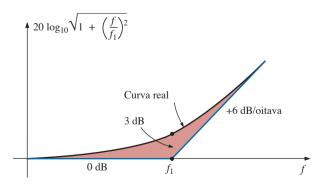



Figura 21.64 Gráfico de Bode e curva real para a função $(1 + j(f/f_1))$.

Como $R_2/(R_1 + R_2)$ é sempre menor que 1, podemos usar um resultado anterior para obter uma equação que nos permita calcular a atenuação em dB para altas frequências. Ou seja,

$$20\log_{10} R_2/(R_1 + R_2) = 20\log_{10} 1/((R_1 + R_2)/R_2)$$
$$= \underbrace{20\log_{10} 1}_{0} - 20\log_{10}((R_1 + R_2)/R_2)$$

e
$$\boxed{20\log_{10}\frac{R_2}{R_1 + R_2} = -20\log_{10}\frac{R_1 + R_2}{R_2}} \quad (21.46)$$

como mostra a Figura 21.65.

Na região 1 da Figura 21.65, as duas assíntotas são retas horizontais em 0 dB, resultando em uma assíntota de Bode horizontal em 0 dB. A partir de $f = f_c$, uma das assíntotas se mantém em 0 dB, enquanto a outra apresenta uma queda de 6 dB/oitava. A soma das duas é uma reta com uma queda de 6 dB/oitava indicada no gráfico para a região. Na região 3, a assíntota de –6 dB/oitava é compensada por uma assíntota de +6 dB/oitava, resultando em uma assíntota horizontal com um determinado valor negativo em dB a partir de $f = f_1$. O valor em dB dessa assíntota na região 3 pode ser determinado usando a Equação 21.46 ou simplesmente substituindo $f = f_1$ na expressão assintótica definida por f_c.

Agora que o envelope de Bode idealizado está definido, podemos traçar a curva real marcando primeiro os pontos afastados de 3 dB na direção correta das frequências críticas como mostra a Figura 21.65.

O ângulo de fase associado a $\mathbf{A}_v$ pode ser determinado diretamente a partir da Equação 21.45. Ou seja,

$$\boxed{\theta = \text{tg}^{-1} f/f_1 - \text{tg}^{-1} f/f_c} \quad (21.47)$$

O gráfico completo de θ em função da frequência pode ser obtido simplesmente substituindo f por alguns

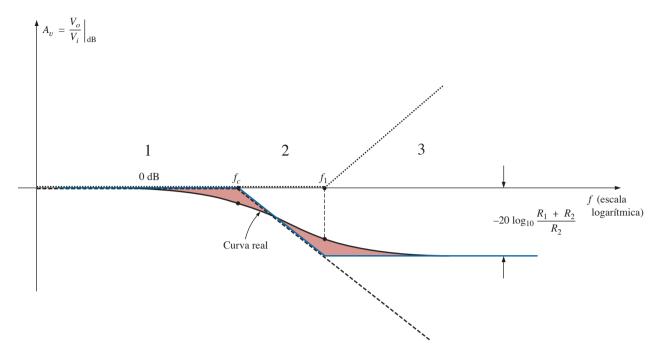



Figura 21.65 $A_{v_{dB}}$ em função da frequência para o filtro passa-baixa com atenuação limitada visto na Figura 21.62.

valores particulares na Equação 21.47 e plotando o resultado usando uma escala logarítmica para a frequência.

O primeiro termo da Equação 21.47 define o ângulo de fase estabelecido pelo numerador da Equação 21.45. O gráfico assintótico estabelecido pelo numerador aparece na Figura 21.66. Observe o ângulo de fase de 45º em $f = f_1$ e a assíntota de linha reta entre $f_1/10$ e $10f_1$.

Agora que dispomos de um gráfico assintótico para o ângulo de fase do numerador, podemos delinear a curva de fase completa traçando as assíntotas das duas funções da Equação 21.45 no mesmo gráfico, como mostra a Figura 21.67.

As assíntotas vistas na Figura 21.67 mostram claramente que o ângulo de fase é 0º tanto para baixas como para altas frequências (90º – 90º = 0º). Na região 2, a fase torna-se negativa devido à influência da assíntota f_c. Na região 4, o ângulo de fase aumenta porque a assíntota associada a f_c se mantém constante em –90º, enquanto a associada a f_1 tem inclinação positiva. Para frequências centrais, o gráfico devido a f_1 compensa a queda negativa associada à assíntota f_c, resultando na resposta quase constante indicada na figura. Como as assíntotas nessa região intermediária têm inclinações iguais e opostas, os ângulos de fase são iguais em f_1 e em f_c, mas observe que são menores do que 45º. O maior ângulo de fase negativo ocorre para uma frequência entre f_1 e f_c. Os pontos restantes da curva mostrada na Figura 21.67 podem ser determinados pela simples substituição por valores específicos de frequência na Equação 21.45. Entretanto, também é útil saber que as mudanças mais bruscas (variações rápidas) do ângulo de fase ocorrem quando um gráfico de dB da magnitude sofre maiores variações (como f_1 e f_c).

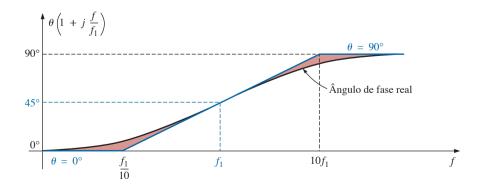



Figura 21.66 Curva de fase para a função $(1 + j(f/f_1))$.

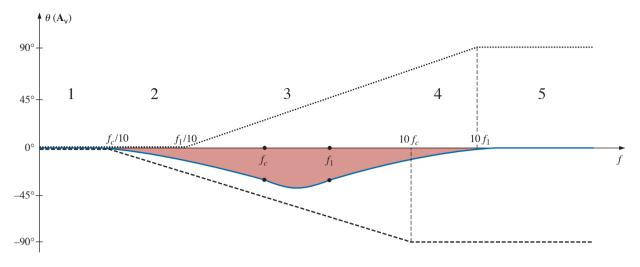



Figura 21.67 Curva de fase para o filtro passa-baixa visto na Figura 21.62.

21.13 FILTRO PASSA-ALTA COM ATENUAÇÃO LIMITADA

O filtro que vemos na Figura 21.68 foi projetado para limitar a atenuação em baixas frequências de modo semelhante ao descrito para o filtro passa-baixa da seção anterior.

Para $f = 0$ Hz, o capacitor comporta-se como um circuito aberto e $\mathbf{V}_o = [R_2/(R_1 + R_2)]\mathbf{V}_i$. Em altas frequências, o capacitor comporta-se como um curto-circuito e $\mathbf{V}_o = \mathbf{V}_i$.

A resistência equivalente a ser usada na equação da frequência de corte é a resistência de Thévenin do ponto de vista do capacitor C, como mostra a Figura 21.69. Um exame cuidadoso da configuração resultante revela que $R_{\text{Th}} = R_1 \parallel R_2$ e $f_c = 1/2\pi(R_1 \parallel R_2)C$.

A Figura 21.70(a) mostra um gráfico de V_o em função da frequência e a Figura 21.70(b), um gráfico de $A_v = V_o/V_i$.

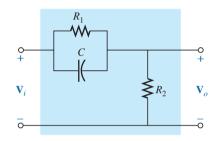



Figura 21.68 Filtro passa-alta com atenuação limitada.

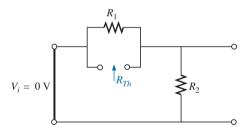



Figura 21.69 Determinação de R para o filtro visto na Figura 21.68.

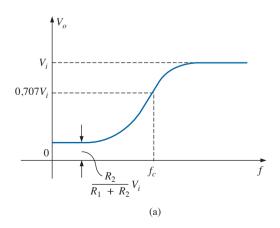
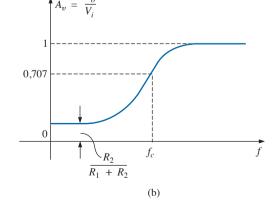



Figura 21.70 Filtro passa-alta com atenuação limitada.

Uma equação para o cálculo de $\mathbf{A}_v = \mathbf{V}_o/\mathbf{V}_i$ pode ser obtida aplicando primeiro a regra dos divisores de tensão:

$$\mathbf{V}_o = \frac{R_2\mathbf{V}_i}{R_2 + R_1 \parallel -jX_C}$$

e

$$\mathbf{A}_v = \frac{\mathbf{V}_o}{\mathbf{V}_i} = \frac{R_2}{R_2 + R_1 \parallel -jX_C} = \frac{R_2}{R_2 + \dfrac{R_1(-jX_C)}{R_1 - jX_C}}$$

$$= \frac{R_2(R_1 - jX_C)}{R_2(R_1 - jX_C) - j\,R_1X_C} = \frac{R_1R_2 - j\,R_2X_C}{R_1R_2 - j\,R_2X_C - j\,R_1X_C}$$

$$= \frac{R_1R_2 - j\,R_2X_C}{R_1R_2 - j\,(R_1 + R_2)X_C} = \frac{1 - j\dfrac{R_2X_C}{R_1R_2}}{1 - j\dfrac{(R_1 + R_2)}{R_1R_2}X_C}$$

$$= \frac{1 - j\dfrac{X_C}{R_1}}{1 - j\dfrac{X_C}{\dfrac{R_1R_2}{R_1 + R_2}}} = \frac{1 - j\dfrac{X_C}{R_1}}{1 - j\dfrac{X_C}{R_1 \parallel R_2}}$$

$$= \frac{1 - j\dfrac{1}{2\pi f R_1 C}}{1 - j\dfrac{1}{2\pi f(R_1 \parallel R_2)C}}$$

de modo que

$$\mathbf{A}_v = \frac{\mathbf{V}_o}{\mathbf{V}_i} = \frac{1 - j\,(f_1/f)}{1 - j\,(f_c/f)} \qquad (21.48)$$

com $f_1 = \dfrac{1}{2\pi R_1 C}$ e $f_c = \dfrac{1}{2\pi(R_1 \parallel R_2)C}$

O denominador da Equação 21.48 é idêntico ao denominador da função usada para gerar o gráfico da Figura 21.54(b), correspondente ao filtro passa-alta. Entretanto, o numerador é novo e tem de ser investigado.

Aplicando a Equação 21.5, temos:

$$A_{v_{\text{dB}}} = 20 \log_{10} \frac{V_o}{V_i}$$

$$= 20 \log_{10}\sqrt{1 + (f_1/f)^2} + 20 \log_{10}\frac{1}{\sqrt{1 + (f_c/f)^2}}$$

Para $f \ll f_1$, $(f_1/f)^2 \gg 1$, e o primeiro termo se transforma em:

$$20 \log_{10}\sqrt{(f_1/f)^2} = 20 \log_{10}(f_1/f)|_{f \ll f_1}$$

que define a assíntota de Bode idealizada para o numerador da Equação 21.48.

Para $f = f_1$,	$20 \log_{10} 1$	$= 0$ dB
Para $f = 0{,}5f_1$,	$20 \log_{10} 2$	$= 6$ dB
Para $f = 0{,}1f_1$,	$20 \log_{10} 10$	$= 20$ dB

Para frequências maiores que f_1, $f_1/f \ll 1$ e $20 \log_{10} 1 = 0$ dB, que corresponde à assíntota para altas frequências. O gráfico completo de Bode idealizado para o numerador da Equação 21.48 é mostrado na Figura 21.71.

Agora estamos em condições de determinar $A_{v_{\text{dB}}}$ plotando as assíntotas do numerador e do denominador da Equação 21.48 no mesmo gráfico, conforme mostra a Figura 21.72. Observe que f_c tem de ser maior que f_1, pois $R_1 \| R_2$ é menor que R_1.

Para determinar o gráfico de Bode linear, começaremos examinando a região 2, na qual uma função é 0 dB e a outra está caindo em 6 dB/oitava para um decréscimo de frequência. O resultado é uma assíntota decrescente de f_c para f_1. Na interseção da resultante da região 2 com f_1, entramos na região 1, onde as assíntotas têm inclinações opostas e se cancelam. O nível resultante em f_1 pode ser determinado por $-20 \log_{10}(R_1$

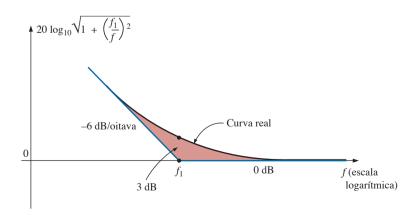



Figura 21.71 Gráfico de Bode idealizado e real para a magnitude de $(1 - j(f_1/f))$.

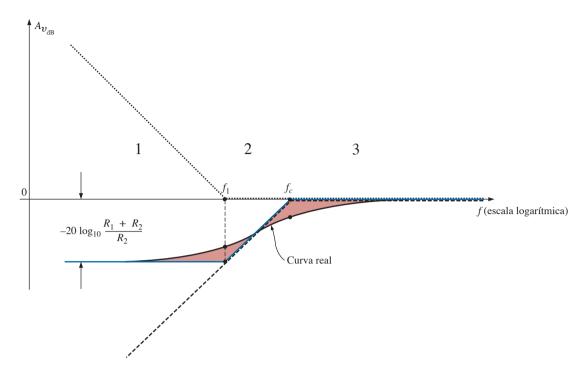



Figura 21.72 $A_{v_{dB}}$ em função da frequência para o filtro passa-alta com atenuação limitada mostrado na Figura 21.68.

$+ R_2)/R_2$, conforme foi feito em seções anteriores. A queda também pode ser determinada substituindo $f = f_1$ na equação da assíntota definida para f_c. Na região 3, as duas assíntotas são retas horizontais em 0 dB, resultando em uma assíntota de Bode horizontal em 0 dB. As assíntotas resultantes e a curva real de resposta aparecem na Figura 21.72.

O ângulo de fase associado a A_v pode ser determinado diretamente a partir da Equação 21.48; ou seja,

$$\theta = -\text{tg}^{-1}\frac{f_1}{f} + \text{tg}^{-1}\frac{f_c}{f} \tag{21.49}$$

O gráfico completo de θ em função da frequência pode ser obtido simplesmente pela substituição de f por alguns valores particulares na Equação 21.49 e plotando o resultado com uma escala logarítmica para a frequência.

O primeiro termo da Equação 21.49 define o ângulo de fase estabelecido pelo numerador da Equação 21.48. O gráfico assintótico estabelecido pelo numerador é mostrado na Figura 21.73. Observe o ângulo de fase adiantado 45º em $f = f_1$ e a assíntota de $f_1/10$ para $10f_1$.

Agora que dispomos de um gráfico assintótico para o ângulo de fase do numerador, podemos delinear a curva de fase completa traçando as assíntotas das duas funções da Equação 21.48 no mesmo gráfico, conforme mostra a Figura 21.74.

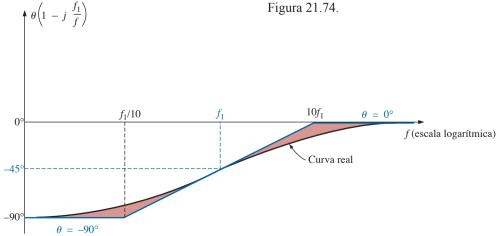



Figura 21.73 Curva de fase para a função $(1 - j(f_1/f))$.

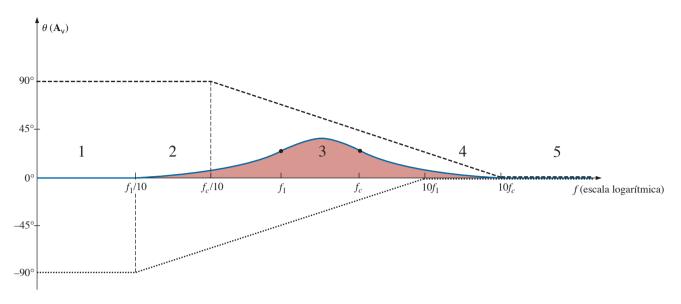



Figura 21.74 Curva de fase para o filtro passa-alta visto na Figura 21.68.

As assíntotas vistas na Figura 21.74 mostram claramente que o ângulo de fase será 90º para baixas frequências e 0º (90º – 90º = 0º) para altas. Na região 2, a fase torna-se positiva porque uma das assíntotas é horizontal com um ângulo de 90º e a outra se torna cada vez menos negativa. Na região 4, uma das assíntotas é horizontal e a outra tem uma inclinação negativa, resultando em um ângulo positivo nessa região. Na região 3, o ângulo positivo é sempre maior do que o ângulo negativo, o que resulta em um ângulo positivo em toda essa área. Como as assíntotas nessa região têm inclinações iguais e opostas, os ângulos de fase são iguais em f_1 e em f_c. A Figura 21.74 revela que esses ângulos são menores do que 45º. O maior ângulo de fase ocorre para uma frequência entre f_c e f_1, como mostra a figura. Observe novamente que a maior variação de θ ocorre nas frequências de canto, coincidindo com as regiões nas quais o ganho também sofre as maiores variações.

Figura 21.75 Exemplo 21.11.

EXEMPLO 21.11

Para o filtro mostrado na Figura 21.75:

a) Trace a curva de $A_{v_{dB}}$ em função da frequência usando uma escala logarítmica.

b) Trace a curva de θ em função da frequência usando uma escala logarítmica.

Soluções:

a) As frequências notáveis são:

$$f_1 = \frac{1}{2\pi R_1 C} = \frac{1}{2\pi(9{,}1\ \text{k}\Omega)(0{,}47\ \mu\text{F})} = \mathbf{37{,}2\ Hz}$$

$$f_c = \frac{1}{2\pi\left(\dfrac{R_1R_2}{R_1 + R_2}\right)C} = \frac{1}{2\pi(0{,}9\ \text{k}\Omega)(0{,}47\ \mu\text{F})}$$

$$= \mathbf{376{,}25\ Hz}$$

A atenuação máxima em baixas frequências é dada por:

$$-20\log_{10}\frac{R_1 + R_2}{R_2} = -20\log_{10}\frac{9{,}1\ \text{k}\Omega + 1\ \text{k}\Omega}{1\ \text{k}\Omega}$$
$$= -20\log_{10} 10{,}1 = \mathbf{-20{,}09\ dB}$$

O gráfico resultante é mostrado na Figura 21.76.

b) Ângulos para as frequências notáveis:

Para $f = f_1 = 37{,}2$ Hz,

$$\theta = -\text{tg}^{-1}\frac{f_1}{f} + \text{tg}^{-1}\frac{f_c}{f}$$
$$= -\text{tg}^{-1} 1 + \text{tg}^{-1}\frac{376{,}25\ \text{Hz}}{37{,}2\ \text{Hz}}$$
$$= -45° + 84{,}35°$$
$$= \mathbf{39{,}35°}$$

Para f = f_c = 376,26 Hz,

$$\theta = -\text{tg}^{-1}\frac{37{,}2\ \text{Hz}}{376{,}26\ \text{Hz}} + \text{tg}^{-1} 1$$
$$= -5{,}65° + 45°$$
$$= \mathbf{39{,}35°}$$

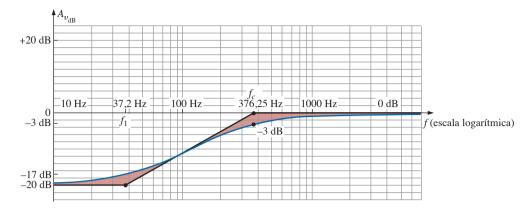



Figura 21.76 $A_{v_{dB}}$ em função da frequência para o filtro visto na Figura 21.75.

Para frequências centrais entre f_c e f_1, como 120 Hz:

$$\theta = -\text{tg}^{-1}\frac{37{,}2\text{ Hz}}{120\text{ Hz}} + \text{tg}^{-1}\frac{376{,}26\text{ Hz}}{120\text{ Hz}}$$
$$= -17{,}22° + 72{,}31°$$
$$= \mathbf{55{,}09°}$$

O gráfico de fase resultante aparece na Figura 21.77.

21.14 OUTRAS PROPRIEDADES DOS GRÁFICOS DE BODE

O uso dos gráficos de Bode não está limitado a filtros, podendo ser aplicado em qualquer sistema no qual se deseja obter um gráfico com decibéis em função da frequência. Embora as seções anteriores não tenham abordado todas as funções que se prestam à construção de assíntotas lineares idealizadas, as funções mais comuns foram analisadas.

Agora examinaremos algumas situações específicas para as quais a adaptabilidade e a utilidade das curvas de Bode serão demonstradas na análise da resposta em frequência.

Em todas as situações descritas neste capítulo havia apenas um fator no numerador e um fator no denominador. Nas situações em que existe mais de um fator, haverá uma interação entre as funções que tem de ser examinada e entendida. Na maioria dos casos, é aconselhável o uso da Equação 21.5. Por exemplo, se $\mathbf{A}_v$ tiver a forma:

$$\mathbf{A}_v = \frac{200(1 - jf_2/f)(jf/f_1)}{(1 - jf_1/f)(1 + jf/f_2)} = \frac{(a)(b)(c)}{(d)(e)} \quad (21.50)$$

podemos expandir a função da seguinte maneira:

$$A_{v_{dB}} = 20\log_{10}\frac{(a)(b)(c)}{(d)(e)}$$
$$= 20\log_{10}a + 20\log_{10}b + 20\log_{10}c - 20\log_{10}d - 20\log_{10}e$$

revelando que o ganho em decibéis é igual à soma algébrica das contribuições de todos os fatores da função original. Portanto, podemos somar algebricamente os gráficos de Bode de todos os fatores para cada intervalo de frequência para determinar o gráfico de Bode relativo à função completa.

Quando dois fatores têm a mesma forma e a mesma frequência crítica, como na função:

$$\mathbf{A}_v = \frac{1}{(1 - jf_1/f)(1 - jf_1/f)}$$

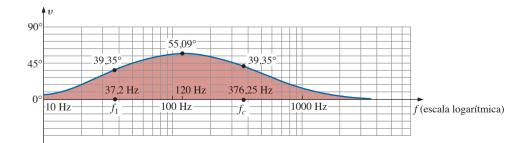



Figura 21.77 θ (o ângulo de fase associado a A_v) em função da frequência para o filtro visto na Figura 21.75.

a função pode ser reescrita como:

$$\mathbf{A}_v = \frac{1}{(1 - jf_1/f)^2}$$

de modo que: $A_{v_{dB}} = 20 \log_{10} \frac{1}{(\sqrt{1 + (f_1/f)^2})^2}$

$$= -20 \log_{10}(1 + (f_1/f)^2)$$

para $f << f_1$, $(f_1/f)^2 >> 1$, e, assim,

$$A_{vdB} = -20 \log_{10}(f_1/f)^2 = -40 \log_{10} f_1/f$$

em vez de $-20 \log_{10}(f_1/f)$, como no caso em que existe um único fator no denominador. Portanto, a inclinação da assíntota resultante é –12 dB/oitava (–40 dB/década) para frequências decrescentes, em vez de –6 dB/oitava. A frequência de canto permanece a mesma e a assíntota para altas frequências ainda é uma reta horizontal em 0 dB. O gráfico de Bode idealizado, associado à função que acabamos de discutir, é mostrado na Figura 21.78.

Observe que a assíntota é mais inclinada e que a curva real passa em um ponto de –6 dB abaixo da frequência crítica em vez de –3 dB, como no caso de uma função de um único fator.

Tenha em mente que, caso as frequências críticas dos dois fatores do numerador ou do denominador tenham valores próximos, mas não exatamente iguais, a queda total em dB é a soma algébrica das contribuições dos fatores da expansão. Por exemplo, considere o gráfico de Bode mostrado na Figura 21.79 tendo como frequências críticas f_1 e f_2.

Na região 3, as duas assíntotas são de 0 dB, resultando em uma assíntota também horizontal em 0 dB para

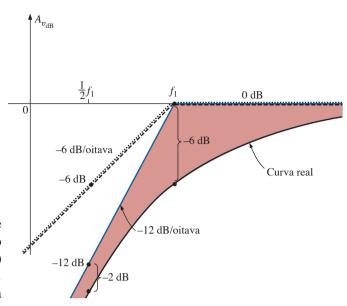



Figura 21.78 Gráfico de Bode da função $\frac{1}{(1 - j(f_1/f))^2}$.

frequências maiores que f_2. Na região 2, uma assíntota é uma reta horizontal em 0 dB, enquanto a outra é uma assíntota de –6 dB/oitava para frequências decrescentes. O resultado é uma assíntota decrescente de –6 dB/oitava, como mostra a mesma figura. Em f_1, temos duas assíntotas decrescentes em –6 dB para frequências decrescentes. O resultado é uma assíntota decrescente em –12 dB/oitava para essa região.

Quando a diferença entre f_1 e f_2 é de pelo menos duas oitavas, o efeito de uma das assíntotas sobre a resposta real nas proximidades da frequência crítica da outra pode ser ignorado. Em outras palavras, se $f_1 < \frac{1}{4} f_2$, por exemplo, a

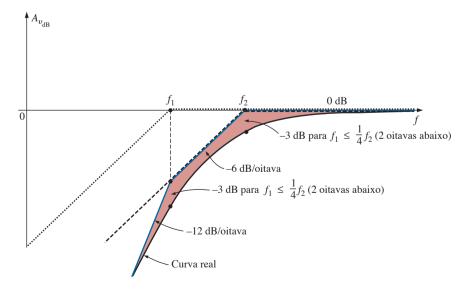



Figura 21.79 Gráfico de $A_{v_{dB}}$ da função para $\frac{1}{(1 - j(f_1/f))(1 - j(f_2/f))}$ com $f_1 < f_2$.

curva real passa em um ponto que está a –3 dB do gráfico de Bode em $f = f_2$ e em $f = f_1$.

A discussão precedente pode ser estendida para qualquer número de fatores com a mesma frequência ou na mesma região. No caso de três fatores iguais no denominador, por exemplo, a inclinação da assíntota será de –18 dB/oitava, e assim por diante. Com a prática, o uso do método se tornará quase automático. Em muitos casos, a parte mais difícil para chegar a uma solução é colocar a função original na forma desejada.

EXEMPLO 21.12

Um amplificador transistorizado tem um ganho representado pela seguinte expressão:

$$\mathbf{A}_v = \frac{100}{\left(1 - j\dfrac{50\text{ Hz}}{f}\right)\left(1 - j\dfrac{200\text{ Hz}}{f}\right)\left(1 + j\dfrac{f}{10\text{ kHz}}\right)\left(1 + j\dfrac{f}{20\text{ kHz}}\right)}$$

a) Trace a curva de resposta normalizada $A'_v = A_v/A_{v_{\text{máx}}}$ e determine a largura de banda (BW) do amplificador.
b) Trace o gráfico da resposta de fase e determine a frequência na qual o ângulo de fase é aproximadamente 0º.

Soluções:

a)

$$A'_v = \frac{A_v}{A_{v_{\text{máx}}}} = \frac{A_v}{100}$$

$$= \frac{1}{\left(1 - j\dfrac{50\text{ Hz}}{f}\right)\left(1 - j\dfrac{200\text{ Hz}}{f}\right)\left(1 + j\dfrac{f}{10\text{ kHz}}\right)\left(1 + j\dfrac{f}{20\text{ kHz}}\right)}$$

$$= \frac{1}{(a)(b)(c)(d)} = \left(\frac{1}{a}\right)\left(\frac{1}{b}\right)\left(\frac{1}{c}\right)\left(\frac{1}{d}\right)$$

e

$$A'_{v_{\text{dB}}} = -20\log_{10} a - 20\log_{10} b - 20\log_{10} c - 20\log_{10} d$$

confirmando claramente o fato de que o ganho total em decibéis é igual à soma algébrica das contribuições dos diferentes fatores da função original.

Um exame mais detalhado da função original revela que os dois primeiros fatores do denominador são funções de filtro passa-alta, enquanto os dois últimos, funções do tipo passa-baixa. A Figura 21.80 demonstra como a combinação dos dois tipos de funções define a largura de banda do amplificador. A função do filtro passa-alta define uma frequência de corte baixa e a função do filtro passa-baixa define uma frequência de corte alta.

Plotando todas as curvas de Bode no mesmo gráfico, obtemos a curva de resposta vista na Figura 21.81. Observe que, para frequências menores que 50 Hz, a assíntota resultante tem uma inclinação de –12 dB/oitava. Além disso, como as frequências críticas de 50 Hz e 200 Hz estão separadas por duas oitavas, a curva real está a –3 dB do gráfico de Bode para essas frequências.

Na região de alta frequência, as frequências de canto não estão separadas por duas oitavas, e a diferença entre a curva real e a curva de Bode para essas frequências críticas tem de ser examinada com mais atenção. Como 10 kHz está uma oitava abaixo de 20 kHz, podemos usar o fato de que a diferença entre a curva de Bode e a curva real para uma única frequência de canto é 1 dB. Se acrescentarmos –1 dB de queda devido à frequência de canto de 20 kHz à queda de –3 dB em f = 10 kHz, podemos concluir que a queda em 10 kHz será –4 dB, como mostra o gráfico. Para verificar essa conclusão, escreveremos toda a equação do cálculo do ganho para uma frequência de 10 kHz e determinaremos a curva real para fins de comparação.

$$A'_{v_{\text{dB}}} = -20\log_{10}\sqrt{1 + \left(\frac{50\text{ Hz}}{10\text{ kHz}}\right)^2}$$
$$- 20\log_{10}\sqrt{1 + \left(\frac{200\text{ Hz}}{10\text{ kHz}}\right)^2}$$
$$- 20\log_{10}\sqrt{1 + \left(\frac{10\text{ kHz}}{20\text{ kHz}}\right)^2}$$
$$- 20\log_{10}\sqrt{1 + \left(\frac{10\text{ kHz}}{10\text{ kHz}}\right)^2}$$

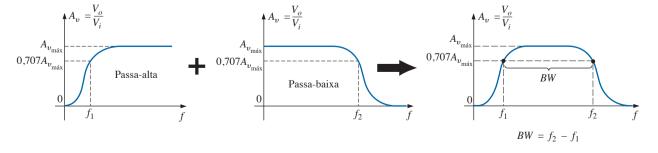



Figura 21.80 Obtenção do ganho total em função da frequência para o Exemplo 21.12.

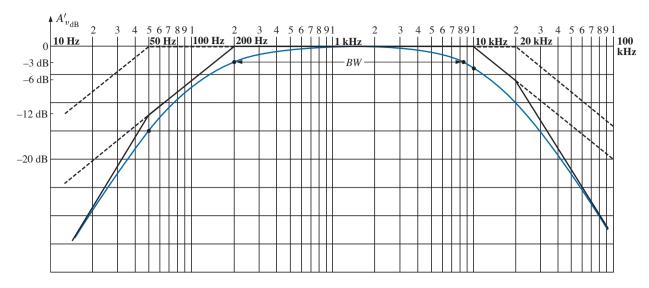



Figura 21.81 $A'_{v_{dB}}$ em função da frequência para o Exemplo 21.12.

$$= -0{,}00011 \text{ dB} - 0{,}0017 \text{ dB} - 3{,}01 \text{ dB} - 0{,}969 \text{ dB}$$
$$= -3{,}98\text{dB} \cong \mathbf{-4\ dB} \qquad \text{como visto anteriormente}$$

Um exame nos cálculos revela claramente que os dois últimos termos predominam na região de alta frequência, praticamente eliminando a necessidade de considerar os dois primeiros termos nessa região. Na região de baixa frequência, basta analisar os dois primeiros termos.

Procedendo da mesma maneira, encontramos uma diferença de –4 dB para f = 20 kHz, resultando na curva real vista na Figura 21.81. Como a largura de banda é definida pelos pontos de –3 dB, temos de determinar o ponto, na região de alta frequência, onde a curva real tem uma resposta de –3 dB abaixo da resposta máxima. O gráfico sugere que esse ponto corresponde a uma frequência de aproximadamente 8,5 kHz. Usando esse valor nos termos de alta frequência, obtemos:

$$A'_{v_{dB}} = -20 \log_{10} \sqrt{1 + \left(\frac{8{,}5 \text{ kHz}}{10 \text{ kHz}}\right)^2} - 20 \log_{10} \sqrt{1 + \left(\frac{8{,}5 \text{ kHz}}{20 \text{ kHz}}\right)^2}$$
$$= -2{,}148 \text{ dB} - 0{,}645 \text{ dB} \cong \mathbf{-2{,}8\ dB}$$

que está relativamente próximo do valor desejado de –3 dB, e:

$$BW = f_{alta} - f_{baixa} = 8{,}5 \text{ kHz} - 200 \text{ Hz} = \mathbf{8{,}3\ kHz}$$

Para as frequências centrais da largura de banda, $A'_{v_{dB}}$ se aproxima muito de 0 dB. Para f = 1 kHz,

$$A'_{v_{dB}} = -20 \log_{10} \sqrt{1 + \left(\frac{50 \text{ Hz}}{1 \text{ kHz}}\right)^2} - 20 \log_{10} \sqrt{1 + \left(\frac{200 \text{ Hz}}{1 \text{ kHz}}\right)^2} - 20 \log_{10} \sqrt{1 + \left(\frac{1 \text{ kHz}}{20 \text{ kHz}}\right)^2} - 20 \log_{10} \sqrt{1 + \left(\frac{1 \text{ kHz}}{10 \text{ kHz}}\right)^2}$$
$$= -0{,}0108 \text{ dB} - 0{,}1703 \text{ dB} - 0{,}0432 \text{ dB} - 0{,}0108 \text{ dB}$$
$$= \mathbf{-0{,}235\ dB} \cong \mathbf{-\frac{1}{5}\ dB}$$

que está certamente próximo de 0 dB, como mostra o gráfico.

b) A curva de fase pode ser determinada substituindo f por valores particulares da frequência na seguinte equação, obtida diretamente da função original $\mathbf{A}_v$:

$$\theta = \text{tg}^{-1} \frac{50 \text{ Hz}}{f} + \text{tg}^{-1} \frac{200 \text{ Hz}}{f} - \text{tg}^{-1} \frac{f}{10 \text{ kHz}} - \text{tg}^{-1} \frac{f}{20 \text{ kHz}}$$

Entretanto, façamos uso das assíntotas definidas por cada termo de $\mathbf{A}_v$ e esbocemos a resposta a partir dos ângulos de fase determinados para as frequências críticas. As assíntotas resultantes e o gráfico de fase são mostrados na Figura 21.82. Observe que em f = 50 Hz, a soma dos dois ângulos determinados pelas assíntotas é 45º + 75º = 120º (o valor exato é

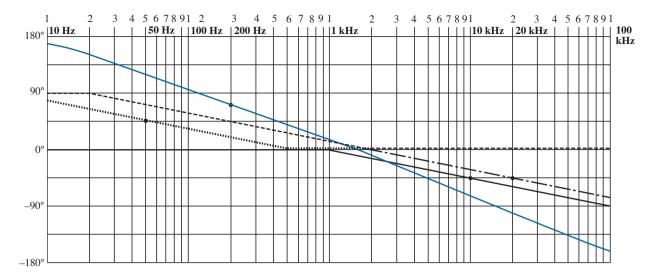



Figura 21.82 Resposta de fase para o Exemplo 21.12.

121º). Para f = 1 kHz, se subtrairmos 5,7º para uma frequência de canto, obteremos um ângulo de 14º – 5,7º ≅ 8,3º (o valor exato é 5,6º).

Em 10 kHz, as assíntotas nos dão θ ≅ –45º – 32º = –77º (o valor real é –71,56º). O ponto em que a curva de fase se aproxima de 0º corresponde a aproximadamente 1.300 Hz. Para verificar se a curva traçada com o auxílio das assíntotas é uma boa aproximação da curva real, substituiremos f = 1.300 Hz na equação de θ:

$$\theta = \text{tg}^{-1}\frac{50 \text{ Hz}}{1300 \text{ Hz}} + \text{tg}^{-1}\frac{200 \text{ Hz}}{1300 \text{ Hz}} - \text{tg}^{-1}\frac{1300 \text{ Hz}}{10 \text{ kHz}} - \text{tg}^{-1}\frac{1300 \text{ Hz}}{20 \text{ kHz}}$$

$$= 2{,}2° + 8{,}75° - 7{,}41° - 3{,}72°$$

$$= -0{,}18° \cong 0° \qquad \text{conforme previsto}$$

Em resumo, a curva de fase passa de um ângulo positivo de 180º ($\mathbf{V}_o$ adiantada em relação a $\mathbf{V}_i$) para um ângulo negativo de 180º à medida que a frequência varia desde as frequências baixas até as altas. Na região central da curva de fase, o ângulo permanece próximo de 0º ($\mathbf{V}_o$ em fase com $\mathbf{V}_i$), muito parecido com a resposta de um amplificador transistorizado na configuração base-comum.

A Tabela 21.3 foi elaborada com o objetivo de consolidar o assunto desse capítulo e de fornecer uma referência para uso futuro; ela inclui as curvas de Bode (ganho e fase) para as funções que aparecem na primeira coluna. Essas funções não abrangem todos os casos possíveis, mas estabelecem uma base à qual poderão ser acrescentadas novas funções.

A revisão do que foi estudado nas seções 21.12 e 21.13 mostra que escrever a função $\mathbf{A}_v$ na forma correta é a parte mais difícil da análise. No entanto, com a prática e a familiarização com o formato desejado, os métodos se tornam mais claros, facilitando sua aplicação.

21.15 CIRCUITOS DE DESVIO

Esse tópico, que trata de *circuitos de desvio*, foi incluído principalmente por ser um excelente exemplo do uso de filtros e por não apresentar um elevado grau de complexidade. Os circuitos de desvio (ou *crossovers*) são empregados em sistemas de áudio para assegurar que as frequências apropriadas sejam encaminhadas aos respectivos alto-falantes. Embora os sistemas de som mais simples usem apenas um alto-falante para cobrir toda a faixa de áudio de 20 Hz a 20 kHz, os sistemas mais sofisticados empregam pelo menos três alto-falantes, um para as baixas frequências (20 a 500 Hz), outro para frequências médias (500 Hz a 5 kHz) e um terceiro para as altas frequências (acima de 5 kHz). O sistema é projetado de maneira que as curvas de resposta em frequência de alto-falantes de faixas adjacentes se cruzem no ponto de –3 dB, como mostra a Figura 21.83. Dependendo do projeto, os filtros podem apresentar uma atenuação de 6 dB, 12 dB ou 18 dB/oitava, sendo que a complexidade cresce com o aumento da inclinação da curva de resposta. O circuito de desvio contendo três alto-falantes, visto na Figura 21.83, é bastante simples, com um filtro *R-L* passa-baixa para o *woofer* (alto-falante de graves), um filtro *R-L-C* passa-faixa para o *midrange* (alto-falante de médios) e um filtro *R-C* passa-alta para o *tweeter* (alto-falante de agudos). As equações usadas para calcular os valores dos componentes aparecem a seguir. Note as semelhanças entre as equações que apresentam como única diferença o valor da frequência de corte.

Tabela 21.3 Gráficos de Bode idealizados para diversas funções.

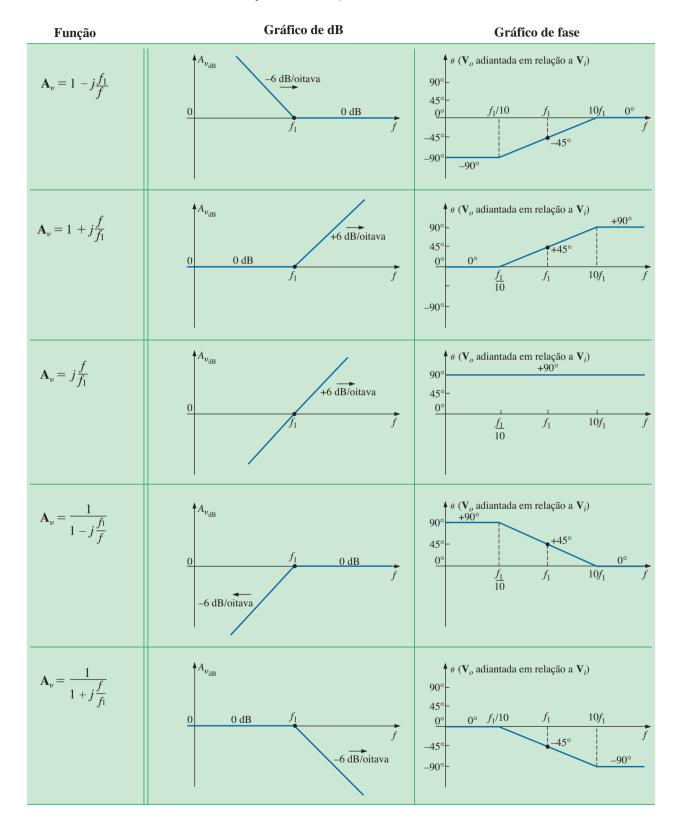
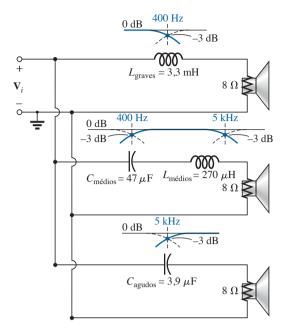



Figura 21.83 Circuito de desvio de três canais com atenuação de 6 dB/oitava.

$$L_{graves} = \frac{R}{2\pi f_1} \qquad L_{médios} = \frac{R}{2\pi f_2} \tag{21.51}$$

$$C_{médios} = \frac{1}{2\pi f_1 R} \qquad C_{agudos} = \frac{1}{2\pi f_2 R} \tag{21.52}$$

Para o circuito de desvio visto na Figura 21.83, com três alto-falantes de 8 Ω, os valores calculados são:

$$L_{graves} = \frac{R}{2\pi f_1} = \frac{8\ \Omega}{2\pi(400\ \text{Hz})}$$
$$= 3{,}183\ \text{mH} \rightarrow 3{,}3\ \text{mH}$$
(valor comercial)

$$L_{médios} = \frac{R}{2\pi f_2} = \frac{8\ \Omega}{2\pi(5\ \text{kHz})}$$
$$= 254{,}65\ \mu\text{H} \rightarrow 270\ \mu\text{H}$$
(valor comercial)

$$C_{médios} = \frac{1}{2\pi f_1 R} = \frac{1}{2\pi(400\ \text{Hz})(8\ \Omega)}$$
$$= 49{,}736\ \mu\text{F} \rightarrow 47\ \mu\text{F}$$
(valor comercial)

$$C_{agudos} = \frac{1}{2\pi f_2 R} = \frac{1}{2\pi(5\ \text{kHz})(8\ \Omega)}$$
$$= 3{,}979\ \mu\text{F} \rightarrow 3{,}9\ \mu\text{F}$$
(valor comercial)

conforme mostra a Figura 21.83.

A Figura 21.83 inclui também um esboço da resposta em frequências de cada filtro mostrando o cruzamento nas frequências de interesse. Como os três alto-falantes estão conectados em paralelo, a tensão da fonte e a impedância são iguais para os três circuitos. A carga total 'vista' pela fonte é obviamente uma função da frequência aplicada, porém, a potência total fornecida é determinada somente pelos alto-falantes, já que eles são essencialmente resistivos.

Para testar o sistema, apliquemos um sinal de 4 V com uma frequência de 1 kHz (uma frequência intermediária na curva de sensibilidade do ouvido humano) e verifiquemos qual dos três alto-falantes dissipa uma potência maior nessa frequência.

Para f = 1kHz,

$$X_{L_{graves}} = 2\pi f L_{graves} = 2\pi(1\ \text{kHz})(3{,}3\ \text{mH}) = 20{,}74\ \Omega$$

$$\mathbf{V}_o = \frac{(\mathbf{Z}_R \angle 0°)(V_i \angle 0°)}{\mathbf{Z}_T} = \frac{(8\ \Omega \angle 0°)(4\ \text{V} \angle 0°)}{8\ \Omega + j\,20{,}74\ \Omega}$$
$$= 1{,}44\ \text{V} \angle -68{,}90°$$

$$X_{L_{médios}} = 2\pi f L_{médios} = 2\pi\ 1(\text{kHz})(270\ \mu\text{H}) = 1{,}696\ \Omega$$

$$X_{C_{médios}} = \frac{1}{2\pi f C_{médios}} = \frac{1}{2\pi(1\ \text{kHz})(47\ \mu\text{F})} = 3{,}386\ \Omega$$

$$\mathbf{V}_o = \frac{(\mathbf{Z}_R \angle 0°)(V_i \angle 0°)}{\mathbf{Z}_T} = \frac{(8\ \Omega \angle 0°)(4\ \text{V} \angle 0°)}{8\ \Omega + j\,1{,}696\ \Omega - j\,3{,}386\ \Omega}$$
$$= 3{,}94\ \text{V} \angle 11{,}93°$$

$$X_{C_{agudos}} = \frac{1}{2\pi f C_{agudos}} = \frac{1}{2\pi(1\ \text{kHz})(3{,}9\ \mu\text{F})} = 40{,}81\ \Omega$$

$$\mathbf{V}_o = \frac{(Z_R \angle 0°)(V_i \angle 0°)}{\mathbf{Z}_T} = \frac{(8\ \Omega \angle 0°)(4\ \text{V} \angle 0°)}{8\ \Omega - j\,40{,}81\ \Omega}$$
$$= 0{,}77\ \text{V} \angle 78{,}91°$$

Usando a equação básica de potência $P = V^2/R$, encontramos as potências dissipadas pelo *woofer*,

$$P_{graves} = \frac{V^2}{R} = \frac{(1{,}44\text{V})^2}{8\ \Omega} = \mathbf{0{,}259\ W}$$

pelo alto-falante de médios,

$$P_{médios} = \frac{V^2}{R} = \frac{(3{,}94\ \text{V})^2}{8\ \Omega} = \mathbf{1{,}94\ W}$$

e pelo *tweeter*,

$$P_{agudos} = \frac{V^2}{R} = \frac{(0{,}77\ \text{V})^2}{8\ \Omega} = \mathbf{0{,}074\ W}$$

o que resulta em uma relação de 7,5 para 1 entre as potências dissipadas no alto-falante de médios e o *woofer*, e uma relação de 26 para 1 entre as potências dissipadas no alto-falante de médios e o *tweeter.* Obviamente, a resposta do alto-falante de médios encobre totalmente a dos outros dois.

21.16 APLICAÇÕES

Atenuadores

Atenuadores são, por definição, qualquer dispositivo ou sistema que pode reduzir os níveis de potência ou tensão de um sinal introduzindo pouca ou nenhuma distorção. Em termos gerais, existem dois tipos: passivo e ativo. O tipo passivo usa apenas resistores, enquanto o tipo ativo usa componentes eletrônicos como transistores e circuitos integrados. Como o estudo da eletrônica é um curso que se segue a esse, iremos nos dedicar apenas ao tipo resistivo. Os atenuadores são normalmente usados em equipamentos de áudio (como os equalizadores gráficos e paramétricos apresentados no Capítulo 20), sistemas de antenas, sistemas AM e FM nos quais a atenuação pode ser necessária antes que os sinais sejam misturados e qualquer outra aplicação em que for necessária a redução na intensidade de um sinal.

A unidade de atenuação vista na Figura 21.84 possui terminais coaxiais de entrada e saída e chaves de ajuste do nível da redução em dB. Ela apresenta uma resposta uniforme para sinais com frequências desde CC até cerca de 6 GHz, o que significa basicamente que a sua inserção no circuito não afeta a resposta em frequência para essa banda de frequência. O projeto é muito simples, tendo resistores conectados tanto nas configurações *tê* (T) quanto *ípsilon* (Y), conforme mostram as figuras 21.85 e 21.86, respectivamente, para um sistema que usa cabo coaxial de 50 Ω. Em todos os casos, os resistores são escolhidos de modo a assegurar que a impedância de entrada e a impedância de saída sejam iguais à da linha. Ou seja, as impedâncias de entrada e de saída de cada configuração são 50 Ω. Para os diversos valores de atenuação em dB, os valores dos resistores, para as configurações T e Y, são fornecidos nas figuras 21.85 e 21.86. Note que em cada associação existem dois resistores de mesmo valor, enquanto o terceiro apresenta um valor muito menor ou muito maior.

Para uma atenuação de 1 dB, os resistores foram dispostos em uma configuração em T e com os valores vistos na Figura 21.87(a). Fazendo uma terminação com uma carga de 50 Ω, vemos, pelos cálculos mostrados a seguir, que a impedância de entrada é de fato 50 Ω:

$$
\begin{aligned}
R_i &= R_1 + R_2 \parallel (R_1 + R_L) \\
&= 2{,}9\ \Omega + 433{,}3\ \Omega \parallel (2{,}9\ \Omega + 50\ \Omega) \\
&= 2{,}9\ \Omega + 47{,}14\ \Omega \\
&= \mathbf{50{,}04\ \Omega}
\end{aligned}
$$

Percorrendo o circuito a partir da carga, como mostra a Figura 21.87(b), com a fonte ajustada em zero volt, ve-

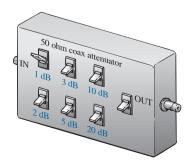



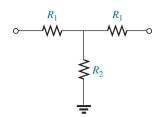
Figura 21.84 Atenuador passivo para linha coaxial.

Atenuação	R_1	R_2
1 dB	2,9 Ω	433,3 Ω
2 dB	5,7 Ω	215,2 Ω
3 dB	8,5 Ω	141,9 Ω
5 dB	14,0 Ω	82,2 Ω
10 dB	26,0 Ω	35,0 Ω
20 dB	41,0 Ω	10,0 Ω

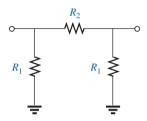
Figura 21.85 Configuração em forma de tê (T).

Atenuação	R_1	R_2
1 dB	870,0 Ω	5,8 Ω
2 dB	436,0 Ω	11,6 Ω
3 dB	292,0 Ω	17,6 Ω
5 dB	178,6 Ω	30,4 Ω
10 dB	96,2 Ω	71,2 Ω
20 dB	61,0 Ω	247,5 Ω

Figura 21.86 Configuração em forma de ípsilon (Y).

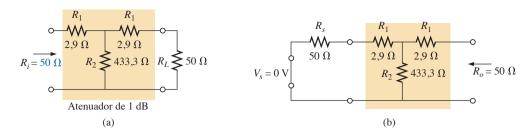



Figura 21.87 Atenuador de 1 dB: (a) com carga; (b) determinação de R_o.

mos, pelos cálculos mostrados a seguir, que a impedância de saída também é 50 Ω:

$$\begin{aligned} R_o &= R_1 + R_2 \| (R_1 + R_s) \\ &= 2{,}9\ \Omega + 433{,}3\ \Omega \| (2{,}9\ \Omega + 50\ \Omega) \\ &= 2{,}9\ \Omega + 47{,}14\ \Omega \\ &= \mathbf{50{,}04\ \Omega} \end{aligned}$$

Na Figura 21.88, foi inserida uma carga de 50 Ω, sendo que a tensão de saída é determinada como mostrado a seguir:

$R' = R_2 \| (R_1 + R_L) = 47{,}14\ \Omega$ como mostrado anteriormente

e $$V_{R_2} = \frac{R'V_s}{R' + R_1} = \frac{47{,}14\ \Omega V_s}{47{,}14\ \Omega + 2{,}9\ \Omega} = 0{,}942V_s$$

com $$V_L = \frac{R_L V_{R_2}}{R_L + R_1} = \frac{50\ \Omega(0{,}942V_s)}{50\ \Omega + 2{,}9\ \Omega} = 0{,}890V_s$$

Calculando a queda em dB, obtemos o seguinte valor:

$$\begin{aligned} A_{v_{\text{dB}}} &= 20 \log_{10} \frac{V_L}{V_s} = 20 \log_{10} \frac{0{,}890V_s}{V_s} \\ &= 20 \log_{10} 0{,}890 = \mathbf{-1{,}01\ dB} \end{aligned}$$

comprovando o fato de que existe uma atenuação de 1 dB.

Conforme mencionado anteriormente, existem outros métodos de atenuação que são mais sofisticados em termos de projeto, e estão além dos objetivos de uma abordagem desse assunto neste livro. Entretanto, os projetos acima são bastante efetivos, relativamente baratos e realizam muito bem a tarefa desejada.

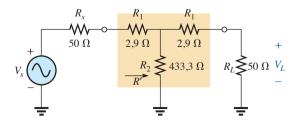



Figura 21.88 Determinação dos valores de tensão para o atenuador de 1 dB mostrado na Figura 21.87(a).

Filtros de ruído

O ruído é um problema que pode ocorrer em qualquer sistema eletrônico. Em geral, ele é qualquer sinal indesejado que pode afetar a operação geral do sistema. Ele pode ser proveniente de uma fonte de alimentação (zumbido de 60 Hz), de circuitos de realimentação, de sistemas mecânicos conectados a sistemas elétricos, de capacitâncias parasitas e efeitos indutivos ou possivelmente de uma fonte de sinal local que não esteja adequadamente blindada — a lista é interminável. A maneira com que o ruído é eliminado ou tratado é normalmente analisada por alguém que possui grande experiência prática e que tem conhecimento da origem do ruído indesejado, e também de como removê-lo do modo mais simples e direto. Na maioria dos casos, o problema não faz parte do projeto original, mas um trabalho subsequente na fase de teste resolve os problemas inesperados. Embora possamos aplicar métodos sofisticados quando o problema for mais sério, a maioria das situações é tratada com a colocação adequada de um ou dois componentes com valores que tenham dependência relacionada ao tipo de problema que está ocorrendo.

Na Figura 21.89, dois capacitores foram estrategicamente colocados na parte do circuito relativa à gravação e à reprodução de fitas de um equipamento de som para remover o ruído de alta frequência indesejado (som súbito e intenso), que pode ser o resultado de partículas posicionadas aleatoriamente sobre a fita magnética, ruído proveniente da rede elétrica ou ruído do próprio ambiente. Durante o modo de gravação, com as chaves nas posições mostradas (*R*), o capacitor de 100 pF localizado na parte superior do esquema funciona como um curto-circuito para ruídos de alta frequência. O capacitor C_1 foi incluído para compensar o fato de que a gravação na fita não é um processo linear em função da frequência. Em outras palavras, certas frequências são gravadas com amplitudes maiores que outras frequências.

A Figura 21.90 mostra um gráfico do nível de gravação em função da frequência, que indica claramente que a faixa de áudio do ser humano, de 40 Hz a 20 kHz, é pouco

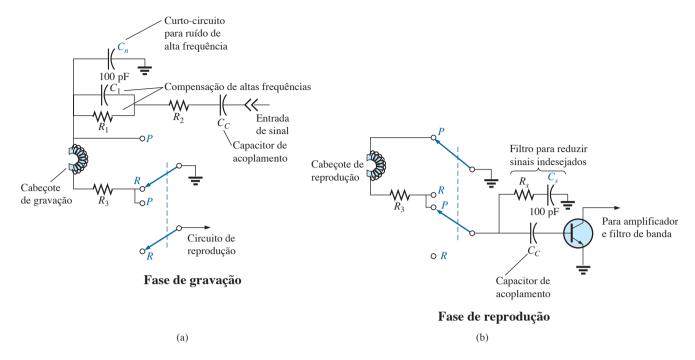



Figura 21.89 Redução de ruído em um gravador de fita cassete.

adequada para o processo de gravação, e que o nível de gravação começa a crescer para frequências acima de 20 kHz. Assim, os gravadores de fita têm de incluir uma frequência de polarização fixa que, quando acrescentada ao sinal de áudio original, desloca a faixa de frequência para ser amplificada na região de gravação de alta amplitude. Em algumas fitas, pode-se obter a *frequência de polarização real*, enquanto em outras é usado o termo *polarização normal*. Mesmo acima da frequência de polarização, existe uma faixa de frequência em que o nível de gravação cai consideravelmente. Uma compensação para essa queda é fornecida por uma combinação de um resistor R_1 e um capacitor C_1, mencionados anteriormente. Nas frequências próximas da frequência de polarização, o capacitor é projetado para se comportar essencialmente como um circuito aberto (alta reatância), e a tensão e a corrente do cabeçote são limitadas pelos resistores R_1 e R_2. Nas regiões em que o rendimento da fita diminui com o aumento da frequência, o capacitor começa a apresentar um valor de reatância baixo, reduzindo a impedância no ramo paralelo de R_1 e C_1. O resultado é um aumento na corrente e na tensão do cabeçote devido à baixa impedância na linha, resultando no equilíbrio do rendimento após a frequência de polarização. Finalmente, o capacitor começa a ter características de um curto-circuito, colocando efetivamente em curto a resistência R_1, e tanto a tensão como a corrente no cabeçote passam a ser máximas. Durante a reprodução da fita, essa frequência de polarização é eliminada por um filtro rejeita-faixa, de modo que o som original não é distorcido pela alta frequência do sinal.

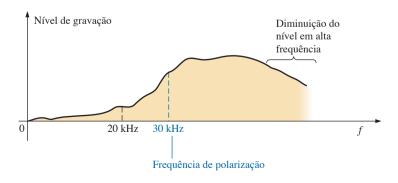



Figura 21.90 Redução de ruído em um gravador de fita cassete.

Durante a fase de reprodução do áudio, o circuito visto na parte superior da Figura 21.89 é aterrado pela chave superior, e o circuito da parte inferior entra em operação. Observe novamente que o segundo capacitor de 100 pF conectado à base do transistor coloca em curto para GND qualquer ruído de alta frequência indesejado. O resistor está ali para absorver qualquer potência associada com o sinal de ruído quando o capacitor passa a se comportar como um curto-circuito equivalente. Tenha em mente que o capacitor foi escolhido para se comportar como um curto-circuito em uma determinada faixa de frequência, não para a faixa de áudio em que ele é essencialmente um circuito aberto.

Os alternadores de automóvel são conhecidos por desenvolver ruídos de alta frequência na tensão de alimentação do rádio, como mostra a Figura 21.91(a). Esse problema é normalmente aliviado pela colocação de filtros de alta frequência na alimentação, conforme mostrado. O indutor de 1 H oferece alta impedância para a faixa de frequência do ruído, enquanto o capacitor (1.000 μF a 47.000 μF) funciona como um curto-circuito para qualquer ruído que aconteça. No caso do sistema de alto-falantes mostrado na Figura 21.91(b), a configuração *push-pull* dos transistores de potência na saída do amplificador pode, frequentemente, apresentar tensão de saída nula durante um curto período de tempo entre os semiciclos. Durante esse intervalo de tempo, entra em ação o efeito indutivo da bobina do alto-falante, que vê um caminho inesperado para GND, como se fosse uma chave abrindo, e rapidamente corta a corrente no alto-falante. Por meio da relação familiar $v_L = L(di_L/dt)$, uma tensão não esperada aparece na bobina e estabelece uma oscilação de alta frequência de volta na linha, indo de encontro ao amplificador e provocando mais distorção. Esse efeito pode ser controlado se for colocada uma malha *R-C* para GND que oferece um caminho de baixa resistência do alto-falante até GND, para uma faixa de frequências tipicamente geradas por essa distorção de sinal. Como o capacitor comporta-se como um curto-circuito para a faixa de frequência do ruído, o resistor foi acrescentado para limitar a corrente e absorver a energia associada ao sinal de ruído.

Em reguladores de tensão, como os reguladores de 5 V mostrados na Figura 21.92(a), quando um pico de corrente vem pela linha por qualquer razão, há uma queda de tensão ao longo da linha fazendo cair a tensão de entrada do regulador. O regulador, ao realizar a sua função principal, detecta essa queda na entrada e aumenta a amplificação através da malha de realimentação para manter a tensão de saída constante. Entretanto, esse pico de corrente tem uma duração tão curta que a tensão de saída terá um pico próprio, porque a tensão de entrada retorna rapidamente ao seu nível normal e, com o aumento no rendimento, a tensão de saída aumenta o nível. Então, o regulador detecta seu erro e rapidamente reduz o seu ganho. A sensibilidade a variações no nível de tensão de entrada faz com que o nível de tensão de saída apresente diversas oscilações rápidas que podem ser um problema real para o equipamento no qual a tensão CC é aplicada: o surgimento de um sinal de ruído de alta frequência. Uma maneira de controlar essa reação e, de fato, diminuir a velocidade de resposta do sistema de modo que os picos de curta duração tenham menor influência é acrescentar um capacitor na saída conforme mostra a Figura 21.92(b). Como o regulador fornece tensão contínua constante, po-

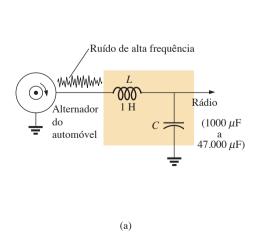
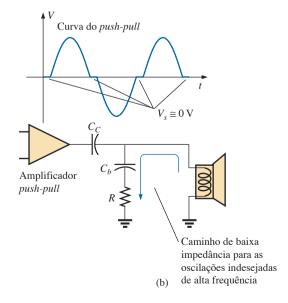



Figura 21.91 Geração de ruído: (a) devido ao funcionamento do alternador do veículo; (b) proveniente de um amplificador *push-pull*.

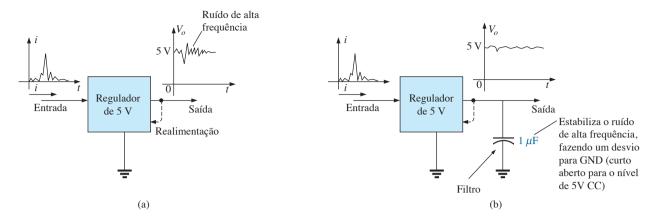



Figura 21.92 Regulador: (a) efeito do pico de corrente na entrada; (b) redução do ruído.

de-se usar uma capacitância de 1 μF, que é relativamente grande, para curto-circuitar distúrbios de alta frequência em uma grande faixa. Entretanto, não podemos usar uma capacitância muito maior, pois o amortecimento será muito grande e ocorrerão grandes variações acima do valor normal de operação (*overshoots*) e abaixo do valor normal de operação (*undershoots*). Para maximizar a ação do capacitor acrescentado, temos de colocá-lo fisicamente o mais próximo do regulador garantir que o ruído não seja captado entre o capacitor e o regulador e para evitar qualquer atraso entre o sinal de saída e a reação do capacitor.

Em geral, conforme se examina o esquema de um sistema real e veem-se componentes que parecem não fazer parte de um procedimento normal de projeto, podemos supor que sejam dispositivos de proteção ou foram colocadas ali em função do ruído na linha que afeta a operação do sistema. A observação do tipo de componente, do seu valor e de sua localização normalmente revelam sua finalidade e seu modo de operação.

21.17 ANÁLISE COMPUTACIONAL

PSpice

Filtro duplamente sintonizado. Agora, nossa análise está direcionada para filtros razoavelmente complexos para os quais seria necessário uma quantidade de tempo relativamente grande para gerar um gráfico detalhado do rendimento em função da frequência usando uma calculadora de mão. O filtro a ser analisado é o mesmo do Exemplo 21.9, assim temos uma chance de verificar a nossa solução teórica. O esquema do filtro aparece na Figura 21.93, sendo a fonte **VAC** escolhida novamente, pois a faixa de frequência de interesse é ajustada pela **Simulation Profile**. Novamente, os atributos para a fonte foram ajustados na caixa de diálogo **Property Editor** em vez de na seleção de componentes a partir da tela. Note a necessidade dos dois resistores em série com os indutores, pois estes não podem ser considerados elementos ideais. Entretanto, o pequeno valor desses resistores não influencia os resultados obtidos.

Na caixa de diálogo **Simulation Settings**, **AC Sweep** foi selecionado novamente com **Start Frequency** ajustado em 100 Hz e **End Frequency** em 10 MHz (certifique-se de ter inserido esse valor como **10 MEGHZ**) para garantir que todos os efeitos possam ser visualizados. Em seguida, podemos usar os controles dos eixos para observar a parte da curva desejada. O parâmetro **Points/Decade** deve permanecer em 10 k, embora sejam necessários, para essa faixa de frequência, alguns segundos para realizar a simulação. Uma vez que a tela **SCHEMATIC1** tenha surgido, a sequência **Trace-Add Trace-V(RL:1)-OK** resulta no gráfico visto na Figura 21.94. É óbvia a existência de uma banda de atenuação em torno de 200 kHz e de uma banda de passagem em torno de 600 kHz. É interessante observar que até 10 kHz o circuito tem uma banda de passagem em função do indutor L_p que proporciona um caminho de baixa impedância da entrada para a saída. Para as frequências próximas de 10 MHz, existe uma banda de atenuação contínua devido ao indutor L_p que passa a se comportar como um circuito aberto. Usando a opção cursor, podemos colocar o cursor ativado pelo botão esquerdo do mouse em um ponto de mínimo ativando o botão **Cursor Trough** (o segundo botão à direita do botão **Toggle cursor**). Um clique com o botão direito do mouse pode identificar a frequência do ponto máximo na curva próxima a 600 kHz. Os resultados aparecem na caixa **Probe cursor**, os quais comprovam os nossos cálculos teóricos de 200 kHz para o ponto de mínimo na banda de atenuação (**A1** = 201,05 kHz, sendo o módulo praticamente 0 V) e de 600 kHz para o ponto de máximo na banda de passagem (**A2** = 603,53 kHz com um módulo de 1 V).

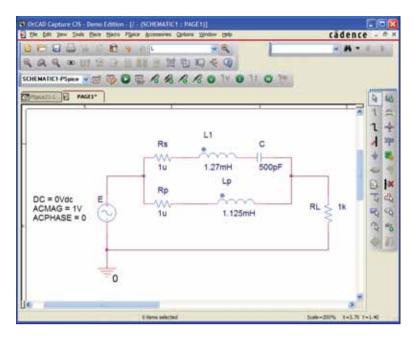



Figura 21.93 Uso do PSpice na análise de um filtro duplamente sintonizado.

Agora, devemos concentrar a nossa análise na faixa de 10 kHz a 1 MHz, onde se localiza a parte principal do espectro na qual a operação de filtragem acontece. A escolha de visualizar uma banda larga de frequências representou uma vantagem quando foram feitas as configurações em **Simulation Settings**. Os dados foram gerados para uma grande faixa de frequência, a partir da qual podemos selecionar a banda de interesse, uma vez que a região de maior atividade é identificada. Se a faixa de frequência fosse estreita na primeira simulação, poderia ser necessário definir outra simulação. Selecione **Plot-Axis Settings-X Axis-User Defined-10kHz to 1MEGHz-OK** para obter o gráfico visto na parte inferior da Figura 21.95. Um gráfico com o resultado em uma escala em dB pode ser mostrado na mesma figura, selecionando **Plot-Add Plot to Window-Trace-Add Trace--DB(V(RL:1))-OK**, o que resulta no gráfico visto na parte superior da figura. Usando a opção do cursor ativado pelo botão esquerdo do mouse e o botão **Cursor Trough**, vemos que o ponto de mínimo vale –67,26 dB na frequência de 200 kHz, que é uma característica excelente para um filtro de banda de atenuação. Usando o cursor ativado pelo botão direito do mouse e ajustando-o em 600 kHz, vemos que a

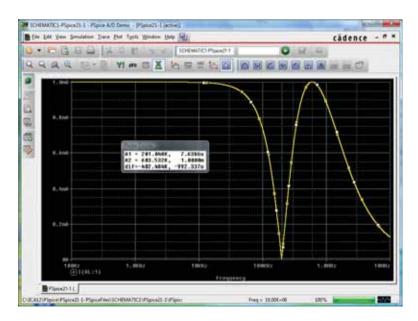



Figura 21.94 Gráfico do valor da tensão em R_L em função da frequência para o circuito visto na Figura 21.93.

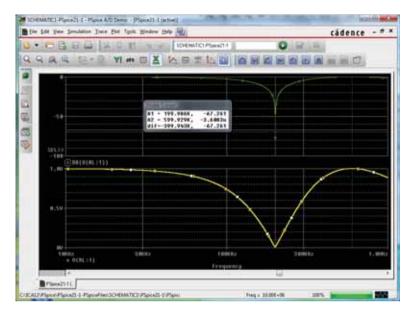



Figura 21.95 Gráfico em dB e do valor do módulo da tensão em R_L para o circuito visto na Figura 21.93.

queda é de –3,61 μdB, ou basicamente 0 dB, que é um excelente valor para a região de banda de atenuação.

Multisim

Filtro passa-alta. Essa análise computacional começa com uma investigação do filtro passa-alta visto na Figura 21.96. A frequência de corte é determinada por $f = 1/2\pi RC$ = 1,592 kHz, sendo que a tensão no resistor se aproxima de 1 V em altas frequências com um ângulo de fase de 0º.

Para essa análise, usamos **Component: AC_POWER** sob **POWER_SOURCES**. As componentes da fonte foram definidas na caixa de diálogo **AC_POWER**, como mostra a Figura 21.96. Use a sequência **Simulate-Analyses-AC Analysis** para abrir a caixa de diálogo **AC Analysis**. Selecione os seguintes valores: **Start frequency:** 10 Hz, **Stop frequency:** 100 kHz, **Sweep type:** Decade (logarithmic), **Number of points per decade:** 1000, **Vertical scale:** Linear. Na opção **Output**, mova o $2 para **Selected variables for analysis** usando a opção **Add** e remova o $1 usando a opção **Remove**. Selecione **Simulate** para obter a resposta que aparece na Figura 21.96. Inclua a opção de grade a cada uma e depois selecione **Show/Hide Cursors** para permitir a determinação do módulo e da fase na frequência de corte. Como vemos na Figura 21.96, o módulo é 0,707 a 1,59 kHz, e a fase é 45,45º a 1,57 kHz — muito próximo dos resultados esperados.

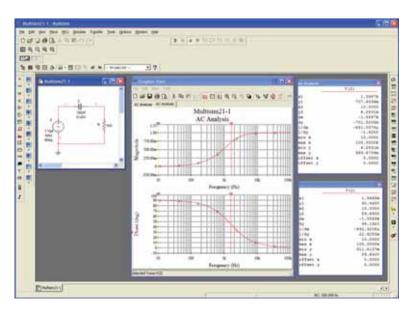



Figura 21.96 Filtro passa-alta *R-C* a ser investigado usando o PSpice.

PROBLEMAS

Seção 21.1 Introdução

1. **a)** Determine o valor das frequências (em kHz) nos pontos indicados no gráfico mostrado na Figura 21.97(a).
   b) Determine as tensões (em mV) nos pontos indicados no gráfico mostrado na Figura 21.97(b).

Seção 21.2 Propriedades dos logaritmos

2. Determine $\log_{10}x$ para cada um dos valores de x a seguir:
   a) 100.000 **b)** 0,0001
   c) 10^8 **d)** 10^{-6}
   e) 20 **f)** 8.643,4
   g) 56.000 **h)** 0,318
3. Sabendo que $N = \log_{10}x$, determine o valor de x para os valores de N a seguir:
   a) 3 **b)** 12
   c) 0,2 **d)** 0,04
   e) 10 **f)** 3,18
   g) 1,001 **h)** 6,1
4. Determine $\log_e x$ para os valores de x a seguir:
   a) 100.000 **b)** 0,0001
   c) 20 **d)** 8.643,4

   Compare com a solução do Problema 2.
5. Determine $\log_{10} 48 = \log_{10}(8)(6)$ e compare com $\log_{10} 8 + \log_{10} 6$.
6. Determine $\log_{10} 0{,}2 = \log_{10} 18/90$ e compare com $\log_{10} 18 - \log_{10} 90$.
7. Verifique as identidades $\log_{10} 0{,}5 = -\log_{10} 1/0{,}5 = -\log_{10} 2$.
8. Calcule $\log_{10} (3)^3$ e compare com $3 \log_{10} 3$.

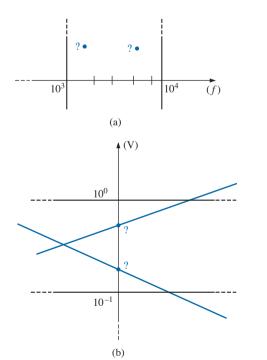



Figura 21.97 Problema 1.

Seção 21.3 O decibel

9. **a)** Determine a relação em bels entre as potências P_2 = 280 mW e P_1 = 4 mW.
   b) Determine a relação em decibéis das potências do item (a) e compare os resultados.
10. Uma potência de 100 W está 6 dB acima de que valor de potência?
11. Se um alto-falante de 2 W for substituído por outro de 40 W, qual o aumento da intensidade sonora em decibéis?
12. Determine o valor em dB_m para uma potência de saída de 120 mW.
13. Calcule o ganho em dB_v de um amplificador que aumenta o valor da tensão de 0,1 mV para 8,4 mV.
14. Calcule a tensão de saída em um amplificador se a tensão de entrada for 20 mV e o ganho em dB_v, 22 dB.
15. Se o valor da pressão sonora for aumentado de 0,001 μbar para 0,016 μbar, qual será o aumento em dB_s?
16. Qual é o aumento de potência acústica necessário para que uma música suave se torne extremamente alta? Consulte a Figura 21.5.
17. **a)** Usando um papel semilog, trace o gráfico de X_L em função da frequência para uma bobina de 10 μH, na faixa de 100 Hz a 1 MHz. Escolha a escala vertical mais apropriada para a faixa de variação de X_L.
    b) Repita o item (a) usando papel log-log. Compare os dois resultados. Qual dos gráficos é mais informativo?
    c) Usando um papel semilog, trace o gráfico de X_C em função da frequência para um capacitor de 1 μF, na faixa de 10 Hz a 100 kHz. Escolha a escala vertical mais apropriada para a faixa de variação de X_C.
    d) Repita o item (a) usando papel log-log. Compare com o resultado da parte (c). Qual dos gráficos é mais informativo?
18. **a)** Considerando o medidor visto na Figura 21.6, calcule a potência fornecida a uma carga quando a leitura do medidor for 8 dB.
    b) Repita o item (a) para uma leitura de –5 dB.

Seção 21.5 Filtro R-C passa-baixa

19. Para o filtro *R-C* passa-baixa visto na Figura 21.98:
    a) Trace o gráfico de $A_v = V_o/V_i$ em função da frequência usando uma escala logarítmica para o eixo das frequências. Determine $A_v = V_o/V_i$ para $0{,}1f_c$, $0{,}5f_c$, f_c, $2f_c$ e $10f_c$.
    b) Trace a curva da fase de q em função da frequência, onde q é o ângulo pelo qual $\mathbf{V}_o$ está adiantada em relação a $\mathbf{V}_i$. Determine θ para $f = 0{,}1f_c$, $0{,}5f_c$, f_c, $2f_c$ e $10f_c$.

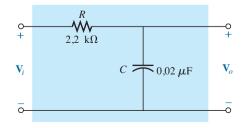



Figura 21.98 Problema 19.

***20.** Para o circuito visto na Figura 21.99:
a) Determine V_o para uma frequência uma oitava acima da frequência crítica.
b) Determine V_o para uma frequência uma década abaixo da frequência crítica.
c) Os resultados dos itens (a) e (b) estão de acordo com o gráfico de V_o em função da frequência para esse tipo de filtro?

21. Projete um filtro *R-C* passa-baixa com uma frequência de corte de 500 Hz usando um resistor de 1,2 kΩ. Em seguida, trace os gráficos do módulo da tensão e da fase para esse filtro no intervalo de frequências de $0{,}1f_c$ a $10f_c$.

22. Para o filtro passa-baixa visto na Figura 21.100:
a) Calcule f_c.
b) Calcule $A_v = V_o/V_i$ para $f = 0{,}1f_c$ e compare com o valor máximo de 1 para baixas frequências.
c) Calcule $A_v = V_o/V_i$ para $f = 10f_c$ e compare com o valor mínimo de zero para altas frequências.
d) Determine a frequência para a qual $A_v = 0{,}01$ ou $V_o = 1/100\ V_i$.

Seção 21.6 Filtro R-C passa-alta

23. Para o filtro *R-C* passa-alta visto na Figura 21.101:
a) Trace a curva de $A_v = V_o/V_i$ em função da frequência usando uma escala logarítmica para o eixo das frequências. Determine o valor de $A_v = V_o/V_i$ em f_c, uma oitava acima e abaixo de f_c e uma década acima e abaixo de f_c.
b) Trace a curva da fase para θ em função da frequência, onde q é o ângulo pelo qual $\mathbf{V}_o$ está adiantada em relação a $\mathbf{V}_i$. Calcule q para os mesmos valores de frequência do item (a).

24. Para o circuito visto na Figura 21.102:
a) Calcule $A_v = V_o/V_i$ para $f = f_c$ para o filtro passa-alta.
b) Calcule A_v duas oitavas acima de f_c. A_v é significativamente maior do que em $f = f_c$?
c) Calcule $A_v = V_0/V_i$ duas décadas acima de f_c. A_v é significativamente maior do que em $f = f_c$?
d) Se $V_i = 10$ mV, qual a potência fornecida a R na frequência crítica?

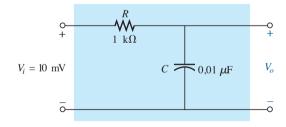



Figura 21.99 Problema 20.

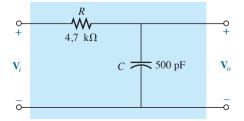



Figura 21.100 Problema 22.

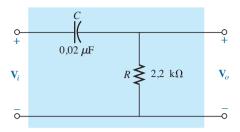



Figura 21.101 Problema 23.

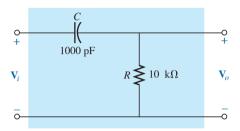



Figura 21.102 Problema 24.

25. Projete um filtro *R-C* passa-alta com uma frequência de corte de 2 kHz, usando um capacitor de 0,1 μF. Escolha o valor comercial de *R* mais próximo e calcule novamente a frequência de corte para o novo valor da resistência. Trace a curva do ganho normalizado $A_v = V_o/V_i$ na faixa de frequências de $0{,}1\,f_c$ a $10\,f_c$.

26. Para o filtro passa-alta visto na Figura 21.103:
a) Determine f_c;
b) Calcule $A_v = V_o/V_i$ para $f = 0{,}01\,f_c$ e compare com o valor mínimo de 0 para frequências baixas;
c) Calcule $A_v = V_0/V_i$ para $f = 100\,f_c$ e compare com o valor máximo de 1 para frequências altas;
d) Determine a frequência para a qual $V_o = 1/2\ V_i$.

Seção 21.7 Filtros passa-faixa

27. Para o filtro passa-faixa visto na Figura 21.104:
a) Trace o gráfico da resposta em frequência de $A_v = V_o/V_i$ usando uma escala logarítmica que se estenda de 10 Hz a 10 kHz;
b) Qual é a largura de banda e a frequência central?

***28.** Projete um filtro passa-faixa como o que aparece na Figura 21.104 com uma frequência de corte inferior de 4 kHz e uma frequência de corte superior de 80 kHz.

29. Para o filtro passa-faixa visto na Figura 21.105:
a) Determine f_s.
b) Calcule Q_s e a largura de banda (*BW*) para $\mathbf{V}_o$.

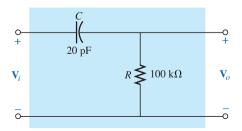



Figura 21.103 Problemas 26 e 54.

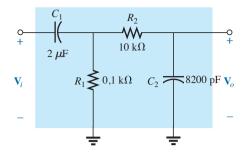



Figura 21.104 Problemas 27 e 28.

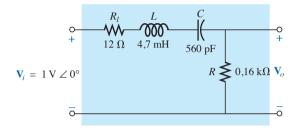



Figura 21.105 Problema 29.

c) Trace o gráfico de $A_v = V_o/V_i$ para a faixa de frequência de 1 kHz a 1 MHz.

d) Calcule o módulo de V_o para $f = f_s$ nas frequências de corte.

30. Para o filtro passa-faixa visto na Figura 21.106:

a) Determine a resposta em frequência de $A_v = V_o/V_i$ na faixa de frequência de 100 Hz a 1 MHz.

b) Determine o fator de qualidade Q_p e a largura de banda (BW) da resposta.

Seção 21.8 Filtros de banda de atenuação (Rejeita-Faixa)

***31.** Para o filtro de banda de atenuação visto na Figura 21.107, resolva os itens a seguir:

a) Determine Q_s.

b) Calcule a largura de banda das frequências de meia potência (frequências de corte).

c) Trace o gráfico da resposta em frequência de $A_v = V_o/V_i$.

d) Qual o efeito sobre a curva do item (c) se for conectada uma carga de 2 kΩ?

***32.** Para o filtro passa-faixa visto na Figura 21.108:

a. Determine Q_p ($R_L = \infty$ Ω, um circuito aberto).

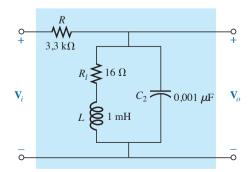



Figura 21.106 Problemas 30 e 55.

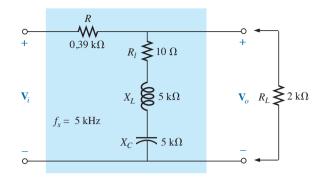



Figura 21.107 Problema 31.

b) Trace o gráfico da resposta em frequência de $A_v = V_o/V_i$.

c) Calcule Q_p (com carga) para R_L = 100 kΩ e indique o efeito de R_L sobre a curva do item (b).

d) Repita o item (c) para R_L = 20 kΩ.

Seção 21.9 Filtros de banda dupla

33. a) Para o circuito visto na Figura 21.43(a), com L_p = 400 μH (Q > 10), L_s = 60 μH e C = 120 pF, determine as frequências de atenuação e de transmissão.

b) Trace a curva de resposta do circuito do item (a).

34. a) No circuito da Figura 21.43(b), se a frequência de atenuação for 30 kHz e a de transmissão, 100 kHz, determine os valores de L_s e L_p (Q > 10) para uma capacitância de 200 pF.

b) Trace a curva de resposta do circuito do item (a).

Seção 21.10 Gráficos de Bode

35. a) Trace o gráfico de Bode idealizado de $A_v = V_o/V_i$ para o filtro passa-alta mostrado na Figura 21.109.

b) Com base nos resultados do item (a), desenhe a curva real para a mesma faixa de frequência.

c) Determine o ganho em dB para f_c, 1/2, $2f_c$, 1/10 e $10f_c$.

d) Determine o ganho $A_v = V_o/V_i$ quando $f = f_c$, $1/2\,f_c$ e $2f_c$.

e) Trace a curva de resposta de fase para a mesma faixa de frequência.

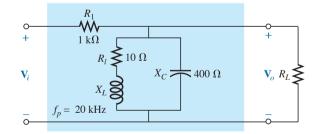



Figura 21.108 Problema 32.

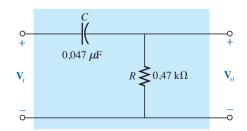



Figura 21.109 Problema 35.

***36.** **a)** Trace um gráfico do módulo de V_o (em termos de V_i) em função da frequência para o filtro passa-alta visto na Figura 21.110.
b) A partir dos resultados do item (a), trace a curva de $A_v = V_o/V_i$ para a mesma faixa de frequência.
c) Trace o gráfico de Bode.
d) Trace a curva real, indicando a diferença em dB, entre a curva idealizada e real para $f = f_c$, $0{,}5f_c$ e $2f_c$.
e) A partir do gráfico do item (d), determine $A_{v\text{dB}}$ para $f = 1{,}5\,f_c$ e o valor correspondente a $A_v = V_o/V_i$.
f) Trace a curva de fase (ângulo em que $\mathbf{V}_o$ está adiantada em relação a $\mathbf{V}_i$) para a mesma faixa de frequência.

37. **a)** Trace o gráfico de Bode de $A_v = V_o/V_i$ para o filtro passa--baixa visto na Figura 21.111.
b) Com base no resultado do item (a), trace a curva real para a mesma faixa de frequência.
c) Determine o ganho em dB para f_c, $1/2$, $2f_c$, $1/10$ e $10f_c$.
d) Determine o ganho $A_v = V_o/V_i$ para $f = f_c$, $1/2f_c$ e $2f_c$.
e) Trace a curva de fase para a mesma faixa de frequência.

***38.** **a)** Trace o gráfico do módulo de V_o (em termos de V_i) em função da frequência para o filtro passa-baixa visto na Figura 21.112.
b) Com base no resultado do item (a), trace a curva de $A_v = V_o/V_i$ para a mesma faixa de frequência.
c) Trace o gráfico de Bode idealizado.
d) Trace a curva real, indicando a diferença em dB, entre a curva real e a curva de Bode para $f = f_c$, $0{,}5f_c$ e $2f_c$.
e) A partir do gráfico do item (d), determine $A_{v\text{dB}}$ para $f = 0{,}25f_c$ e o valor correspondente de $A_v = V_o/V_i$.
f) Trace a curva de fase (ângulo no qual $\mathbf{V}_o$ está adiantada em relação a $\mathbf{V}_i$) para a mesma faixa de frequência.

Seção 21.11 Traçado do gráfico de Bode

39. Para o filtro da Figura 21.113:
a) Faça o gráfico $A_{v_{\text{dB}}}$ em função da frequência usando escalas logarítmicas.
b) Faça o gráfico de θ em função da frequência usando a mesma faixa de frequência do item (a).

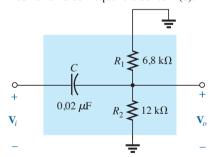



Figura 21.110 Problema 36.

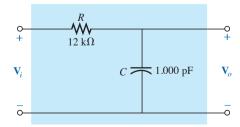



Figura 21.111 Problema 37.

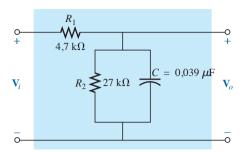



Figura 21.112 Problema 38.

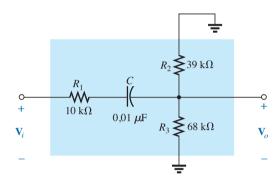



Figura 21.113 Problema 39.

***40.** Para o filtro visto na Figura 21.114:
a) Faça o gráfico $A_{v_{\text{dB}}}$ em função da frequência usando escalas logarítmicas.
b) Faça o gráfico de θ em função da frequência usando a mesma faixa de frequência do item (a).

Seção 21.12 Filtro passa-baixa com atenuação limitada

41. Para o filtro visto na Figura 21.115:
a) Faça o gráfico $A_{v_{\text{dB}}}$ em função da frequência usando o gráfico de Bode como referência.
b) Faça o gráfico θ em função da frequência.

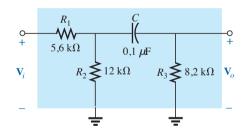



Figura 21.114 Problema 40.

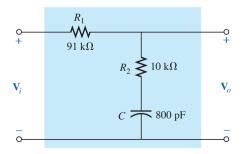



Figura 21.115 Problema 41.

***42.** Para o filtro visto na Figura 21.116:

a) Trace o gráfico $A_{v_{dB}}$ em função da frequência usando o gráfico de Bode como referência.

b) Trace o gráfico θ em função da frequência.

Seção 21.13 Filtro passa-alta com atenuação limitada

43. Para o filtro visto na Figura 21.117:

a) Trace o gráfico $A_{v_{dB}}$ em função da frequência usando o gráfico de Bode idealizado como um envelope para a curva real.

b) Trace o gráfico de θ (ângulo no qual $\mathbf{V}_o$ está adiantada em relação a $\mathbf{V}_i$) em função da frequência.

***44.** Para o filtro visto na Figura 21.118:

a) Faça o gráfico $A_{v_{dB}}$ em função da frequência usando o gráfico de Bode idealizado como um envelope para a curva real.

b) Faça gráfico de θ (ângulo no qual $\mathbf{V}_o$ está adiantada em relação a $\mathbf{V}_i$) em função da frequência.

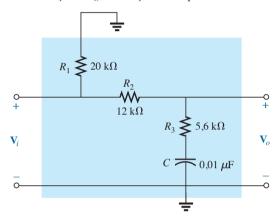



Figura 21.116 Problema 42.

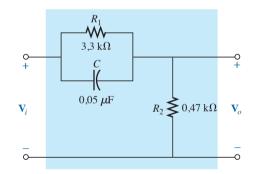



Figura 21.117 Problema 43.

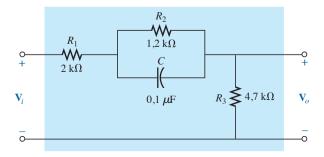



Figura 21.118 Problema 44.

Seção 21.14 Outras propriedades dos gráficos de Bode

45. Um amplificador que emprega um transistor bipolar tem o seguinte ganho:

$$\mathbf{A}_v = \frac{160}{\left(1 - j\dfrac{100\text{ Hz}}{f}\right)\left(1 - j\dfrac{130\text{ Hz}}{f}\right)\left(1 + j\dfrac{f}{20\text{ kHz}}\right)\left(1 + j\dfrac{f}{50\text{ kHz}}\right)}$$

a) Trace a curva de Bode normalizada $A'_{v\text{dB}} = (A_v / A_{v\text{máx}})|_{\text{dB}}$ e determine a largura de banda do amplificador. Não se esqueça de indicar no gráfico as frequências críticas.

b) Trace a curva de fase e determine a frequência na qual o ângulo de fase é aproximadamente 45º.

46. Um amplificador que emprega um transistor JFET tem o seguinte ganho:

$$\mathbf{A}_v = \frac{-5{,}6}{\left(1 - j\dfrac{10\text{ Hz}}{f}\right)\left(1 - j\dfrac{45\text{ Hz}}{f}\right)\left(1 - j\dfrac{68\text{ Hz}}{f}\right)\left(1 + j\dfrac{f}{23\text{ kHz}}\right)\left(1 + j\dfrac{f}{50\text{ kHz}}\right)}$$

a) Trace a curva de Bode normalizada $A'_{v_{\text{dB}}} = (A_v / A_{v_{\text{máx}}}|_{\text{dB}})$ e determine a largura de banda do amplificador. Ao realizar a normalização, certifique-se de que o valor máximo de A'_v é +1. Indique claramente as frequências de corte no gráfico.

b) Trace a curva de fase e observe as regiões do gráfico em que o ângulo de fase varia mais rapidamente. Existe alguma relação entre essas regiões e as frequências que aparecem na função $\mathbf{A}_v$?

47. Um amplificador transistorizado tem um ganho na banda média de –120, uma frequência de corte superior de 36 kHz e uma largura de banda de 35,8 kHz. Além disso, a curva real do ganho apresenta um valor de –15 dB para f = 50 Hz. Escreva a função de transferência $\mathbf{A}_v$ para o amplificador.

48. Trace o gráfico de Bode para a seguinte função:

$$\mathbf{A}_v = \frac{0{,}05}{0{,}05 - j\,100/f}$$

49. Trace o gráfico de Bode para a seguinte função:

$$\mathbf{A}_v = \frac{200}{200 + j\,0{,}1f}$$

50. Trace o gráfico de Bode para a seguinte função:

$$\mathbf{A}_v = \frac{jf/1000}{(1 + jf/1000)(1 + jf/10.000)}$$

***51.** Trace o gráfico de Bode para a seguinte função:

$$\mathbf{A}_v = \frac{(1 + jf/1000)(1 + jf/2000)}{(1 + jf/3000)^2}$$

***52.** Trace o gráfico de Bode para a seguinte função (observe que a frequência está expressa em termos de ω, e não de f):

$$\mathbf{A}_v = \frac{40(1 + j0.001\,\omega)}{(j0.001\,\omega)(1 + j0.0002\,\omega)}$$

Seção 21.15 Circuitos de desvio

***53.** No circuito de desvio visto na Figura 21.119, a atenuação dos três filtros é de 12 dB/oitava nas frequências de corte.

a) Determine a razão V_o/V_i para os filtros do *woofer* e do *tweeter* nas frequências de corte de 400 Hz e 5 kHz, respectivamente, e compare com o valor ideal, que é 0,707.

b) Calcule a razão V_o/V_i para os filtros do *woofer* e do *tweeter* para a frequência de 3 kHz, na qual o filtro do alto-falante de médios foi projetado para se sobrepor aos outros dois.

c) Determine a razão V_o/V_i para o filtro do alto-falante de médios na frequência de 3 kHz e compare com o valor ideal, que é 1.

Seção 21.17 Análise computacional

PSpice ou Multisim

54. Usando o schematics, obtenha as curvas de resposta do módulo e da fase em função da frequência para o circuito visto na Figura 21.103.

55. Usando o schematics, obtenha as curvas de resposta do módulo e da fase em função da frequência para o circuito visto na Figura 21.106.

***56.** Obtenha os gráficos de dB e fase para o circuito visto na Figura 21.75 e compare com os gráficos mostrados nas figuras 21.76 e 21.77.

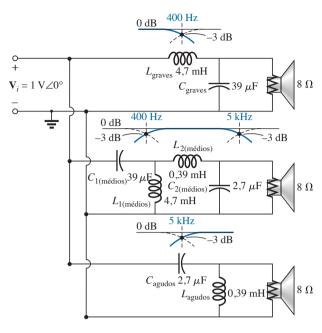



Figura 21.119 Problemas 53 e 57.

***57.** Usando o schematics, obtenha o módulo e o gráfico de dB *versus* frequência para cada filtro da Figura 21.119 e verifique se as curvas têm uma inclinação de 12 dB por oitava.

GLOSSÁRIO

Decibel: Unidade logarítmica normalmente usada para comparar níveis de potência.

Filtro: Circuito projetado tanto para passar quanto para rejeitar determinadas frequências de um sinal a ser aplicado em uma carga.

Filtro ativo: Filtro que emprega dispositivos ativos como transistores e amplificadores operacionais combinados com elementos R, L e C (resistores, indutores e capacitores).

Filtro de banda dupla: Circuito que possui uma banda de atenuação e uma banda de passagem.

Filtro passa-alta: Circuito projetado para permitir a passagem de altas frequências e atenuar as baixas frequências.

Filtro passa-baixa: Circuito projetado para permitir a passagem de baixas frequências e atenuar as altas frequências.

Filtro passa-faixa (ou banda de passagem): Circuito projetado para permitir a passagem de sinais de uma determinada faixa de frequência.

Filtro passivo: Filtro construído por elementos R, L e C em série ou em paralelo.

Filtro rejeita-faixa (ou banda de atenuação): Circuito projetado para atenuar (bloquear) sinais em uma determinada faixa de frequência.

Gráfico de Bode: Gráfico aproximado da resposta em frequência de um sistema no qual se usa segmentos de reta chamados *assíntotas*.

Microbar (μbar): Unidade usada para indicar níveis de pressão sonora permitindo comparar os níveis de áudio com uma escala em dB.

Papel log-log: Papel usado para traçar gráficos no qual as escalas vertical e horizontal são logarítmicas.

Papel semilog: Papel usado para traçar um gráfico no qual uma escala é logarítmica e a outra é linear.

Transformadores

Objetivos

- Familiarizar-se com os fluxos existentes entre os enrolamentos de um transformador e entender como são estabelecidas as tensões do primário e do secundário.
- Entender a operação de um transformador com núcleo de ferro e de ar, e como calcular as correntes e tensões dos circuitos primário e secundário.
- Saber como o transformador é usado para fins de casamento de impedância, garantindo um alto nível de transferência de potência.
- Conhecer todas as componentes do circuito equivalente de um transformador e entender como afetam o seu desempenho e a sua resposta em frequência.
- Entender como usar e interpretar a convenção do ponto dos enrolamentos mutuamente acoplados em um circuito.

22.1 INTRODUÇÃO

No Capítulo 11, discutimos a *autoindutância* de um enrolamento. Agora estudaremos a **indutância mútua** entre enrolamentos que possuem dimensões iguais ou diferentes. A indutância mútua é um fenômeno essencial para o funcionamento do *transformador*, um dispositivo elétrico usado hoje em dia em praticamente todos os campos da engenharia elétrica. Esse dispositivo desempenha um papel fundamental nos sistemas de distribuição de energia elétrica, e também pode ser encontrado em muitos circuitos eletrônicos e em instrumentos de medida. Neste capítulo, discutiremos três aplicações básicas do transformador: aumentar ou diminuir o valor de tensões e correntes, atuar como um dispositivo de casamento de impedâncias e isolar circuitos (sem conexão física). Além disso, apresentaremos a **convenção do ponto** e consideraremos o circuito equivalente do transformador. O capítulo termina com um comentário a respeito das equações de malha em circuitos que possuem indutâncias mútuas.

22.2 INDUTÂNCIA MÚTUA

Um transformador é constituído por dois enrolamentos dispostos de maneira que o fluxo magnético variável produzido por um deles aja sobre o outro, como mostra a Figura 22.1. Isso resulta em uma tensão induzida nos dois enrolamentos. Para fazer distinção entre os enrolamentos, adotaremos a seguinte convenção:

O enrolamento no qual a fonte é aplicada é denominado primário, e o enrolamento no qual a carga é conectada é chamado de secundário.

A aplicação da lei de Faraday (veja a Equação 11.9) ao primário do transformador, visto na Figura 22.1, resulta em:

$$e_p = N_p \frac{d\phi_p}{dt} \quad \text{(volts, V)} \qquad (22.1)$$

revelando que a tensão induzida no primário é diretamente proporcional ao número de espiras do primário e à taxa de

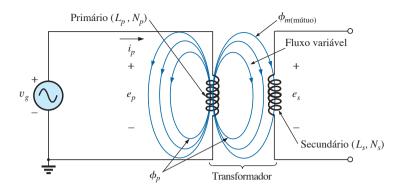



Figura 22.1 Definição das componentes de um transformador.

variação do fluxo magnético que o atravessa. Ou, a partir da Equação 11.11,

$$e_p = L_p \frac{di_p}{dt} \quad \text{(volts, V)} \qquad (22.2)$$

revelando que a tensão induzida no primário também é diretamente proporcional à autoindutância do primário e à taxa de variação da corrente no primário.

O módulo da tensão e_s, que é a tensão induzida no secundário, é dado por:

$$e_s = N_s \frac{d\phi_m}{dt} \quad \text{(volts, V)} \qquad (22.3)$$

onde N_s é o número de espiras no enrolamento do secundário e ϕ_m é a parte do fluxo do primário, ϕ_p, que atravessa o secundário.

Se todo o fluxo magnético produzido pelo primário atravessa o secundário, então,

$$\phi_m = \phi_p$$

e

$$e_s = N_s \frac{d\phi_p}{dt} \quad \text{(volts, V)} \qquad (22.4)$$

O **coeficiente de acoplamento** (k) entre os dois enrolamentos é determinado por

$$k \text{ (coeficiente de acoplamento)} = \frac{\phi_m}{\phi_p} \qquad (22.5)$$

Como o maior valor possível para ϕ_m é ϕ_p, o coeficiente de acoplamento entre dois enrolamentos nunca pode ser maior do que 1.

O coeficiente de acoplamento entre vários enrolamentos é mostrado na Figura 22.2. Na Figura 22.2(a), um núcleo de aço ferromagnético garante que a maior parte do fluxo que atravessa o primário atravesse também o secundário, estabelecendo um coeficiente de acoplamento próximo de 1. Na Figura 22.2(b), o fato de os dois enrolamentos estarem sobrepostos resulta no fluxo de um enrolamento atravessando o outro enrolamento, resultando em um coeficiente de acoplamento que está novamente muito próximo de 1. Na Figura 22.2(c), a ausência de um núcleo ferromagnético resulta em um baixo valor de fluxo que atravessa os enrolamentos. Quanto mais próximos os enrolamentos, maior o fluxo que os atravessa e maior o valor de k, embora eles nunca se aproximem de 1. Diz-se dos enrolamentos que possuem um baixo coeficiente de acoplamento que estão **fracamente acoplados**.

No caso do secundário, temos:

$$e_s = N_s \frac{d\phi_m}{dt} = N_s \frac{dk\phi_p}{dt}$$

e

$$e_s = kN_s \frac{d\phi_p}{dt} \quad \text{(volts, V)} \qquad (22.6)$$

A indutância mútua entre os enrolamentos vistos na Figura 22.1 é dada por:

$$M = N_s \frac{d\phi_m}{di_p} \quad \text{(henries, H)} \qquad (22.7)$$

ou

$$M = N_p \frac{d\phi_p}{di_s} \quad \text{(henries, H)} \qquad (22.8)$$

Observe nas equações acima que o símbolo para a indutância mútua é a letra M maiúscula e que sua unidade, assim como a da autoindutância, é o henry. Em outras palavras, as equações 22.7 e 22.8 dizem que

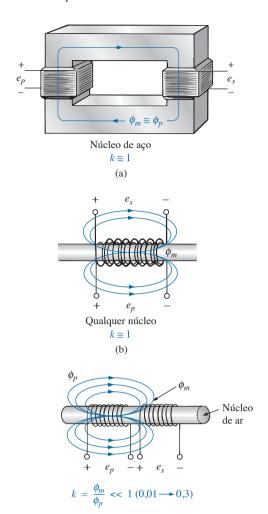



Figura 22.2 Enrolamentos com diferentes coeficientes de acoplamento.

a indutância mútua entre dois enrolamentos é proporcional à taxa de variação do fluxo de um dos enrolamentos em função da taxa de variação da corrente no outro enrolamento.

Em termos das indutâncias dos dois enrolamentos e do coeficiente de acoplamento, a indutância mútua é dada por:

$$M = k\sqrt{L_pL_s} \quad \text{(henries, H)} \qquad (22.9)$$

Quanto maiores o coeficiente de acoplamento (maiores travessias de fluxo) e a indutância dos enrolamentos, maior a indutância mútua entre eles. Relacione esse fato às configurações vistas na Figura 22.2.

A tensão no secundário e_s pode ser determinada em função da indutância mútua se escrevermos a Equação 22.3 na forma:

$$e_s = N_s\left(\frac{d\phi_m}{di_p}\right)\left(\frac{di_p}{dt}\right)$$

e, como $M = N_s(d\phi_m/di_p)$, ela também pode ser escrita assim:

$$e_s = M\frac{di_p}{dt} \quad \text{(volts, V)} \qquad (22.10)$$

De forma similar,

$$e_p = M\frac{di_s}{dt} \quad \text{(volts, V)} \qquad (22.11)$$

EXEMPLO 22.1

Considerando o transformador visto na Figura 22.3:

a) Determine a indutância mútua M.

b) Determine a tensão induzida e_p se o fluxo ϕ_p variar a uma taxa de 450 mWb/s.

c) Determine a tensão induzida e_s para a mesma taxa de variação do fluxo ϕ_p do item (b).

d) Determine as tensões induzidas e_p e e_s se a corrente i_p variar a uma taxa de 0,2 A/ms.

Soluções:

a) $M = k\sqrt{L_pL_s} = 0{,}6\sqrt{(200\text{ mH})(800\text{ mH})}$
$= 0{,}6\sqrt{16 \times 10^{-2}} = (0{,}6)(400 \times 10^{-3})$
$= \mathbf{240\ mH}$

b) $e_p = N_p\frac{d\phi_p}{dt} = (50)(450\text{ mWb/s}) = \mathbf{22{,}5\ V}$

c) $e_s = kN_s\frac{d\phi_p}{dt} = (0{,}6)(100)(450\text{ mWb/s}) = \mathbf{27\ V}$

d) $e_p = L_p\frac{di_p}{dt} = (200\text{ mH})(0{,}2\text{ A/ms})$
$= (200\text{ mH})(200\text{ A/s}) = \mathbf{40\ V}$

$e_s = M\frac{di_p}{dt} = (240\text{ mH})(200\text{ A/s}) = \mathbf{48\ V}$

22.3 O TRANSFORMADOR DE NÚCLEO DE FERRO

Um transformador de núcleo de ferro conectado a uma carga é mostrado na Figura 22.4. O núcleo de ferro

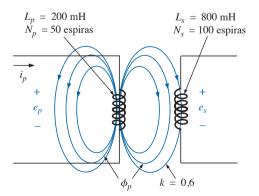



Figura 22.3 Exemplo 22.1.

serve para aumentar o valor do coeficiente de acoplamento entre os enrolamentos pelo aumento do fluxo mútuo, ϕ_m. Conforme estudamos no Capítulo 11, as linhas de fluxo magnético sempre tomam o caminho de menor relutância, que nesse caso é o núcleo de ferro.

Nas análises a seguir, consideraremos que todo o fluxo gerado pelo enrolamento 1 passa pelo enrolamento 2. Em outras palavras, suporemos que o coeficiente de acoplamento é igual a 1, com $\phi_m = \phi_p = \phi_s$. Além disso, iniciaremos a análise considerando que o transformador em questão é ideal, ou seja, que podemos desprezar fatores como a resistência geométrica ou CC dos enrolamentos, a reatância de fuga devido ao fluxo dos enrolamentos que não fazem parte de ϕ_m e as perdas por histerese e correntes parasitas no núcleo. Entretanto, você não deve ficar com a impressão de que com isso estamos nos afastando muito da operação real de um transformador. A maioria dos transformadores fabricados atualmente pode ser considerada quase ideal. As equações que desenvolveremos para condições ideais serão, em geral, uma primeira aproximação para a resposta real, as quais não apresentarão um erro maior que alguns pontos percentuais. As perdas serão discutidas com detalhes na Seção 22.6.

Quando a corrente i_p no primário de um transformador com núcleo de ferro for máxima, o fluxo ϕ_m nos dois enrolamentos também será máximo. Na realidade, o valor desse fluxo é diretamente proporcional à intensidade da corrente no primário. Portanto, os dois estão em fase, e, para uma entrada senoidal, o fluxo também será senoidal. Ou seja, se

$$i_p = \sqrt{2}I_p \operatorname{sen}\omega t$$

então:

$$\phi_m = \Phi_m \operatorname{sen}\omega t$$

A tensão induzida no primário devido a uma entrada senoidal pode ser determinada pela lei de Faraday:

$$e_p = N_p \frac{d\phi_p}{dt} = N_p \frac{d\phi_m}{dt}$$

Substituindo ϕ_m por seu valor, obtemos:

$$e_p = N_p \frac{d}{dt}(\Phi_m \operatorname{sen} \omega t)$$

e, efetuando a derivada, obtemos:

$$e_p = \omega N_p \Phi_m \cos \omega t$$

ou

$$e_p = \omega N_p \Phi_m \operatorname{sen}(\omega t + 90°)$$

indicando que a tensão induzida e_p está adiantada 90º em relação à corrente no primário.

O valor eficaz de e_p é:

$$E_p = \frac{\omega N_p \Phi_m}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi f N_p \Phi_m}{\sqrt{2}}$$

e

$$E_p = 4{,}44 f N_p \Phi_m \qquad (22.12)$$

que é uma equação para o valor rms da tensão no enrolamento primário em função da frequência da tensão ou da corrente aplicada, do número de espiras do primário e do valor máximo do fluxo magnético no primário.

Para o caso em questão, no qual os fluxos magnéticos no primário e no secundário são iguais, se repetirmos o procedimento agora descrito para a tensão induzida no secundário, obteremos:

$$E_s = 4{,}44 f N_s \Phi_m \qquad (22.13)$$

Dividindo a Equação 22.12 pela Equação 22.13, como a seguir,

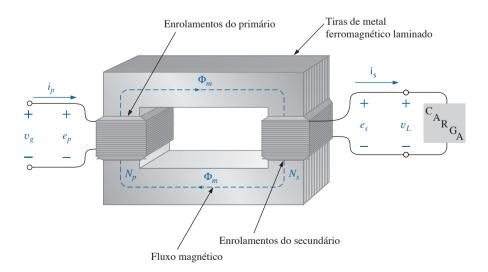



Figura 22.4 Transformador de núcleo de ferro.

$$\frac{E_p}{E_s} = \frac{4{,}44 f N_p \Phi_m}{4{,}44 f N_s \Phi_m}$$

obtemos,

$$\frac{E_p}{E_s} = \frac{N_p}{N_s} \tag{22.14}$$

revelando uma relação muito importante para análise de transformadores:

A relação entre os módulos das tensões induzidas no primário e no secundário é igual à relação entre os números de espiras dos enrolamentos correspondentes.

Se considerarmos que:

$$e_p = N_p \frac{d\phi_m}{dt} \qquad \text{e} \qquad e_s = N_s \frac{d\phi_m}{dt}$$

e dividirmos uma expressão pela outra, ou seja,

$$\frac{e_p}{e_s} = \frac{N_p(d\phi_m/dt)}{N_s(d\phi_m/dt)}$$

então
$$\frac{e_p}{e_s} = \frac{N_p}{N_s}$$

Os valores *instantâneos* de e_1 e e_2 são, portanto, relacionados por uma constante determinada pela relação do número de espiras do primário com o do secundário. Como seus valores instantâneos estão relacionados por uma constante, as tensões induzidas estão em fase e a Equação 22.14 pode ser alterada para a inclusão na notação fasorial. Ou seja,

$$\frac{\mathbf{E}_p}{\mathbf{E}_s} = \frac{N_p}{N_s} \tag{22.15}$$

ou, como $\mathbf{V}_g = \mathbf{E}_1$ e $\mathbf{V}_L = \mathbf{E}_2$ para uma situação ideal,

$$\frac{\mathbf{V}_g}{\mathbf{V}_L} = \frac{N_p}{N_s} \tag{22.16}$$

A razão N_p/N_s, geralmente representada pela letra a, é denominada **relação de transformação**:

$$a = \frac{N_p}{N_s} \tag{22.17}$$

Quando $a < 1$, o transformador é denominado **transformador elevador de tensão**, já que a tensão $E_s > E_p$. Ou seja,

$$\frac{E_p}{E_s} = \frac{N_p}{N_s} = a \qquad \text{ou} \qquad E_s = \frac{E_p}{a}$$

e quando $a < 1$, $\quad E_s > E_p$

Quando $a > 1$, o transformador é denominado **transformador abaixador de tensão**, já que $E_s < E_p$. Ou seja,

$$E_p = aE_s$$

e se $a > 1$, então $\quad E_p > E_s$

EXEMPLO 22.2

Considerando o transformador de núcleo de ferro da Figura 22.5, determine:

a) O fluxo máximo Φ_m.

b) O número de espiras do secundário, N_s.

Soluções:

a) $E_p = 4{,}44 N_p f \Phi_m$

Portanto, $$\Phi_m = \frac{E_p}{4{,}44\, N_p f} = \frac{200\ \text{V}}{(4{,}44)(50\ \text{t})(60\ \text{Hz})}$$

e $$\Phi_m = \mathbf{15{,}02\ mWb}$$

b) $$\frac{E_p}{E_s} = \frac{N_p}{N_s}$$

Portanto, $$N_s = \frac{N_p E_s}{E_p} = \frac{(50\ \text{t})(2400\ \text{V})}{200\ \text{V}} = \mathbf{600\ espiras}$$

A tensão induzida no secundário do transformador visto na Figura 22.4 estabelece uma corrente i_s através da carga Z_L e do enrolamento do secundário. Essa corrente e o número de espiras N_s desenvolvem uma fmm $N_s i_s$ que não estaria presente se a carga não existisse, pois, nesse caso, teríamos $i_s = 0$ e também $N_s i_s = 0$. Entretanto, existindo ou não a carga, os ampères-espiras no núcleo, produzidos pelo primário e pelo secundário, têm de permanecer inalterados para o mesmo fluxo ϕ_m a ser estabelecido no núcleo. Esse fluxo tem de permanecer o mesmo para ter a mesma tensão induzida no primário e contrabalançar a tensão aplicada no

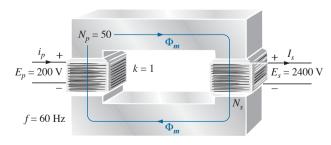



Figura 22.5 Exemplo 22.2.

mesmo enrolamento. Para neutralizar a fmm do secundário, que tende a alterar ϕ_m, uma corrente adicional tem de circular no primário. Essa corrente é denominada *componente de carga da corrente no primário* e é representada pelo símbolo i'_p.

Em condições de equilíbrio,

$$N_p\, i'_p = N_s\, i_s$$

A corrente total no primário sob condições de carga é:

$$i_p = i'_p + i_{\phi m}$$

onde $i_{\phi m}$ é a corrente no primário necessária para estabelecer o fluxo ϕ_m. Na maioria das aplicações práticas, $i'_p > i_{\phi m}$. Na análise a seguir, consideraremos que $i_p \cong i'_p$ e, portanto,

$$N_p\, i_p = N_s\, i_s$$

Como a razão entre os valores instantâneos de i_p e i_s é igual à relação de espiras, as grandezas fasoriais $\mathbf{I}_p$ e $\mathbf{I}_s$ também obedecem à mesma relação:

$$N_p\, \mathbf{I}_p = N_s\, \mathbf{I}_s$$

ou

$$\boxed{\frac{\mathbf{I}_p}{\mathbf{I}_s} = \frac{N_s}{N_p}} \qquad (22.18)$$

A razão entre as correntes no primário e no secundário de um transformador é inversamente proporcional à relação de espiras.

Tenha em mente que a Equação 22.18 é válida apenas se desprezarmos os efeitos de $i_{\phi m}$. Caso contrário, a razão $\mathbf{I}_p$ por $\mathbf{I}_s$ não será igual à relação de espiras, e $\mathbf{I}_p$ e $\mathbf{I}_s$ não estarão em fase.

No caso dos transformadores elevadores de tensão, $a < 1$ e a corrente no secundário, $I_s = aI_p$, é menor que a do primário. No caso dos transformadores abaixadores de tensão, a corrente no secundário é maior do que a do primário.

22.4 IMPEDÂNCIA REFLETIDA E POTÊNCIA

Na seção anterior, vimos que:

$$\frac{\mathbf{V}_g}{\mathbf{V}_L} = \frac{N_p}{N_s} = a \qquad \text{e} \qquad \frac{\mathbf{I}_p}{\mathbf{I}_s} = \frac{N_s}{N_p} = \frac{1}{a}$$

Dividindo a primeira pela segunda, obtemos:

$$\frac{\mathbf{V}_g/\mathbf{V}_L}{\mathbf{I}_p/\mathbf{I}_s} = \frac{a}{1/a}$$

ou

$$\frac{\mathbf{V}_g/\mathbf{I}_p}{\mathbf{V}_L/\mathbf{I}_s} = a^2 \qquad \text{e} \qquad \frac{\mathbf{V}_g}{\mathbf{I}_p} = a^2\frac{\mathbf{V}_L}{\mathbf{I}_s}$$

Entretanto, como:

$$\mathbf{Z}_p = \frac{\mathbf{V}_g}{\mathbf{I}_p} \qquad \text{e} \qquad \mathbf{Z}_L = \frac{\mathbf{V}_L}{\mathbf{I}_s}$$

então

$$\boxed{\mathbf{Z}_p = a^2\mathbf{Z}_L} \qquad (22.19)$$

Isso significa que a impedância do circuito primário de um transformador ideal é igual ao quadrado da relação de transformação multiplicada pela impedância da carga. Portanto, ao usar um transformador, podemos fazer com que a impedância de uma carga pareça maior ou menor do que é na realidade, colocando-a em um transformador abaixador de tensão ($a > 1$) ou elevador de tensão ($a < 1$), respectivamente. Observe que, se a carga for capacitiva ou indutiva, essa **impedância refletida** também será capacitiva ou indutiva.

No caso de um transformador ideal de núcleo de ferro,

$$\frac{E_p}{E_s} = a = \frac{I_s}{I_p}$$

ou

$$\boxed{E_p I_p = E_s I_s} \qquad (22.20)$$

e

$$\boxed{P_{\text{ent.}} = P_{\text{saída}}} \quad \text{(condições ideais)} \qquad (22.21)$$

EXEMPLO 22.3

Considerando o transformador de núcleo de ferro da Figura 22.6, determine:

a) O módulo da corrente no primário e da tensão aplicada ao primário.
b) A resistência de entrada do transformador.

Soluções:

a) $$\frac{I_p}{I_s} = \frac{N_s}{N_p}$$

$$I_p = \frac{N_s}{N_p}I_s = \left(\frac{5\text{ t}}{40\text{ t}}\right)(0{,}1\text{ A}) = \mathbf{12{,}5\text{ mA}}$$

$$V_L = I_s Z_L = (0{,}1\text{ A})(2\text{ k}\Omega) = 200\text{ V}$$

E, também, $$\frac{V_g}{V_L} = \frac{N_p}{N_s}$$

$$V_g = \frac{N_p}{N_s}V_L = \left(\frac{40\text{ t}}{5\text{ t}}\right)(200\text{ V}) = \mathbf{1600\text{ V}}$$

b) $$Z_p = a^2 Z_L$$

$$a = \frac{N_p}{N_s} = 8$$

$$Z_p = (8)^2(2\text{ k}\Omega) = R_p = \mathbf{128\text{ k}\Omega}$$

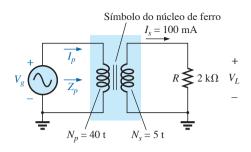



Figura 22.6 Exemplo 22.3.

EXEMPLO 22.4

Dado o circuito residencial visto na Figura 22.7, determine o seguinte (considerando que a carga seja exclusivamente resistiva):

a) O valor de R para garantir que a carga seja equilibrada.
b) Os módulos de I_1 e I_2.
c) A tensão da linha V_L.
d) A potência total fornecida para uma carga trifásica balanceada.
e) A relação de espiras $a = N_p/N_s$.

Soluções:

a) $P_T = (10)(60\text{ W}) + 200\text{ W} + 2000\text{ W}$
$= 600\text{ W} + 200\text{ W} + 2.000\text{ W} = 2.800\text{ W}$

$P_{ent.} = P_{saída}$

$V_p I_p = V_s I_s = 2.800$ W (carga puramente resistiva)

$(2.400\text{ V})I_p = 2.800$ W e $I_p = 1{,}17$ A

$$R = \frac{V_\phi}{I_p} = \frac{2.400\text{ V}}{1{,}17\text{ A}} = \mathbf{2.051{,}28\ \Omega}$$

b) $P_1 = 600\text{ W} = VI_1 = (120\text{ V})I_1$
e $I_1 = \mathbf{5\ A}$
$P_2 = 2.000\text{ W} = VI_2 = (240\ V)I_2$
e $I_2 = \mathbf{8{,}33\ A}$

$V_L = \sqrt{3}V_\phi = 1{,}73(2.400\text{ V}) = \mathbf{4.152\ V}$

$P_T = 3P_\phi = 3(2.800\text{ W}) = \mathbf{8{,}4\ kW}$

$$a = \frac{N_p}{N_s} = \frac{V_p}{V_s} = \frac{2.400\text{ V}}{240\text{ V}} = \mathbf{10}$$

22.5 USO DE TRANSFORMADORES PARA CASAMENTO DE IMPEDÂNCIAS, ISOLAMENTO ELÉTRICO E MEDIDAS DE POSIÇÃO

Os transformadores podem ser particularmente úteis quando se tenta assegurar que uma carga receba a maior potência possível a partir de uma fonte. Lembre-se de que a potência máxima é transferida para a carga quando a impedância dela for igual à resistência interna da fonte. Mesmo que seja impossível conseguir um casamento perfeito, quanto mais próxima a impedância da carga estiver da impedância interna da fonte, maior a potência transferida para a carga e maior a eficiência do sistema. Infelizmente, a não ser que a carga seja parte integrante do projeto, a maioria delas tem uma impedância muito diferente da impedância interna das fontes. Entretanto, os transformadores possuem uma relação única entre as impedâncias do primário e do secundário, podendo ser usados como um bom elemento de casamento de impedância. O Exemplo 22.5 demonstra a diferença significativa

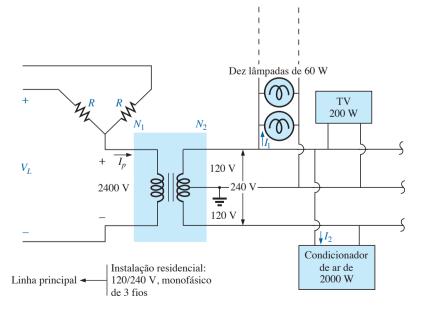



Figura 22.7 Circuito residencial monofásico.

entre as potências transferidas a uma carga com e sem um transformador de casamento de impedâncias.

EXEMPLO 22.5

a) A impedância interna da fonte vista na Figura 22.8(a) é 500 W, um valor muito diferente da impedância de entrada do alto-falante, que é 8 Ω. Nessas condições, é de se esperar que a potência fornecida ao alto-falante seja muito menor que a máxima possível. Determine o valor da potência fornecida ao alto-falante nas condições apresentadas na Figura 22.8(a).

b) No circuito visto na Figura 22.8(b), foi introduzido um transformador de casamento de impedâncias disponível comercialmente, de 500 Ω para 8 Ω, entre o alto-falante e a fonte. Calcule a impedância de entrada do transformador e a potência fornecida à carga.

c) Compare os valores das potências fornecidas ao alto-falante nas condições dos itens (a) e (b).

d) Descubra a relação de espiras aproximada para o transformador.

Soluções:

a) Corrente da fonte:

$$I_s = \frac{E}{R_T} = \frac{120\text{ V}}{500\ \Omega + 8\ \Omega} = \frac{120\text{ V}}{508\ \Omega} = 236{,}2\text{ mA}$$

Potência fornecida ao alto-falante:

$$P = I^2R = (236{,}2\text{ mA})^2 \cdot 8\ \Omega \cong \mathbf{446{,}3\ mW} \cong \mathbf{0{,}45\ W}$$

ou seja, menos de meio watt.

b) Como a impedância de entrada do transformador combina com a da fonte, foram estabelecidas, então, as condições para a transferência máxima de potência, sendo a corrente da fonte dada por:

$$I_s = \frac{E}{R_T} = \frac{120\text{ V}}{500\ \Omega + 500\ \Omega} = \frac{120\text{ V}}{1.000\ \Omega} = 120\text{ mA}$$

A potência no primário (que é igual à do secundário para um transformador ideal) é

$$P = I^2R = (120\text{ mA})^2 \cdot 500\ \Omega = \mathbf{7{,}2\ W}$$

Esse resultado não está em miliwatts como o resultado anterior, e é superior a 7 W, o que representa uma melhoria significativa.

c) Comparando os valores, obtemos 7,2 W/446,3 mW = 16,1, ou seja, a potência fornecida ao alto-falante, ao usar o transformador de casamento de impedâncias, é mais de 16 vezes maior do que sem usar o transformador.

d) $Z_p = a^2Z_L$

$$a = \sqrt{\frac{Z_p}{Z_L}} = \sqrt{\frac{500\ \Omega}{8\ \Omega}} = 7{,}91 \cong \mathbf{8:1}$$

Outra aplicação importante das capacidades de casamento de impedâncias do transformador ocorre no casamento de uma linha de transmissão paralela de 300 Ω de uma antena de televisão à entrada de 75 Ω de um televisor moderno (preparada para receber um cabo coaxial de 75 Ω), como mostra a Figura 22.9. Um casamento de impedância tem de ser feito de maneira a garantir que um sinal mais intenso possível seja transferido para o receptor de TV.

Usando a equação $Z_p = a^2Z_L$, obtemos:

$$300\ \Omega = a^2 75\ \Omega$$

e

$$a = \sqrt{\frac{300\ \Omega}{75\ \Omega}} = \sqrt{4} = 2$$

com $N_p : N_s = 2 : 1$ (um transformador abaixador de tensão)

EXEMPLO 22.6

Os transformadores de casamento de impedâncias também são muito usados em sistemas de PA (*Public Address*), como o que é ilustrado no sistema de 70,7 V da Figura 22.10. Embora o sistema tenha apenas um par de terminais de saída, de um a quatro alto-falantes

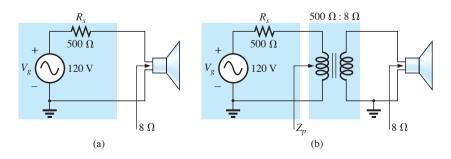



Figura 22.8 Exemplo 22.5.

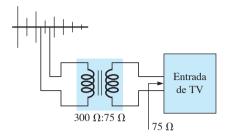



Figura 22.9 Transformador de casamento de impedância para televisão.

podem ser ligados ao sistema. Cada alto-falante de 8 Ω é conectado à linha de 70,7 V por um transformador de áudio para casamento de impedâncias de 10 W (a faixa de operação linear desse transformador é a faixa de áudio).

a) Se cada um dos alto-falantes no circuito mostrado na Figura 22.10 pode receber no máximo 10 W, qual o valor máximo da potência fornecida pela fonte?
b) Para cada alto-falante, determine a impedância de entrada do transformador se todos os alto-falantes estão operando no limite de potência (10 W).
c) Determine a relação de espiras dos transformadores.
d) Qual é a tensão e a corrente no alto-falante quando a potência dele for 10 W?
e) Qual é a carga, do ponto de vista da fonte, quando se conecta ao circuito um, dois, três e quatro alto-falantes?

Soluções:

a) Em condições ideais, a potência nos primários é igual à potência fornecida às cargas, resultando em uma potência máxima fornecida pela fonte de **40 W**.
b) A potência no primário é:

$$P_p = V_p I_p = (70{,}7\text{ V})I_p = 10\text{ W}$$

e
$$I_p = \frac{10\text{ W}}{70{,}7\text{ V}} = 141{,}4\text{ mA}$$

de modo que
$$Z_p = \frac{V_p}{I_p} = \frac{70{,}7\text{ V}}{141{,}4\text{ mA}} = \mathbf{500\ \Omega}$$

c) $Z_p = a^2 Z_L \Rightarrow a = \sqrt{\dfrac{Z_p}{Z_L}} = \sqrt{\dfrac{500\ \Omega}{8\ \Omega}} = \sqrt{62{,}5}$

$$= \mathbf{7{,}91} \cong \mathbf{8:1}$$

d) $V_s = V_L = \dfrac{V_p}{a} = \dfrac{70{,}7\text{ V}}{7{,}91} = \mathbf{8{,}94\ V} \cong \mathbf{9\ V}$

e) Todos os alto-falantes estão em paralelo. Portanto,

Um alto-falante: $R_T = \mathbf{500\ \Omega}$

Dois alto-falantes: $R_T = \dfrac{500\ \Omega}{2} = \mathbf{250\ \Omega}$

Três alto-falantes: $R_T = \dfrac{500\ \Omega}{3} = \mathbf{167\ \Omega}$

Quatro alto-falantes: $R_T = \dfrac{500\ \Omega}{4} = \mathbf{125\ \Omega}$

Embora a carga do ponto de vista da fonte varie de acordo com o número de alto-falantes conectados ao circuito, a impedância da fonte é tão baixa (comparada com a menor impedância possível para a carga, 125 Ω) que a tensão de saída (70,7 V) é praticamente constante. Nesse caso, não nos interessa casar as impedâncias da carga e da fonte; em vez disso, queremos assegurar uma tensão de 70,7 V em cada primário, qualquer que seja o número de alto-falantes ligados ao circuito, e também limitar a corrente drenada da fonte.

O transformador é frequentemente usado para isolar entre si duas partes de um circuito elétrico. O *isolamento* significa a ausência de qualquer conexão física direta. Como primeiro exemplo do uso do transformador como dispositivo isolador, considere a medida da tensão em uma linha de transmissão de 40.000 V (veja a Figura 22.11).

Conectar um voltímetro diretamente à linha de 40.000 V seria obviamente uma operação que envolveria riscos para o técnico, devido à possibilidade de contato físico com a linha ao fazer as conexões necessárias. Incluindo um transformador no projeto original da linha de transmissão, podemos reduzir a tensão a níveis seguros

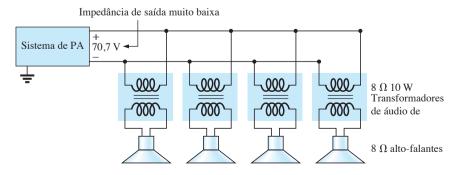



Figura 22.10 Sistema de PA.

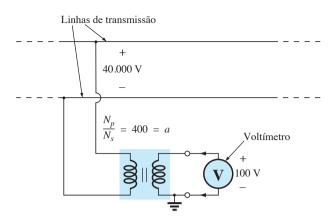



Figura 22.11 Uso de um transformador de isolamento para realizar medidas em uma linha de transmissão de alta tensão.

para fins de medição e calcular a tensão na linha pela relação de espiras. Portanto, o transformador serve tanto para isolar como para reduzir a tensão.

Como segundo exemplo, considere a aplicação da tensão v_x à entrada vertical de um osciloscópio (um instrumento de medição), como ilustra a Figura 22.12. Se as conexões forem feitas conforme mostrado, e se o gerador e o osciloscópio tiverem um terra comum, a impedância $\mathbf{Z}_2$ será curto-circuitada pela conexão à terra do osciloscópio. Nesse caso, a tensão de entrada do osciloscópio não será mais v_x. Além disso, se $\mathbf{Z}_2$ for a impedância limitadora de corrente do circuito, a corrente no circuito poderá atingir valores elevados, que podem provocar danos ao circuito. Se for usado um transformador, conforme mostra a Figura 22.13, esse problema será eliminado e a tensão de entrada do osciloscópio será realmente v_x.

O transformador diferencial linear variável (LVDT — *Linear Variable Differential Transformer*) é um sensor de posição cujo funcionamento se baseia nas propriedades dos transformadores. Em sua forma mais simples, o LVDT possui um enrolamento primário central e dois enrolamentos secundários laterais, como mostra a Figura 22.14(a). Existe um núcleo ferromagnético no interior

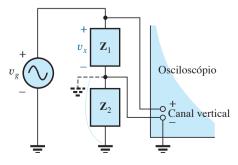



Figura 22.12 Ilustração do curto-circuito introduzido pelo terminal aterrado do canal vertical de um osciloscópio.

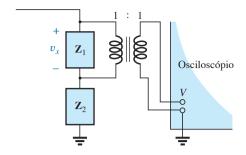



Figura 22.13 Solução do problema ilustrado na Figura 22.12 com o uso de um transformador de isolamento.

dos enrolamentos que pode se deslocar livremente sob a ação de uma força externa. Uma tensão alternada de amplitude constante e de pequeno valor é aplicada ao primário, sendo a tensão de saída a diferença entre as tensões induzidas nos secundários. Se o núcleo estiver na posição mostrada na Figura 22.14(b), uma tensão relativamente grande será induzida no enrolamento secundário 1, e uma tensão relativamente pequena, no secundário enrolamento secundário 2 (nessa posição, o conjunto primário--secundário 2 é um transformador com núcleo de ar). O resultado é uma tensão de saída relativamente grande no secundário. Se o núcleo estiver na posição mostrada na Figura 22.14(c), o fluxo nos enrolamentos será igual, e a tensão de saída (que é a diferença das tensões entre os secundários 1 e 2) será muito pequena. Portanto, em resumo, a posição do núcleo pode ser relacionada à tensão no secundário, conforme mostra o gráfico da posição em função da tensão visto na Figura 22.14(d). Devido à falta de linearidade na curva *B-H*, esta perde a linearidade se o núcleo for posicionado de maneira que a maior parte dele fique para fora dos enrolamentos.

22.6 CIRCUITO EQUIVALENTE DO TRANSFORMADOR DE NÚCLEO DE FERRO

O circuito equivalente de um transformador de núcleo de ferro real é mostrado na Figura 22.15. Conforme indicado, parte do circuito equivalente inclui um transformador ideal. Os componentes restantes estão associados às características não ideais do dispositivo. As resistências R_p e R_s são as resistências ôhmicas dos enrolamentos primário e secundário, respectivamente. Nos enrolamentos primário e secundário de um transformador, existe uma pequena parcela do fluxo que passa pelos enrolamentos mas não passa pelo núcleo, como mostra a Figura 22.16 para o enrolamento primário. Esse **fluxo residual** constitui uma perda e é representado por uma indutância L_p no circuito primário e por uma indutância L_s no circuito secundário.

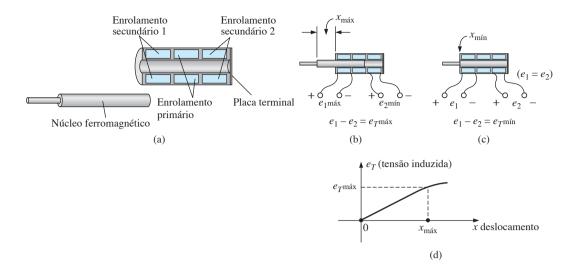



Figura 22.14 Transformador LVDT: (a) estrutura interna; (b) posição de deslocamento máximo; (c) posição de deslocamento mínimo; (d) gráfico da tensão induzida em função do deslocamento do núcleo.

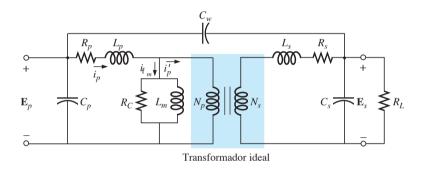



Figura 22.15 Circuito equivalente de um transformador de núcleo de ferro real.

A resistência R_c representa as perdas por histerese e correntes parasitas no núcleo (perdas no núcleo) em função de um fluxo CA através do núcleo. A indutância L_m (indutância de magnetização) é a indutância associada à magnetização do núcleo, ou seja, à geração do fluxo ϕ_m. As capacitâncias C_p e C_s são as dos circuitos primários e secundários, respectivamente, e C_w representa a capacitância entre os enrolamentos.

Como i'_p é normalmente muito maior que i_{ϕ_m} (a corrente de magnetização), por enquanto ignoraremos i_{ϕ_m} (devemos considerá-la igual a zero), o que resultará na ausência de R_c e L_m no circuito equivalente simplificado visto na Figura 22.17. As capacitâncias C_p, C_w e C_s também não aparecem no circuito equivalente, visto na Figura 22.17, pois suas reatâncias nas frequências típicas de operação não afetam consideravelmente as características do transformador.

Se agora refletirmos a impedância do circuito secundário para o circuito primário usando a Equação 22.19, conforme mostra a Figura 22.18(a), teremos a carga e o

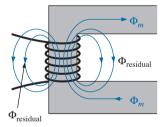



Figura 22.16 Ilustração do fluxo residual do primário.

gerador no mesmo circuito. A resistência e a reatância totais do circuito equivalente são dadas por

$$R_{equivalente} = R_e = R_p + a^2 R_s \qquad (22.22)$$

e

$$X_{equivalente} = X_e = X_p + a^2 X_s \qquad (22.23)$$

resultando no circuito equivalente útil visto na Figura 22.18(b). A tensão na carga pode ser obtida diretamente a

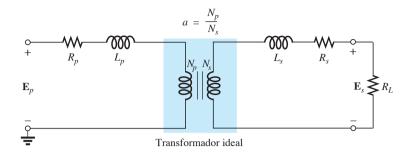



Figura 22.17 Circuito equivalente reduzido do transformador real de núcleo de ferro.

partir do circuito visto na Figura 22.18(b) usando a regra dos divisores de tensão:

$$a\mathbf{V}_L = \frac{R_i\mathbf{V}_g}{(R_e + R_i) + jX_e}$$

e
$$\mathbf{V}_L = \frac{a^2R_L\mathbf{V}_g}{(R_e + a^2R_L) + jX_e} \tag{22.24}$$

O circuito mostrado na Figura 22.18(b) também permite calcular a tensão do gerador necessária para estabelecer uma certa tensão na carga. As tensões nos elementos, vistos na Figura 22.18(b), têm a relação fasorial indicada na Figura 22.19(a). Note que a corrente foi usada como referência para traçar o diagrama fasorial. Ou seja, as tensões nos elementos resistivos estão *em fase* com a corrente, enquanto a tensão no indutor equivalente está adiantada 90º em relação à corrente. A tensão no primário, de acordo com a lei de Kirchhoff para tensões, é um fasor que é a soma de todas essas tensões, conforme indica a Figura 22.19(a). No caso de uma carga indutiva, o diagrama fasorial aparece na Figura 22.19(b). Note que $a\mathbf{V}_L$ está adiantada em relação a **I** um ângulo igual ao do fator de potência da carga. O restante do diagrama é semelhante ao diagrama para uma carga resistiva. (A construção do diagrama fasorial para uma carga capacitiva fica a cargo do leitor como exercício.)

Os efeitos de R_e e X_e sobre o módulo de $\mathbf{V}_g$ para um dado valor de $\mathbf{V}_L$ se tornam óbvios a partir da Equação 22.24 e da Figura 22.19. Quanto maior R_e ou X_e, maior tem de ser $\mathbf{V}_g$ para a mesma tensão aplicada à carga. Para $R_e = X_e = 0$, a relação entre $\mathbf{V}_L$ e $\mathbf{V}_g$ é igual à relação de espiras.

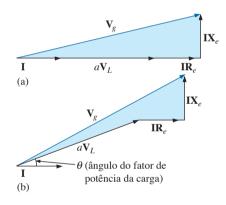



Figura 22.19 Diagrama fasorial para o transformador de núcleo de ferro supondo: (a) uma carga com fator de potência unitário (resistiva); (b) uma carga com fator de potência atrasado (indutiva).

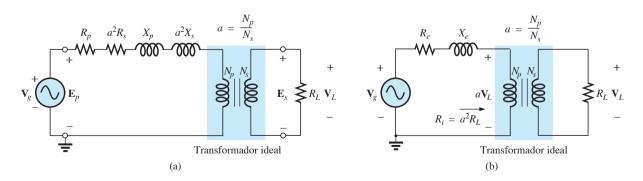



Figura 22.18 Reflexão do circuito secundário para o lado do primário do transformador de núcleo de ferro.

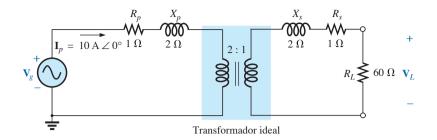



Figura 22.20 Exemplo 22.7.

EXEMPLO 22.7

Dado o transformador cujo circuito equivalente aparece na Figura 22.20:

a) Determine R_e e X_e.

b) Determine os módulos das tensões V_L e V_g.

c) Determine o módulo da tensão V_g para que o módulo de V_L seja o mesmo que no item (b) se $R_e = X_e = 0\ \Omega$. Compare com o valor calculado no item (b).

Solução:

a) $R_e = R_p + a^2R_s = 1\ \Omega + (2)^2(1\ \Omega) = \mathbf{5\ \Omega}$

$X_e = X_p + a^2X_s = 2\ \Omega + (2)^2(2\ \Omega) = \mathbf{10\ \Omega}$

b) O circuito equivalente do transformador aparece na Figura 22.21.

$$aV_L = (I_p)(a^2R_L) = 2.400\text{ V}$$

Assim,

$$V_L = \frac{2.400\text{ V}}{a} = \frac{2.400\text{ V}}{2} = \mathbf{1.200\ V}$$

e

$$\begin{aligned}\mathbf{V}_g &= \mathbf{I}_p(R_e + a^2R_L + jX_e)\\ &= 10\text{ A}(5\ \Omega + 240\ \Omega + j\,10\ \Omega)\\ &= 10\text{ A}(245\ \Omega + j\,10\ \Omega)\\ \mathbf{V}_g &= 2.450\text{ V} + j\,100\text{ V} = 2.452{,}04\text{ V}\angle 2{,}34^\circ\\ &= \mathbf{2.452{,}04\ V\angle 2{,}34^\circ}\end{aligned}$$

c) Para R_e e $X_e = 0$, $V_g = aV_L = (2)(1200\text{ V}) = 2400\text{ V}$. Portanto, é necessário aumentar a tensão do gerador em 52,04 V (devido a R_e e X_e) para obter a mesma tensão na carga.

Figura 22.21 Circuito equivalente para o transformador visto na Figura 22.20.

22.7 EFEITO DA FREQUÊNCIA

Para certas faixas de frequências, o efeito de alguns parâmetros no circuito equivalente do transformador com núcleo de ferro, mostrado na Figura 22.15, não deve ser ignorado. Como é conveniente considerar em separado as regiões de frequência baixa, média e alta, os circuitos equivalentes são agora apresentados e rapidamente analisados.

Para a região de baixa frequência, a reatância em série ($2\pi fL$) do fluxo residual do primário e do secundário pode ser ignorada, já que do seu módulo é pequeno. Entretanto, a indutância de magnetização tem de ser incluída, pois está em paralelo com o circuito secundário refletido, e pequenas impedâncias em paralelo podem ter uma grande influência. O circuito equivalente resultante para um transformador em baixas frequências é mostrado na Figura 22.22(a). À medida que a frequência diminui, a reatância associada à indutância de magnetização também diminui, causando uma diminuição da tensão no secundário. Para $f = 0$ Hz, L_m se comporta como um curto-circuito e $V_L = 0$. Com o aumento da frequência, a reatância de L_m se torna tão grande em comparação com a impedância refletida do secundário que pode ser desprezada. O circuito equivalente refletido para frequências médias é mostrado na Figura 22.22(b). Note a ausência de elementos reativos, o que faz com que as tensões do gerador e da carga estejam *em fase*.

Em frequências mais altas, os elementos capacitivos e as reatâncias do primário e do secundário, devido ao fluxo residual, têm de ser considerados, como mostra a Figura 22.23. Para fins de discussão, os efeitos de C_w e C_s são representados como um capacitor concentrado C no circuito refletido visto na Figura 22.23; C_p não aparece, pois o efeito de C é predominante. À medida que a frequência aumenta, a reatância capacitiva ($X_c = 1/2\pi fC$) diminui até o ponto em que apresentar um efeito pequeno

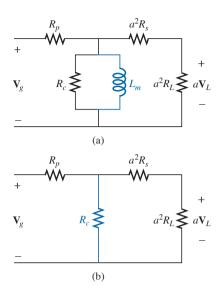



Figura 22.22 (a) Circuito equivalente refletido para baixas frequências; (b) circuito equivalente refletido para frequências médias.

no circuito do secundário do transformador, fazendo V_L diminuir de valor.

A curva de resposta em frequência típica de um transformador de núcleo de ferro aparece na Figura 22.24. Para as regiões de alta e baixa frequências, o principal elemento responsável pela atenuação é indicado. O pico que aparece na região de altas frequências é devido ao circuito ressonante em série formado pelos elementos indutivos e capacitivos do circuito equivalente. Na região do pico, o circuito ressonante em série está no seu estado de sintonia ou ressonância, ou próximo a ele.

22.8 CONEXÃO EM SÉRIE DE INDUTORES MUTUAMENTE ACOPLADOS

No Capítulo 11, vimos que a indutância equivalente de indutores em série é igual à soma das indutâncias. Quando dois indutores estão conectados em série e também estão mutuamente acoplados, como mostra a Figura 22.25(a), é preciso incluir o termo relativo à indutância mútua, alterando assim a indutância equivalente da combinação em série dos indutores. A Figura 22.25(b) mostra como pode ser feita a ligação entre os indutores. Embora a figura mostre um núcleo de ferro, as equações que aparecem a seguir são válidas para dois indutores mutuamente acoplados, qualquer que seja o valor do coeficiente de acoplamento k. Quando nos referimos à tensão induzida no indutor L_1 (ou L_2) devido a uma variação do fluxo no indutor L_2 (ou L_1, respectivamente), a indutância mútua é representada como M_{12}. Essa notação de duplo índice é particularmente importante nos casos em que existem dois ou mais indutores envolvidos.

Por causa da existência da indutância mútua, a tensão induzida e_1 é o resultado das contribuições devido à autoindutância L_1 e à indutância mútua M_{12}. Ou seja,

$$e_1 = L_1\frac{di_1}{dt} + M_{12}\frac{di_2}{dt}$$

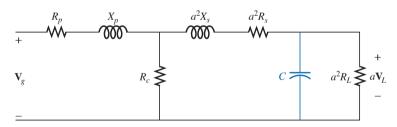



Figura 22.23 Circuito equivalente refletido para altas frequências.

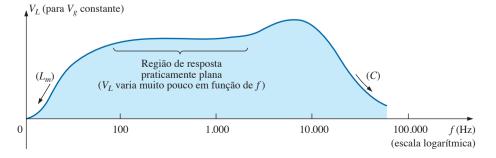



Figura 22.24 Curvas de resposta de frequência de um transformador.

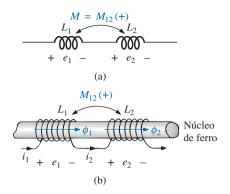



Figura 22.25 Indutores mutuamente acoplados conectados em série.

Entretanto, como $i_1 = i_2 = i$,

$$e_1 = L_1\frac{di}{dt} + M_{12}\frac{di}{dt}$$

ou

$$e_1 = (L_1 + M_{12})\frac{di}{dt} \quad \text{(volts, V)} \qquad (22.25)$$

e, de forma similar,

$$e_2 = (L_2 + M_{12})\frac{di}{dt} \quad \text{(volts, V)} \qquad (22.26)$$

No caso da conexão em série, a tensão total induzida na associação de indutores em série, representada por e_T, é dada por:

$$e_T = e_1 + e_2 = (L_1 + M_{12})\frac{di}{dt} + (L_2 + M_{12})\frac{di}{dt}$$

ou

$$e_T = (L_1 + L_2 + M_{12} + M_{12})\frac{di}{dt}$$

e a indutância efetiva total é:

$$L_{T(+)} = L_1 + L_2 + 2M_{12} \quad \text{(henries, H)} \qquad (22.27)$$

O índice (+) foi incluído para indicar que os termos de indutância mútua têm sinal positivo e devem ser somados aos valores das autoindutâncias para determinar a indutância total. Se os indutores forem enrolados como mostra a Figura 22.26, com os fluxos ϕ_1 e ϕ_2 em oposição, as tensões induzidas pelo efeito de indutância mútua terão a polaridade contrária à das tensões induzidas pelo efeito de autoindutância, e a indutância total será dada por:

$$L_{T(-)} = L_1 + L_2 - 2M_{12} \quad \text{(henries, H)} \qquad (22.28)$$

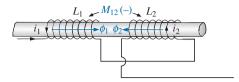



Figura 22.26 Indutores mutuamente acoplados conectados em série com indutância mútua negativa.

De acordo com as equações 22.27 e 22.28, a indutância mútua pode ser dada por:

$$M_{12} = \frac{1}{4}\left(L_{T(+)} - L_{T(-)}\right) \qquad (22.29)$$

A Equação 22.29 é muito eficaz no cálculo da indutância mútua entre dois indutores. Ela afirma que a indutância mútua é igual a um quarto da diferença entre a indutância total com o efeito mútuo positivo e negativo.

De acordo com o que foi estudado até aqui, é evidente que a indutância mútua afeta diretamente a tensão induzida em um indutor, já que afeta a sua indutância. Uma análise adicional revela que o sinal do termo associado ao acoplamento mútuo é o mesmo para os dois indutores envolvidos. No caso de $L_{T(+)}$, ambos são positivos, e no caso de $L_{T(-)}$, ambos são negativos. Nos diagramas de circuitos, nos quais seria pouco prático indicar os sentidos dos enrolamentos e o percurso do fluxo, utiliza-se um código de pontos para mostrar se os termos de indutância mútua são positivos ou negativos. O uso da convenção dos pontos é mostrado na Figura 22.27 para os indutores em série mostrados nas figuras 22.25 e 22.26.

Se as correntes nos *dois* indutores mutuamente acoplados entram ou saem pelo terminal assinalado com um ponto, enquanto *passam pelo indutor*, o termo associado à indutância mútua é positivo, como ilustra a Figura 22.27(a). Se a corrente em um dos indutores sai pelo terminal assinalado com um ponto e no outro indutor a

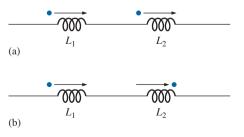



Figura 22.27 Convenção do ponto para os indutores em série: (a) da Figura 22.25; (b) da Figura 22.26.

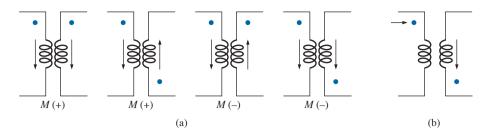



Figura 22.28 Definição do sinal de M para enrolamentos mutuamente acoplados de transformadores.

corrente entra no terminal assinalado, o termo associado à indutância mútua é negativo.

A Figura 22.28(a) mostra algumas possibilidades para o acoplamento mútuo em um transformador. O sinal de M está indicado abaixo de cada ilustração. Ao determinar o sinal, é importante verificar em que terminal do enrolamento está entrando a corrente. Na Figura 22.28(b), uma das correntes foi indicada do lado de fora de um dos enrolamentos e a outra sobre o outro enrolamento. À primeira vista, poderia parecer que o sinal de M é positivo, já que as duas correntes estão se dirigindo para um ponto, mas a corrente *através* do enrolamento da esquerda está saindo do ponto; portanto, o sinal de M é negativo.

A convenção do ponto também revela a polaridade da tensão *induzida* no enrolamento mutuamente acoplado. Se o sentido de referência para a corrente é tal que a corrente *entra* no enrolamento pelo terminal assinalado por um ponto, a tensão induzida é positiva nesse terminal. Nas duas primeiras ilustrações vistas na Figura 22.28(a), a tensão é positiva nos terminais assinalados por pontos. Na terceira ilustração, a tensão é negativa no terminal assinalado por um ponto do enrolamento da direita, já que a corrente sai do enrolamento por esse terminal, mas é positiva naquele assinalado por um ponto do enrolamento da esquerda. Os mesmos comentários se aplicam à quarta ilustração da Figura 22.28(a).

EXEMPLO 22.8

Calcule a indutância total dos indutores em série vistos na Figura 22.29.

Solução:

As duas correntes deixam o terminal com um ponto.

$$\text{Indutor 1: } L_1 + M_{12} - M_{13}$$

Uma das correntes entra no terminal com um ponto, enquanto a outra deixa o terminal com um ponto.

$$\text{Indutor 2: } L_2 + M_{12} - M_{23}$$

$$\text{Indutor 3: } L_3 - M_{23} - M_{13}$$

e

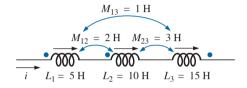



Figura 22.29 Exemplo 22.8.

$$L_T = (L_1 + M_{12} - M_{13}) + (L_2 + M_{12} - M_{23}) + (L_3 - M_{23} - M_{13})$$
$$= L_1 + L_2 + L_3 + 2M_{12} - 2M_{23} - 2M_{13}$$

Substituindo por valores numéricos, temos:

$$L_T = 5\text{ H} + 10\text{ H} + 15\text{ H} + 2(2\text{ H}) - 2(3\text{ H}) - 2(1\text{ H})$$
$$= 34\text{ H} - 8\text{ H} = \mathbf{26\text{ H}}$$

EXEMPLO 22.9

Escreva as equações de malha para o circuito com transformador mostrado na Figura 22.30.

Solução:

Para cada enrolamento, os termos de indução mútua são positivos, e o sinal de M em $\mathbf{X}_m = \omega M \angle\ 90°$, determinado pelos sentidos de $\mathbf{I}_1$ e $\mathbf{I}_2$, também é positivo. Assim,

$$\mathbf{E}_1 - \mathbf{I}_1 R_1 - \mathbf{I}_1 X_{L_1} \angle 90° - \mathbf{I}_2 X_m \angle 90° = 0$$

ou $$\mathbf{E}_1 - \mathbf{I}_1(R_1 + jX_{L_1}) - \mathbf{I}_2 X_m \angle 90° = 0$$

Para a outra malha,

$$-\mathbf{I}_2 X_{L_2} \angle 90° - \mathbf{I}_1 X_m \angle 90° - \mathbf{I}_2 R_L = 0$$

ou $$\mathbf{I}_2(R_L + jX_{L_2}) - \mathbf{I}_1 X_m \angle 90° = 0$$

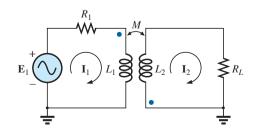



Figura 22.30 Exemplo 22.9.

22.9 O TRANSFORMADOR DE NÚCLEO DE AR

Como o próprio nome indica, o transformador de núcleo de ar não tem um núcleo ferromagnético para acoplar os enrolamentos primário e secundário. Em vez disso, os enrolamentos são colocados suficientemente próximos para que o coeficiente de acoplamento tenha o valor desejado. A Figura 22.31 mostra os sentidos das correntes e as polaridades das tensões definidos para um transformador de núcleo de ar. Observe a presença de um termo de indutância mútua M, que, nesse caso, é positivo de acordo com a convenção do ponto.

A partir das análises realizadas neste capítulo, agora sabemos que:

$$e_p = L_p \frac{di_p}{dt} + M\frac{di_s}{dt} \tag{22.30}$$

para o circuito primário.

Estudamos no Capítulo 11 que, para um indutor puro, sem a influência da indutância mútua, temos a relação:

$$v_1 = L\frac{di_1}{dt}$$

resultando na seguinte expressão útil para o cálculo da tensão no indutor:

$$\mathbf{V}_1 = \mathbf{I}_1 X_L \angle 90° \qquad \text{onde} \qquad X_L = \omega L$$

Analogamente, é possível demonstrar, no caso de uma indutância mútua, que:

$$v_1 = M\frac{di_2}{dt}$$

implicando:

$$\mathbf{V}_1 = \mathbf{I}_2 X_m \angle 90° \qquad \text{onde} \qquad X_m = \omega M \tag{22.31}$$

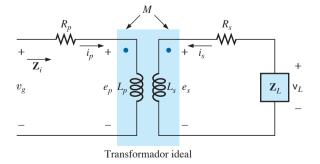



Figura 22.31 Circuito equivalente de um transformador de núcleo de ar.

A Equação 22.30 pode então ser escrita (usando a notação fasorial) como:

$$\mathbf{E}_p = \mathbf{I}_p X_{L_p} \angle 90° + \mathbf{I}_s X_m \angle 90° \tag{22.32}$$

e $$\mathbf{V}_g = \mathbf{I}_p R_p \angle 0° + \mathbf{I}_p X_{L_p} \angle 90° + \mathbf{I}_s X_m \angle 90°$$

ou $$\mathbf{V}_g = \mathbf{I}_p(R_p + jX_{L_p}) + \mathbf{I}_s X_m \angle 90° \tag{22.33}$$

Para o circuito secundário, temos:

$$\mathbf{E}_s = \mathbf{I}_s X_{L_s} \angle 90° + \mathbf{I}_p X_m \angle 90° \tag{22.34}$$

e $$\mathbf{V}_L = \mathbf{I}_s R_s \angle 0° + \mathbf{I}_s X_{L_s} \angle 90° + \mathbf{I}_p X_m \angle 90°$$

ou $$\mathbf{V}_L = \mathbf{I}(R_s + jX_{L_s}) + \mathbf{I}_p X_m \angle 90° \tag{22.35}$$

Substituindo $\mathbf{V}_L = -\mathbf{I}_s\mathbf{Z}_L$ na Equação 22.35, temos:

$$0 = \mathbf{I}_s(R_s + jX_{L_s} + \mathbf{Z}_L) + \mathbf{I}_p X_m \angle 90°$$

Explicitando $\mathbf{I}_s$, temos:

$$\mathbf{I}_s = \frac{-\mathbf{I}_p X_m \angle 90°}{R_s + jX_{L_s} + \mathbf{Z}_L}$$

e, substituindo esse resultado na Equação 22.33, obtemos:

$$\mathbf{V}_g = \mathbf{I}_p(R_p + jX_{L_p}) + \left(\frac{-\mathbf{I}_p X_m \angle 90°}{R_s + jX_{L_s} + \mathbf{Z}_L}\right) X_m \angle 90°$$

Assim, a impedância de entrada é:

$$\mathbf{Z}_i = \frac{\mathbf{V}_g}{\mathbf{I}_p} = R_p + jX_{L_p} - \frac{(X_m \angle 90°)^2}{R_s + jX_{L_s} + \mathbf{Z}_L}$$

ou, se definirmos:

$$\mathbf{Z}_p = R_p + jX_{L_p} \qquad \mathbf{Z}_s = R_s + jX_{L_s}$$

e $$X_m \angle 90° = +j\omega M$$

obteremos:

$$\mathbf{Z}_i = \mathbf{Z}_p - \frac{(+j\omega M)^2}{\mathbf{Z}_s + \mathbf{Z}_L}$$

e $$\mathbf{Z}_i = \mathbf{Z}_p - \frac{(\omega M)^2}{\mathbf{Z}_s + \mathbf{Z}_L} \tag{22.36}$$

O termo $(\omega M)^2/(\mathbf{Z}_s + \mathbf{Z}_L)$ é denominado *impedância acoplada* e não depende do sinal de M, já que M aparece

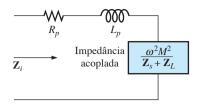



Figura 22.32 Características de entrada de um transformador de núcleo de ar.

elevado ao quadrado na equação. Observe também que, como $(\omega M)^2$ é uma constante com o ângulo de fase 0º, se a carga $\mathbf{Z}_L$ for resistiva, a impedância acoplada será capacitiva em virtude do quociente de $(\omega M)^2$ por $(\mathbf{Z}_s + R_L)$. Essa reatância capacitiva resultante se opõe à indutância L_p em série no primário, provocando uma redução em $\mathbf{Z}_i$. Incluindo o termo da indutância mútua, a impedância de entrada do circuito será como mostra a Figura 22.32.

EXEMPLO 22.10

Determine a impedância de entrada do transformador de núcleo de ar mostrado na Figura 22.33.

Solução:

$$\begin{aligned}
\mathbf{Z}_i &= \mathbf{Z}_p + \frac{(\omega M)^2}{\mathbf{Z}_s + \mathbf{Z}_L} \\
&= R_p + jX_{L_p} + \frac{(\omega M)^2}{R_s + jX_{L_s} + R_L} \\
&= 3\ \Omega + j\,2{,}4\ \text{k}\Omega + \frac{((400\ \text{rad/s})(0{,}9\ \text{H}))^2}{0{,}5\ \Omega + j\,400\ \Omega + 40\ \Omega} \\
&\cong j\,2{,}4\ \text{k}\Omega + \frac{129{,}6 \times 10^3\ \Omega}{40{,}5 + j\,400} \\
&= j\,2{,}4\ \text{k}\Omega + \underbrace{322{,}4\ \Omega \angle -84{,}22°}_{\text{capacitivo}} \\
&= j\,2{,}4\ \text{k}\Omega + (0{,}0325\ \text{k}\Omega - j\,0{,}3208\ \text{k}\Omega) \\
&= 0{,}0325\ \text{k}\Omega + j\,(2{,}40 - 0{,}3208)\ \text{k}\Omega
\end{aligned}$$

$$\text{e} \quad \mathbf{Z}_i = R_i + jX_{L_i} = \mathbf{32{,}5\ \Omega + j\,2.079\ \Omega}$$
$$= \mathbf{2.079{,}25\ \Omega \angle 89{,}10°}$$

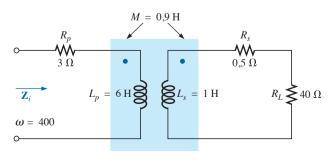



Figura 22.33 Exemplo 22.10.

22.10 DADOS FORNECIDOS PELOS FABRICANTES

Um transformador de alta tensão típico, de núcleo de ferro, pode ser fornecido com as seguintes **especificações de dados**:

5 kVA 2.000/100 V 60 Hz

Os 2.000 V e os 100 V podem ser tanto a tensão do primário como a do secundário, mas não necessariamente nessa ordem; ou seja, se 2.000 V for a tensão aplicada ao primário, a tensão no secundário será 100 V e vice-versa. A potência aparente ($S = VI$) especificada para esse transformador é de 5 kVA. Se a tensão no secundário for 100 V, a corrente máxima na carga será:

$$I_L = \frac{S}{V_L} = \frac{5.000\ \text{VA}}{100\ \text{V}} = 50\ \text{A}$$

ao passo que se a tensão no secundário for 2000 V, a corrente máxima na carga será:

$$I_L = \frac{S}{V_L} = \frac{5.000\ \text{VA}}{2000\ \text{V}} = 2{,}5\ \text{A}$$

A potência de trabalho dos transformadores é especificada em termos de potência aparente, em vez de potência média, ou real, por uma razão que pode ser compreendida pela análise do circuito mostrado na Figura 22.34. Como a corrente através da carga é maior que aquela determinada pela potência aparente especificada, o transformador pode ser danificado permanentemente. Entretanto, observe que em virtude de a carga ser puramente capacitiva, a potência média na carga é zero. Portanto, a especificação de potência média não teria nenhum sentido do ponto de vista da proteção do transformador contra sobrecargas.

A relação de transformação do transformador que estamos discutindo pode ter dois valores. Se a tensão no secundário for 2.000 V, a relação de transformação será $a = N_p/N_s = V_g/V_L = 100\ \text{V}/2000\ \text{V} = 1/20$, e o transformador será um elevador de tensão. Se a tensão no secundário

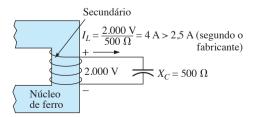



Figura 22.34 Demonstração do motivo pelo qual a potência de trabalho dos transformadores é especificada em kVA e não em kW.

for 100 V, a relação de espiras será $a = N_p/N_s = V_g/V_L$ = 2.000 V/100V = 20, e o transformador será um abaixador de tensão.

A corrente máxima no primário pode ser calculada utilizando a Equação 22.18:

$$I_p = \frac{I_s}{a}$$

que é igual a [2,5/(1/20)] = 50 A se a tensão no secundário for 2.000 V e (50 A/20) = 2,5 A se a tensão no secundário for 100 V.

Para compreender a necessidade de incluir a frequência entre os dados fornecidos pelo fabricante, considere a Equação 22.12:

$$E_p = 4{,}44 f_p N_p \text{F}_m$$

e a curva *B-H* do núcleo de ferro do transformador (veja a Figura 22.35).

Na maioria dos transformadores, o ponto de operação está no joelho da curva *B-H*. Se a frequência do sinal aplicado diminuir e N_p e E_p permanecerem inalterados, então ϕ_m aumentará, conforme determina a Equação 22.12:

$$\Phi_m \uparrow = \frac{E_p}{4.44 f_p \downarrow N_p}$$

O resultado é que o campo *B* ficará mais intenso, como se pode ver na Figura 22.35, fazendo com que o valor de *H* também aumente. A variação de corrente ΔI resultante pode induzir uma corrente muito alta no primário, podendo danificar o transformador.

Figura 22.35 Demonstração de como é importante conhecer a frequência do sinal aplicado a um transformador.

22.11 TIPOS DE TRANSFORMADORES

Os transformadores comerciais são oferecidos em diferentes formas e tamanhos. Entre os tipos mais comuns estão o transformador de alimentação, o transformador de áudio, o transformador de FI (frequência intermediária) e o transformador de RF (radiofrequência). Cada um deles é projetado para cumprir determinados requisitos de operação em determinadas áreas de aplicação. A Figura 22.36 mostra os símbolos dos três tipos básicos de transformadores.

Os métodos de construção variam de um transformador para outro. Duas das muitas formas de colocar os enrolamentos primário e secundário em um núcleo de ferro são mostradas na Figura 22.37. Nos dois casos, os núcleos são feitos de placas de material ferromagnético separadas por um isolante para reduzir as perdas por correntes parasitas. As placas de material ferromagnético também contêm uma pequena concentração de silício para aumentar a resistividade elétrica, o que ajuda a reduzir ainda mais as perdas por correntes parasitas.

A Figura 22.38 mostra outro tipo de transformador de núcleo de ferro. Esse transformador foi projetado para ter um perfil baixo (o modelo de 1,1 VA tem uma altura máxima de apenas 2,5 cm) para ser usado em aplicações de fonte de alimentação, controle e instrumentação. Trata-se, na verdade, de dois transformadores que compartilham o mesmo núcleo, com o primário e o secundário enrolados lado a lado. O esquema é mostrado na Figura 22.38 para uma única entrada de 115 V, 50/60 Hz, usando uma conexão em série com um terminal central para a saída. Para essa unidade, a tensão de saída é a linha de 10 V para o terminal central com uma corrente nominal de 0,11 A, satisfazendo a condição de que (10 V) (0,11 A) = 1,1 VA, conforme indicamos. Observe o uso da convenção do ponto, já discutida anteriormente, e a representação comercial dos enrolamentos do transformador.

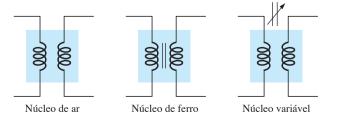



Figura 22.36 Símbolos de transformadores.

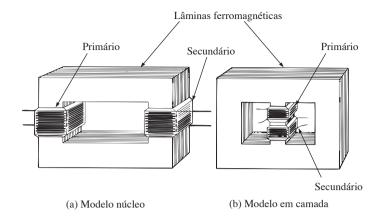



Figura 22.37 Duas formas de colocar os enrolamentos de um transformador com um núcleo de ferro.

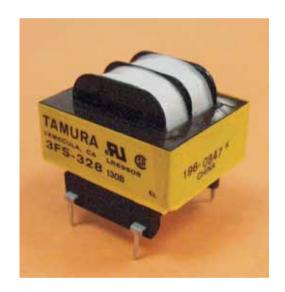
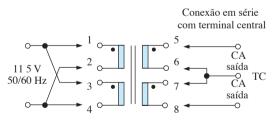



Figura 22.38 Transformador de potência laminado. (Cortesia da Tamura Corp. of America.)

O **autotransformador** [veja a Figura 22.39(b)] é um tipo de transformador de alimentação que, em vez de usar o princípio de dois circuitos (isolamento completo entre os enrolamentos), possui um enrolamento que é comum aos circuitos de entrada e de saída. As tensões induzidas estão relacionadas pela razão de espiras da mesma forma que nos transformadores comuns. Fazendo uma conexão adequada, um transformador pode ser usado como um autotransformador. A vantagem desse tipo de ligação é que ela torna possível trabalhar com uma potência aparente mais elevada. Isso pode ser demonstrado usando um transformador, visto na Figura 22.39 (a), como um autotransformador, conforme mostra a Figura 22.39(b).

No caso do transformador comum, note que $S = (\frac{1}{20}\text{A})(120\text{ V}) = 6\text{ VA}$, enquanto no caso do autotransformador, $S = (1\frac{1}{20}\text{A})(120\text{ V}) = 126\text{ VA}$, um valor muito maior que no caso do transformador comum. Observe também que as correntes e tensões nos enrolamentos são as mesmas nos dois casos. A desvantagem do autotransformador é óbvia: perda do isolamento entre os circuitos do primário e do secundário.

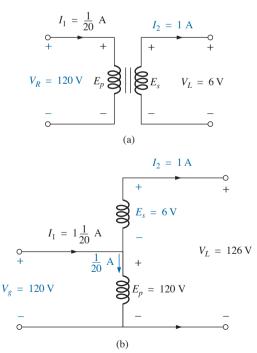



Figura 22.39 (a) Transformador comum; (b) autotransformador.

Figura 22.40 Transformadores de pulsos. (Sergei Devyatkin/Shutterstock.)

A Figura 22.40 mostra um transformador de pulsos projetado para uso em circuitos impressos, nos quais pulsos de grande amplitude e longa duração precisam ser transferidos sem saturação. A relação de espiras desse tipo de transformador varia de 1:1 até 5:1 com uma tensão máxima de operação de 240 V rms em 60 Hz. O modelo que aparece na parte superior da fotografia tem dois primários isolados, enquanto o que aparece mais abaixo é a variedade de carretel, contendo apenas um primário.

O transformador de áudio para banda ultralarga, mostrado na Figura 22.41, foi projetado para trabalhar na faixa de frequência de 300 Hz a 100 kHz. A unidade é muito pequena, com dimensões de 0,8 cm por 1 cm para a superfície e 1,2 cm de altura. A impedância CA no primário é de 200 kΩ TC, sendo de 1 kΩ no secundário. A razão de espiras é 14,1 TC:1 TC, com uma potência nominal máxima de 10 mW. A resistência CC do primário é de 5,3 kΩ, com 120 Ω no secundário.

22.12 TRANSFORMADORES COM DERIVAÇÃO E COM MAIS DE UMA CARGA

No caso do **transformador com derivação central** (primário), visto na Figura 22.42, no qual a tensão da derivação central no primário em relação à outra extremidade é definida como $E_p/2$, a relação entre E_p e E_s é dada por:

$$\frac{\mathbf{E}_p}{\mathbf{E}_s} = \frac{N_p}{N_s} \tag{22.37}$$

Para cada uma das metades do primário,

$$\mathbf{Z}_{1/2} = \left(\frac{N_p/2}{N_s}\right)^2 \mathbf{Z}_L = \frac{1}{4}\left(\frac{N_p}{N_s}\right)^2 \mathbf{Z}_L$$

com

$$\mathbf{Z}_{i(A-B)} = \left(\frac{N_p}{N_s}\right)^2 \mathbf{Z}_L$$

Portanto,

$$\mathbf{Z}_{1/2} = \frac{1}{4}\mathbf{Z}_i \tag{22.38}$$

No caso do **transformador de dois secundários** (transformador com duas cargas), visto na Figura 22.43, podemos usar as seguintes equações:

$$\frac{\mathbf{E}_i}{\mathbf{E}_2} = \frac{N_1}{N_2} \qquad \frac{\mathbf{E}_i}{\mathbf{E}_3} = \frac{N_1}{N_3} \qquad \frac{\mathbf{E}_2}{\mathbf{E}_3} = \frac{N_2}{N_3} \tag{22.39}$$

A impedância total de entrada pode ser determinada observando-se primeiro que, no caso do transformador ideal, a potência fornecida ao primário é igual à consumida pela carga. Ou seja,

$$P_1 = P_{L2} + P_{L3}$$

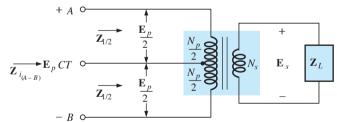



Figura 22.42 Transformador ideal com derivação central no primário.

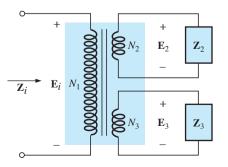



Figura 22.43 Transformador ideal com duas cargas.

Figura 22.41 Transformador de banda ultralarga. (Cortesia da Tamura Corp. of America)

e, no caso de cargas resistivas ($\mathbf{Z}_i = R_i$, $\mathbf{Z}_2 = R_2$ e $\mathbf{Z}_3 = R_3$),

$$\frac{E_i^2}{R_i} = \frac{E_2^2}{R_2} = \frac{E_3^2}{R_3}$$

ou, como $\quad E_2 = \frac{N_2}{N_1}E_i \quad$ e $\quad E_3 = \frac{N_3}{N_1}E_1$

então $$\frac{E_i^2}{R_i} = \frac{[(N_2/N_1)E_i]^2}{R_2} + \frac{[(N_3/N_1)E_i]^2}{R_3}$$

e $$\frac{E_i^2}{R_i} = \frac{E_i^2}{(N_1/N_2)^2R_2} + \frac{E_i^2}{(N_1/N_3)^2R_3}$$

Assim, $$\frac{1}{R_i} = \frac{1}{(N_1/N_2)^2R_2} + \frac{1}{(N_1/N_3)^2R_3} \qquad (22.40)$$

indicando que as resistências de carga são refletidas em paralelo.

No caso da configuração vista na Figura 22.44, com E_2 e E_3 definidos como mostrado, as equações 22.39 e 22.40 podem ser aplicadas.

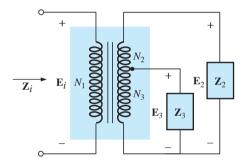



Figura 22.44 Transformador ideal com derivação no secundário e duas cargas.

22.13 CIRCUITOS COM INDUTORES MAGNETICAMENTE ACOPLADOS

No caso de circuitos com indutores magneticamente acoplados, o método de análise de malhas é usado com mais frequência. Uma compreensão correta da convenção do ponto, discutida anteriormente, permite escrever corretamente as equações das malhas. Antes de escrever a equação para uma malha em particular, verifique se o termo de indutância mútua é positivo ou negativo, tendo em mente que esse termo terá o mesmo sinal na outra malha que está acoplada magneticamente à outra considerada. No circuito de duas malhas, mostrado na Figura 22.45, por exemplo, o termo de indutância mútua é positivo, pois as duas correntes entram nos indutores pelos terminais assinalados com pontos. Na malha do primário (esquerda), temos:

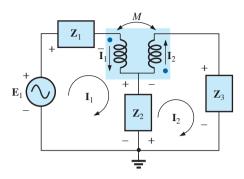



Figura 22.45 Aplicação do método das correntes de malhas a indutores magneticamente acoplados

$$\mathbf{E}_1 - \mathbf{I}_1\mathbf{Z}_1 - \mathbf{I}_1\mathbf{Z}_{L1} - \mathbf{I}_2\mathbf{Z}_m - \mathbf{Z}_2(\mathbf{I}_1 - \mathbf{I}_2) = 0$$

onde o valor de M em $\mathbf{Z}_m = \omega M \angle 90°$ é positivo, e

$$\mathbf{I}_1(\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_{L1} + \mathbf{Z}_2) - \mathbf{I}_2(\mathbf{Z}_2 - \mathbf{Z}_m) = \mathbf{E}_1$$

Observe na expressão acima que a impedância mútua foi tratada como se fosse uma indutância adicional em série com a indutância L_1, cujo sinal é determinado pela convenção do ponto e cuja tensão é determinada pela corrente na malha magneticamente acoplada.

Na malha do secundário (direita), temos:

$$-\mathbf{Z}_2(\mathbf{I}_2 - \mathbf{I}_1) - \mathbf{I}_2\mathbf{Z}_{L2} - \mathbf{I}_1\mathbf{Z}_m - \mathbf{I}_2\mathbf{Z}_3 = 0$$

ou $$\mathbf{I}_2(\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_{L2} + \mathbf{Z}_3) - \mathbf{I}_1(\mathbf{Z}_2 - \mathbf{Z}_m) = 0$$

No caso do circuito visto na Figura 22.46, existem termos de indutância mútua entre L_1 e L_2 (M_{12}) e entre L_1 e L_3 (M_{13}).

Para os enrolamentos com pontos (L_1 e L_3), como as correntes nas bobinas saem do ponto, M_{13} tem sinal positivo para as direções escolhidas para I_1 e I_3. Entretanto, como a corrente I_1 sai do ponto, passando por L_1, e I_2

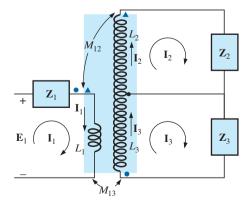



Figura 22.46 Aplicação do método das correntes de malha a um circuito com dois enrolamentos magneticamente acoplados.

entra no ponto após passar em L_2, M_{12} tem sinal negativo. Consequentemente, para o circuito de entrada,

$$\mathbf{E}_1 - \mathbf{I}_1\mathbf{Z}_1 - \mathbf{I}_1\mathbf{Z}_{L_1} - \mathbf{I}_2(-\mathbf{Z}_{m_{12}}) - \mathbf{I}_3\mathbf{Z}_{m_{13}} = 0$$

ou $$\mathbf{E}_1 - \mathbf{I}_1(\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_{L_1}) + \mathbf{I}_2\mathbf{Z}_{m_{12}} - \mathbf{I}_3\mathbf{Z}_{m_{13}} = 0$$

Na malha 2, temos:

$$-\mathbf{I}_2\mathbf{Z}_2 - \mathbf{I}_2\mathbf{Z}_{L_2} - \mathbf{I}_1(-\mathbf{Z}_{m_{12}}) = 0$$
$$-\mathbf{I}_1\mathbf{Z}_{m_{12}} + \mathbf{I}_2(\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_{L_2}) = 0$$

e na malha 3, temos:

$$-\mathbf{I}_3\mathbf{Z}_3 - \mathbf{I}_3\mathbf{Z}_{L_3} - \mathbf{I}_1\mathbf{Z}_{m_{13}} = 0$$

ou $$\mathbf{I}_1\mathbf{Z}_{m_{13}} + \mathbf{I}_3(\mathbf{Z}_3 + \mathbf{Z}_{L_3}) = 0$$

Na forma de determinante,

$$\begin{array}{llll}
\mathbf{I}_1(\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_{L_1}) & - \mathbf{I}_2\mathbf{Z}_{m_{12}} & + \mathbf{I}_3\mathbf{Z}_{m_{13}} & = \mathbf{E}_1 \\
-\mathbf{I}_1\mathbf{Z}_{m_{12}} & + \mathbf{I}_2(\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_{L_{12}}) & + 0 & = 0 \\
\mathbf{I}_1\mathbf{Z}_{m_{13}} & + 0 & + \mathbf{I}_3(\mathbf{Z}_3 + \mathbf{Z}_{13}) & = 0
\end{array}$$

22.14 APLICAÇÕES

O transformador tem aparecido ao longo deste livro em diversas aplicações, como fonte de corrente contínua, pistola de solda e transformador *flyback* em um simples flash de uma câmera. Nessas aplicações, os transformadores foram usados para aumentar ou diminuir o valor da tensão ou da corrente, atuar como dispositivo de casamento de impedância ou, em alguns casos, funcionar com dupla função: como transformador e elemento reativo. Eles são, portanto, comuns em uma grande variedade de sistemas, o que justifica um empenho em conhecer melhor as suas características gerais. Para a maioria das aplicações hoje em dia, o projeto de transformadores pode ser considerado 100 por cento eficiente. Ou seja, a potência aplicada é igual à transferida à carga. Entretanto, em geral, eles são frequentemente os elementos de maiores dimensões em um projeto e, por causa da não linearidade da curva *B-H*, podem provocar alguma distorção na forma de onda de saída. Por enquanto, deve ficar claro que eles são úteis apenas em situações nas quais a tensão aplicada varia com o tempo. A aplicação de uma tensão CC no primário resulta em 0 V no secundário, porém, a aplicação de uma tensão variável no tempo, não importando qual seja a sua forma de onda, resulta em uma tensão no secundário. Lembre-se sempre de que, mesmo que o transformador possa fornecer uma isolação entre os circuitos do primário e do secundário, ele pode transformar a impedância de carga do primário em um valor que pode influenciar significativamente o comportamento do circuito, mesmo que a menor impedância no secundário possa ser usada para parecer muito grande no primário quando for utilizado um transformador abaixador.

Os transformadores, assim como todos os outros componentes que podemos usar, têm especificações de potência. Quanto maior for a potência especificada, maior será o transformador, principalmente por causa dos condutores de maior diâmetro usados nos enrolamentos para comportarem a corrente. O tamanho de um transformador também é uma função da frequência em que ele opera. Quanto menor a frequência, maior o transformador, como pode ser facilmente reconhecido pelas dimensões dos transformadores de fontes de alimentação (que também é afetado pelos valores de corrente, conforme mencionado anteriormente). Para um mesmo valor de potência, quanto maior a frequência do transformador, menor ele será. Devido às correntes parasitas e às perdas por histerese em um transformador, o projeto do núcleo é muito importante. Um núcleo maciço introduziria altos valores de tais perdas, enquanto outro construído de folhas de aço de alta permeabilidade, separadas por um isolante adequado, reduziria significativamente essas perdas.

Embora tenham uma estrutura simples, os transformadores são reconhecidos como um dos principais componentes dos sistemas elétricos e eletrônicos. Não existe publicação sobre novos componentes que não inclua um novo projeto para as diversas aplicações desenvolvidas a cada dia.

Pistola de solda

A solda é uma operação que é realizada pela aplicação de calor não afetado pelas características térmicas dos materiais envolvidos. Em outras palavras, o calor aplicado não deve ser sensível aos parâmetros mutáveis do material da solda, os metais envolvidos e as condições de solda. O arco (uma corrente intensa) estabelecido no processo de solda deverá permanecer fixo em módulo, para garantir uma solda uniforme. Isso é realizado mais facilmente garantindo uma corrente fixa no sistema, embora as características da carga possam mudar ¾ ou seja, garantindo uma fonte de corrente constante, com corrente suficiente para estabelecer o arco exigido para o equipamento de solda ou mesmo o aquecimento da ponta de ferro de soldagem. Outro requisito para o processo de soldagem é que o calor desenvolvido seja suficiente para elevar a solda ao seu ponto de fusão de cerca de 427ºC.

A pistola de solda, vista na Figura 22.47(a), emprega uma técnica exclusiva para estabelecer uma corrente fixa na ponta de solda. A ponta de solda, na verdade, faz parte de um enrolamento secundário do transformador, com apenas uma espira como seu secundário, como mostra a Figura 22.47(b). Por causa das altas correntes que serão

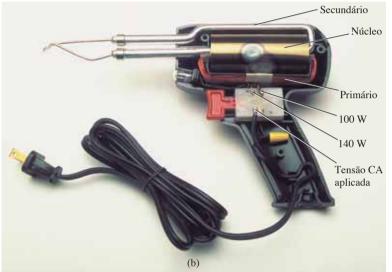
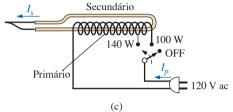



Figura 22.47 Pistola de solda: (a) aparência; (b) construção interna; (c) controle da relação de espiras.

estabelecidas nesse secundário de uma espira, ele é muito grande, garantindo que possa lidar com a corrente e minimizar seu nível de resistência. O primário do transformador tem muitas voltas de um fio fino, para estabelecer a razão de espiras necessária para determinar a corrente exigida no secundário. A unidade Universal® da Figura 22.47 tem o valor nominal de 140 W/100 W, indicando que tem dois níveis de potência controlados pelo gatilho. Ao puxar o gatilho, o primeiro nível será em 100 W, e um gatilho totalmente pressionado fornecerá 140 W de potência. A indutância do primário é de 285 mH na posição de 140 W e 380 mH na posição de 100 W, indicando que a chave controla quantos enrolamentos do primário farão parte da ação do transformador para cada potência, como pode ser visto na Figura 22.47(c). Como a indutância é uma função direta do número de espiras, a posição de 140 W tem menos espiras do que a posição de 100 W. A resistência CC do primário foi considerada como aproximadamente 11,2 Ω para a posição de 140 W e 12,8 Ω para a posição de 100 W, o que também faz sentido, pois mais espiras exigirão um fio maior, e a resistência deverá aumentar de modo correspondente.

Sob condições operacionais nominais, a corrente do primário para cada posição pode ser determinada pela lei de Ohm, da seguinte forma:

Para 140 W,

$$I_p = \frac{P}{V_p} = \frac{140\text{ W}}{120\text{ V}} = \mathbf{1{,}17\ A}$$

Para 100 W,

$$I_p = \frac{P}{V_p} = \frac{100\text{ W}}{120\text{ V}} = \mathbf{0{,}83\ A}$$

Como é de se esperar, a demanda de corrente é maior para a posição de 140 W que para a posição de 100 W. O

uso dos valores medidos da indutância e resistência de entrada para a posição de 140 W gera o circuito equivalente da Figura 22.48(a). Usando os 60 Hz aplicados para determinar a reatância do enrolamento e depois determinando a impedância total apresentada pelo primário, obtemos o seguinte para a corrente da fonte:

$$X_L = 2\pi fL = 2\pi(60\text{ Hz})(285\text{ mH}) = 107{,}44\ \Omega$$

$$\mathbf{Z}_T = R + jX_L = 11{,}2\ \Omega + j\,107{,}44\ \Omega$$

e $$= 108{,}02\ \Omega \angle 84{,}05°$$

de modo que $$|I_p| = \left|\frac{E}{Z_T}\right| = \frac{120\text{ V}}{108{,}02\ \Omega} = \mathbf{1{,}11\ A}$$

que corresponde aproximadamente ao valor nominal.

Para o nível de 100 W da Figura 22.48(b), o resultado seria a análise a seguir:

$$X_L = 2\pi fL = 2\pi(60\text{ Hz})(380\text{ mH}) = 143{,}26\ \Omega$$

e $$\mathbf{Z}_T = R + jX_L = 12{,}8\ \Omega + j\,143{,}26\ \Omega$$

$$= 143{,}83\ \Omega \angle 84{,}89°$$

de modo que $$|I_p| = \left|\frac{E}{Z_T}\right| = \frac{120\text{ V}}{143{,}83\ \Omega} = \mathbf{0{,}83\ A}$$

aproximado até a casa dos centésimos com o valor calculado a partir das condições nominais.

A remoção da ponta e a medição das tensões de primário e secundário resultou em 120 V/0,38 V para a posição de 140 W e 120 V/0,31 V para a posição de 100 W, respectivamente. Como as tensões de um transformador estão diretamente relacionadas à relação de espiras, a relação do número de espiras no primário (N_p) com o do secundário (N_s) pode ser estimada pelo seguinte para cada posição:

Para 140 W,

$$\frac{N_p}{N_s} = \frac{120\text{ V}}{0{,}38\text{ V}} \cong \mathbf{316}$$

Para 100 W,

$$\frac{N_p}{N_s} = \frac{120\text{ V}}{0{,}31\text{ V}} \cong \mathbf{387}$$

Examinando a fotografia da Figura 22.47(b), certamente o leitor poderia considerar que existem 300 ou mais espiras no enrolamento do primário.

As correntes de um transformador são relacionadas pela razão de espiras da seguinte maneira, permitindo um cálculo da corrente do secundário para cada posição:

Para 140 W,

$$I_s = \frac{N_p}{N_s} I_p = 316(1{,}17\text{ A}) \cong \mathbf{370\ A}$$

Para 100 W,

$$I_s = \frac{N_p}{N_s} I_p = 387(0{,}83\text{ A}) \cong \mathbf{321\ A}$$

Nitidamente, a corrente do secundário é muito maior para a posição de 140 W. O uso de um Amp-Clamp® mostrou que a corrente no secundário excedeu os 300 A quando a tensão foi aplicada e a ponta de solda estava fria. Porém, à medida que a ponta aquecia devido aos altos níveis de corrente, a corrente pelo primário caiu para cerca de 215 A na posição de 140 W e para 180 A na posição de 100 W. Essas altas correntes são parte do motivo pelo qual o tempo de vida da maior parte das pontas de solda nessas pistolas ser de aproximadamente 20 horas. Por fim, a ponta simplesmente começará a derreter. Usando esses níveis de corrente e os valores de potência indicados, podemos aproximar a resistência do secundário da seguinte forma:

Para 140 W,

$$R = \frac{P}{I^2} = \frac{140\text{ W}}{(215\text{ A})^2} \cong \mathbf{3\ m\Omega}$$

Para 100 W,

$$R = \frac{P}{I^2} = \frac{100\text{ W}}{(180\text{ A})^2} \cong \mathbf{3\ m\Omega}$$

que é baixa, conforme é de se esperar quando se considera a área do secundário e o fato de que ponta de aplicação é uma seção curta de cobre folheado com estanho, com baixa resistência.

Figura 22.48 Circuitos equivalentes para a pistola de solda da Figura 22.47(a): na posição de 140 W; (b) na posição de 100 W.

Uma das vantagens mais óbvias da pistola de solda em relação ao ferro de solda é que a pistola desliga quando você solta o gatilho, reduzindo assim os custos de energia e estendendo a vida da ponta. A aplicação de corrente CC ao invés de CA para desenvolver uma corrente constante seria impraticável, porque a alta demanda de corrente exigiria uma série de grandes baterias em paralelo.

Essa investigação foi interessante, particularmente pela maneira como a característica de corrente constante foi estabelecida, os níveis de corrente foram estabelecidos e pela excelente maneira como parte da teoria introduzida no texto foi analisada.

Compensação em baixa tensão

Às vezes, durante o ano, picos de demanda nas concessionárias de energia elétrica podem resultar em diminuição na tensão da rede elétrica. No meio do de verão, por exemplo, a tensão na rede pode cair de 120 V para 100 V em função de uma carga mais intensa, devido principalmente ao uso mais frequente de aparelhos condicionadores de ar. Entretanto, esses aparelhos não funcionam muito bem em condições de baixa tensão. Assim, a opção a seguir do uso de um autotransformador pode ser a solução.

Na Figura 22.49(a), um aparelho condicionador de ar, que consome 10 A em 120 V, está conectado por meio de um autotransformador numa fonte cujo valor da tensão caiu para 100 V. Considerando uma eficiência de 100 por cento, a corrente drenada da rede elétrica teria de ser de 12 A para garantir que $P_i = P_o = 1.200$ W. Usando a análise apresentada na Seção 22.11, vemos que a corrente no enrolamento primário é 2 A com 10 A no secundário. A corrente de 12 A existirá apenas na rede conectando a fonte ao primário. Se o valor da tensão fosse aumentado usando um transformador elevador tradicional, mostrado na Figura 22.49(b), teríamos os mesmos valores de corrente na fonte e na carga. Entretanto, note que a corrente através do primário agora é 12 A, que corresponde a 6 vezes a do autotransformador. O resultado é que o enrolamento do autotransformador pode ter um fio muito mais fino devido a uma corrente significativamente menor.

Agora examinaremos a relação de espiras necessária e o número de espiras envolvido em cada caso (estabelecendo uma relação de uma espira para cada volt no primário e no secundário).

No caso do autotransformador,

$$\frac{N_s}{N_p} = \frac{V_s}{V_p} = \frac{10\text{ V}}{100\text{ V}} \Rightarrow \frac{10\text{ t}}{100\text{ t}}$$

No caso de um transformador tradicional,

$$\frac{N_s}{N_p} = \frac{V_s}{V_p} = \frac{120\text{ V}}{100\text{ V}} \Rightarrow \frac{120\text{ t}}{100\text{ t}}$$

Portanto, resumindo, o autotransformador tem apenas 10 espiras no secundário, enquanto o transformador tradicional tem 120 espiras. No caso do autotransformador são necessárias apenas 10 espiras de um fio grosso que trabalhe com uma corrente de 10 A, e não todas as 120 espiras necessárias no caso do transformador tradicional. Além disso, o número total de espiras para o autotransformador é 110 em comparação com 220 para o transformador tradicional.

O resultado final do que foi discutido acima é que, mesmo perdendo a proteção de isolação oferecida, o autotransformador pode ser muito menor em tamanho e peso e, portanto, de menor custo.

Transformador para lâmpada fluorescente (reator)

Até recentemente, todas as lâmpadas fluorescentes, como as que aparecem na Figura 22.50(a), tinham um transformador (reator), como mostra a Figura 22.50(b). Em muitos casos, o seu peso isolado é quase igual ao da própria luminária. Nos últimos anos foi desenvolvido um transformador equivalente em estado sólido (eletrônico) que, com o tempo, substituirá a maioria dos reatores.

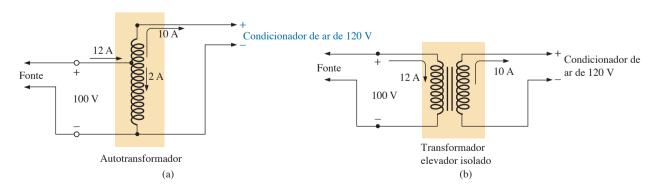



Figura 22.49 Obtenção de uma fonte de 120 V para acionar uma aparelho condicionador de ar: (a) usando um autotransformador; (b) usando um transformador elevador tradicional.

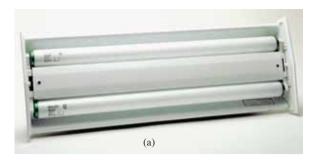
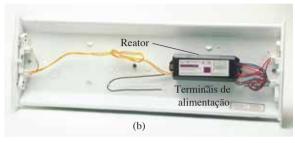



Figura 22.50 Lâmpada fluorescente: (a) aparência externa; (b) vista interna mostrando o reator.

As conexões básicas para uma única lâmpada fluorescente são mostradas na Figura 22.51(a). Note que o transformador está conectado como um autotransformador com toda a tensão de 120 V aplicada ao primário. Quando a chave é fechada, a tensão aplicada e a tensão no secundário se somam e estabelecem a corrente através dos filamentos da lâmpada fluorescente. O *starter* fica inicialmente em curto-circuito para estabelecer o caminho contínuo pelos dois filamentos. Nas lâmpadas fluorescentes mais antigas, o *starter* era um dispositivo cilíndrico com dois contatos, como mostra a Figura 22.51(b), que de vez em quando tinha de ser substituído. Ele ficava diretamente sob a lâmpada fluorescente, próximo a uma de suas conexões. Agora, conforme mostra o desenho da parte interna de um reator na Figura 22.51(c), o *starter* é normalmente construído dentro do reator, não mais necessitando de substituição. A tensão estabelecida pela ação de um autotransformador é suficiente para aquecer o filamento, mas não proporciona nenhuma luz na lâmpada fluorescente, que é um longo tubo coberto internamente

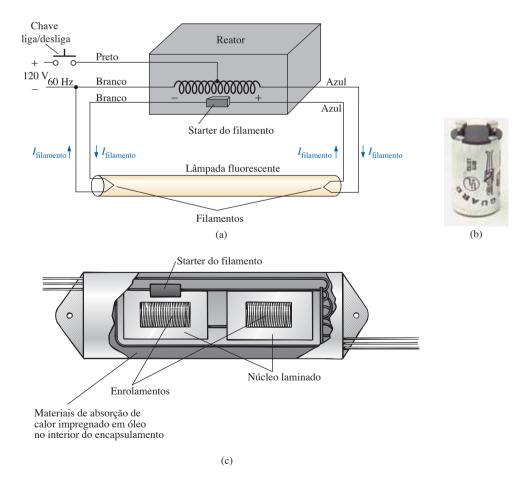



Figura 22.51 (a) Diagrama contendo uma única lâmpada fluorescente; (b) starter; (c) vista interna do reator.

com uma tinta fluorescente. O tubo é preenchido com gás inerte e uma pequena quantidade de mercúrio líquido. A distância entre os eletrodos nas extremidades da lâmpada é muito grande para que a tensão do autotransformador possa estabelecer uma condução. Para superar esse problema, os filamentos são aquecidos primeiro conforme descrito anteriormente para converter o mercúrio (que é um bom condutor) do estado líquido para o gasoso. A condução pode então ser feita pela aplicação de um grande potencial nos eletrodos, estabelecido quando o starter (uma chave térmica que abre quando ele alcança uma determinada temperatura) abre fazendo com que a corrente no indutor caia do valor estabelecido para zero ampère. Essa rápida queda na corrente estabelece um pico de tensão muito alto nas bobinas do autotransformador, conforme determinado por $v_L = L(di_L/dt)$. Esse pico significativo de tensão aparece também na lâmpada, estabelecendo uma corrente entre os eletrodos. Então, é gerada uma luz à medida que os elétrons colidem com a superfície fluorescente na parte interna do tubo. A persistência da cobertura interna é que ajuda a encobrir a oscilação no nível de condução, devido à baixa frequência (60 Hz) da fonte que resultaria em luz cintilante. O starter permanece aberto até a próxima vez que a lâmpada for ligada. A corrente entre os eletrodos será então mantida somente pela tensão do autotransformador. Essa corrente tem um valor relativamente baixo em função da reatância do enrolamento secundário no circuito-série resultante. Em outras palavras, o autotransformador deslocou para um circuito, que agora está fornecendo uma reatância para o circuito secundário limitar a corrente através da lâmpada. Sem esse fator de limitação, a corrente através da lâmpada seria tão alta que esta 'queimaria' rapidamente. Essa ação das bobinas do transformador, que gera a tensão necessária e funciona como um indutor para limitar a corrente, resultou na terminologia geral de *reatância de oscilação*.

O fato de a luz não ser gerada por uma queda de tensão *IR* no filamento da lâmpada é o motivo de elas serem tão eficientes em termos de conversão de energia. De fato, em uma lâmpada incandescente, cerca de 75 por cento da energia aplicada é perdida na forma de calor, sendo que 25 por cento é convertida em emissão de luz. No caso de uma lâmpada fluorescente, mais de 70 por cento da energia é convertida em luz e 30 por cento representa perdas na forma de calor. Via de regra, podemos considerar que a emissão de luz de uma lâmpada fluorescente de 40 W (tal como a que é vista na Figura 22.50(a) com duas lâmpadas de 20 W) equivale a uma lâmpada incandescente de 100 W.

Outra diferença interessante entre lâmpadas incandescentes e fluorescentes é a maneira de se determinar se elas estão boas ou ruins. No caso da lâmpada incandescente, é bastante óbvio quando elas apagam por completo. Entretanto, no caso das lâmpadas fluorescentes, considerando-se que o reator esteja funcionando bem, a lâmpada começará a diminuir a luminosidade de acordo com o tempo de uso. Os eletrodos adquirem uma camada que diminui a eficiência, e a camada na superfície interna do tubo começa a se deteriorar.

Lâmpadas fluorescentes de *partida rápida* diferem no funcionamento apenas pelo fato de que a tensão gerada pelo transformador é suficientemente grande para pulverizar o gás interno e iniciar a condução, evitando, dessa maneira, a necessidade de um starter e eliminando o tempo de aquecimento dos filamentos. Com o tempo, o reator em estado sólido provavelmente será a opção preferida devido a sua resposta rápida, alta eficiência e menor peso, porém, a transição requer algum tempo. Entretanto, a operação básica é a mesma.

Devido ao gás flúor (do qual se originou o nome lâmpada *fluorescente*) e ao mercúrio nas lâmpadas fluorescentes, elas têm de ser descartadas com cuidado. Procure saber qual a melhor maneira de descartar as lâmpadas usadas. Quebrá-las para colocá-las em uma sacola plástica pode ser uma alternativa muito perigosa. Caso aconteça a quebra de uma lâmpada e você venha a se cortar, vá diretamente ao médico, pois há risco de intoxicação com o mercúrio ou o flúor.

Progressos recentes

Conforme indicamos no Capítulo 4, a lâmpada fluorescente compacta (ou econômica) teve um impacto tremendo sobre o movimento 'verde', com países inteiros determinados a passar para o lado fluorescente nos próximos 3 a 4 anos. Entretanto, o projeto das lâmpadas econômicas é eletrônico por natureza, e não usa o mecanismo de reator e starter descrito nessa seção, embora seu modo de operação seja o mesmo. Observe, na Figura 4.25, o invólucro do circuito eletrônico contido em cada lâmpada, resultando no custo mais alto em comparação com a lâmpada incandescente. Observe particularmente o pequeno transformador no centro, usado para estabelecer a tensão de disparo exigida. Outro impacto na indústria de iluminação está ligado ao crescente interesse pelas lâmpadas de LEDs (diodos emissores de luz), que possuem tempos de vida ainda maiores do que as lâmpadas econômicas e não exigem nenhum tipo de mecanismo de disparo. Porém, assim como qualquer nova fonte de luz, existem aspectos positivos e negativos em cada método. Alguns sugerem que o futuro está na mistura do uso, dependendo da aplicação, custo envolvido e efeito sobre o ambiente. Porém, no lado muito positivo, é bom ter opções, e o futuro está cheio de promessas.

22.15 ANÁLISE COMPUTACIONAL

PSpice

Transformador (fontes controladas). Agora investigaremos o funcionamento de um transformador em uma

configuração simples, mostrada na Figura 22.52, usando fontes controladas para fazer o papel de um transformador de acordo com a definição de suas relações básicas de tensão e corrente.

Para fins de comparação, a solução teórica do circuito é a seguinte:

$$Z_i = a^2 Z_L = \left(\frac{1}{4}\right)^2 100\ \Omega = 6{,}25\ \Omega$$

e
$$E_p = \frac{(6{,}25\ \Omega)(20\ \text{V})}{6{,}25\ \Omega + 10\ \Omega} = 7{,}692\ \text{V}$$

com
$$E_s = \frac{1}{a}E_p = \frac{1}{(1/4)}(7{,}692\ \text{V}) = 4(7{,}692\ \text{V}) = 30{,}77\ \text{V}$$

e
$$V_L = E_s = \mathbf{30{,}77\ V}$$

No caso do transformador ideal, a tensão no secundário é definida por $E_s = N_s/N_p(E_p)$, que para o circuito visto na Figura 22.52 é $E_s = 4E_p$. O fato de que a amplitude de uma tensão é controlada por outra requer que usemos a fonte **VCVS (Voltage-Controlled Voltage Source)** encontrada na biblioteca **ANALOG**. Essa fonte aparece como **E** em **Part List**, e tem o formato mostrado na Figura 22.53. A tensão de controle é **E1**, e a tensão controlada aparece nos dois terminais do símbolo circular de fonte de tensão. Um duplo clique no símbolo da fonte permite ajustar **GAIN** em, por exemplo, 4. Note na Figura 22.53 que a tensão de controle corresponde à tensão no primário do circuito mostrado na Figura 22.52, e a tensão de saída

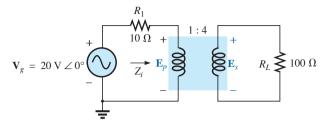



Figura 22.52 Uso do PSpice na simulação de um transformador elevador de tensão.

está conectada diretamente no resistor de carga **RL**. Não existe nenhuma dificuldade em fazer as conexões necessárias devido ao formato da fonte **E**.

O próximo passo é estabelecer a relação de corrente do transformador. Como a intensidade de uma corrente é controlada pela intensidade da outra corrente na mesma configuração, a fonte **CCCS (Current-Controlled Current Source)** tem de ser usada. Essa fonte também se encontra na biblioteca **ANALOG**, em **Part List**, como **F**, e tem o formato visto na Figura 22.53. Note que as duas correntes têm o mesmo sentido. No caso de um transformador ideal, $I_p = N_s/N_p(I_s)$, que equivale a $I_p = 4I_s$ para o circuito visto na Figura 22.52. O ganho, nesse caso, pode ser ajustado usando-se o mesmo procedimento definido no caso da fonte **E**. Como a corrente no secundário é a corrente controlada, ela tem de ser inserida na fonte **F** no mesmo sentido, conforme indicado na fonte controlada. Ao fazer essa conexão, não se esqueça de clicar em um local antes de cruzar o fio do circuito primário para então clicar novamente após cruzar o fio. Se isso for feito corretamente, não aparecerá um ponto de conexão indicado

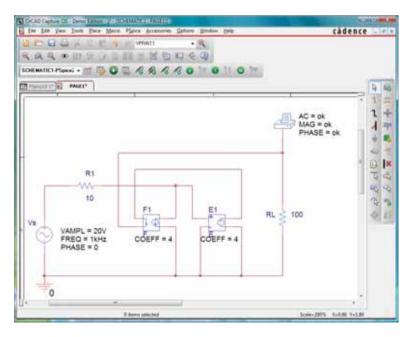



Figura 22.53 Uso do PSpice para determinar o módulo e o ângulo de fase para a tensão na carga do circuito visto na Figura 22.52.

```
**   Profile: "SCHEMATIC1-PSpice 22-1"
[ C:\ICA12\PSpice\PSpice 22-1-PSpiceFiles\SCHEMATIC1\PSpice 22-1.sim ]

****     AC ANALYSIS                 TEMPERATURE =   27.000 DEG C

************************************************************************

FREQ          VM(N00908)                  VP (N00908)
1.000E+03     3.077E+01                   0.000E+00
```

Figura 22.54 Arquivo de saída para a análise indicada na Figura 22.53.

por um pequeno círculo vermelho. A corrente controlada I_{R_1} pode ser conectada como mostrado, pois a conexão **E1** é usada apenas para detectar o nível da tensão por ter uma impedância que é praticamente infinita, podendo ser vista como um circuito aberto. Em outras palavras, a corrente através de **R1** será a mesma na fonte controlada **F**.

Para a simulação foi configurado **AC Sweep** e 1 kHz para **Start Frequency** e **End Frequency**. Selecionou-se um ponto de dado por década e a simulação foi iniciada. Após aparecer a tela **SCHEMATIC1**, a janela foi fechada e a sequência **PSpice-View Output File** ativada para se obter a solução **AC ANALYSIS** vista na Figura 22.54. Note que a tensão é 30,77 V, que é exatamente o mesmo valor obtido na solução teórica.

Multisim

Transformador (biblioteca). O Multisim agora é usado para analisar a mesma configuração e o mesmo transformador que vimos usando o Pspice. Na Figura 22.55, obtenha a fonte selecionando primeiro **Place Source**, para abrir a caixa de diálogo **Select a Component**. Selecione **SIGNAL_VOLTAGE** seguido por **AC_VOLTAGE** e clique em **OK**. Para a fonte, são definidos valores de pico, daí a diferença no valor definido na Figura 22.55 e a leitura do múltimetro rms. Obtenha o transformador selecionando **Place Basic-Family-BASIC_VIRTUAL-TS_VIRTUAL**. Depois, selecione a relação de espiras 2 para abrir a caixa de

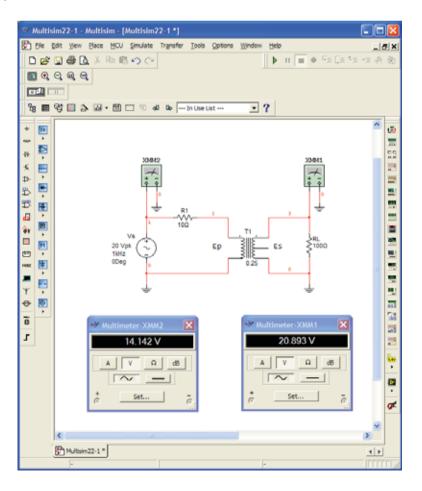



Figura 22.55

diálogo **TS_VIRTUAL**. Mude a **Primary-to-Secondary Turns Ratio:** para 0,25 nesse exemplo.

O restante da configuração é construído por meio das técnicas descritas anteriormente. Uma simulação resulta nas medições que aparecem na Figura 22.55. A mudança do valor rms de 20,893 V para o valor de pico resulta em 29,54 V, que é muito próximo daquele que obtivemos usando o PSpice.

PROBLEMAS

Seção 22.2 Indutância mútua

1. Considerando o transformador de núcleo de ar visto na Figura 22.56:
   a) determine: o valor de L_s se a indutância mútua M for igual a 40 mH.
   b) determine: as tensões induzidas e_p e e_s se o fluxo no enrolamento primário estiver variando à razão de 0,08 Wb/s.
   c) determine: as tensões induzidas e_p e e_s se a corrente i_p variar a uma taxa de 0,3A/ms.

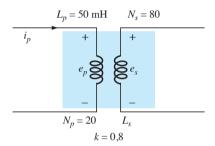



Figura 22.56 Problemas 1, 2 e 3.

2. **a)** Repita o Problema 1 para $k = 1$.
   b) Repita o Problema 1 para $k = 0{,}2$.
   c) Compare os resultados dos itens (a) e (b).
3. Repita o Problema 1 para $k = 0{,}3$, $N_p = 300$ espiras e $N_s = 25$ espiras.

Seção 22.3 O transformador de núcleo de ferro

4. Considerando o transformador de núcleo de ferro ($k = 1$) mostrado na Figura 22.57:

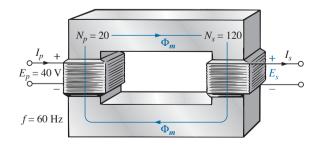



Figura 22.57 Problemas 4, 5 e 7.

   a) determine: o módulo da tensão induzida E_s.
   b) determine: o fluxo máximo ϕ_m.
5. Repita o Problema 4 para $N_p = 240$ e $N_s = 30$.
6. Calcule a tensão aplicada a um transformador de núcleo de ferro se a tensão no secundário for 240 V, $N_p = 60$ e $N_s = 720$.
7. Se o fluxo máximo no núcleo do transformador do Problema 4 for 3,75 mWb, determine a frequência da tensão de entrada.

Seção 22.4 Impedância refletida e potência

8. Considerando o transformador de núcleo de ferro visto na Figura 22.58:
   a) determine a corrente I_L e a tensão V_L se $a = 1/5$, $I_p = 2$ A e Z_L for um resistor de 2 Ω.
   b) determine a resistência de entrada para os dados especificados no item (a).
9. Determine a impedância de entrada do transformador visto na Figura 22.58 para $a = 2$, $I_p = 4$ A e $V_g = 120$ V.
10. Determine a tensão V_g e a corrente I_p se a impedância de entrada do transformador de núcleo de ferro da Figura 22.58 for 4 Ω, $V_L = 600$ V e $a = 1/4$.
11. Se $V_L = 240$ V, Z_L é um resistor de 20 Ω $I_p = 0{,}05$ A e $N_s = 50$, determine o número de espiras do enrolamento primário do transformador de núcleo de ferro visto na Figura 22.58.

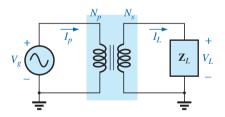



Figura 22.58 Problemas 8 a 12.

12. **a)** Se $N_p = 400$, $N_s = 1.200$ e $V_g = 100$ V, determine o valor de I_p no circuito da Figura 22.58 se $Z_L = 12\ \Omega + j\ 12\ \Omega$.
    c) determine: a tensão V_L e a corrente I_L para as condições do item (a).

Seção 22.5 Casamento de impedância, isolamento e medidas de posição

13. **a)** Dado o circuito visto na Figura 22.59, determine a relação de transformação necessária para que a potência fornecida ao alto-falante seja máxima.
    b) Calcule a potência máxima fornecida ao alto-falante.

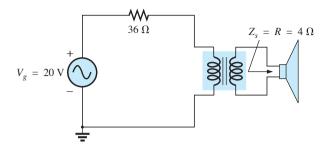



Figura 22.59 Problema 13.

Seção 22.6 Circuito equivalente (transformador de núcleo de ferro)

14. Dado o transformador visto na Figura 22.60, determine:
a) a resistência equivalente R_e;
b) a reatância equivalente X_e;
c) o circuito equivalente refletido para o primário;
d) a corrente no primário para $\mathbf{V}_g = 50\ \text{V}\ \angle 0°$;
e) a tensão na carga V_L;
f) o diagrama de fasores do circuito refletido para o primário;
g) o novo valor da tensão na carga considerando que o transformador é ideal com uma relação de espiras de 4:1. Compare o resultado com o do item (e).

15. Para o transformador visto na Figura 22.60, se a carga resistiva for substituída por uma reatância indutiva de 20 Ω:
a) Determine a impedância total refletida para o primário.
b) Calcule a corrente no primário $\mathbf{I}_p$.
c) Determine as tensões em R_e e X_e e calcule a carga refletida.
d) Construa o diagrama de fasores.

16. Repita o Problema 15 para uma carga capacitiva com uma reatância de 20 Ω.

Seção 22.7 Efeito da frequência

17. Descreva com as próprias palavras os efeitos da frequência sobre o funcionamento dos transformadores. Use o circuito equivalente aplicável e os efeitos de frequência que aparecem neste capítulo.

Seção 22.8 Conexão em série de indutores mutuamente acoplados

18. Determine a indutância total dos indutores em série vistos na Figura 22.61.

19. Determine a indutância total dos indutores em série vistos na Figura 22.62.

20. Determine a indutância total dos indutores em série vistos na Figura 22.63.

21. Escreva as equações de malha do circuito mostrado na Figura 22.64.

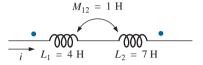



Figura 22.61 Problema 18.

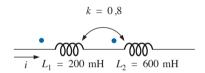



Figura 22.62 Problema 19.

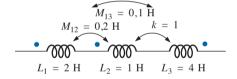



Figura 22.63 Problema 20.

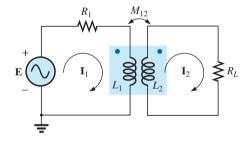



Figura 22.64 Problema 21.

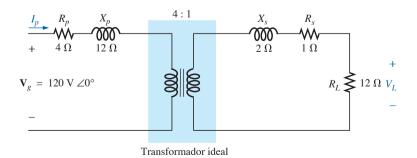



Figura 22.60 Problemas de 14 a 16, 30 e 31.

Seção 22.9 O transformador de núcleo de ar

22. Determine a impedância de entrada do transformador de núcleo de ar visto na Figura 22.65. Desenhe o circuito refletido para o primário.

Seção 22.10 Dados fornecidos pelo fabricante

23. Um transformador ideal está especificado para 10 kVA, 2.400/120 V e 60 Hz.
- **a)** Determine a relação de transformação se a tensão no secundário for 120 V.
- **b)** Determine a corrente no secundário se a tensão no secundário for 120 V.
- **c)** Determine a especificação de corrente no primário se a tensão no secundário for 120 V.
- **d)** Repita os itens (a) até (c) se a tensão no secundário for 2.400 V.

Seção 22.11 Tipos de transformadores

24. Calcule as tensões no primário e no secundário e as correntes no autotransformador visto na Figura 22.66.

Seção 22.12 Transformadores com derivação e com mais de uma carga

25. Para o transformador com derivação central, visto na Figura 22.42, com $N_p = 100$, $N_s = 25$, $Z_L = R \angle 0° = 5\Omega \angle 0°$ e $\mathbf{E}_p = 100 \text{ V} \angle 0°$:
- **a)** Determine a tensão e corrente na carga.
- **b)** Encontre a impedância $\mathbf{Z}_i$.
- **c)** Calcule a impedância $\mathbf{Z}_{1/2}$.

26. Para o transformador com dois secundários vistos na Figura 22.43, com $N_1 = 90$, $N_2 = 15$, $N_3 = 45$, $\mathbf{Z}_2 = R_2\angle 0° = 8\Omega\angle 0°$, $\mathbf{Z}_3 = R_L\angle 0° = 5\Omega\angle 0°$, e $\mathbf{E}_i = 60\text{V}\angle 0°$:
- **a)** Determine a tensão e corrente na carga.
- **b)** Calcule a impedância $\mathbf{Z}_1$.

27. Para o transformador com derivação no secundário, mostrado na Figura 22.44, com $N_1 = 120$, $N_2 = 40$, $N_3 = 30$, $\mathbf{Z}_2 = R_2 \angle 0° = 12\ \Omega \angle 0°$, $\mathbf{Z}_3 = R_3 \angle 0° = 10\ \Omega \angle 0°$ e $\mathbf{E}_1 = 120 \text{ V} \angle 60°$:
- **a)** Determine a tensão e a corrente na carga.
- **b)** Calcule a impedância $\mathbf{Z}_1$.

Seção 22.13 Circuitos com indutores magneticamente acoplados

28. Escreva as equações de malha do circuito visto na Figura 22.67.

29. Escreva as equações de malha do circuito visto na Figura 22.68.

Seção 22.15 Análise computacional

PSpice ou Multisim

***30.** Gere o esquema para o circuito da Figura 22.60 e calcule a tensão V_L.

***31.** Desenvolva uma técnica utilizando o PSpice ou o Multisim para calcular a impedância de entrada na fonte do circuito visto na Figura 22.60.

***32.** Usando um transformador da biblioteca, determine a tensão na carga do circuito visto na Figura 22.65 para uma tensão aplicada de 40 V $\angle 0°$.

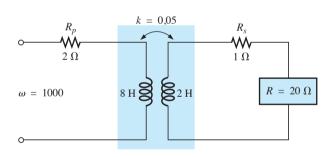



Figura 22.65 Problemas 22 e 32.

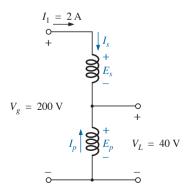



Figura 22.66 Problema 24.

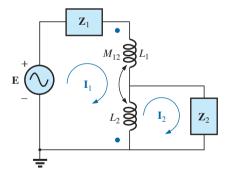



Figura 22.67 Problema 28.

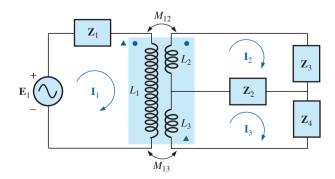



Figura 22.68 Problema 29.

GLOSSÁRIO

Autotransformador: Transformador que possui um enrolamento comum aos circuitos primário e secundário. A perda de isolamento é contrabalançada pelo aumento na potência máxima.

Coeficiente de acoplamento (*k*): Medida do acoplamento magnético entre dois enrolamentos, que varia de um mínimo de 0 até um máximo de 1.

Convenção do ponto: Convenção que permite determinar o sinal da indutância mútua em um circuito com base no sentido dos enrolamentos envolvidos.

Dados do fabricante: Informações tais como a especificação de potência, a relação de transformação de tensão e a frequência de trabalho, que são de importância fundamental para a escolha do transformador mais apropriado para uma aplicação específica.

Fluxo residual: Fluxo que atravessa o enrolamento e que não passa pelo caminho ferromagnético de um circuito magnético.

Fracamente acoplados: Diz-se de dois enrolamentos para os quais o coeficiente de acoplamento tem um valor muito pequeno.

Impedância refletida: Impedância que aparece no primário de um transformador devido a uma carga ligada ao secundário. O seu valor é determinado pela relação de transformação.

Indutância mútua: Indutância que existe entre dois indutores magneticamente acoplados, com as mesmas dimensões ou não.

Primário Enrolamento do transformador ao qual normalmente é conectada a fonte de energia elétrica.

Relação de transformação (espiras): (*a*) Razão entre o número de espiras no primário e o número de espiras no secundário de um transformador.

Secundário: Enrolamento do transformador ao qual normalmente é ligada a carga.

Transformador abaixador de tensão: Transformador no qual a tensão no secundário é menor que a tensão no primário. O valor da relação de transformação *a* é maior do que 1.

Transformador com derivação: Transformador que possui mais de duas conexões no enrolamento primário ou secundário.

Transformador com várias cargas: Transformador que possui mais de uma carga conectada ao enrolamento (ou enrolamentos) do secundário.

Transformador elevador de tensão Transformador no qual a tensão no secundário é maior do que a tensão no primário. O valor da relação de transformação *a* é menor do que 1.

Sistemas polifásicos

Objetivos

- Familiarizar-se com a operação de um gerador trifásico e com a relação em módulo e a fase das tensões trifásicas.
- Ser capaz de calcular tensões e correntes para um gerador trifásico conectado em Y e a carga conectada em Y.
- Entender o significado da sequência de fase para as tensões geradas em um gerador trifásico conectado em Y ou em Δ.
- Ser capaz de calcular tensões e correntes para um gerador trifásico conectado em Δ e a carga conectada em Δ.
- Compreender como calcular as potências real, reativa e aparente em todos os elementos de uma carga conectada em Y ou ***δ*** e poder medir a potência entregue à carga.

23.1 INTRODUÇÃO

Um gerador CA projetado para desenvolver uma única tensão senoidal para cada rotação do eixo (rotor) é denominado **gerador de CA monofásico**. Se for usado mais de um enrolamento no rotor, posicionados de uma determinada maneira, o resultado será um **gerador CA polifásico**, que gera mais de uma tensão CA para cada volta completa do rotor. Neste capítulo, discutiremos com detalhes o sistema trifásico, pois é o mais usado para transmissão de energia elétrica.

Em geral, existe uma preferência por sistemas trifásicos em vez de monofásicos para transmissão de energia por diversas razões, nas quais se incluem as respostas a seguir:

1. Condutores de menor diâmetro podem ser usados para transmitir a mesma potência à mesma tensão, o que reduz a quantidade de cobre necessário (normalmente, cerca de 25 por cento a menos) e consequentemente os custos de fabricação e manutenção das linhas.
2. Linhas mais leves são mais fáceis de instalar e as torres de sustentação podem ser mais delgadas e mais espaçadas.
3. Equipamentos e motores trifásicos apresentam melhores características de partida e operação que os sistemas monofásicos, pois a transferência de potência da fonte para a carga nos sistemas trifásicos está menos sujeita à flutuação do que nos sistemas monofásicos.
4. Em geral, a grande maioria dos motores de grande porte é trifásica porque a partida não necessita de um projeto especial ou de circuitos externos adicionais.

A frequência gerada é determinada pelo número de polos do *rotor* (parte giratória do gerador) e pela velocidade angular do eixo. Nos Estados Unidos (como também no Brasil), a frequência utilizada para a geração e distribuição de energia elétrica é 60 Hz, enquanto na Europa o padrão escolhido foi a frequência de 50 Hz. Essas frequências foram escolhidas porque podem ser geradas com relativa eficiência por equipamentos mecânicos cujo porte depende das dimensões do sistema de geração e da demanda nos períodos de pico. Em aeronaves e navios, os níveis de demanda possibilitam o uso de uma frequência de 400 Hz.

O sistema trifásico é usado pela grande maioria dos geradores elétricos comerciais. Isso não significa que os geradores monofásicos ou bifásicos estejam obsoletos. A maioria dos geradores de emergência, assim como os movidos a gasolina, é monofásica. O sistema bifásico é usado normalmente em servomecanismos, que são sistemas de controle autoajustáveis capazes de detectar alterações e ajustar o seu próprio ponto de operação. Os servomecanismos são usados nos sistemas automáticos de direção de

navios e aviões e em dispositivos mais simples, como termostatos, para regular a produção de calor. Entretanto, em muitos casos em que são necessárias tensões monofásicas ou bifásicas elas são obtidas a partir de sistemas trifásicos em vez de serem geradas de maneira independente.

O número de **tensões de fases** que podem ser produzidas por um gerador polifásico não está limitado a três. Podemos obter qualquer número de fases ajustando o espaçamento angular entre os enrolamentos de cada fase ao longo do estator. Alguns sistemas elétricos operam de maneira mais eficiente se forem usadas mais de três fases. Tais sistemas envolvem um processo de retificação no qual uma tensão alternada é convertida em uma tensão contínua tendo um valor médio. Quanto maior o número de fases, menor a ondulação na tensão contínua retificada.

23.2 O GERADOR TRIFÁSICO

O gerador trifásico visto na Figura 23.1(a) usa três enrolamentos posicionados a 120º um do outro em torno do estator, como ilustra a Figura 23.1(b). Como os três enrolamentos possuem o mesmo número de espiras e giram com a mesma velocidade angular, as tensões induzidas nesses enrolamentos têm a mesma amplitude, forma de onda e frequência. À medida que o eixo do gerador gira acionado por alguma força externa, as tensões induzidas e_{AN}, e_{BN} e e_{CN} são geradas simultaneamente, como mostra a Figura 23.2. Observe a defasagem de 120º entre as formas de onda e as semelhanças na aparência das três senoides.

Em particular, observe que

em qualquer instante de tempo, a soma fasorial das três tensões de fase de um gerador trifásico é nula.

Essa afirmação pode ser comprovada em $\varphi t = 0$ na Figura 23.2, na qual também está evidente que, *quando uma das tensões induzidas for zero, o valor instantâneo das outras duas corresponderá a 86,6 por cento do valor máximo positivo ou negativo. Além disso, quando duas das tensões induzidas têm o mesmo módulo (em $0,5E_m$) e o mesmo sinal, a terceira tensão tem a polaridade oposta e um valor de pico.*

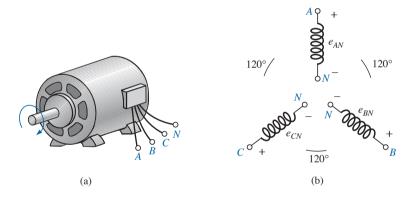



Figura 23.1 (a) Gerador trifásico; (b) tensões nos enrolamentos de um gerador trifásico.

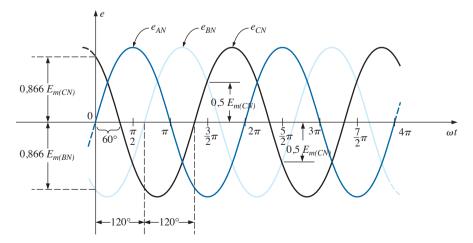



Figura 23.2 Tensões de fase de um gerador trifásico.

As expressões senoidais das tensões induzidas vistas na Figura 23.2 são as seguintes:

$$\begin{aligned} e_{AN} &= E_{m(AN)} \operatorname{sen} \omega t \\ e_{BN} &= E_{m(BN)} \operatorname{sen}(\omega t - 120°) \\ e_{CN} &= E_{m(CN)} \operatorname{sen}(\omega t - 240°) \\ &= E_{m(CN)} \operatorname{sen}(\omega t + 120°) \end{aligned} \tag{23.1}$$

O diagrama fasorial dessas tensões é mostrado na Figura 23.3, onde o valor eficaz (rms) de cada uma é calculado por:

$$E_{AN} = 0{,}707E_{m(AN)}$$
$$E_{BN} = 0{,}707E_{m(BN)}$$
$$E_{CN} = 0{,}707E_{m(CN)}$$

e

$$\mathbf{E}_{AN} = E_{AN} \angle 0°$$
$$\mathbf{E}_{BN} = E_{BN} \angle -120°$$
$$\mathbf{E}_{CN} = E_{CN} \angle +120°$$

Reorganizando os fasores de outra forma, conforme mostra a Figura 23.4, e aplicando a regra segundo a qual *a soma vetoriais de qualquer número de vetores é nula sempre que, ao desenhar os vetores de tal maneira que a 'cauda' do segundo comece onde a 'ponta' do primeiro termina e assim por diante, a ponta do último vetor coincidir com a cauda do primeiro*, chegamos à conclusão de que a soma fasorial das tensões de fase em um sistema trifásico é nula. Ou seja,

$$\mathbf{E}_{AN} + \mathbf{E}_{BN} + \mathbf{E}_{CN} = 0 \tag{23.2}$$

23.3 O GERADOR CONECTADO EM Y

Quando os três terminais N, vistos na Figura 23.1(b), são conectados entre si, o gerador é denominado **gerador trifásico conectado em Y** (veja a Figura 23.5). Conforme indicado na Figura 23.5, a letra Y, formada pela disposição dos enrolamentos, aparece invertida para facilitar a notação, e também por uma questão de clareza. O ponto comum aos três terminais é chamado de *neutro*. Quando não existe nenhum condutor conectando o neutro à carga, o sistema é chamado de *gerador trifásico conectado em Y de três fios*. Quando existe um fio conectando o neutro à carga, o sistema é chamado de *gerador trifásico conectado em Y de quatro fios*. A função do neutro será discutida em detalhes quando estudarmos a carga dos circuitos trifásicos.

Figura 23.3 Diagrama fasorial para as tensões de fase de um gerador trifásico.

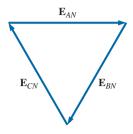



Figura 23.4 Demonstração de que a soma fasorial das tensões de fase de um gerador trifásico é nula.

Os três condutores usados para conectar os terminais A, B e C à carga do circuito são chamados de *linhas*. Como se pode ver na Figura 23.5, para um sistema conectado em Y, a **corrente de linha** é igual à **corrente de fase**. Ou seja,

$$\mathbf{I}_L = \mathbf{I}_{\phi g} \tag{23.3}$$

onde o índice ϕ é usado para indicar que se trata de uma fase, e o índice g, que se trata de um gerador.

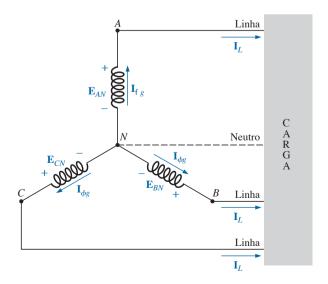



Figura 23.5 Gerador conectado em Y.

A tensão entre uma linha e outra é chamada de **tensão de linha**. No diagrama fasorial (veja a Figura 23.6), a tensão de linha é o fasor que liga as extremidades dos fasores associados a duas fases, no sentido anti-horário.

Aplicando a lei de Kirchhoff para tensões à malha indicada na Figura 23.6, obtemos:

$$\mathbf{E}_{AB} - \mathbf{E}_{AN} + \mathbf{E}_{BN} = 0$$

ou $$\mathbf{E}_{AB} = \mathbf{E}_{AN} - \mathbf{E}_{BN} = \mathbf{E}_{AN} + \mathbf{E}_{NB}$$

O diagrama fasorial mostrado é redesenhado para se obter $\mathbf{E}_{AB}$, como mostra a Figura 23.7. Cada tensão de fase, quando invertida ($\mathbf{E}_{NB}$), divide ao meio o ângulo entre as outras duas, $\alpha = 60^\circ$. O ângulo β é 30º, já que a reta que passa pelas extremidades opostas de um losango divide os ângulos internos pela metade. As linhas desenhadas entre cantos opostos do losango também formam ângulos retos.

A distância x é dada por:

$$x = E_{AN} \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} E_{AN}$$

e $$E_{AB} = 2x = (2)\frac{\sqrt{3}}{2} E_{AN} = \sqrt{3} E_{AN}$$

Observando o diagrama fasorial, vemos que o ângulo ϑ de $\mathbf{E}_{AB} = \beta = 30^\circ$, então:

$$\mathbf{E}_{AB} = E_{AB} \angle 30^\circ = \sqrt{3} E_{AN} \angle 30^\circ$$

e $$\mathbf{E}_{CA} = \sqrt{3} E_{CN} \angle 150^\circ$$

$$\mathbf{E}_{BC} = \sqrt{3} E_{BN} \angle 270^\circ$$

Ou seja, o módulo da tensão de linha de um gerador conectado em Y é igual a $\sqrt{3}$ vezes a tensão de fase:

$$E_L = \sqrt{3} E_\phi \qquad (23.4)$$

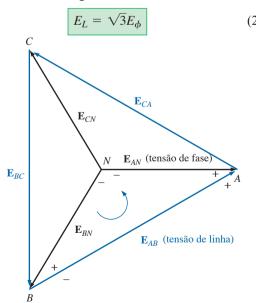



Figura 23.6 Tensões de fase e de linha de um gerador trifásico conectado em Y.

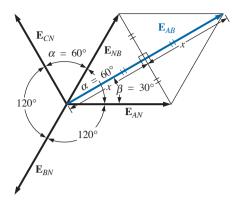



Figura 23.7 Determinação de uma das tensões de linha de um gerador trifásico.

sendo o ângulo de fase entre qualquer tensão de linha e a tensão de fase mais próxima igual a 30º.

Em notação senoidal,

$$e_{AB} = \sqrt{2} E_{AB} \text{ sen } (\omega t + 30^\circ)$$

$$e_{CA} = \sqrt{2} E_{CA} \text{ sen } (\omega t + 150^\circ)$$

e $$e_{BC} = \sqrt{2} E_{BC} \text{ sen } (\omega t + 270^\circ)$$

O diagrama fasorial das tensões de linhas e de fase é mostrado na Figura 23.8. Reorganizando de outra maneira os fasores que representam as tensões de linha na Figura 23.8(a), é fácil demonstrar que eles formam um circuito fechado, como vemos na Figura 23.8(b). Portanto, podemos concluir que a soma das tensões de linha também é nula; ou seja,

$$\mathbf{E}_{AB} + \mathbf{E}_{CA} + \mathbf{E}_{BC} + 0 \qquad (23.5)$$

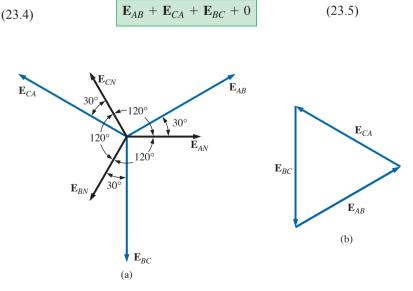



Figura 23.8 (a) Diagrama fasorial das tensões de fases e de linha de um gerador trifásico; (b) demonstração de que a soma fasorial das tensões de linha de um sistema trifásico é nula.

23.4 SEQUÊNCIA DE FASE NO GERADOR CONECTADO EM Y

A **sequência de fase** pode ser determinada pela ordem na qual os fasores que representam as tensões de fase passam por um ponto fixo do diagrama fasorial quando se faz girar todo o diagrama no sentido anti-horário. Por exemplo, na Figura 23.9 a sequência de fase é *ABC*. Entretanto, como o ponto fixo pode ser escolhido em qualquer lugar do diagrama fasorial, a sequência também pode ser descrita como *BCA* ou *CAB*. A sequência de fase é muito importante na conexão dos sistemas de distribuição trifásicos a uma carga. No caso de um motor trifásico, por exemplo, se as conexões de duas tensões de fases forem invertidas, a sequência de fase ficará diferente e o motor passará a girar no sentido oposto. Outros efeitos da sequência de fase serão examinados quando discutirmos os sistemas trifásicos com carga.

A sequência de fase também pode ser descrita em termos das tensões de linha. Representando as tensões de linha em um diagrama de fasores, como mostra a Figura 23.10, podemos determinar a sequência de fase fazendo girar novamente os fasores no sentido anti-horário. Entretanto, nesse caso, a sequência pode ser determinada observando-se a ordem em que passa o primeiro ou o segundo índice. No sistema visto na Figura 23.10, por exemplo, a sequência de fase com base no primeiro índice que passa pelo ponto *P* é *ABC*, e a sequência de fase com base no segundo índice é *BCA*. Mas sabemos que *BCA* é equivalente a *ABC*; assim, essa sequência é a mesma nos dois casos. Observe que essa sequência também é a mesma que foi obtida das tensões de fase para a Figura 23.9.

Quando conhecemos a sequência de fase, o diagrama fasorial pode ser desenhado escolhendo-se uma tensão como referência, representando-a no eixo e então

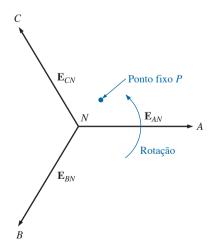



Figura 23.9 Determinação da sequência de fase a partir das tensões de fase de um gerador trifásico.

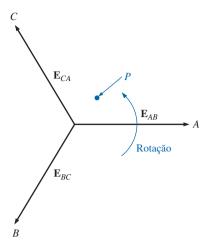



Figura 23.10 Determinação da sequência de fase a partir das tensões de linha de um gerador trifásico.

desenhando as outras tensões nas posições angulares apropriadas. Para uma sequência *ACB*, por exemplo, podemos escolher E_{AB} como referência (veja a Figura 23.11(a)) se quisermos um diagrama de fasores das tensões de linha, ou E_{AN}, se estivermos interessados nas tensões de fase (veja a Figura 23.11(b)). Para a sequência indicada, os diagramas fasoriais seriam os que aparecem na Figura 23.11. Na notação de fasores,

$$\text{Tensões de linha}\begin{cases}\mathbf{E}_{AB} = E_{AB}\angle 0^\circ & \text{(referência)}\\ \mathbf{E}_{CA} = E_{CA}\angle -120^\circ \\ \mathbf{E}_{BC} = E_{BC}\angle +120^\circ\end{cases}$$

$$\text{Tensões de fase}\begin{cases}\mathbf{E}_{AN} = E_{AN}\angle 0^\circ & \text{(referência)}\\ \mathbf{E}_{CN} = E_{CN}\angle -120^\circ \\ \mathbf{E}_{BN} = E_{BN}\angle +120^\circ\end{cases}$$

23.5 GERADOR CONECTADO EM Y COM UMA CARGA CONECTADA EM Y

As cargas alimentadas por fontes trifásicas podem ser de dois tipos: Y e Δ. Quando uma carga em Y é conectada a um gerador em Y, o sistema é representado simbolicamente por Y-Y. A conexão física de tal sistema é ilustrada na Figura 23.12.

Quando a carga é equilibrada, a **conexão do neutro** pode ser removida sem que o circuito seja afetado; ou seja, se

$$\mathbf{Z}_1 = \mathbf{Z}_2 = \mathbf{Z}_3$$

então a corrente I_N é nula (esse fato será demonstrado no Exemplo 23.1). Para que a carga seja equilibrada, observe que é preciso que o ângulo de fase seja o mesmo para cada

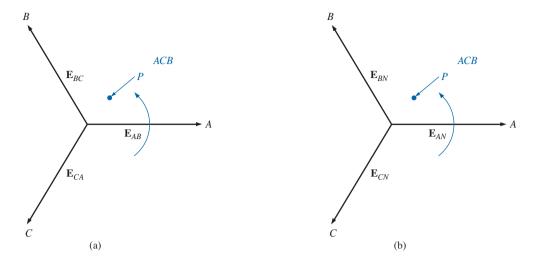



Figura 23.11 Desenho do diagrama fasorial a partir da sequência de fase.

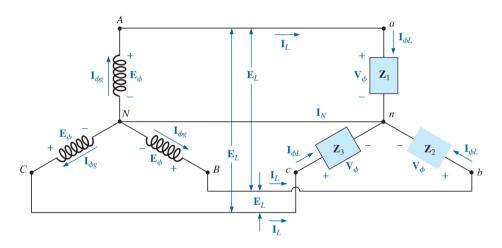



Figura 23.12 Gerador em Y com uma carga em Y.

impedância — uma condição desnecessária no caso de circuitos equilibrados de corrente contínua.

Na prática, se uma fábrica, por exemplo, tivesse apenas cargas trifásicas equilibradas, a ausência do fio neutro não teria efeito, pois, idealmente, o sistema estaria sempre em equilíbrio. Portanto, o custo seria menor ao se usar um condutor a menos. Entretanto, os circuitos de iluminação e os circuitos que alimentam equipamentos elétricos de pequeno porte utilizam apenas uma fase e, mesmo que essas cargas estejam distribuídas uniformemente pelas três fases (como é recomendável), é impossível manter constantemente um equilíbrio perfeito entre as fases, já que as lâmpadas e os equipamentos são ligados e desligados de maneira independente, perturbando a situação de equilíbrio. O fio neutro é, portanto, necessário para transportar a corrente resultante de volta para o gerador conectado em Y. Voltaremos a falar desse assunto quando estudarmos os sistemas trifásicos desequilibrados.

Agora examinaremos o *sistema YY de quatro fios*. As três correntes de fase do gerador são iguais às três correntes de linha, que por sua vez são iguais às três correntes de fase da carga conectada em Y:

$$\mathbf{I}_{\phi g} = \mathbf{I}_L = \mathbf{I}_{\phi L} \tag{23.6}$$

Como o gerador e a carga têm o neutro em comum, seja a carga equilibrada ou não, então:

$$\mathbf{V}_\phi = \mathbf{E}_\phi \tag{23.7}$$

Além disso, como $\mathbf{I}_{\phi L} = \mathbf{V}_\phi/\mathbf{Z}_\phi$, os módulos das correntes de fase são iguais se a carga for equilibrada e diferentes se a carga for desequilibrada. O leitor deve se lembrar de que, no caso de um gerador conectado em Y, o módulo da tensão de linha é igual a $\sqrt{3}$ vezes a tensão

de fase. A mesma relação pode ser aplicada à carga equilibrada ou não de um sistema YY de quatro fios.

$$E_L = \sqrt{3}V_\phi \tag{23.8}$$

No caso de uma queda de tensão em um elemento de carga, o primeiro índice se refere ao terminal através do qual a corrente entra no elemento, e o segundo, ao terminal através do qual a corrente deixa o elemento. Em outras palavras, o primeiro índice é, por definição, positivo em relação ao segundo no momento de definir a polaridade da queda de tensão. Observe a Figura 23.13, na qual a notação do duplo índice foi usada para as tensões do gerador e para as quedas de tensão na carga.

EXEMPLO 23.1

A sequência de fase do gerador conectado em Y visto na Figura 23.13 é *ABC*.

a) Determine os ângulos de fase θ_2 e θ_3.
b) Determine o módulo das tensões de linha.
c) Determine as correntes de linha.
d) Verifique que, como a carga é balanceada, $\mathbf{I}_N = 0$.

Soluções:

a) Para uma sequência de fase *ABC*:

$$\theta_2 = \mathbf{-120°} \qquad \text{e} \qquad \theta_3 = \mathbf{+120°}$$

b) $E_L = \sqrt{3}E_\phi = (1{,}73)(120\text{ V}) = 208$ V. Portanto,

$$E_{AB} = E_{BC} = E_{CA} = \mathbf{208\ V}$$

c) $\mathbf{V}_\phi = \mathbf{E}_\phi$. Portanto,

$$\mathbf{V}_{an} = \mathbf{E}_{AN} \qquad \mathbf{V}_{bn} = \mathbf{E}_{BN} \qquad \mathbf{V}_{cn} = \mathbf{E}_{CN}$$

$$\mathbf{I}_{\phi L} = \mathbf{I}_{an} = \frac{\mathbf{V}_{an}}{\mathbf{Z}_{an}} = \frac{120\text{ V}\angle 0°}{3\ \Omega + j\,4\ \Omega} = \frac{120\text{ V}\angle 0°}{5\ \Omega\angle 53{,}13°} = 24\text{ A}\angle -53{,}13°$$

$$\mathbf{I}_{bn} = \frac{\mathbf{V}_{bn}}{\mathbf{Z}_{bn}} = \frac{120\text{ V}\angle -120°}{5\ \Omega\angle 53{,}13°} = 24\text{ A}\angle -173{,}13°$$

$$\mathbf{I}_{cn} = \frac{\mathbf{V}_{cn}}{\mathbf{Z}_{cn}} = \frac{120\text{ V}\angle +120°}{5\ \Omega\angle 53{,}13°} = 24\text{ A}\angle 66{,}87°$$

e como $\mathbf{I}_L = \mathbf{I}_{\phi L}$,

$$\mathbf{I}_{Aa} = \mathbf{I}_{an} = \mathbf{24\ A\angle -53{,}13°}$$
$$\mathbf{I}_{Bb} = \mathbf{I}_{bn} = \mathbf{24\ A\angle -173{,}13°}$$
$$\mathbf{I}_{Cc} = \mathbf{I}_{cn} = \mathbf{24\ A\angle 66{,}87°}$$

d) Aplicando a lei de Kirchhoff para corrente, temos:

$$\mathbf{I}_N = \mathbf{I}_{Aa} + \mathbf{I}_{Bb} + \mathbf{I}_{Cc}$$

Em forma retangular,

$$\begin{aligned}
\mathbf{I}_{Aa} &= 24\text{ A}\angle -53{,}13° &&= 14{,}40\text{ A} - j\,19{,}20\text{ A}\\
\mathbf{I}_{Bb} &= 24\text{ A}\angle -173{,}13° &&= -22{,}83\text{ A} - j\,2{,}87\text{ A}\\
\mathbf{I}_{Cc} &= 24\text{ A}\angle 66{,}87° &&= 9{,}43\text{ A} + j\,22{,}07\text{ A}\\
\text{g}\,(\mathbf{I}_{Aa} + \mathbf{I}_{Bb} + \mathbf{I}_{Cc}) &&&= 0 + j\,0
\end{aligned}$$

e $\mathbf{I}_N$ é de fato igual a **zero**, como era de se esperar por se tratar de uma carga equilibrada.

23.6 O SISTEMA Y-Δ

Não existe a conexão do neutro no sistema Y-Δ mostrado na Figura 23.14. Qualquer variação na impedância de uma das fases que desequilibre o sistema faz com que as correntes de linha sejam diferentes.

No caso de uma carga equilibrada,

$$\mathbf{Z}_1 = \mathbf{Z}_2 = \mathbf{Z}_3 \tag{23.9}$$

As tensões de fase da carga são iguais às tensões de linha do gerador, mesmo que a carga não seja equilibrada:

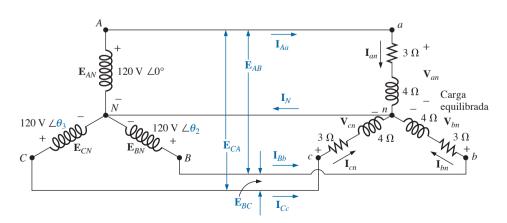



Figura 23.13 Exemplo 23.1

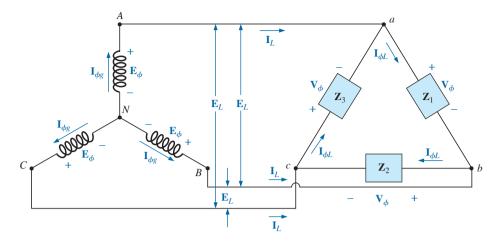



Figura 23.14 Gerador conectado em Y com uma carga conectada em Δ.

$$\boxed{\mathbf{V}_\phi = \mathbf{E}_L} \qquad (23.10)$$

A relação entre as correntes de fase em uma carga equilibrada conectada em Δ pode ser obtida usando uma abordagem semelhante à empregada na Seção 23.3 para determinar a relação entre as tensões de linha e as tensões de fase em um gerador conectado em Y. Entretanto, nesse caso, empregamos a lei de Kirchhoff para correntes em vez da lei de Kirchhoff para tensões.

O resultado obtido é:

$$\boxed{I_L = \sqrt{3}I_\phi} \qquad (23.11)$$

e o ângulo de fase entre a corrente de linha e a corrente de fase mais próxima é 30º. Uma discussão mais detalhada dessa relação entre as correntes de linha e de fase nos sistemas conectados em Δ pode ser encontrada na Seção 23.7.

No caso de uma carga equilibrada, os módulos das correntes de linha são iguais, assim como os módulos das correntes de fase.

EXEMPLO 23.2

Considerando o sistema trifásico visto na Figura 23.15:

a) Determine os ângulos de fase θ_2 e θ_3.

b) Determine as correntes de cada fase conectada à carga.

c) Determine o módulo das correntes de linha.

Soluções:

a) Para uma sequência *ABC*,

$$\theta_2 = \mathbf{-120°} \qquad \text{e} \qquad \theta_3 = \mathbf{+120°}$$

b) $\mathbf{V}_\phi = \mathbf{E}_L$. Portanto,

$$\mathbf{V}_{ab} = \mathbf{E}_{AB} \qquad \mathbf{V}_{ca} = \mathbf{E}_{CA} \qquad \mathbf{V}_{bc} = \mathbf{E}_{BC}$$

As correntes de fase são

$$\mathbf{I}_{ab} = \frac{\mathbf{V}_{ab}}{\mathbf{Z}_{ab}} = \frac{150\text{ V} \angle 0°}{6\ \Omega + j\,8\ \Omega} = \frac{150\text{ V} \angle 0°}{10\ \Omega \angle 53{,}13°}$$
$$= \mathbf{15\ A \angle -53{,}13°}$$

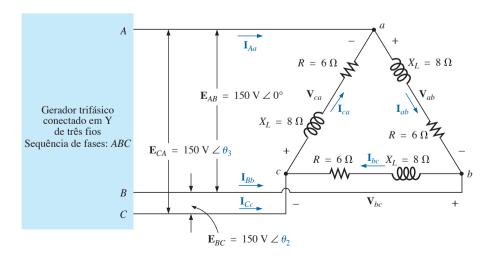



Figura 23.15 Exemplo 23.2.

$$\mathbf{I}_{bc} = \frac{\mathbf{V}_{bc}}{\mathbf{Z}_{bc}} = \frac{150 \text{ V } \angle -120°}{10\ \Omega\ \angle 53{,}13°} = \mathbf{15\ A\ \angle -173{,}13°}$$

$$\mathbf{I}_{ca} = \frac{\mathbf{V}_{ca}}{\mathbf{Z}_{ca}} = \frac{150 \text{ V } \angle +120°}{10\ \Omega\ \angle 53{,}13°} = \mathbf{15\ A\ \angle 66{,}87°}$$

c) $I_L = \sqrt{3}I_\phi = (1{,}73)(15\text{ A}) = 25{,}95$ A. Portanto,

$$I_{Aa} = I_{Bb} = I_{Cc} = \mathbf{25{,}95}$$

23.7 O GERADOR CONECTADO EM Δ

Quando os enrolamentos do gerador visto na Figura 23.16(a) são conectados como mostra a Figura 23.16(b), o sistema é denominado **gerador CA conectado em Δ** *trifásico com três fios*. Nesse sistema, as tensões de fase e de linha são equivalentes e têm o mesmo valor que as tensões induzidas nos enrolamentos do gerador; ou seja,

$$\left.\begin{aligned} \mathbf{E}_{AB} = \mathbf{E}_{AN} \text{ e } e_{AN} &= \sqrt{2}E_{AN} \text{ sen } \omega t \\ \mathbf{E}_{BC} = \mathbf{E}_{BN} \text{ e } e_{BN} &= \sqrt{2}E_{BN} \text{ sen}(\omega t - 120°) \\ \mathbf{E}_{CA} = \mathbf{E}_{CN} \text{ e } e_{CN} &= \sqrt{2}E_{CN} \text{ sen}(\omega t + 120°) \end{aligned}\right\} \begin{array}{l}\text{Sequência} \\ \text{de fase} \\ ABC\end{array}$$

ou

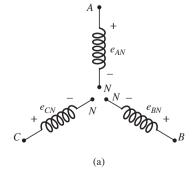
$$\boxed{\mathbf{E}_L = \mathbf{E}_{\phi g}} \tag{23.12}$$

Observe que apenas uma tensão (em módulo) está disponível, em vez de duas, como no sistema conectado em Y.

Diferentemente da corrente de linha no gerador conectado em Y, a corrente de linha no sistema conectado em Δ é diferente da corrente de fase. A relação entre as duas correntes pode ser determinada pela aplicação da lei de Kirchhoff para correntes a um dos nós do circuito e pelo cálculo da corrente de linha em termos das de fase; ou seja, para o nó A,

$$\mathbf{I}_{BA} = \mathbf{I}_{Aa} + \mathbf{I}_{AC}$$

ou

$$\mathbf{I}_{Aa} = \mathbf{I}_{BA} - \mathbf{I}_{AC} = \mathbf{I}_{BA} + \mathbf{I}_{CA}$$

O diagrama fasorial mostrado na Figura 23.17 é para o caso de uma carga equilibrada.

Usando o mesmo método empregado para determinar a tensão de linha do gerador conectado em Y, obtemos o seguinte:

$$I_{Aa} = \sqrt{3}I_{BA} \angle -30°$$
$$I_{Bb} = \sqrt{3}I_{CB} \angle -150°$$
$$I_{Cc} = \sqrt{3}I_{AC} \angle 90°$$

Em geral,

$$\boxed{I_L = \sqrt{3}I_{\phi g}} \tag{23.13}$$

sendo que o ângulo de fase entre a corrente de linha e a corrente de fase mais próxima é de 30º. O diagrama fasorial das correntes é mostrado na Figura 23.18.

É possível demonstrar — da mesma maneira que foi feito para as tensões de um gerador conectado em Y — que a soma fasorial das correntes de linha e das correntes de fase de um gerador conectado em Δ, com uma carga equilibrada é nula.

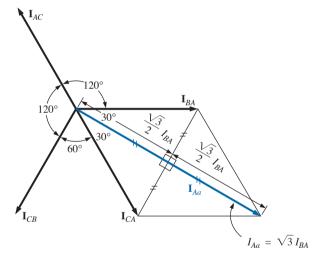



Figura 23.17 Determinação de uma corrente de linha a partir das correntes de fases de um gerador trifásico conectado em Δ.

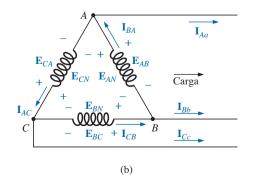



Figura 23.16 Gerador conectado em Δ.

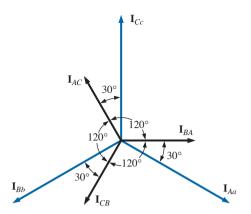



Figura 23.18 Diagrama fasorial das correntes de um gerador trifásico conectado em Δ.

Figura 23.19 Determinação da sequência de fase de um gerador trifásico tipo Δ.

23.8 SEQUÊNCIA DE FASE NO GERADOR CONECTADO EM Δ

Embora as tensões de linha e de fase de um sistema conectado em Δ sejam iguais, é mais prático descrever a sequência de fase em termos das tensões de linha. O método utilizado é o mesmo descrito para as tensões de linha dos geradores conectados em Y. Por exemplo, o diagrama fasorial das tensões de linha para a sequência de fase *ABC* é mostrado na Figura 23.19. Ao desenhar um diagrama como esse, é preciso tomar cuidado para que o primeiro e o segundo índice das tensões estejam na mesma ordem. Em notação fasorial,

$$\mathbf{E}_{AB} = E_{\text{AB}} \angle 0°$$
$$\mathbf{E}_{BC} = E_{\text{BC}} \angle 120°$$
$$\mathbf{E}_{CA} = E_{\text{CA}} \angle 120°$$

23.9 OS SISTEMAS TRIFÁSICOS Δ-Δ E Δ-Y

As equações básicas necessárias para analisar os sistemas Δ-Δ e Δ-Y já foram vistas pelo menos uma vez neste capítulo. Portanto, analisaremos diretamente os dois exemplos descritivos, um para uma carga conectada em Δ e outro para uma carga conectada em Y.

EXEMPLO 23.3

Considerando o sistema Δ-Δ visto na Figura 23.20:

a) Determine os ângulos de fase θ_2 e θ_3 para a sequência de fase especificada.
b) Determine as correntes em cada fase conectada à carga.
c) Determine o módulo das correntes de linha.

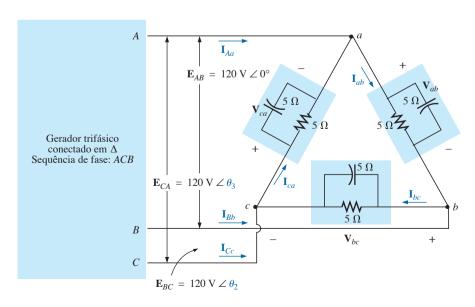



Figura 23.20 Exemplo 23.3: Sistema Δ-Δ.

Soluções:

a) Para uma sequência de fase *ACB*,

$$\theta_2 = \mathbf{120°} \qquad \text{e} \qquad \theta_3 = \mathbf{-120°}$$

b) $\mathbf{V}\phi = \mathbf{E}_L$. Portanto,

$$\mathbf{V}_{ab} = \mathbf{E}_{AB} \qquad \mathbf{V}_{ca} = \mathbf{E}_{CA} \qquad \mathbf{V}_{bc} = \mathbf{E}_{BC}$$

As correntes de fase são

$$\mathbf{I}_{ab} = \frac{\mathbf{V}_{ab}}{\mathbf{Z}_{ab}} = \frac{120 \text{ V} \angle 0°}{\dfrac{(5\ \Omega \angle 0°)(5\ \Omega \angle -90°)}{5\ \Omega - j\,5\ \Omega}}$$

$$= \frac{120 \text{ V} \angle 0°}{\dfrac{25\ \Omega \angle -90°}{7{,}071 \angle -45°}}$$

$$= \frac{120 \text{ V} \angle 0°}{3{,}54\ \Omega \angle -45°} = \mathbf{33{,}9\ A \angle 45°}$$

$$\mathbf{I}_{bc} = \frac{\mathbf{V}_{bc}}{\mathbf{Z}_{bc}} = \frac{120 \text{ V} \angle 120°}{3{,}54\ \Omega \angle -45°} = \mathbf{33{,}9\ A \angle 165°}$$

$$\mathbf{I}_{ca} = \frac{\mathbf{V}_{ca}}{\mathbf{Z}_{ca}} = \frac{120 \text{ V} \angle -120°}{3{,}54\ \Omega \angle -45°} = \mathbf{33{,}9\ A \angle -75°}$$

c) $I_L = \sqrt{3} I_\phi = (1{,}73)(34 \text{ A}) = 58{,}82$ A. Portanto,

$$I_{Aa} = I_{Bb} = I_{Cc} = \mathbf{58{,}82\ A}$$

EXEMPLO 23.4

Considerando o sistema Δ-Y, mostrado na Figura 23.21:

a) Determine as tensões de cada fase conectada à carga.

b) Determine o módulo das tensões de linha.

Soluções:

a) $\mathbf{I}_{\phi L} = \mathbf{I}_L$. Portanto,

$$\mathbf{I}_{an} = \mathbf{I}_{Aa} = 2 \text{ A} \angle 0°$$
$$\mathbf{I}_{bn} = \mathbf{I}_{Bb}\ \ 2 \text{ A} \angle -120°$$
$$\mathbf{I}_{cn} = \mathbf{I}_{Cc}\ \ 2 \text{ A} \angle 120°$$

As tensões de fase são:

$$\mathbf{V}_{an} = \mathbf{I}_{an}\mathbf{Z}_{an} = (2 \text{ A} \angle 0°)(10\ \Omega \angle -53{,}13°) = \mathbf{20\ V \angle -53{,}13°}$$

$$\mathbf{V}_{bn} = \mathbf{I}_{bn}\mathbf{Z}_{bn} = (2 \text{ A} \angle -120°)(10\ \Omega \angle -53{,}13°) = \mathbf{20\ V \angle -173{,}13°}$$

$$\mathbf{V}_{cn} = \mathbf{I}_{cn}\mathbf{Z}_{cn} = (2 \text{ A} \angle 120°)(10\ \Omega \angle -53{,}13°) = \mathbf{20\ V \angle 66{,}87°}$$

b) $E_L = \sqrt{3} V_\phi = (1{,}73)(20 \text{ V}) = 34{,}6$ V. Portanto,

$$E_{BA} = E_{CB} = E_{AC} = \mathbf{34{,}6\ V}$$

23.10 POTÊNCIA

Carga equilibrada conectada em Y

Observe a Figura 23.22 para a discussão a seguir.

Potência média. A potência média fornecida a cada fase pode ser determinada por:

$$P_\phi = V_\phi I_\phi \cos \theta_{I_\phi}^{V_\phi} = I_\phi^2 R_\phi = \frac{V_R^2}{R_\phi} \quad \text{(watts, W)} \quad (23.14)$$

onde $\theta_{I_\phi}^{V_\phi}$ indica que θ é o ângulo de fase entre V_ϕ e I_ϕ.

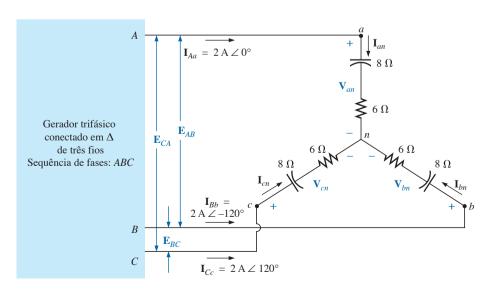



Figura 23.21 Exemplo 23.4: Sistema Δ-Y.

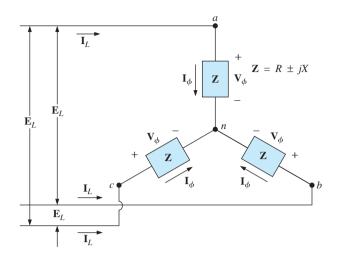



Figura 23.22 Carga equilibrada conectada em Y.

A potência total fornecida à carga equilibrada pode ser determinada pela Equação 23.15 ou pela Equação 23.16:

$$P_T = 3P_\phi \quad \text{(W)} \tag{23.15}$$

ou, como $\quad V_\phi = \dfrac{E_L}{\sqrt{3}} \quad$ e $\quad I_\phi = I_L$

então $\quad P_T = 3\dfrac{E_L}{\sqrt{3}} I_L \cos \theta_{I_\phi}^{V_\phi}$

Mas $\quad \left(\dfrac{3}{\sqrt{3}}\right)(1) = \left(\dfrac{3}{\sqrt{3}}\right)\left(\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}\right) = \dfrac{3\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}$

Portanto,

$$P_T = \sqrt{3}E_L I_L \cos \theta_{I_\phi}^{V_\phi} = 3I_L^2 R_\phi \quad \text{(W)} \tag{23.16}$$

Potência reativa. A potência reativa associada a cada fase (em volts-ampères reativo) é:

$$Q_\phi = V_\phi I_\phi \operatorname{sen} \theta_{I_\phi}^{V_\phi} = I_\phi^2 X_\phi = \frac{V_\phi^2}{X_\phi} \quad \text{(VAR)} \tag{23.17}$$

A potência reativa total da carga é:

$$Q_T = 3Q_\phi \quad \text{(VAR)} \tag{23.18}$$

ou, procedendo da mesma maneira como anteriormente, temos:

$$Q_T = \sqrt{3}E_L I_L \operatorname{sen} \theta_{I_\phi}^{V_\phi} = 3I_L^2 X_\phi \quad \text{(VAR)} \tag{23.19}$$

Potência aparente. A potência aparente associada a cada fase é:

$$S_\phi = V_\phi I_\phi \quad \text{(VA)} \tag{23.20}$$

A potência aparente total associada à carga é:

$$S_T = 3S_\phi \quad \text{(VA)} \tag{23.21}$$

ou, como anteriormente,:

$$S_T = \sqrt{3}E_L I_L \quad \text{(VA)} \tag{23.22}$$

Fator de potência. O fator de potência do sistema é dado por:

$$F_p = \frac{P_T}{S_T} = \cos \theta_{I_\phi}^{V_\phi} \quad \text{(adiantado ou atrasado)} \tag{23.23}$$

EXEMPLO 23.5

Considerando a carga conectada em Y vista na Figura 23.23:

a) Determine a potência média para cada fase e a potência média total.
b) Determine a potência reativa para cada fase e a potência reativa total.
c) Determine a potência aparente para cada fase e a potência aparente total.
d) Determine o fator de potência da carga.

Soluções:

a) A *potência média* é

$$P_\phi = V_\phi I_\phi \cos \theta_{I_\phi}^{V_\phi} = (100 \text{ V})(20 \text{ A}) \cos 53{,}13° = (2.000)(0{,}6) = \mathbf{1.200\ W}$$

$$P_\phi = I_\phi^2 R_\phi = (20 \text{ A})^2(3\ \Omega) = (400)(3) = \mathbf{1.200\ W}$$

$$P_\phi = \frac{V_R^2}{R_\phi} = \frac{(60 \text{ V})^2}{3\ \Omega} = \frac{3600}{3} = \mathbf{1.200\ W}$$

$$P_T = 3P_\phi = (3)(1200 \text{ W}) = \mathbf{3.600\ W}$$

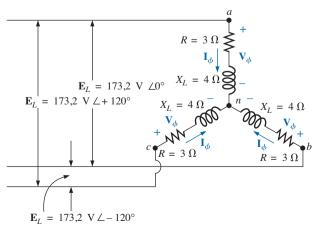



Figura 23.23 Exemplo 23.5.

ou

$$P_T = \sqrt{3}E_L I_L \cos \theta_{I_\phi}^{V_\phi}$$
$$= (1{,}732)(173{,}2 \text{ V})(20 \text{ A})(0{,}6) = \mathbf{3.600 \text{ W}}$$

b) A *potência reativa* é:

$$Q_\phi = V_\phi I_\phi \operatorname{sen} \theta_{I_\phi}^{V_\phi} = (100 \text{ V})(20 \text{ A}) \operatorname{sen} 53{,}13°$$
$$= (2.000)(0{,}8) = \mathbf{1.600 \text{ VAR}}$$

ou $$Q_\phi = I_\phi^2 X_\phi = (20 \text{ A})^2(4\ \Omega) = (400)(4)$$
$$= \mathbf{1.600 \text{ VAR}}$$
$$Q_T = 3Q_\phi = (3)(1.600 \text{ VAR})$$
$$= \mathbf{4.800 \text{ VAR}}$$

ou

$$Q_T = \sqrt{3}E_L I_L \operatorname{sen} \theta_{I_\phi}^{V_\phi}$$
$$= (1{,}732)(173{,}2 \text{ V})(20 \text{ A})(0{,}8) = \mathbf{4.800 \text{ VAR}}$$

c) A *potência aparente* é:

$$S_\phi = V_\phi I_\phi = (100 \text{ V})(20 \text{ A}) = \mathbf{2.000 \text{ VA}}$$
$$S_T = 3S_\phi = (3)(2.000 \text{ VA}) \ \ \mathbf{6.000 \text{ VA}}$$

ou $S_T = \sqrt{3}E_L I_L = (1{,}732)(173{,}2 \text{ V})(20 \text{ A}) = \mathbf{6.000 \text{ VA}}$

d) O *fator de potência* é

$$F_p = \frac{P_T}{S_T} = \frac{3.600 \text{ W}}{6.000 \text{ VA}} = \mathbf{0{,}6 \text{ atrasado}}$$

Carga equilibrada conectada em Δ

Observe a Figura 23.24 para a discussão a seguir.

Potência média

$$P_\phi = V_\phi I_\phi \cos \theta_{I_\phi}^{V_\phi} = I_\phi^2 R_\phi = \frac{V_R^2}{R_\phi} \quad \text{(W)} \qquad (23.24)$$

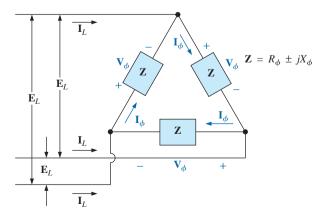



Figura 23.24 Carga equilibrada conectada em *δ*.

$$P_T = 3P_\phi \quad \text{(W)} \qquad (23.25)$$

Potência reativa

$$Q_\phi = V_\phi I_\phi \operatorname{sen} \theta_{I_\phi}^{V_\phi} = I_\phi^2 X_\phi = \frac{V_\phi^2}{X_\phi} \quad \text{(VAR)} \qquad (23.26)$$

$$Q_T = 3Q_\phi \quad \text{(VAR)} \qquad (23.27)$$

Potência aparente

$$S_\phi = V_\phi I_\phi \quad \text{(VAR)} \qquad (23.28)$$

$$S_T = 3S_\phi = \sqrt{3}E_L I_L \quad \text{(VA)} \qquad (23.29)$$

Fator de potência

$$F_p = \frac{P_T}{S_T} \qquad (23.30)$$

EXEMPLO 23.6

Para a carga conectada em Δ-Y, mostrada na Figura 23.25, determine os valores totais das potências média, reativa e aparente. Além disso, determine o fator de potência da carga.

Solução:

Considere o Δ e o Y separadamente.

Para o Δ:

$$Z_\Delta = 6\ \Omega - j\,8\ \Omega = 10\ \Omega \angle -53{,}13°$$
$$I_\phi = \frac{E_L}{Z_\Delta} = \frac{200 \text{ V}}{10\ \Omega} = 20 \text{ A}$$
$$P_{T_\Delta} = 3I_\phi^2 R_\phi = (3)(20 \text{ A})^2(6\ \Omega) = \mathbf{7.200 \text{ W}}$$
$$Q_{T_\Delta} = 3I_\phi^2 X_\phi = (3)(20 \text{ A})^2(8\ \Omega) = \mathbf{9.600 \text{ VAR } (C)}$$
$$S_{T_\Delta} = 3V_\phi I_\phi = (3)(200 \text{ V})(20 \text{ A}) = \mathbf{12.000 \text{ VA}}$$

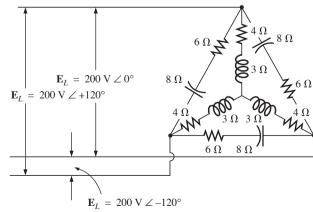



Figura 23.25 Exemplo 23.6.

Para o Y:

$$Z_Y = 4\ \Omega + j\,3\ \Omega = 5\ \Omega\ \angle 36{,}87°$$
$$I_\phi = \frac{E_L/\sqrt{3}}{Z_Y} = \frac{200\ \text{V}/\sqrt{3}}{5\ \Omega} = \frac{116\ \text{V}}{5\ \Omega} = 23{,}12\ \text{A}$$
$$P_{T_Y} = 3I_\phi^2 R_\phi = (3)(23{,}12\ \text{A})^2(4\ \Omega) = \mathbf{6.414{,}41\ W}$$
$$Q_{T_Y} = 3I_\phi^2 X_\phi = (3)(23{,}12\ \text{A})^2(3\ \Omega) = \mathbf{4.810{,}81\ VAR}\ (L)$$
$$S_{T_Y} = 3V_\phi I_\phi = (3)(116\ \text{V})(23{,}12\ \text{A}) = \mathbf{8.045{,}76\ VA}$$

Para a carga total:

$$P_T = P_{T_\Delta} + P_{T_Y} = 7.200\ \text{W} + 6.414{,}41\ \text{W} = \mathbf{13.614{,}41\ W}$$
$$Q_T = Q_{T_\Delta} - Q_{T_Y} = 9.600\ \text{VAR}(C) - 4.810{,}81\ \text{VAR}\ (I) = \mathbf{4.789{,}19\ VAR}\ (C)$$
$$S_T = \sqrt{P_T^2 + Q_T^2} = \sqrt{(13.614{,}41\ \text{W})^2 + (4.789{,}19\ \text{VAR})^2} = \mathbf{14.432{,}2\ VA}$$
$$F_p = \frac{P_T}{S_T} = \frac{13.614{,}41\ \text{W}}{14.432{,}20\ \text{VA}} = \mathbf{0{,}943\ adiantado}$$

EXEMPLO 23.7

As três linhas de transmissão do sistema trifásico de três fios mostrado na Figura 23.26 possuem uma impedância de $15\ \Omega + j\,20\ \Omega$. O sistema fornece uma potência total de 160 kW em 12.000 V para uma carga trifásica equilibrada com um fator de potência atrasado de 0,86.

a) Determine o módulo da tensão de linha E_{AB} do gerador.
b) Encontre o fator de potência da carga total aplicada ao gerador.
c) Qual é a eficiência do sistema?

Soluções:

a) $$V_\phi\ (\text{carga}) = \frac{V_L}{\sqrt{3}} = \frac{12.000\ \text{V}}{1{,}73} = 6.936{,}42\ \text{V}$$

$$P_T\ (\text{carga}) = 3V_\phi I_\phi \cos\theta$$

e

$$I_\phi = \frac{P_T}{3V_\phi \cos\theta} = \frac{160.000\ \text{W}}{3(6.936{,}42\ \text{V})(0{,}86)} = \mathbf{8{,}94\ A}$$

Como $\theta = \cos^{-1} 0{,}86 = 30{,}68°$, se atribuirmos a $\mathbf{V}_\phi$ um ângulo de 0°, ou seja, se fizermos $\mathbf{V}_\phi = V_\phi \angle 0°$, um fator de potência de 0,86 atrasado implicará:

$$\mathbf{I}_\phi = 8{,}94\ \text{A}\ \angle -30{,}68°$$

A Figura 23.27 mostra o circuito equivalente para cada uma das fases, onde:

$$\mathbf{E}_{AN} - \mathbf{I}_\phi \mathbf{Z}_{\text{linha}} - \mathbf{V}_\phi = 0$$

ou

$$\begin{aligned}\mathbf{E}_{AN} &= \mathbf{I}_\phi \mathbf{Z}_{\text{linha}} + \mathbf{V}_\phi \\ &= (8{,}94\ \text{A}\ \angle -30{,}68°)(25\ \Omega\ \angle 53{,}13°) + 6.936{,}42\ \text{V}\ \angle 0° \\ &= 223{,}5\ \text{V}\ \angle 22{,}45° + 6.936{,}42\ \text{V}\angle 0° \\ &= 206{,}56\ \text{V} + j\,85{,}35\ \text{V} + 6.936{,}42\ \text{V} \\ &= 7.142{,}98\ \text{V} + j\,85{,}35\ \text{V} \\ &= 7.143{,}5\ \text{V}\angle 0{,}68°\end{aligned}$$

Então $$E_{AB} = \sqrt{3}E_{\phi g} = (1{,}73)(7.143{,}5\ \text{V}) = \mathbf{12.358{,}26\ V}$$

b) $$\begin{aligned}P_T &= P_{\text{carga}} + P_{\text{linhas}} \\ &= 160\ \text{kW} + 3(I_L)^2 R_{\text{linha}} \\ &= 160\ \text{kW} + 3(8{,}94\ \text{A})^2 15\ \Omega \\ &= 160.000\ \text{W} + 3.596{,}55\ \Omega \\ &= 163.596{,}55\ \text{W}\end{aligned}$$

e $$P_T = \sqrt{3}V_L I_L \cos\theta_T$$

ou $$\cos\theta_T = \frac{P_T}{\sqrt{3}V_L I_L} = \frac{163.596{,}55\ \text{W}}{(1{,}73)(12.358{,}26\ \text{V})(8{,}94\ \text{A})}$$

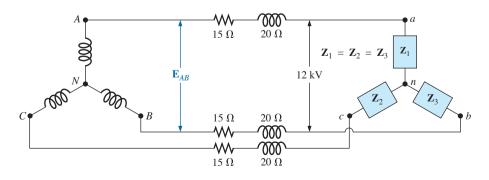



Figura 23.26 Exemplo 23.7.

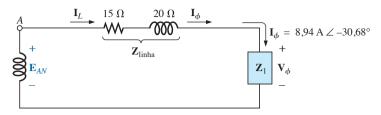



Figura 23.27 Circuito equivalente para cada uma das fases do sistema visto na Figura 23.26.

e $\quad F_p = \mathbf{0{,}856} = 0{,}86$ da carga

$$\text{c) } \eta = \frac{P_o}{P_i} = \frac{P_o}{P_o + P_{\text{perdas}}}$$

$$= \frac{160\text{ kW}}{160\text{ kW} + 3.596{,}55\text{ W}} = 0{,}978$$

$$= \mathbf{97{,}8\,\%}$$

23.11 O MÉTODO DOS TRÊS WATTÍMETROS

A potência fornecida a uma carga conectada em Y, equilibrada ou não, através de um sistema de quatro fios pode ser medida por meio do **método dos três wattímetros**, ou seja, usando três wattímetros conectados da maneira indicada na Figura 23.28. Cada wattímetro mede a potência fornecida a uma das fases da carga. As bobinas de tensão dos wattímetros são conectadas em paralelo com a carga, enquanto as bobinas de corrente são conectadas em série. A potência média total do sistema pode ser determinada somando as leituras dos três wattímetros:

$$P_{T_Y} = P_1 + P_2 + P_3 \tag{23.31}$$

No caso de uma carga (equilibrada ou não), os wattímetros são conectados conforme mostra a Figura 23.29. A potência total é novamente obtida somando-se as leituras dos três wattímetros:

$$P_{T_\Delta} = P_1 + P_2 + P_3 \tag{23.32}$$

Se nos dois casos analisados a carga estiver equilibrada, as potências fornecidas pelas fases serão iguais. Nesse caso, para obter a potência total bastará multiplicar por três a leitura de um dos wattímetros.

23.12 O MÉTODO DOS DOIS WATTÍMETROS

A potência fornecida a um circuito trifásico de três fios conectado em Y ou Δ, equilibrado ou não, pode ser medida com apenas dois wattímetros se eles forem conectados adequadamente ao circuito e as leituras forem interpretadas de maneira correta. As conexões para o uso do **método dos dois wattímetros** são mostradas na Figura 23.30. Um dos terminais de cada bobina de tensão dos wattímetros é conectado na mesma linha. As bobinas de corrente são conectadas nas outras duas linhas.

Figura 23.28 Método dos três wattímetros aplicado a uma carga conectada em Y.

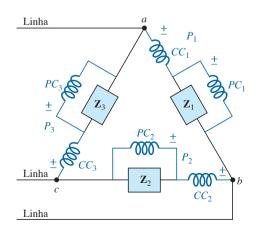



Figura 23.29 Método dos três wattímetros aplicado a uma carga conectada em Δ.

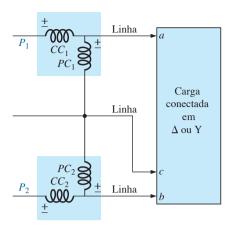



Figura 23.30 Método dos dois wattímetros aplicado à carga conectada em Δ ou Y.

Figura 23.32 Como verificar se as leituras dos dois wattímetros devem ser somadas ou subtraídas.

As conexões mostradas na Figura 23.31 também estão de acordo com os requisitos. Existe uma terceira maneira de conectar os wattímetros, mas ela será deixada como exercício para o leitor.

A potência total fornecida à carga é a soma algébrica das leituras dos dois wattímetros. Para uma carga *equilibrada*, consideraremos dois métodos para determinar se a potência total é a soma ou a diferença entre as leituras dos wattímetros. O primeiro método exige o conhecimento do fator de potência da carga (não importando se é adiantado ou atrasado) para qualquer uma das fases conectadas à carga. Uma vez obtida essa informação, ela pode ser aplicada diretamente à curva da Figura 23.32.

A curva mostrada na Figura 23.32 é um gráfico do fator de potência da carga em função da razão P_l/P_h, onde P_l e P_h são os módulos da menor (*lower*) e da maior (*higher*) leitura dos wattímetros, respectivamente. Observe que para um fator de potência (adiantado ou atrasado) maior que 0,5, a razão é positiva. Isso indica que as leituras dos dois wattímetros são positivas e a potência total é a soma das leituras dos dois wattímetros; ou seja, $P_T = P_l + P_h$. Quando o fator de potência é menor do que 0,5 (adiantado ou atrasado), a razão é negativa. Isso quer dizer que uma das leituras é negativa e que a potência total é a diferença entre as duas leituras; ou seja, $P_T = P_h - P_l$.

Figura 23.31 Configuração alternativa para o uso do método dos dois wattímetros.

Um exame cuidadoso revela que, quando o fator de potência é unitário (cos 0º = 1), que corresponde a uma carga puramente resistiva, $P_l/P_h = 1$ ou $P_l = P_h$, e as leituras dos dois wattímetros são iguais; no caso de um fator de potência nulo (cos 90º = 0), que corresponde a uma carga puramente reativa, $P_l/P_h = -1$ ou $P_l = -P_h$, e os dois wattímetros têm a mesma leitura, porém, com sinais opostos. A transição de uma razão negativa para uma razão positiva ocorre quando o fator de potência da carga é 0,5 ou $\theta = \cos^{-1} 0{,}5 = 60º$. Com esse fator de potência, $P_l/P_h = 0$, de maneira que $P_l = 0$, enquanto P_h é igual à potência total fornecida à carga.

O segundo método para determinar se a potência total é a soma ou a diferença das leituras dos dois wattímetros envolve um teste muito simples. Para aplicá-lo, é preciso que os dois wattímetros estejam indicando leituras positivas. Se a indicação de um wattímetro (ou de ambos) for negativa, basta inverter as conexões da bobina de corrente. Para realizar o teste, proceda da seguinte maneira:

1. Verifique qual das três linhas não tem uma bobina de corrente ligada em série.
2. Desligue o fio da bobina de tensão do wattímetro de menor leitura que está ligado à linha que não possui uma bobina de corrente conectada.
3. Encoste o fio que foi desligado no item (2) na linha à qual está ligada a bobina de corrente do wattímetro de maior leitura.
4. Se a leitura for negativa (menor do que zero watts), a potência total é a diferença entre as leituras dos dois wattímetros; se a leitura for positiva, a potência total é a soma das duas leituras.

No caso de um *sistema equilibrado*, como

$$P_T = P_h \pm P_1 = \sqrt{3}E_L I_L \cos \theta_{I_\phi}^{V_\phi}$$

o fator de potência da carga (fase) pode ser calculado a partir das leituras dos wattímetros e dos módulos da tensão e da corrente de linha:

$$F_p = \cos \theta_{I_\phi}^{V_\phi} = \frac{P_h \pm P_l}{\sqrt{3}E_L I_L} \qquad (23.33)$$

EXEMPLO 23.8

Considerando a carga não equilibrada conectada em Δ mostrada na Figura 23.33, com dois wattímetros conectados adequadamente ao circuito:

a) Determine o módulo e o ângulo das correntes de fase.
b) Calcule o módulo e o ângulo das correntes de linha.
c) Determine a leitura dos wattímetros.
d) Calcule a potência total drenada pela carga.
e) Compare o resultado do item (d) com a potência total calculada utilizando os valores das correntes de fase e dos elementos resistivos.

Soluções:

a) $$\mathbf{I}_{ab} = \frac{\mathbf{V}_{ab}}{\mathbf{Z}_{ab}} = \frac{\mathbf{E}_{AB}}{\mathbf{Z}_{ab}} = \frac{208\text{ V}\angle 0^\circ}{10\ \Omega\angle 0^\circ} = \mathbf{20{,}8\ A\angle 0^\circ}$$

$$\mathbf{I}_{bc} = \frac{\mathbf{V}_{bc}}{\mathbf{Z}_{bc}} = \frac{\mathbf{E}_{BC}}{\mathbf{Z}_{bc}} = \frac{208\text{ V}\angle -120^\circ}{15\ \Omega + j\,20\ \Omega} = \frac{208\text{ V}\angle -120^\circ}{25\ \Omega\angle 53{,}13^\circ} = \mathbf{8{,}32\ A\angle -173{,}13^\circ}$$

$$\mathbf{I}_{ca} = \frac{\mathbf{V}_{ca}}{\mathbf{Z}_{ca}} = \frac{\mathbf{E}_{CA}}{\mathbf{Z}_{ca}} = \frac{208\text{ V}\angle +120^\circ}{12\ \Omega + j\,12\ \Omega} = \frac{208\text{ V}\angle +120^\circ}{16{,}97\ \Omega\angle -45^\circ} = \mathbf{12{,}26\ A\angle 165^\circ}$$

b) $$\begin{aligned}\mathbf{I}_{Aa} &= \mathbf{I}_{ab} - \mathbf{I}_{ca}\\ &= 20{,}8\text{ A}\angle 0^\circ - 12{,}26\text{ A}\angle 165^\circ\\ &= 20{,}8\text{ A} - (-11{,}84\text{ A} + j\,3{,}17\text{ A})\\ &= 20{,}8\text{ A} + 11{,}84\text{ A} - j\,3{,}17\text{ A}\\ &= 32{,}64\text{ A} - j\,3{,}17\text{ A}\\ &= \mathbf{32{,}79\ A\angle -5{,}55^\circ}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{I}_{Bb} &= \mathbf{I}_{bc} - \mathbf{I}_{ab}\\ &= 8{,}32\text{ A}\angle -173{,}13^\circ - 20{,}8\text{ A}\angle 0^\circ\\ &= (-8{,}26\text{ A} - j\,1\text{ A}) - 20{,}8\text{ A}\\ &= -8{,}26\text{ A} - 20{,}8\text{ A} - j\,1\text{ A}\\ &= -29{,}06\text{ A} - j\,1\text{ A}\\ &= \mathbf{29{,}08\ A\angle -178{,}03^\circ}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{I}_{Cc} &= \mathbf{I}_{ca} - \mathbf{I}_{bc}\\ &= 12{,}26\text{ A}\angle 165^\circ - 8{,}32\text{ A}\angle -173{,}13^\circ\\ &= (-11{,}84\text{ A} + j\,3{,}17\text{ A}) - (-8{,}26\text{ A} - j\,1\text{ A})\\ &= -11{,}84\text{ A} + 8{,}26\text{ A} + j\,(3{,}17\text{ A} + 1\text{ A})\\ &= -3{,}58\text{ A} + j\,4{,}17\text{ A}\\ &= \mathbf{5{,}5\ A\angle 130{,}65^\circ}\end{aligned}$$

c) $$P_1 = V_{ab} I_{Aa} \cos \theta_{\mathbf{I}_{Aa}}^{\mathbf{V}_{ab}} \qquad \mathbf{V}_{ab} = 208\text{ V}\angle 0^\circ$$

$$\mathbf{I}_{Aa} = 32{,}79\text{ A}\angle -5{,}55^\circ$$

$$= (208\text{ V})(32{,}79\text{ A})\cos 5{,}55^\circ = \mathbf{6.788{,}35\ W}$$

$$\mathbf{V}_{bc} = \mathbf{E}_{BC} = 208\text{ V}\angle -120^\circ$$

mas $$\mathbf{V}_{cb} = \mathbf{E}_{CB} = 208\text{ V}\angle -120^\circ + 180^\circ = 208\text{ V}\angle 60^\circ$$

com $$\mathbf{I}_{Cc} = 5{,}5\text{ A}\angle 130{,}65^\circ$$

$$\begin{aligned}P_2 &= V_{cb} I_{Cc} \cos \theta_{\mathbf{I}_{Cc}}^{\mathbf{V}_{cb}}\\ &= (208\text{ V})(5{,}5\text{ A})\cos 70{,}65^\circ\\ &= \mathbf{379{,}1\ W}\end{aligned}$$

d) $$P_T = P_1 + P_2 = 6.788{,}35\text{ W} + 379{,}1\text{ W} = \mathbf{7.167{,}45\ W}$$

e) $$\begin{aligned}P_T &= (I_{ab})^2 R_1 + (I_{bc})^2 R_2 + (I_{ca})^2 R_3\\ &= (20{,}8\text{ A})^2 10\ \Omega + (8{,}32\text{ A})^2 15\ \Omega + (12{,}26\text{ A})^2 12\ \Omega\\ &= 4.326{,}4\text{ W} + 1.038{,}34\text{ W} + 1.803{,}69\text{ W}\\ &= \mathbf{7.168{,}43\ W}\end{aligned}$$

(A pequena diferença se deve ao arredondamento nos cálculos.)

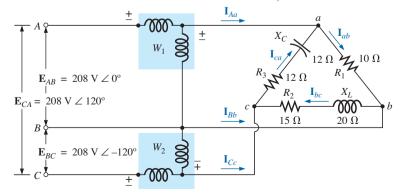



Figura 23.33 Exemplo 23.8.

23.13 CARGA TRIFÁSICA DE QUATRO FIOS, NÃO EQUILIBRADA E CONECTADA EM Y

Em uma carga trifásica de quatro fios, não equilibrada e conectada em Y, conforme vemos na Figura 23.34, as condições são tais que *nenhuma* das impedâncias de carga é igual a outra — por isso, trata-se de uma **carga polifásica não equilibrada**. Como o neutro é um ponto comum entre a carga e a fonte, sejam quais forem as impedâncias da fonte e da carga, as três tensões de fase da carga são iguais às tensões de fase correspondentes do gerador:

$$\mathbf{V}_\phi = \mathbf{E}_\phi \tag{23.34}$$

Portanto, as correntes de fase podem ser determinadas usando a lei de Ohm:

$$I_{\phi_1} = \frac{\mathbf{V}_{\phi_1}}{\mathbf{Z}_1} = \frac{\mathbf{E}_{\phi_1}}{\mathbf{Z}_1} \quad \text{e assim por diante} \tag{23.35}$$

A corrente no neutro, para qualquer sistema não equilibrado, pode ser calculada usando-se a lei de Kirchhoff para correntes no ponto comum n:

$$\mathbf{I}_N = \mathbf{I}_{\phi_1} + \mathbf{I}_{\phi_2} + \mathbf{I}_{\phi_3} = \mathbf{I}_{L_1} + \mathbf{I}_{L_2} + \mathbf{I}_{L_3} \tag{23.36}$$

Como a maioria das indústrias usa equipamentos trifásicos e monofásicos, as redes de distribuição de energia elétrica normalmente oferecem os dois tipos de tensão, com a tensão monofásica sendo obtida a partir de uma das fases do sistema trifásico. Além disso, como as cargas das três fases mudam continuamente, costuma-se usar um sistema de quatro fios (com neutro) para manter a tensão estável e fornecer um caminho para a corrente de neutro resultante do desequilíbrio da carga. O sistema mostrado na Figura 23.35 inclui um transformador trifásico que reduz a tensão de linha de 13.800 V para 208 V. As cargas de baixo consumo de energia, como lâmpadas, tomadas de

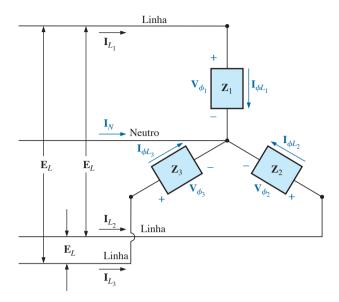



Figura 23.34 Carga não equilibrada conectada em Y.

parede, sistemas de alarme etc. usam a tensão monofásica de 120 V entre a linha e o neutro. As cargas de potência maior como condicionadores de ar, fornos elétricos, secadores, entre outros, usam a tensão monofásica de 208 V entre duas linhas. No caso de motores de grande porte e equipamentos especiais de alta demanda, são usadas as três fases diretamente do sistema trifásico, como ilustra a Figura 23.35. No projeto e na construção de estabelecimentos comerciais, a legislação exige que os consumidores façam o possível para manter equilibrada a carga total do sistema, assegurando assim o máximo de eficiência na distribuição de energia elétrica.

23.14 CARGA TRIFÁSICA DE TRÊS FIOS, NÃO EQUILIBRADA E CONECTADA EM Y

No caso do sistema mostrado na Figura 23.36, podemos deduzir as equações necessárias aplicando primeiro a lei de Kirchhoff para tensões às três malhas do circuito:

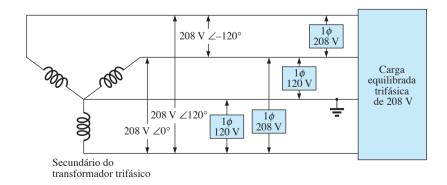



Figura 23.35 Sistema de distribuição industrial 3ϕ/1ϕ, 208 V/120 V.

$$\mathbf{E}_{AB} - \mathbf{V}_{an} + \mathbf{V}_{bn} = 0$$
$$\mathbf{E}_{BC} - \mathbf{V}_{bn} + \mathbf{V}_{cn} = 0$$
$$\mathbf{E}_{CA} - \mathbf{V}_{cn} + \mathbf{V}_{an} = 0$$

Substituindo, temos

$$\mathbf{V}_{an} = \mathbf{I}_{an}\mathbf{Z}_1 \qquad \mathbf{V}_{bn} = \mathbf{I}_{bn}\mathbf{Z}_2 \qquad \mathbf{V}_{cn} = \mathbf{I}_{cn}\mathbf{Z}_3$$

$$\mathbf{E}_{AB} = \mathbf{I}_{an}\mathbf{Z}_1 - \mathbf{I}_{bn}\mathbf{Z}_2 \qquad (23.37a)$$
$$\mathbf{E}_{BC} = \mathbf{I}_{bn}\mathbf{Z}_2 - \mathbf{I}_{cn}\mathbf{Z}_3 \qquad (23.37b)$$
$$\mathbf{E}_{CA} = \mathbf{I}_{cn}\mathbf{Z}_3 - \mathbf{I}_{an}\mathbf{Z}_1 \qquad (23.37c)$$

Aplicando a lei de Kirchhoff para correntes ao nó n, temos:

$$\mathbf{I}_{an} + \mathbf{I}_{bn} + \mathbf{I}_{cn} = 0 \quad \text{e} \quad \mathbf{I}_{bn} = -\mathbf{I}_{an} - \mathbf{I}_{cn}$$

Substituindo $\mathbf{I}_{bn}$ por seu valor nas equações 23.37(a) e 23.37(b), obtemos:

$$\mathbf{E}_{AB} = \mathbf{I}_{an}\mathbf{Z}_1 - [-(\mathbf{I}_{an} + \mathbf{I}_{cn})]\mathbf{Z}_2$$
$$\mathbf{E}_{BC} = -(\mathbf{I}_{an} + \mathbf{I}_{cn})\mathbf{Z}_2 - \mathbf{I}_{cn}\mathbf{Z}_3$$

que pode ser escrita como:

$$\mathbf{E}_{AB} = \mathbf{I}_{an}(\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2) + \mathbf{I}_{cn}\mathbf{Z}_2$$
$$\mathbf{E}_{BC} = \mathbf{I}_{an}(-\mathbf{Z}_2) + \mathbf{I}_{cn}[-(\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_3)]$$

Usando determinantes, temos:

$$\mathbf{I}_{an} = \frac{\begin{vmatrix} \mathbf{E}_{AB} & \mathbf{Z}_2 \\ \mathbf{E}_{BC} & -(\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_3) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2 & \mathbf{Z}_2 \\ -\mathbf{Z}_2 & -(\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_3) \end{vmatrix}} = \frac{-(\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_3)\mathbf{E}_{AB} - \mathbf{E}_{BC}\mathbf{Z}_2}{-\mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_2 - \mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_3 - \mathbf{Z}_2\mathbf{Z}_3 - \mathbf{Z}_2^2 + \mathbf{Z}_2^2}$$

$$\mathbf{I}_{an} = \frac{-\mathbf{Z}_2(\mathbf{E}_{AB} + \mathbf{E}_{BC}) - \mathbf{Z}_3\mathbf{E}_{AB}}{-\mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_2 - \mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_3 - \mathbf{Z}_2\mathbf{Z}_3}$$

Aplicando a lei Kirchhoff para tensões às tensões de linhas,

$$\mathbf{E}_{AB} + \mathbf{E}_{CA} + \mathbf{E}_{BC} = 0 \quad \text{ou} \quad \mathbf{E}_{AB} + \mathbf{E}_{BC} = -\mathbf{E}_{CA}$$

Substituindo ($\mathbf{E}_{AB} + \mathbf{E}_{CB}$) na equação anterior teremos para $\mathbf{I}_{an}$:

$$\mathbf{I}_{an} = \frac{-\mathbf{Z}_2(-\mathbf{E}_{CA}) - \mathbf{Z}_3\mathbf{E}_{AB}}{-\mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_2 - \mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_3 - \mathbf{Z}_2\mathbf{Z}_3}$$

e

$$\mathbf{I}_{an} = \frac{\mathbf{E}_{AB}\mathbf{Z}_3 - \mathbf{E}_{CA}\mathbf{Z}_2}{\mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_3 + \mathbf{Z}_2\mathbf{Z}_3} \qquad (23.38)$$

Da mesma forma, é possível mostrar que:

$$\mathbf{I}_{cn} = \frac{\mathbf{E}_{CA}\mathbf{Z}_2 - \mathbf{E}_{BC}\mathbf{Z}_1}{\mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_3 + \mathbf{Z}_2\mathbf{Z}_3} \qquad (23.39)$$

Substituindo a Equação 23.39 $\mathbf{I}_{cn}$ no segundo membro da Equação 23.37b, obtemos:

$$\mathbf{I}_{bn} = \frac{\mathbf{E}_{BC}\mathbf{Z}_1 - \mathbf{E}_{AB}\mathbf{Z}_3}{\mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_3 + \mathbf{Z}_2\mathbf{Z}_3} \qquad (23.40)$$

EXEMPLO 23.9

O *indicador de sequência de fase* é um instrumento, como o que aparece na Figura 23.37(a), capaz de indicar a sequência de fase de um sistema polifásico. O circuito que realiza essa função é mostrado na Figura 23.37(b). A sequência de fase de tensão aplicada é *ABC*. A lâmpada rotulada como *ABC* na figura brilha com mais intensidade do que a lâmpada *ACB*, porque uma corrente maior passa por ela. Calculando as correntes de fase, podemos demonstrar que essa afirmação é verdadeira:

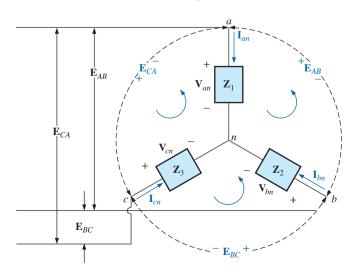



Figura 23.36 Carga trifásica de três fios, não equilibrada e conectada em Y.

$$Z_1 = X_C = \frac{1}{\omega C}$$
$$= \frac{1}{(377 \text{ rad/s})(16 \times 10^{-6} \text{ F})} = 166\ \Omega$$

Pela Equação 23.39,

$$\mathbf{I}_{cn} = \frac{\mathbf{E}_{CA}\mathbf{Z}_2 - \mathbf{E}_{BC}\mathbf{Z}_1}{\mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_3 + \mathbf{Z}_2\mathbf{Z}_3}$$
$$= \frac{(200 \text{ V} \angle 120°)(200\ \Omega \angle 0°) - (200 \text{ V} \angle -120°)(166\ \Omega \angle -90°)}{(166\ \Omega \angle -90°)(200\ \Omega \angle 0°) + (166\ \Omega \angle -90°)(200\ \Omega \angle 0°) + (200\ \Omega \angle 0°)(200\ \Omega \angle 0°)}$$

$$\mathbf{I}_{cn} = \frac{40{,}000 \text{ V} \angle 120° + 33{,}200 \text{ V} \angle -30°}{33{,}200\ \Omega \angle -90° + 33{,}200\ \Omega \angle -90° + 40{,}000\ \Omega \angle 0°}$$

Dividindo o numerador e o denominador por 1.000 e convertendo ambos para a forma retangular, obtemos:

$$\mathbf{I}_{cn} = \frac{(-20 + j\,34{,}64) + (28{,}75 - j\,16{,}60)}{40 - j\,66{,}4}$$
$$= \frac{8{,}75 + j\,18{,}04}{77{,}52 \angle -58{,}93°} = \frac{20{,}05 \angle 64{,}13°}{77{,}52 \angle -58{,}93°}$$
$$\mathbf{I}_{cn} = \mathbf{0{,}259\ A \angle 123{,}06°}$$

Pela Equação 23.40,

$$\mathbf{I}_{bn} = \frac{\mathbf{E}_{BC}\mathbf{Z}_1 - \mathbf{E}_{AB}\mathbf{Z}_3}{\mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_3 + \mathbf{Z}_2\mathbf{Z}_3}$$

$$\mathbf{I}_{bn} = \frac{\mathbf{E}_{BC}\mathbf{Z}_1 - \mathbf{E}_{AB}\mathbf{Z}_3}{\mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_3 + \mathbf{Z}_2\mathbf{Z}_3}$$
$$= \frac{(200 \text{ V} \angle -120°)(166 \angle -90°) - (200 \text{ V} \angle 0°)(200 \angle 0°)}{77.52 \times 10^3\ \Omega \angle -58.93°}$$

$$\mathbf{I}_{bn} = \frac{33{,}200 \text{ V} \angle -210° - 40{,}000 \text{ V} \angle 0°}{77.52 \times 10^3\ \Omega \angle -58.93°}$$

Dividindo por 1.000 e convertendo para a forma retangular, obtemos:

$$\mathbf{I}_{bn} = \frac{-28{,}75 + j\,16{,}60 - 40{,}0}{77{,}52 \angle -58{,}93°}$$
$$= \frac{-68{,}75 + j\,16{,}60}{77{,}52 \angle -58{,}93°}$$
$$= \frac{70{,}73 \angle 166{,}43°}{77{,}52 \angle -58{,}93°} = \mathbf{0{,}91\ A \angle 225{,}36°}$$

e I_{bn} é três vezes maior do que I_{cn}. Portanto, a lâmpada que indica a sequência de fase *ABC* brilha com maior intensidade do que a que indica a sequência de fase *ACB*. Se a sequência de fase da tensão aplicada fosse *ACB*, a lâmpada correspondente brilharia com mais intensidade.

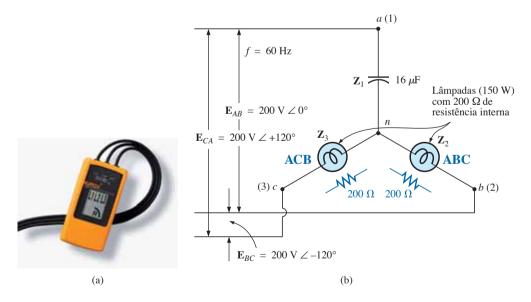



Figura 23.37 (a) Indicador de segurança de fase; (b) circuito detector de sequência de fase. [Parte (a) por cortesia da Fluke Corporation.]

PROBLEMAS

Seção 23.5 Gerador conectado em Y com uma carga conectada em Y

1. Uma carga Y equilibrada com uma resistência de 10 Ω por fase é conectada a um gerador trifásico de quatro fios conectado em Y com uma tensão de linha de 208 V. Calcule o módulo:

a) da tensão de fase do gerador;
b) da tensão de fase da carga;
c) da corrente de fase da carga;
d) da corrente de linha.

2. Repita o Problema 1 se cada impedância de fase for substituída por um resistor de 12 Ω em série com uma reatância capacitiva de 16 Ω.

3. Repita o Problema 1 se cada impedância de fase for substituída por um resistor de 10 Ω em paralelo com uma reatância capacitiva de 10 Ω.

4. A sequência de fase do sistema Y-Y visto na Figura 23.38 é *ABC*.

a) Determine os ângulos q_2 e q_3 para a sequência de fase especificada.
b) Determine as tensões de fase em forma fasorial.
c) Determine as correntes de fase em forma fasorial.
d) Desenhe o diagrama fasorial das correntes determinadas no item (c) e demonstre que a soma fasorial das três correntes é zero.
e) Determine o módulo das correntes de linha.
f) Determine o módulo das tensões de linha.

5. Repita o Problema 4 se as impedâncias de fase forem substituídas por um resistor de 9 Ω em série com uma reatância indutiva de 12 Ω.

6. Repita o Problema 4 se as impedâncias de fase forem substituídas por uma resistência de 6 Ω em paralelo com uma reatância capacitiva de 8 Ω.

7. Dado o sistema visto na Figura 23.39, determine o módulo das tensões e correntes desconhecidas.

***8.** Calcule o módulo da tensão E_{AB} no circuito trifásico equilibrado visto na Figura 23.40.

***9.** Dado o sistema Y-Y visto na Figura 23.41:

a) Calcule o módulo e o ângulo de fase associados às tensões $\mathbf{E}_{AN}$, $\mathbf{E}_{BN}$ e $\mathbf{E}_{CN}$.
b) Determine o módulo e o ângulo de fase associados às correntes de fase $\mathbf{I}_{an}$, $\mathbf{I}_{bn}$ e $\mathbf{I}_{cn}$.

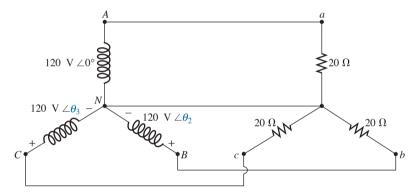



Figura 23.38 Problemas 4, 5, 6 e 31.

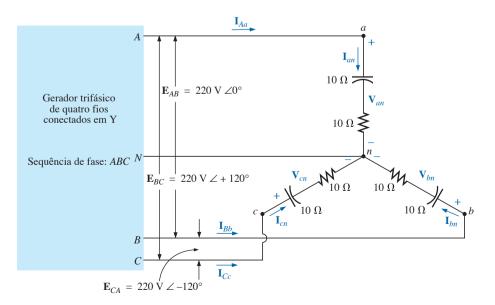



Figura 23.39 Problemas 7, 32 e 44.

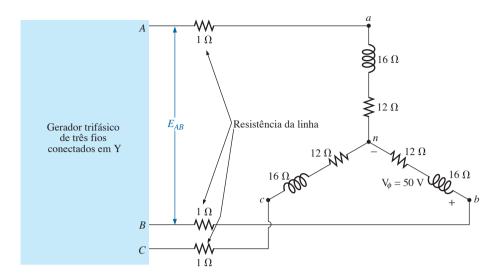



Figura 23.40 Problema 8.

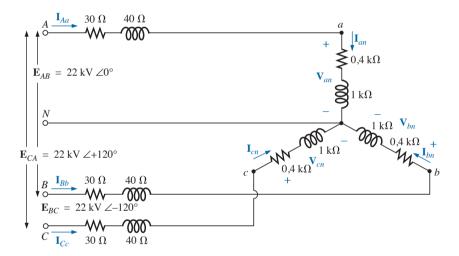



Figura 23.41 Problema 9.

c) Calcule o módulo e o ângulo de fase associados às correntes de linha $\mathbf{I}_{Aa}$, $\mathbf{I}_{Bb}$ e $\mathbf{I}_{Cc}$.
d) Determine o módulo e o ângulo das tensões de fase $\mathbf{V}_{an}$, $\mathbf{V}_{bn}$ e $\mathbf{V}_{cn}$.

Seção 23.6 O sistema Y-Δ

10. Uma carga equilibrada conectada em Δ com uma resistência de 20 W por ramo é conectada a um gerador trifásico de três fios conectados em Y com uma tensão de linha de 208 V. Calcule o módulo:
a) da tensão de fase do gerador.
b) da tensão de fase da carga.
c) da corrente de fase da carga.
d) da corrente de linha.

11. Repita o Problema 10 se as impedâncias de fase forem substituídas por resistências de 6,8 Ω em série com reatâncias indutivas de 14 Ω.

12. Repita o Problema 10 se as impedâncias de fase forem substituídas por resistências de 18 Ω em paralelo com reatâncias capacitivas de 18 Ω.

13. A sequência de fase do sistema Y-Δ visto na Figura 23.42 é *ABC*.
a) Determine os ângulos q_2 e q_3 para a sequência de fase especificada.
b) Determine as tensões de fase da carga em forma fasorial.
c) Desenhe o diagrama fasorial das tensões obtidas no item (b) e demonstre que a soma das três tensões é zero ao longo da malha fechada da carga em Δ.
d) Determine as correntes de fase em forma fasorial.
e) Determine o módulo das correntes de linha.
f) Determine o módulo das tensões de fase do gerador.

14. Repita o Problema 13 se as impedâncias de fase forem substituídas por resistências de 100 Ω em série com reatâncias capacitivas de 100 Ω.

15. Repita o Problema 13 se as impedâncias de fase forem substituídas por resistências de 3 Ω em paralelo com reatâncias indutivas de 4 Ω.

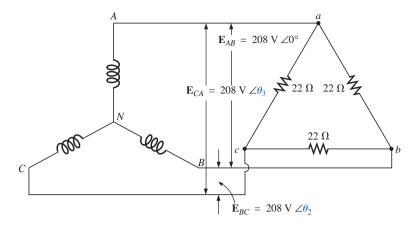



Figura 23.42 Problemas 13, 14, 15, 34 e 45.

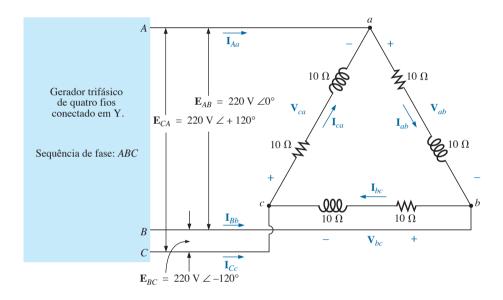



Figura 23.43 Problemas 16, 35 e 47.

16. Para o sistema mostrado na Figura 23.43, determine o módulo das tensões e das correntes desconhecidas.

***17.** Considerando a carga conectada em **δ** mostrada na Figura 23.44:

a) Determine o módulo e o ângulo de fase das correntes de fase $\mathbf{I}_{ab}$, $\mathbf{I}_{bc}$ e $\mathbf{I}_{ca}$.

b) Calcule o módulo e o ângulo de fase das correntes de linha $\mathbf{I}_{Aa}$, $\mathbf{I}_{Bb}$ e $\mathbf{I}_{Cc}$.

c) Determine o módulo e o ângulo de fase das tensões $\mathbf{E}_{AB}$, $\mathbf{E}_{BC}$ e $\mathbf{E}_{CA}$.

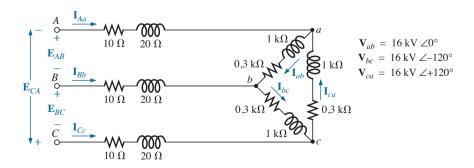



Figura 23.44 Problema 17.

Seção 23.9 Sistemas trifásicos Δ-Δ e Δ-Y

18. Uma carga Y equilibrada com uma resistência de 30 Ω por ramo é conectada em um gerador trifásico Δ com uma tensão de linha de 208 V. Calcule o módulo:
a) da tensão de fase do gerador.
b) da tensão de fase da carga.
c) da corrente de fase da carga.
d) da corrente de linha.

19. Repita o Problema 18 se as impedâncias de fase forem substituídas por resistências de 12 Ω em série com reatâncias indutivas de 12 Ω.

20. Repita o Problema 18 se as impedâncias de fase forem substituídas por resistências de 15 Ω em paralelo com reatâncias capacitivas de 20 Ω.

***21.** Para o sistema visto na Figura 23.45, determine o módulo das tensões e das correntes desconhecidas.

22. Repita o Problema 21 se as impedâncias de fase forem substituídas por resistências de 10 Ω em série com reatâncias indutivas de 20 Ω.

23. Repita o Problema 21 se as impedâncias de fase forem substituídas por resistências de 20 Ω em paralelo com reatâncias capacitivas de 15 Ω.

24. Uma carga equilibrada em Δ com uma resistência de 220 Ω por ramo é conectada a um gerador trifásico em Δ com uma tensão de linha de 440 V. Calcule o módulo:
a) da tensão de fase do gerador.
b) da tensão de fase da carga.
c) da corrente de fase da carga.
d) da corrente de linha.

25. Repita o Problema 24 se as impedâncias de fase forem substituídas por resistências de 12 Ω em série com reatâncias capacitivas de 9 Ω.

26. Repita o Problema 24 se as impedâncias de fase forem substituídas por resistências de 12 Ω em paralelo com reatâncias indutivas de 22 Ω.

27. A sequência de fase do sistema Δ-Δ visto na Figura 23.46 é *ABC*.
a) Determine os ângulos θ_2 e θ_3 para a sequência de fase especificada.
b) Determine as tensões de fase da carga em forma fasorial.
c) Desenhe o diagrama fasorial das tensões obtidas no item (b) e demonstre que a soma das três tensões é zero ao longo da malha fechada da carga em Δ.
d) Determine as correntes de fase da carga em forma fasorial.
e) Determine o módulo das correntes de linha.

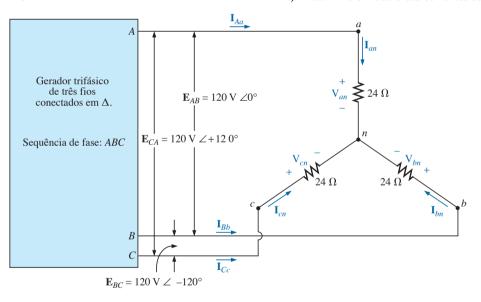



Figura 23.45 Problemas 21, 22, 23 e 37.

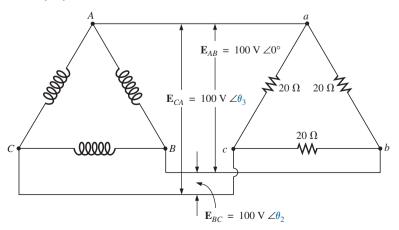



Figura 23.46 Problema 27.

28. Repita o Problema 25 se as impedâncias de fase forem substituídas por resistências de 12 Ω em série com reatâncias indutivas de 16 Ω.

29. Repita o Problema 25 se as impedâncias de fase forem substituídas por resistências de 20 Ω em paralelo com reatâncias capacitivas de 20 Ω.

Seção 23.10 Potência

30. Determine a potência média, a potência reativa, a potência aparente e o fator de potência no circuito trifásico do Problema 2.

31. Determine a potência média, a potência reativa, a potência aparente e o fator de potência no circuito trifásico do Problema 4.

32. Determine a potência média, a potência reativa, a potência aparente e o fator de potência no circuito trifásico do Problema 7.

33. Determine a potência média, a potência reativa, a potência aparente e o fator de potência no circuito trifásico do Problema 12.

34. Determine a potência média, a potência reativa, a potência aparente e o fator de potência no circuito trifásico do Problema 14.

35. Determine a potência média, a potência reativa, a potência aparente e o fator de potência no circuito trifásico do Problema 16.

36. Determine a potência média, a potência reativa, a potência aparente e o fator de potência no circuito trifásico do Problema 20.

37. Determine a potência média, a potência reativa, a potência aparente e o fator de potência no circuito trifásico do Problema 22.

38. Determine a potência média, a potência reativa, a potência aparente e o fator de potência no circuito trifásico do Problema 26.

39. Determine a potência média, a potência reativa, a potência aparente e o fator de potência no circuito trifásico do Problema 28.

40. Uma carga trifásica equilibrada conectada em Y tem uma tensão de linha de 200 V e consome uma potência total de 4.800 W com um fator de potência de 0,8 atrasado. Determine a impedância por fase em coordenadas retangulares.

41. Uma carga trifásica equilibrada conectada em Y tem uma tensão de linha de 208 V e consome uma potência total de 1.200 W com um fator de potência de 0,6 adiantado. Determine a impedância de cada fase em coordenadas retangulares.

***42.** Determine a potência média, a potência reativa, a potência aparente e o fator de potência no sistema visto na Figura 23.47.

***43.** O sistema Y-Y visto na Figura 23.48 possui uma carga equilibrada e uma impedância de linha $\mathbf{Z}_{\text{linha}} = 4\ \Omega + j\,20\ \Omega$. Se a tensão de linha do gerador for 16.000 V e a potência total fornecida à carga for 1.200 kW com uma corrente de 80 A, determine:

a) o módulo das tensões de fase do gerador.
b) o módulo das correntes de linha.
c) a potência total fornecida pela fonte.
d) o ângulo do fator de potência da carga total 'vista' pela fonte.
e) o módulo e o ângulo de fase da corrente $\mathbf{I}_{\text{Aa}}$ se $\mathbf{E}_{\text{AN}} = E_{\text{AN}} \angle 0°$.
f) o módulo e o ângulo de fase da tensão $\mathbf{V}_{\text{an}}$.
g) a impedância da carga por fase em coordenadas retangulares.
h) a diferença entre o fator de potência da carga e o fator de potência de todo o sistema (incluindo $\mathbf{Z}_{\text{linha}}$).
i) a eficiência do sistema.

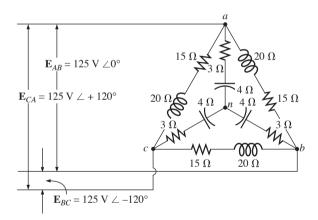
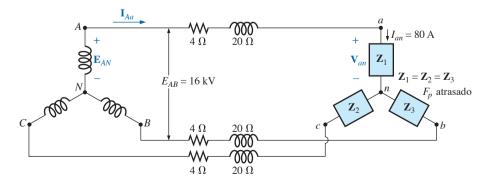



Figura 23.47 Problema 42.

Figura 23.48 Problema 43.

SEÇÃO 23.11 O método dos três wattímetros

44. **a)** Indique as ligações necessárias para medir a potência média fornecida à carga vista na Figura 23.39 usando três wattímetros.

b) Determine a potência média dissipada pela carga e as leituras dos três wattímetros.

45. Repita o problema 44 para o circuito visto na Figura 23.42

Seção 23.12 O método dos dois wattímetros

46. **a)** Considerando o sistema de três fios mostrado na Figura 23.49, indique as conexões corretas de um segundo wattímetro para que seja possível mediar a potência média total fornecida à carga.

b) Se a leitura de um dos wattímetros for 200 Ω e a leitura do outro for 85 Ω, qual será a potência total dissipada se o fator de potência da carga for 0,8 adiantado?

c) Repita o item (b) se o fator de potência total for 0,2 atrasado e $P_1 = 100\ \Omega$.

47. Indique três formas diferentes de conectar dois wattímetros para medir a potência total fornecida à carga mencionada no Problema 16.

***48.** Dado o sistema Y–Δ da Figura 23.50:

a) Determine o módulo e o ângulo das correntes de fase.

b) Calcule o módulo e o ângulo das correntes de linha.

c) Determine a leitura de cada um dos wattímetros.

d) Calcule a potência total fornecida à carga.

Seção 23.13 Carga trifásica de quatro fios, não equilibrada e conectada em Y

***49.** Dado o sistema visto na Figura 23.51:

a) Calcule o módulo das tensões de cada fase da carga.

b) Calcule o módulo das correntes de cada fase da carga.

c) Determine a potência média, a potência reativa, a potência aparente e o fator de potência do sistema.

d) Determine as correntes de fase em forma fasorial.

e) Usando os resultados do item (c), determine a corrente de neutro $\mathbf{I}_N$.

Seção 23.14 Carga trifásica de três fios, não equilibrada e conectada em Y

***50.** Para o sistema trifásico de três fios mostrado na Figura 23.52, determine o módulo da corrente em cada fase, a potência média, a potência reativa, a potência aparente e o fator de potência da carga.

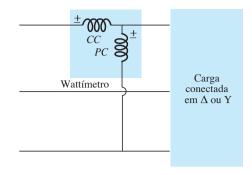



Figura 23.49 Problema 46.

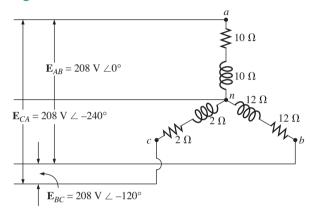



Figura 23.51 Problema 49.

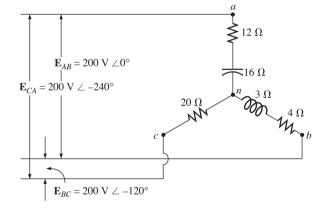



Figura 23.52 Problema 50.

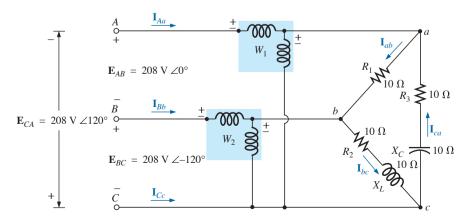



Figura 23.50 Problema 48.

GLOSSÁRIO

Carga polifásica não equilibrada: Carga cuja impedância não é a mesma para todas as fases.

Conexão de neutro: Conexão entre o gerador e a carga na qual, sob condições de equilíbrio, haverá uma corrente nula associada.

Corrente de fase: Corrente em um dos ramos de fase de um gerador monofásico (ou polifásico) ou carga.

Corrente de linha: Corrente que vai do gerador para a carga em um sistema monofásico ou polifásico.

Gerador CA conectado em Δ: Gerador trifásico no qual as conexões entre as três fases lembram a forma da letra grega *delta* (Δ).

Gerador CA monofásico: Fonte eletromecânica de energia de corrente alternada que gera uma única tensão senoidal com uma frequência determinada pela velocidade de rotação e pelo número de pólos do rotor.

Gerador CA polifásico: Fonte eletromecânica de energia de corrente alternada que gera mais de uma tensão senoidal por rotação do rotor com uma frequência determinada pela velocidade de rotação e pelo número de polos do rotor.

Gerador trifásico conectado em Y: Gerador trifásico no qual as conexões entre as três fases lembram a forma da letra Y.

Método dos dois wattímetros: Método para determinar a potência total fornecida a uma carga trifásica conectada em Y ou Δ usando apenas dois wattímetros e considerando o fator de potência da carga.

Método dos três wattímetros: Método para determinar a potência total fornecida a uma carga trifásica usando três wattímetros.

Sequência de fase: Ordem na qual as tensões senoidais produzidas por um gerador polifásico afetam a carga à qual são aplicadas.

Tensão de fase: Tensão entre uma linha e um neutro de um gerador conectado em Y ou a tensão entre duas linhas de um gerador conectado em Δ.

Tensão de linha: Diferença de potencial que existe entre as linhas de um sistema monofásico ou polifásico.

Formas de ondas pulsadas e a resposta de circuitos R-C

Objetivos

- Familiarizar-se com os termos específicos que definem uma forma de onda pulsada e aprender a calcular os diversos parâmetros como largura do pulso, tempos de subida e descida e inclinação.
- Calcular a taxa de repetição e o ciclo de trabalho de qualquer forma de onda pulsada.
- Conhecer os parâmetros que definem a resposta de um circuito R-C a uma entrada de onda quadrada.
- Entender como uma ponta de prova atenuadora de um osciloscópio é usada para melhorar a aparência de uma forma de onda pulsada na saída.

24.1 INTRODUÇÃO

Nossas análises até agora se limitaram a formas de onda alternadas, que variam de modo senoidal. Neste capítulo, apresentaremos a terminologia básica associada a formas de onda pulsadas e examinaremos a resposta de um circuito *R-C* a uma onda quadrada. As formas de onda pulsadas são muito usadas na indústria eletroeletrônica. São muitos os instrumentos de medida, equipamentos de comunicação, computadores, sistemas de radar, entre outros, que empregam sinais pulsados para controlar operações, transmitir dados e exibir informações em diversos formatos.

A resposta dos circuitos que estudamos até agora a um sinal pulsado é muito diferente da resposta a um sinal senoidal. Na realidade, teremos de resgatar alguns conceitos e equações que estudamos no Capítulo 10 a respeito do comportamento de capacitores em circuitos de corrente contínua. O assunto tratado neste capítulo, que é de natureza meramente introdutória, foi elaborado para fornecer os conceitos fundamentais que lhe serão úteis quando as formas de onda pulsadas forem encontradas em aplicações específicas.

24.2 PULSOS IDEAIS E PULSOS REAIS

O **pulso ideal** mostrado na Figura 24.1 tem lados verticais, cantos bem definidos e é plano no topo; começa instantaneamente em t_1 e termina da mesma forma abrupta em t_2.

A forma de onda do pulso que vemos na Figura 24.1 será usada em muitas das análises deste capítulo e provavelmente aparecerá nas investigações iniciais de sistemas que vão além dos objetivos deste livro. Uma vez que as respostas de um dispositivo, circuito ou sistema a pulsos ideais tenham sido bem compreendidas, poderemos analisar a resposta a um **pulso real** (ou **verdadeiro**, ou **prático**). Se tentássemos mostrar todas as diferenças entre um pulso ideal e um pulso real em uma única figura, provavelmente o resultado seria confuso e de difícil compreensão. Portanto, diversas formas de onda serão usadas para definir os parâmetros críticos.

Os elementos reativos de um circuito, ao se oporem às variações instantâneas na tensão (capacitor) e corrente (indutor), modificam a inclinação das duas bordas do

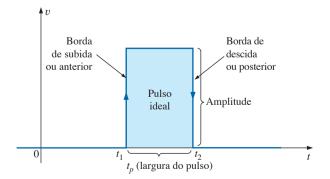



Figura 24.1 Forma de onda pulsada ideal.

pulso, como vemos na Figura 24.2. A *borda de subida* do pulso visto na Figura 24.2 é definida como a borda na qual o pulso aumenta do valor mais baixo para o mais alto.

A borda de descida é definida como aquela na qual o pulso diminui do valor mais alto para o mais baixo. Como a borda de subida é a que ocorre primeiro (é a mais próxima de t = 0 s), ela também é chamada de borda anterior. A borda de descida sempre vem após a borda anterior, e, portanto, é denominada borda posterior.

As duas bordas estão indicadas nas figuras 24.1 e 24.2.

Amplitude

Na maioria das aplicações, a **amplitude de um pulso** é definida como o valor de pico a pico. É claro que, se todas as formas de onda começam e retornam ao nível de zero volt, os valores de pico e de pico a pico serão iguais.

Para os propósitos deste livro, a amplitude de um pulso é o valor de pico a pico, conforme ilustram as figuras 24.1 e 24.2.

Largura de pulso

A largura ou duração (t_p) de um pulso é definida como a distância entre os pontos nos quais o valor do pulso é igual a 50 por cento da amplitude.

No caso de um pulso ideal, como o que vemos na Figura 24.1, a largura é a mesma para qualquer valor, enquanto no caso do pulso visto na Figura 24.2, t_p é um valor bastante específico.

Nível de base

O nível de base de um pulso (V_b) é definido como o nível a partir do qual o pulso começa.

A tensão no nível de base dos pulsos das figuras 24.1 e 24.2 é 0 V. Na Figura 24.3(a), o nível de base é 1 V, enquanto na Figura 24.3(b), é –4 V.

Pulsos positivos e pulsos negativos

Pulsos positivos são aqueles que aumentam positivamente a partir do nível de base; pulsos negativos são aqueles que aumentam negativamente a partir do nível de base.

O pulso da Figura 24.3(a) é positivo, enquanto o pulso da Figura 24.3(b) é negativo.

Ainda que o nível de base do pulso visto na Figura 24.4 seja negativo, o pulso é positivo (com amplitude de 10 V), visto que a tensão aumenta no sentido positivo a partir do nível de base.

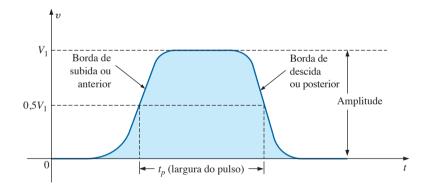



Figura 24.2 Forma de onda pulsada real.

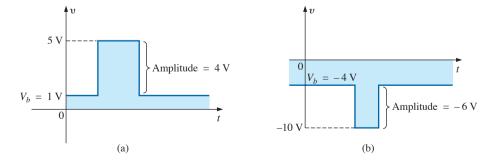



Figura 24.3 Definição do nível de base.

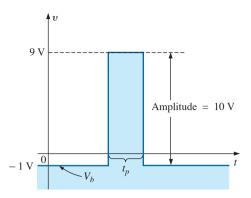



Figura 24.4 Pulso positivo.

Tempo de subida (t_r) e tempo de descida (t_f)

O tempo necessário para que a tensão do pulso mude de um nível para outro é um parâmetro importante. A *curvatura* no início e no final de cada transição do pulso (definidas na Figura 24.5) torna difícil determinar os pontos exatos de início e de término da borda de subida. Por essa razão,

os tempos de subida (rise time) e de descida (fall time) de um pulso são definidos no intervalo compreendido entre 10 e 90 por cento do valor máximo, conforme indica a Figura 24.5.

Observe que o tempo de subida não é necessariamente igual ao de descida.

Inclinação

A Figura 24.6 mostra uma distorção indesejável, porém comum, que ocorre normalmente devido a uma resposta deficiente em baixas frequências do sistema pelo qual o pulso passou. A queda no valor de pico é denominada **inclinação**. A inclinação percentual é definida por

$$\% \text{ inclinação} = \frac{V_1 - V_2}{V} \times 100\% \qquad (24.1)$$

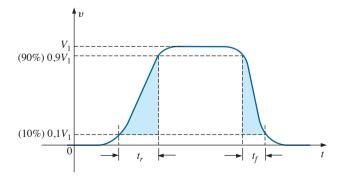



Figura 24.5 Definição dos tempos de subida (t_r) e descida (t_f).

onde V é o valor médio da amplitude, dado por

$$V = \frac{V_1 + V_2}{2} \qquad (24.2)$$

Naturalmente, quanto menor a inclinação percentual, mais o pulso se aproxima da forma ideal. Devido ao arredondamento, pode ser difícil definir os valores de V_1 e V_2. Nesse caso, pode ser necessário aproximar a parte inclinada do pulso de uma linha reta antes de determinar V_1 e V_2.

Outras distorções, definidas na Figura 24.7, são o *pré-sinal* e o *sobressinal*, normalmente causadas pela resposta excessiva em altas frequências do sistema, e a *oscilação*, causada pela interação entre elementos capacitivos e indutivos do circuito na frequência ressonante ou natural.

EXEMPLO 24.1

Considerando o pulso visto na Figura 24.8, determine:
a) se ele é positivo ou negativo.
b) o nível de base.
c) a largura do pulso.
d) a amplitude máxima.
e) a inclinação.

Soluções:
a) **positivo**
b) $V_b = -\mathbf{4\ V}$
c) $t_p = (12 - 7)\text{ ms} = \mathbf{5\ ms}$
d) $V_{máx} = 8\text{ V} + 4\text{ V} = \mathbf{12\ V}$

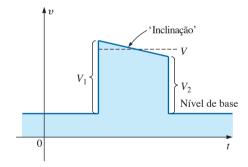



Figura 24.6 Definição de inclinação.

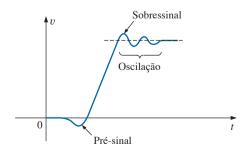



Figura 24.7 Definição de pré-sinal, sobressinal e oscilação.

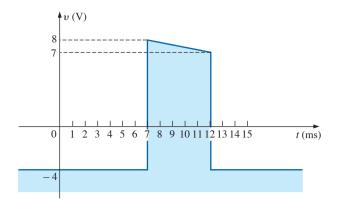



Figura 24.8 Exemplo 24.1.

e)

$$V = \frac{V_1 + V_2}{2} = \frac{12\text{ V} + 11\text{ V}}{2}$$

$$= \frac{23\text{ V}}{2} = 11{,}5\text{ V}$$

$$\%\text{ inclinação} = \frac{V_1 - V_2}{V} \times 100\%$$

$$= \frac{12\text{ V} - 11\text{ V}}{11{,}5\text{ V}} \times 100\%$$

$$= \mathbf{8{,}7\%}$$

(Lembre-se de que V é definida pelo valor médio da amplitude.)

EXEMPLO 24.2

Considerando o pulso visto na Figura 24.9, determine:

a) se ele é positivo ou negativo
b) o nível de base
c) a inclinação
d) a amplitude
e) a largura (t_p);
f) o tempo de subida (t_r) e o tempo de descida (t_f).

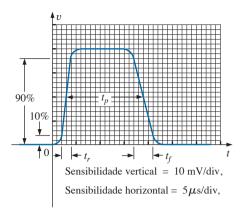



Figura 24.9 Exemplo 24.2.

Soluções:

a) **positivo**
b) V_b = **0 V**
c) % inclinação = **0%**
d) amplitude = (4 div.)(10 mV/div.) = **40 mV**
e) t_p = (3,2 div.)(5 μs/div.) = **16 μs**
f) t_r = (0,4 div.)(5 μs/div.) = **2 μs**
   t_f = (0,8 div.)(5 μs/div.) = **4 μs**

24.3 TAXA DE REPETIÇÃO E CICLO DE TRABALHO

Uma sequência de pulsos como a que aparece na Figura 24.10 é denominada **trem de pulsos**. As alturas e larguras variáveis podem conter informações a serem decodificadas no receptor.

Quando todos os pulsos têm a mesma largura e se repetem a intervalos regulares, como mostram as figuras 24.11(a) e (b), temos um **trem de pulsos periódicos**.

Figura 24.10 Trem de pulsos.

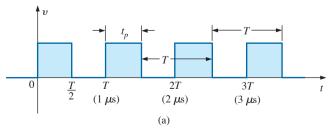
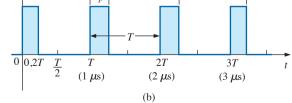



Figura 24.11 Trem de pulsos periódicos.

O *período* (T) de um trem de pulsos periódico é definido como a diferença de tempo entre pontos equivalentes de dois pulsos sucessivos, conforme mostram as figuras 24.11 (a) e (b).

A **frequência de repetição de pulsos** (frp), ou **taxa de repetição de pulsos** (trp), é definida por

$$\text{prf (ou prr)} = \frac{1}{T} \quad \text{Hz ou pulsos/s} \qquad (24.3)$$

Aplicando a Equação 24.3 às formas de onda mostradas na Figura 24.11, obtemos o mesmo valor de frequência de repetição de pulsos, já que os períodos são iguais. O resultado revela claramente que

a frequência de repetição dos pulsos não depende da forma dos pulsos individuais.

A frequência de repetição de pulsos depende apenas do período de repetição dos pulsos. O parâmetro que expressa a fração desse intervalo durante o qual o pulso está presente é chamado de **ciclo de trabalho** e é definido da seguinte maneira:

$$\text{Ciclo de trabalho} = \frac{\text{largura de pulso}}{\text{período}} \times 100\%$$

ou

$$\text{Ciclo de trabalho} = \frac{t_p}{T} \times 100\% \qquad (24.4)$$

Para a Figura 24.11(a) (uma forma de onda quadrada),

$$\text{Ciclo de trabalho} = \frac{0{,}5T}{T} \times 100\% = \mathbf{50\%}$$

e para a Figura 24.11(b),

$$\text{Ciclo de trabalho} = \frac{0{,}2T}{T} \times 100\% = \mathbf{20\%}$$

Os resultados acima mostram claramente que

o ciclo de trabalho fornece uma indicação percentual da fração do período total ocupada pelo pulso.

Figura 24.12 Exemplo 24.3.

EXEMPLO 24.3

Determine a frequência de repetição dos pulsos e o ciclo de trabalho para o trem de pulsos periódicos mostrados na Figura 24.12.

Solução:

$$T = (15 - 6)\ \mu\text{s} = 9\ \mu\text{s}$$

$$\text{prf} = \frac{1}{T} = \frac{1}{9\ \mu\text{s}} \cong \mathbf{111{,}11\ kHz}$$

$$\text{Ciclo de trabalho} = \frac{t_p}{T} \times 100\% = \frac{(8-6)\ \mu\text{s}}{9\ \mu\text{s}} \times 100\%$$

$$= \frac{2}{9} \times 100\% \cong \mathbf{22{,}22\%}$$

EXEMPLO 24.4

Determine a frequência de repetição dos pulsos e o ciclo de trabalho para o padrão do osciloscópio que aparece na Figura 24.13, com as sensibilidades indicadas.

Solução:

$$T = (3{,}2\ \text{div.})(1\ \text{ms/div.}) = 3{,}2\ \text{ms}$$

$$t_p = (0{,}8\ \text{div.})(1\ \text{ms/div.}) = 0{,}8\ \text{ms}$$

$$\text{prf} = \frac{1}{T} = \frac{1}{3{,}2\ \text{ms}} = \mathbf{312{,}5\ Hz}$$

$$\text{Ciclo de trabalho} = \frac{t_p}{T} \times 100\% = \frac{0{,}8\ \text{ms}}{3{,}2\ \text{ms}} \times 100\% = \mathbf{25\%}$$

Figura 24.13 Exemplo 24.4.

EXEMPLO 24.5

Determine a taxa de repetição dos pulsos e o ciclo de trabalho para a forma de onda de disparo (*trigger*) vista na Figura 24.14.

Solução:

$$T = (2{,}6 \text{ div.})(10\ \mu\text{s/div.}) = 26\ \mu\text{s}$$

$$\text{prf} = \frac{1}{T} = \frac{1}{26\ \mu\text{s}} = \mathbf{38{,}462\ kHz}$$

$$t_p \cong (0{,}2 \text{ div.})(10\ \mu\text{s/div.}) = 2\ \mu\text{s}$$

$$\text{Ciclo de trabalho} = \frac{t_p}{T} \times 100\% = \frac{2\ \mu\text{s}}{26\ \mu\text{s}} \times 100\% = \mathbf{7{,}69\%}$$

Figura 24.14 Exemplo 24.5.

24.4 VALOR MÉDIO

Existem dois métodos para se determinar o valor médio de uma forma de onda pulsada. O primeiro é o procedimento descrito na Seção 13.7, que pode ser aplicado a qualquer forma de onda alternada. O segundo pode ser aplicado apenas à forma de onda pulsada, já que usa termos específicos desse tipo de onda; ou seja,

$$V_{médio} = (\text{ciclo de trabalho})(\text{valor de pico}) + (1 - \text{ciclo de trabalho})(V_b) \quad (24.5)$$

Na Equação 24.5, o valor de pico é o desvio máximo a partir da referência, ou zero volt, e o ciclo de trabalho é expresso na forma decimal. A Equação 24.5 não leva em conta os efeitos da inclinação e dos tempos de subida e de descida do pulso.

EXEMPLO 24.6

Determine o valor médio do trem de pulsos periódico visto na Figura 24.15.

Solução:

Usando o método visto na Seção 13.7,

$$G = \frac{\text{área sob a curva}}{T}$$

$$T = (12 - 2)\ \mu\text{s} = 10\ \mu\text{s}$$

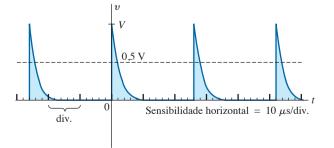
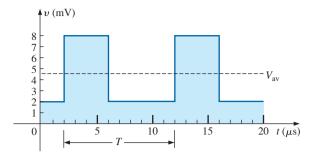



Figura 24.15 Exemplo 24.6.

$$G = \frac{(8\ \text{mV})(4\ \mu\text{s}) + (2\ \text{mV})(6\ \mu\text{s})}{10\ \mu\text{s}}$$

$$= \frac{32 \times 10^{-9} + 22 \times 10^{-9}}{10 \times 10^{-6}}$$

$$= \frac{44 \times 10^{-9}}{10 \times 10^{-6}} = \mathbf{4{,}4\ mV}$$

Pela Equação 24.5,

$$V_b = +2\ \text{mV}$$

$$\text{Ciclo de trabalho} = \frac{t_p}{T} = \frac{(6-2)\ \mu\text{s}}{10\ \mu\text{s}}$$

$$= \frac{4}{10} = 0{,}4 \qquad \text{(forma decimal)}$$

Valor de pico (referência de 0 V) = 8 mV

$$\begin{aligned} V_{médio} &= (\text{ciclo de trabalho})(\text{valor de pico}) + (1 - \text{ciclo de trabalho})(V_b) \\ &= (0{,}4)(8\ \text{mV}) + (1 - 0{,}4)(2\ \text{mV}) \\ &= 3{,}2\ \text{mV} + 1{,}2\ \text{mV} = \mathbf{4{,}4\ mV} \end{aligned}$$

conforme obtido anteriormente.

EXEMPLO 24.7

Dado um trem de pulsos periódico com um ciclo de trabalho de 28 por cento, um valor de pico de 7 V e um nível de base de –3 V:

a) Determine o valor médio.
b) Plote a forma de onda.
c) Verifique o resultado do item (a) usando o método da Seção 13.7.

Soluções:

a) Pela Equação 24.5,

$$\begin{aligned} V_{médio} &= (\text{ciclo de trabalho})(\text{valor de pico}) + (1 - \text{ciclo de trabalho})(V_b) \\ &= (0{,}28)(7\ \text{V}) + (1 - 0{,}28)(-3\ \text{V}) \\ &= 1{,}96\ \text{V} + (-2{,}16\ \text{V}) \\ &= \mathbf{-0{,}2\ V} \end{aligned}$$

Figura 24.16 Solução do item (b) do Exemplo 24.7.

b) Veja a Figura 24.16.

c) $G = \dfrac{(7\text{ V})(0{,}28T) - (3\text{ V})(0{,}72T)}{T}$

$= 1{,}96\text{ V} - 2{,}16\text{ V} = \mathbf{-0{,}2\text{ V}}$

conforme obtido no item (a).

Instrumentação

O valor médio (valor CC) de qualquer forma de onda pode ser facilmente determinado usando-se o osciloscópio. Se a chave seletora do osciloscópio for colocada na posição AC, a componente CC da onda de entrada será bloqueada por um capacitor interno e, dessa forma, não alcançará a tela. Podemos ajustar os controles de modo a obter a forma de onda vista na Figura 24.17(a). Se a chave de modo for então colocada na posição DC, o deslocamento vertical (positivo ou negativo) da forma de onda revelará o valor do nível médio ou CC do sinal de entrada, como mostra a Figura 24.17(b).

Figura 24.17 Determinação do valor médio de uma forma de onda pulsada usando-se um osciloscópio.

24.5 TRANSITÓRIOS EM CIRCUITOS R-C

No Capítulo 10 foi desenvolvida a solução geral para o comportamento transitório de um circuito *R-C* com ou sem valores iniciais de tensão. Repetimos a seguir, por conveniência, a expressão da tensão no capacitor.

$$v_C = V_f + (V_i - V_f)e^{-t/RC} \qquad (24.6)$$

Lembre-se de que V_i é a tensão no capacitor no início da fase transitória, como mostra a Figura 24.18. A tensão V_f é a tensão no capacitor durante o estado estacionário (repouso) que corresponde ao final da fase transitória. A duração da fase transitória é aproximadamente 5τ, onde τ é a constante de tempo do circuito, dada pelo produto *RC*.

No caso em que a tensão inicial for zero, a equação anterior se reduzirá à forma a seguir, onde em geral V_f representa a tensão aplicada:

$$v_C = V_f(1 - e^{-t/RC})\Big|_{V_i = 0\text{ V}} \qquad (24.7)$$

Para o caso da forma de onda mostrada na Figura 24.19, $V_i = -2$ V, $V_f = +5$ V e

Figura 24.18 Definição dos parâmetros da Equação 24.6.

$$v_C = V_i + (V_f - V_i)(1 - e^{-t/RC})$$
$$= -2\text{ V} + [5\text{ V} - (-2\text{ V})](1 - e^{-t/RC})$$
$$v_C = -2\text{ V} + 7\text{ V}(1 - e^{-t/RC})$$

Para o caso em que $t = \tau = RC$,

$$v_C = -2\text{ V} + 7\text{ V}(1 - e^{-t/\tau}) = -2\text{ V} + 7\text{ V}(1 - e^{-1})$$
$$= -2\text{ V} + 7\text{ V}(1 - 0{,}368) = -2\text{ V} + 7\text{ V}(0{,}632)$$
$$v_C = 2{,}424\text{ V}$$

conforme comprovado pela Figura 24.19.

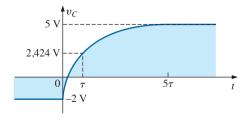



Figura 24.19 Exemplo do uso da Equação 24.6.

EXEMPLO 24.8

O capacitor visto na Figura 24.20 tem uma carga inicial de 2 V antes do fechamento da chave. A chave é então fechada.

a) Determine a expressão matemática para v_C.
b) Determine a expressão matemática para i_C.
c) Esboce as formas de onda de v_c e i_c.

Soluções:

a) $V_i = 2$ V

V_f (após 5τ) $= E = 8$ V

$\tau = RC = (100\ \text{k}\Omega)(1\ \text{mF}) = 100$ ms

Pela Equação 24.6,

$$v_C = V_f + (V_i - V_f)e^{-t/RC}$$
$$= 8\ \text{V} + (2\ \text{V} - 8\ \text{V})e^{-t/\tau}$$

e $$v_C = \mathbf{8\ V - 6\ V}e^{-t/\tau}$$

b) Quando a chave é fechada, a tensão no capacitor não pode mudar instantaneamente e, portanto, $V_R = E - V_i = 8\ \text{V} - 2\ \text{V} = 6$ V. A corrente muda instantaneamente de zero para um valor dado pela lei de Ohm:

$$I_{R_{\text{máx}}} = \frac{V_R}{R} = \frac{6\ \text{V}}{100\ \text{k}\Omega} = 0{,}06\ \text{mA}$$

Em seguida, a corrente cai para zero com a mesma constante de tempo calculada no item (a), e

$$i_C = \mathbf{0{,}06\ mA}e^{-t/\tau}$$

c) Veja a Figura 24.21.

Figura 24.20 Exemplo 24.8.

Figura 24.21 v_C e i_C para o circuito visto na Figura 24.20.

EXEMPLO 24.9

Trace o gráfico de v_c em função de tempo para a entrada em degrau mostrada na Figura 24.22. Considere que a tensão de –4 mV foi aplicada ao circuito por um período de tempo maior do que cinco constantes de tempo. Então, determine quando $v_C = 0$ V se a tensão muda de nível em $t = 0$ s.

Solução:

$$V_i = -4\ \text{mV} \quad V_f = 10\ \text{mV}$$
$$\tau = RC = (1\ \text{k}\Omega)(0{,}01\ \mu\text{F}) = 10\ \mu\text{s}$$

Pela Equação 24.6,

$$v_C = V_f + (V_i - V_f)e^{-t/RC}$$
$$= 10\ \text{mV} + (-4\ \text{mV} - 10\ \text{mV})e^{-t/10\mu\text{s}}$$

e $$v_C = \mathbf{10\ mV - 14\ mV}\ e^{-t/10\mu s}$$

A forma de onda aparece na Figura 24.23.

Fazendo $v_C = 0$ V na equação anterior, temos

$$v_C = 0\ \text{V} = 10\ \text{mV} - 14\ \text{mV}\ e^{-t/10\mu\text{s}}$$

e $$\frac{10\ \text{mV}}{14\ \text{mV}} = e^{-t/10\mu\text{s}}$$

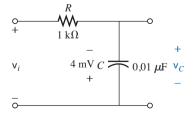



Figura 24.22 Exemplo 24.9.

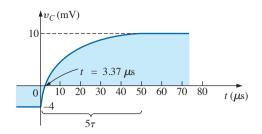



Figura 24.23 v_C para o circuito visto na Figura 24.22.

ou $$0{,}714 = e^{-t/10\mu s}$$

mas $$\log_e 0{,}714 = \log_e(e^{-t/10\mu s}) = \frac{-t}{10\ \mu s}$$

$$t = -(10\ \mu s)\log_e 0{,}714 = -(10\ \mu s)(-0{,}377)$$
$$= \mathbf{3{,}37\ \mu s}$$

conforme indica a Figura 24.23.

24.6 RESPOSTA DE UM CIRCUITO R-C A UMA ONDA QUADRADA

A **onda quadrada** vista na Figura 24.24 é um caso particular de forma de onda pulsada. Ela apresenta um ciclo de trabalho de 50 por cento e um valor médio de zero volt, como mostram os cálculos a seguir:

$$\text{Ciclo de trabalho} = \frac{t_p}{T} \times 100\% = \frac{T/2}{T} \times 100\% = \mathbf{50\%}$$

$$V_{\text{média}} = \frac{(V_1)(T/2) + (-V_1)(T/2)}{T} = \frac{0}{T} = \mathbf{0\ V}$$

A aplicação de uma tensão contínua V_1 em série com a onda quadrada mostrada na Figura 24.24 pode elevar o valor do nível de base de $-V_1$ para 0 volt e o valor médio de 0 para V_1 volts.

Se uma onda quadrada, tal como a que vemos na Figura 24.25, for aplicada a um circuito *R-C,* como o que é mostrado na Figura 24.26, o período da onda quadrada poderá ter efeito significativo na forma de onda resultante para v_C.

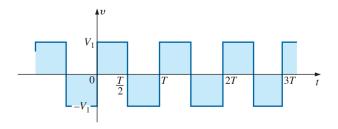



Figura 24.24 Onda quadrada periódica.

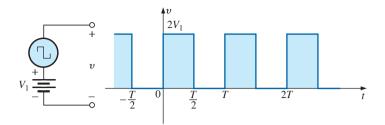



Figura 24.25 Aumento do nível de base de uma onda quadrada para 0 V.

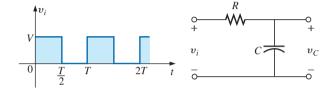



Figura 24.26 Aplicação de um trem de pulsos de onda quadrada periódica a um circuito *R-C*.

Nas análises que se seguem, consideraremos que o regime estacionário é atingido após um período de cinco constantes de tempo. Assim, as formas de onda no capacitor podem ser separadas em três tipos: $T/2 > 5\tau$; $T/2 = 5\tau$ e $T/2 < 5\tau$.

T/2 > 5τ

A condição $T/2 > 5\tau$, ou $T > 10\tau$, estabelece uma situação na qual o capacitor pode ser carregado até o valor de estado estacionário antes de $t = T/2$. As formas de onda correspondentes de v_C e i_C aparecem na Figura 24.27. Observe que v_C se parece muito com a tensão aplicada e que i_C não passa de uma série de picos muito estreitos. Observe também que quando a tensão aplicada V_i cai de V para 0 na borda de descida, o capacitor se descarrega rapidamente de v_C para zero volt. Basicamente, quando V_i = 0, o capacitor e o resistor estão em paralelo, sendo que o capacitor se descarrega através de *R* com uma constante de tempo igual à da fase de carga, mas com uma corrente em sentido contrário ao dela.

T/2 = 5τ

Quando a frequência da onda quadrada é tal que $T/2 = 5\tau$, ou seja, quando $T = 10\tau$, a tensão v_C atinge o valor final exatamente antes de iniciar a fase de descarga, como mostra a Figura 24.28. A forma de onda da tensão v_C não parece mais com uma onda quadrada, tendo na realidade características de uma onda triangular. O aumento na constante de tempo resultou em uma forma de onda v_C mais arredondada, tendo a corrente i_C aumentado substancialmente na largura, mostrando um período de carga mais longo.

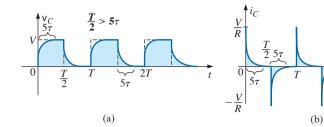



Figura 24.27 v_C e i_C para $T/2 > 5\tau$.

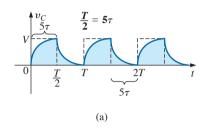
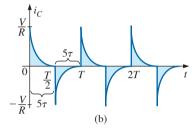



Figura 24.28 v_C e i_C para $T/2 = 5\tau$.

T/2 < 5τ

Se $T/2 < 5\tau$, ou seja, $T < 10\tau$, a tensão v_C não alcança o seu valor final durante o primeiro pulso (veja a Figura 24.29), e o ciclo de descarga não retorna para zero volt. Na realidade, o valor inicial de cada pulso subsequente varia até que o regime estacionário seja alcançado. Na maioria dos casos, considerar que o regime estacionário se estabeleça após cinco ciclos da forma de onda aplicada é uma boa aproximação.

À medida que a frequência aumentar e o período diminuir, ocorrerá uma resposta cada vez mais plana para v_C até resultar no tipo de forma de onda mostrada na Figura 24.30. Essa figura nos leva a uma importante conclusão em relação à curva de resposta de v_C:

No regime estacionário, o valor médio de v_C é igual ao valor médio da onda quadrada aplicada.

Observe nas figuras 24.29 e 24.30 que a forma de onda de v_C aproxima-se do valor médio de $V/2$.

Figura 24.29 v_C e i_C para $T/2 < 5\tau$.

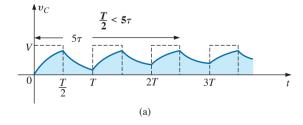
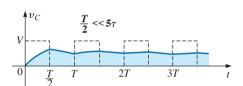



Figura 24.30 v_C para $T/2 << 5\tau$ ou $T << 10\tau$.

EXEMPLO 24.10

A onda quadrada de frequência 1.000 Hz, mostrada na Figura 24.31, é aplicada ao circuito *R-C* da mesma figura.

a) Compare a largura dos pulsos da onda quadrada com a constante de tempo do circuito.
b) Esboce o gráfico de v_C.
c) Esboce o gráfico de i_C.

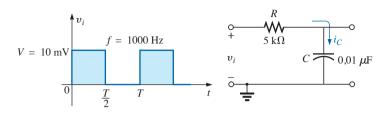



Figura 24.31 Exemplo 24.10.

Soluções:

a) $T = \dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{1000} = 1$ ms

$$t_p = \frac{T}{2} = 0{,}5 \text{ ms}$$

$$\tau = RC = (5 \times 10^3\ \Omega)(0{,}01 \times 10^{-6}\ \text{F}) = 0{,}05 \text{ ms}$$

$$\frac{t_p}{\tau} = \frac{0{,}5 \text{ ms}}{0{,}05 \text{ ms}} = 10 \text{ e}$$

$$t_p = \mathbf{10\tau} = \mathbf{\frac{T}{2}}$$

O resultado mostra que v_C atinge o valor final depois de decorrido um intervalo igual à metade da largura dos pulsos.

b) Na fase de carga, $V_i = 0$ V e $V_f = 10$ mV, e

$$v_C = V_f + (V_i - V_f)e^{-t/RC}$$
$$= 10 \text{ mV} + (0 - 10 \text{ mV})e^{-t/\tau}$$

e $\quad v_C = \mathbf{10\ mV(1 - e^{-t/\tau})}$

Na fase de descarga, $V_i = 10$ mV e $V_f = 0$, e

$$v_C = V_f + (V_i - V_f)e^{-t/\tau}$$
$$= 0 \text{ V} + (10 \text{ mV} - 0 \text{ V})e^{-t/\tau}$$

e $\quad v_C = \mathbf{10\ mV}\boldsymbol{e^{-t/\tau}}$

A forma de onda de v_C aparece na Figura 24.32.

c) Na fase de carga em $t = 0$ s, $V_R = V$ e $I_{R_{máx}} = V/R =$ 10 mV/5 kΩ = 2 μA, e

$$i_C = I_{máx}e^{-t/\tau} = \mathbf{2\ \mu A}\boldsymbol{e^{-t/\tau}}$$

Durante a fase de descarga, a corrente é descrita pela mesma equação, mas com o sinal oposto, como mostra a Figura 24.33.

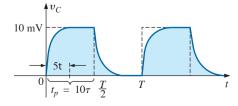



Figura 24.32 v_C para o circuito R-C visto na Figura 24.31.

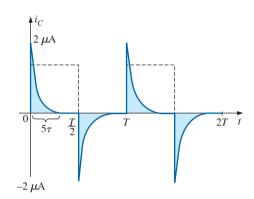



Figura 24.33 i_C para o circuito R-C visto na Figura 24.31.

EXEMPLO 24.11

Repita o Exemplo 24.10 para $f = 10$ kHz.

Solução:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{10 \text{ kHz}} = 0{,}1 \text{ ms}$$

e $$\frac{T}{2} = 0{,}05 \text{ ms}$$

com $$\tau = t_p = \frac{T}{2} = 0{,}05 \text{ ms}$$

Em outras palavras, a largura dos pulsos é exatamente igual à constante de tempo do circuito. A tensão v_C não alcança o valor final antes que o primeiro pulso da onda quadrada retorne para zero.

No intervalo de $t = 0$ a $T/2$, $V_i = 0$ V e $V_f = 10$ mV, e:

$$v_C = 10 \text{ mV}(1 - e^{-t/\tau})$$

Como vimos do Capítulo 10, em $t = \tau$ a tensão $v_C =$ 63,2 por cento do valor final. Fazendo $t = \tau$ na equação acima, temos

$$v_C = (10 \text{ mV})(1 - e^{-1}) = (10 \text{ mV})(1 - 0{,}368)$$
$$= (10 \text{ mV})(0{,}632) = 6{,}32 \text{ mV}$$

conforme mostra a Figura 24.34.

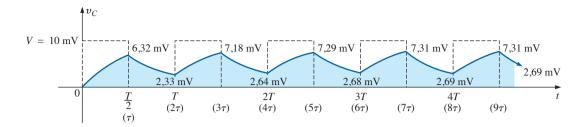



Figura 24.34 Resposta de v_C para $t_p = \tau = T/2$.

Na fase de descarga, entre $t = T/2$ e T, $V_i = 6{,}32$ mV e $v_f = 0$ v, e

$$v_C = V_f + (V_i - V_f)e^{-t/\tau}$$
$$= 0\text{ V} + (6{,}32\text{ mV} - 0\text{ V})e^{-t/\tau}$$
$$v_C = 6{,}32\text{ mV}e^{-t/\tau}$$

onde agora t é medido a partir de $t = T/2$ na Figura 24.34. Em outras palavras, fazemos $t = 0$ s no início de cada um dos intervalos da Figura 24.34. Assim, por exemplo, para calcular o valor de v_C em $t = T$, fazemos $t = \tau$ na equação acima, e não $t = 2\tau$, como parece sugerir a Figura 24.34.

Substituindo $t = \tau$, temos

$$v_C = (6{,}32\text{ mV})(e^{-1}) = (6{,}32\text{ mV})(0{,}368)$$
$$= 2{,}33\text{ mV}$$

conforme mostra a Figura 24.34.

No intervalo seguinte, $V_i = 2{,}33$ mV e $V_f = 10$ mV, e

$$v_C = V_f + (V_i - V_f)e^{-t/\tau}$$
$$= 10\text{ mV} + (2{,}33\text{ mV} - 10\text{ mV})e^{-t/\tau}$$
$$v_C = 10\text{ mV} - 7{,}67\text{ mV}e^{-t/\tau}$$

Em $t = \tau$ (pois $t = T = 2\tau$ é considerado $t = 0$ s para esse intervalo),

$$v_C = 10\text{ mV} - 7{,}67\text{ mV}e^{-1}$$
$$= 10\text{ mV} - 2{,}82\text{ mV}$$
$$v_C = 7{,}18\text{ mV}$$

conforme mostra a Figura 24.34.

No intervalo em que o capacitor está descarregando, $V_i = 7{,}18$ mV e $V_f = 0$ V, e

$$v_C = V_f + (V_i - V_f)e^{-t/\tau}$$
$$= 0\text{ V} + (7{,}18\text{ mV} - 0)e^{-t/\tau}$$
$$v_C = 7{,}18\text{ mV}e^{-t/\tau}$$

Em $t = \tau$ (medido a partir de 3τ na Figura 24.34),

$$v_C = (7{,}18\text{ mV})(e^{-1}) = (7{,}18\text{ mV})(0{,}368)$$
$$= 2{,}64\text{ mV}$$

conforme mostra a Figura 24.34.

Continuando o processo é possível gerar a forma de onda completa de v_C que aparece na Figura 24.34. Observe que as repetições ocorrem após $t = 8\tau$ e a forma de onda alcança o estado estacionário em um período de tempo menor do que 10τ, que corresponde a menos de 5 ciclos da onda quadrada aplicada.

Observando os detalhes da forma de onda, verificamos que os níveis máximo e mínimo de v_C aumentam gradualmente até o estado estacionário ser alcançado. Como a forma de onda exponencial entre $t = 4T$ e $t = 5T$ tem constantes de tempo iguais, o valor médio de v_C pode ser determinado a partir dos valores finais de v_C, 7,31 mV e 2,69 mV, da seguinte forma:

$$V_{av} = \frac{7{,}31\text{ mV} + 2{,}69\text{ mV}}{2} = \frac{10\text{ mV}}{2} = 5\text{ mV}$$

que é igual ao valor médio da onda quadrada aplicada, como já foi dito anteriormente nessa seção.

Podemos usar os resultados vistos na Figura 24.34 para plotar i_C. Em qualquer instante de tempo,

$$v_i = v_R + v_C \quad \text{ou} \quad v_R = v_i - v_C$$

e

$$i_R = i_C = \frac{v_i - v_C}{R}$$

Em $t = 0^+$, $v_C = 0$ V, e

$$i_R = \frac{v_i - v_C}{R} = \frac{10\text{ mV} - 0}{5\text{ k}\Omega} = 2\ \mu\text{A}$$

conforme mostra a Figura 24.35.

À medida que o capacitor vai se carregando, a corrente i_C diminui a uma taxa expressa por

$$i_C = 2\ \mu\text{A}e^{-t/\tau}$$

Em $t = \tau$,

$$i_C = (2\ \mu\text{A})(e^{-\tau/\tau}) = (2\ \mu\text{A})(e^{-1})$$
$$= (2\ \mu\text{A})(0{,}368)$$
$$= 0{,}736\ \mu\text{A}$$

conforme mostra a Figura 24.35.

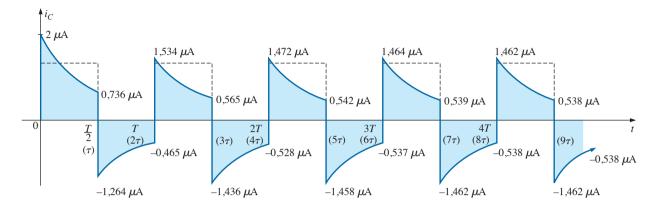



Figura 24.35 Resposta de i_C para $t_p = \tau = T/2$.

No caso da borda posterior do primeiro pulso, a tensão no capacitor não pode variar instantaneamente, resultando no valor de corrente, mostrado a seguir, quando v_i cai para zero:

$$i_C = i_R = \frac{v_i - v_C}{R} = \frac{0 - 6{,}32\text{ mV}}{5\text{ k}\Omega} = -1{,}264\ \mu\text{A}$$

conforme ilustra a Figura 24.35. A partir desse momento, a corrente passa a diminuir de acordo com a equação:

$$i_C = -1{,}264\ \mu\text{A}e^{-t/\tau}$$

e em $t = \tau$ (ou seja, em $t = 2\tau$ na Figura 24.35),

$$\begin{aligned} i_C &= (-1{,}264\ \mu\text{A})(e^{-\tau/\tau}) = (-1{,}264\ \mu\text{A})(e^{-1}) \\ &= (-1{,}264\ \mu\text{A})(0{,}368) = -0{,}465\ \mu\text{A} \end{aligned}$$

conforme mostra a Figura 24.35.

Em $t = T$ ($t = 2\tau$), $v_C = 2{,}33$ mV, e v_i retorna para 10 mV, resultando em

$$\begin{aligned} i_C = i_R &= \frac{v_i - v_C}{R} = \frac{10\text{ mV} - 2{,}33\text{ mV}}{5\text{ k}\Omega} \\ &= 1{,}534\ \mu\text{A} \end{aligned}$$

A equação usada para determinar a diminuição da corrente agora é

$$i_C = 1{,}534\ \mu\text{A}e^{-t/\tau}$$

e em $t = \tau$ (ou seja, em $t = 3\tau$ na Figura 24.35),

$$i_C = (1{,}534\ \mu\text{A})(0{,}368) = 0{,}565\ \mu\text{A}$$

O processo continua até que o estado estacionário seja alcançado no mesmo instante em que foi alcançado por v_C. Observe na Figura 24.35 que a corrente máxima diminui na direção do estado estacionário, enquanto a corrente no sentido oposto fica mais negativa. É também importante observar que a forma de onda atual torna-se simétrica em relação ao eixo horizontal quando o regime estacionário é atingido. O resultado é que a corrente média ao longo de um ciclo é zero, como deve acontecer nos circuitos *R-C* em série. Lembre-se do estudo do Capítulo 10, no qual o capacitor no regime estacionário CC pode ser substituído por um circuito aberto e, portanto, $I_C = 0$ A.

Embora nos dois exemplos anteriores tenhamos iniciado nossa análise com o capacitor descarregado, nada impede que utilizemos o mesmo método para resolver problemas em que o capacitor possui uma carga inicial. Para isso, basta substituir V_i pela tensão inicial do capacitor na Equação 24.6 e proceder como exposto anteriormente.

24.7 PONTA DE PROVA ATENUADORA COMPENSADA

A **ponta de prova atenuadora** ×10 usada nos osciloscópios é projetada para reduzir a amplitude da tensão de entrada do osciloscópio por um fator de 10. Se a impedância de entrada do osciloscópio for 1 MΩ, a ponta de prova ×10 deverá ter uma resistência interna de 9 MΩ, conforme mostra a Figura 24.36.

Aplicando a regra dos divisores de tensão,

$$V_{\text{osc}} = \frac{(1\text{ M}\Omega)(V_i)}{1\text{ M}\Omega + 9\text{ M}\Omega} = \frac{1}{10}V_i$$

Além da resistência de entrada, os osciloscópios também possuem alguma capacitância de entrada e a ponta de prova introduz uma capacitância adicional em paralelo com a do osciloscópio, como mostra a Figura 24.37. A capacitância da ponta de prova é da ordem de 10 pF para cabos de 1 m de comprimento e 15 pF para cabos de 3 m de comprimento. A capacitância total de entrada é, por-

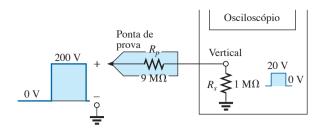



Figura 24.36 Ponta atenuadora × 10.

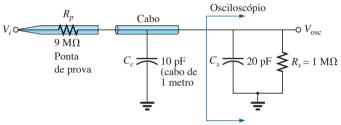



Figura 24.37 Elementos capacitivos presentes em uma ponta de prova atenuadora.

tanto, a soma dos dois elementos capacitivos, resultando no circuito equivalente visto na Figura 24.38.

Para analisar o circuito, determinemos o circuito equivalente de Thévenin do ponto de vista do capacitor C_i:

$$E_{Th} = \frac{(1\ \text{M}\Omega)(V_i)}{1\ \text{M}\Omega + 9\ \text{M}\Omega} = \frac{1}{10}V_i$$

e $$R_{Th} = 9\ \text{M}\Omega \parallel 1\ \text{M}\Omega = 0{,}9\ \text{M}\Omega$$

O circuito equivalente de Thévenin é mostrado na Figura 24.39.

Para $v_i = 200$ V (valor máximo),

$$E_{Th} = 0{,}1v_i = 20\text{ V (valor máximo)}$$

e para calcular v_C, $V_f = 20$ V e $V_i = 0$ V, com

$$\tau = RC = (0{,}9 \times 10^6\ \text{W})(30 \times 10^{-12}\ \text{F}) = 27\ \mu\text{s}$$

Para uma frequência de 5 kHz,

$$T = \frac{1}{f} = 0{,}2\text{ ms} \qquad \text{e} \qquad \frac{T}{2} = 0{,}1\text{ ms} = 100\ \mu\text{s}$$

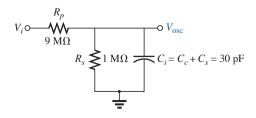



Figura 24.38 Circuito equivalente ao mostrado na Figura 24.37.

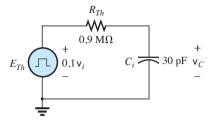



Figura 24.39 Circuito equivalente de Thévenin para C_i, conforme o circuito visto na Figura 24.38.

com $5\tau = 135\ \mu s > 100\ \mu s$, como mostra a Figura 24.40, que produz claramente uma considerável distorção do sinal de entrada.

Para corrigir esse problema, um capacitor variável frequentemente é acrescentado em paralelo com a resistência da ponta de prova, o que resulta em uma **ponta de prova atenuadora compensada**, como a que é mostrada na Figura 24.41. No Capítulo 22 foi demonstrado que uma onda quadrada pode ser gerada por uma soma de senoides de várias frequências e amplitudes. Se projetarmos um circuito como o que vemos na Figura 24.42 de tal forma que V_{osc} seja igual a $0{,}1v_i$ para qualquer frequência, a onda quadrada será atenuada sem distorção e V_{osc} terá a mesma forma que v_i.

Aplicando a regra dos divisores de tensão ao circuito visto na Figura 24.42, temos

$$\mathbf{V}_{osc} = \frac{\mathbf{Z}_s\mathbf{V}_i}{\mathbf{Z}_s + \mathbf{Z}_p} \tag{24.8}$$

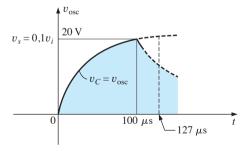



Figura 24.40 Padrão na tela de um osciloscópio da Figura 24.38 para $v_i = 200$ V de valor máximo.

Figura 24.41 Ponta de prova atenuadora compensada 10:1. (Cortesia de Tektronix, Inc.)

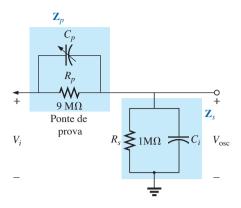



Figura 24.42 Ponta de prova atenuadora compensada e impedância de entrada de um osciloscópio, incluindo a capacitância do cabo.

Se os parâmetros forem escolhidos ou ajustados de tal maneira que

$$R_pC_p = R_sC_s \tag{24.9}$$

os ângulos de fase $\mathbf{Z}_s$ e $\mathbf{Z}_p$ serão iguais e a Equação 24.8 ficará reduzida à equação

$$\mathbf{V}_{osc} = \frac{R_s\mathbf{V}_i}{R_s + R_p} \tag{24.10}$$

que não depende da frequência, já que a parte reativa da resposta foi cancelada.

Na prática, simplesmente ajustamos a capacitância da ponta de prova até que os cantos de uma onda quadrada usada como padrão fiquem bem definidos. Se a calibração não for feita, pode acontecer de um sinal arredondado ter o aspecto de uma onda quadrada, pois considerou-se uma onda quadrada no ponto de medição.

Se o valor da capacitância da ponta de prova for excessivo, haverá um efeito de sobressinal; porém, se for insuficiente, os pulsos continuarão a ter forma arredondada.

24.8 APLICAÇÕES

Controle remoto de TV

O controle remoto de TV, em muitos aspectos, é similar ao controle remoto de portão de garagem ou ao transmissor do alarme do carro, nos quais não há nenhuma conexão visível entre o transmissor e o receptor, e cada transmissor está 'conectado' ao seu receptor por um código especial. A principal diferença entre o controle remoto de TV e os outros é que o primeiro usa uma frequência na faixa do infravermelho, enquanto os outros usam uma frequência de rádio muito mais baixa.

O controle remoto de TV, visto na Figura 24.43(a), foi desmontado para mostrar separadamente o teclado e a placa do circuito interno da unidade que são vistos na Figura 24.43(b). As três partes do controle remoto, mostradas na Figura 24.43(b), foram posicionadas de maneira a podermos visualizar o encaixe da cobertura externa, cujos furos coincidem com as diversas teclas em uma membrana que, quando pressionada, entra em contato com a face mostrada da placa de circuito impresso. Note que nessa placa existe uma região escura que coincide com a posição de cada tecla da membrana. A parte posterior da membrana de teclas é mostrada na Figura 24.43(c), na qual vemos contatos macios revestidos de carbono que farão contato elétrico com os contatos de carbono na placa de circuito impresso quando as teclas forem pressionadas. Uma foto ampliada de um dos contatos (S31) visto na Figura 24.43(c) é mostrada na Figura 24.43(d) para ilustrar a separação entre os circuitos e o formato do contato usado para garantir a continuidade quando uma tecla for pressionada.

Todas as conexões estabelecidas quando uma tecla é pressionada passam por um CI relativamente grande, que é um codificador de teclado matricial situado na parte posterior da placa de circuito impresso. Podemos vê-lo na Figura 24.44. No caso do contato S31, visto na Figura 24.43(d), três conexões da matriz, que aparecem na Figura 24.43(b), são conectadas quando a tecla correspondente (número 5) é pressionada. O codificador reage a essa combinação e envia um sinal apropriado em infravermelho para a saída a partir de um LED infravermelho que aparece na extremidade do controle remoto, conforme mostram as figuras 24.43(b) e 24.44. O segundo LED menor (junto ao LED infravermelho) que aparece na parte superior da figura 24.43(b) pisca durante a transmissão. Uma vez inseridas as baterias, o circuito eletrônico CMOS, que controla a operação do controle remoto, estará *sempre energizado*. Isso só é possível graças ao baixo consumo de energia dos circuitos com tecnologia CMOS. O botão *power* (PWR) é usado apenas para ligar o aparelho de TV e ativar o receptor.

O sinal enviado pela maioria dos controles remotos é um dos dois tipos mostrados na Figura 24.45. Nos dois casos, existe um pulso de início para começar a sequência de pulsos do sinal e informar ao receptor que o sinal codificado está chegando. Na Figura 24.45(a), um sinal codificado em binário de 4 bits é transmitido usando pulsos em posições específicas para representar os 'uns' e usando a ausência de um pulso para representar os 'zeros'. Esse sinal codificado pode então ser interpretado pela unidade receptora que realiza a operação decodificada. Na Figura 24.45(b), o sinal é controlado por frequência. Cada tecla tem uma frequência diferente associada a ela. O resultado

(a)

(b)

(c)

(d)

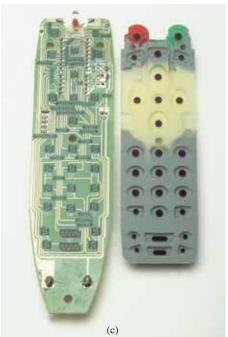
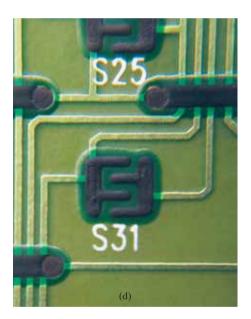



Figura 24.43 Controle remoto de TV: (a) aparência externa; (b) constituição interna; (c) teclado com contatos de carbono; (d) foto ampliada do contato S31.

é que cada tecla tem uma frequência de transmissão específica. Como cada receptor de TV responde a um trem de pulsos diferente, o controle remoto tem de ser codificado para o aparelho de TV que se deseja controlar. Existem controles remotos com *programação fixa* que só podem ser usados em um aparelho de TV. Existem também controles remotos *inteligentes* que são programados internamente com diversos códigos. Controles remotos desse tipo só precisam ser 'informados' a respeito de qual aparelho de TV se deseja controlar usando um sistema de código de três dígitos, e eles, então, adaptam-se ao aparelho de TV. Controles remotos que têm a capacidade de *aprender* códigos são aqueles que podem armazenar internamente o código de controles remotos antigos para uso posterior. Nesse caso, um controle remoto é posicionado em frente ao outro e a informação é transferida de um para o outro quando os dois são energizados. Existem controles remotos que são uma combinação desses dois tipos.

O controle remoto mostrado na Figura 24.43 usa quatro pilhas AAA em série, resultando em tensão final de 6 V. Ele tem um oscilador próprio local a cristal separado do CI conforme se pode ver pelos componentes discretos

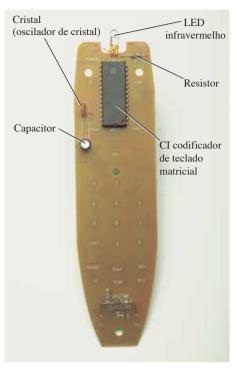



Figura 24.44 Parte posterior do controle remoto de TV visto na Figura 24.43.

Figura 24.46 Ângulo de cobertura do controle remoto visto na Figura 24.43.

localizados na parte superior direita e na parte central à esquerda na placa de circuito impresso vista na Figura 24.43(c). O cristal, que é um componente relativamente grande, comparado aos outros componentes, aparece no outro lado da placa logo acima do capacitor eletrolítico que vemos na Figura 24.44. É de responsabilidade do oscilador gerar o sinal necessário para uma operação adequada do CI. Note, na Figura 24.43(b), como os componentes têm um perfil baixo e, diferentemente disso, como é grande o capacitor eletrolítico do outro lado da placa de circuito impresso vista na Figura 24.44. As especificações da unidade em questão fornecem um alcance de 7,62 m com um ângulo de cobertura de 30º, conforme mostra a Figura 24.46. O ângulo de cobertura de uma unidade pode ser testado com facilidade apontando-o diretamente para o aparelho de TV e em seguida movendo-o em qualquer direção até que o televisor não capte mais o sinal.

24.9 ANÁLISE COMPUTACIONAL

PSpice

Resposta *R-C*. Nossa análise começa com uma verificação dos resultados do Exemplo 24.10, no qual analisamos a resposta de um circuito *R-C* em série que aparece no esquema visto na Figura 24.47. A fonte é uma daquelas usadas nos capítulos 10 e 11 para fazer o papel de uma chave em série com uma fonte CC. Os atributos definidos para a forma de onda do pulso são repetidos por conveniência na Figura 24.48. Lembre-se de que o tempo

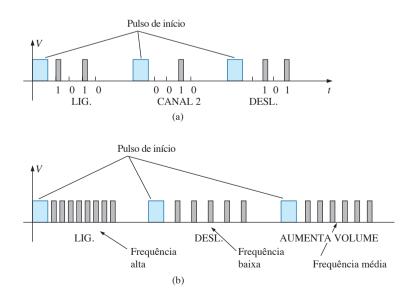



Figura 24.45 Transmissão de sinal: (a) trem de pulsos; (b) variação de frequência.

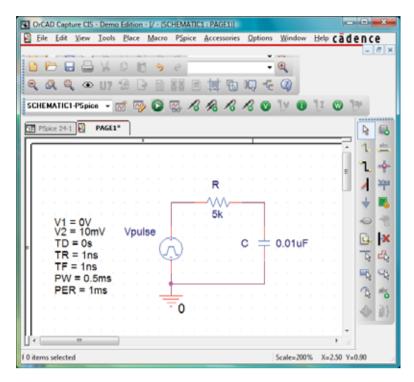



Figura 24.47 Uso do PSpice para verificar os resultados do Exemplo 24.10.

PW foi ajustado de modo a ser longo o suficiente para que todo o período transitório pudesse ser examinado. Nessa análise, a largura do pulso é ajustada para permitir a visualização do comportamento transitório de um circuito *R-C* entre variações de níveis da tensão aplicada. Inicialmente, **PW** é ajustado com um valor que é dez vezes a constante de tempo do circuito, de modo que a resposta completa ao transitório possa ocorrer entre as mudanças de tensão. A constante de tempo do circuito é $\tau = RC = (5\ \text{k}\Omega)\ (0{,}01\ \mu\text{F}) = 0{,}05$ ms, resultando em **PW** de 0,5 ms, conforme mostra a Figura 24.47. Para ter uma aparência de onda quadrada, foi escolhido um período que é o dobro da largura do pulso, ou 1 ms, como mostrado na listagem de parâmetros de **VPulse**.

Na caixa de diálogo **Simulation Settings**, a opção **Time Domain(Transient)** é selecionada porque desejamos uma resposta em função do tempo. O parâmetro **Run to time** é ajustado em 2 ms de maneira que dois ciclos completos possam ser visualizados. **Start saving data after** foi mantido no valor default de 0 s e **Maximum step size** foi ajustado em 2 ms/1.000 = 2 μs. Após a simulação, a sequência **Trace-Add Trace-I(C)-OK** produz o gráfico que é visto na parte inferior da Figura 24.49. Note que a corrente máxima é 2 μA, conforme determinado por $I_{Cmáx} = 10\ \text{mV}/5\ \text{k}\Omega$, e a resposta transitória completa aparece dentro do período de cada pulso. Note também que a corrente apresenta valores abaixo do eixo horizontal, revelando uma mudança no sentido quando a tensão aplicada passa de 10 mV para 0 V. Pela sequência **Plot-Add Plot to Window-Trace-Add Trace-V(Vpulse:+)-OK-Trace--Add Trace-V(C:1)-OK**, os gráficos da tensão aplicada e da tensão no capacitor podem ser mostrados na parte superior da Figura 24.49. Primeiro selecionamos o gráfico visto na parte superior da Figura 24.49, em que aparece a identificação **SEL>>**, e então ativamos o botão **Toggle cursor**. Agora podemos clicar com o botão esquerdo do mouse em **V(C:1)** na parte inferior direita do gráfico e posicionar o cursor no gráfico com um clique no botão esquerdo do mouse. Ao posicionar o cursor em cinco constantes de tempo, vemos que a tensão transitória alcançou 10 mV. Posicionando o cursor ativado pelo botão direito do mouse em dez constantes de tempo, vemos que V_C tem uma tensão de praticamente 10 mV.

Figura 24.48 Definição dos parâmetros de **Vpulse** no PSpice.

Ajustando $t_P = \tau = T/2$. Agora os parâmetros da fonte serão modificados alterando-se a frequência da forma de onda do pulso para 10 kHz com um período de 0,1 ms e

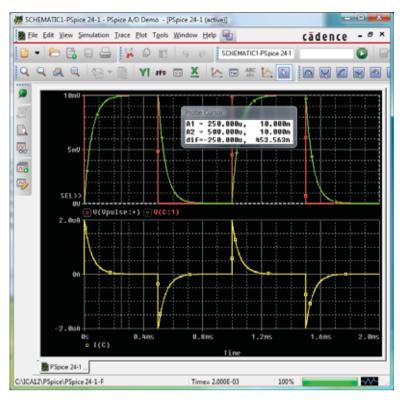



Figura 24.49 Gráfico de v_{pulse}, v_C e i_C para o circuito visto na Figura 24.47.

uma largura de pulso de 0,05 ms. No caso de **Vpulse**, as mudanças são **PW** = 0,05 ms e **PER** = 0,1 ms. A constante de tempo do circuito continua a mesma, 0,05 ms, assim temos uma situação na qual a largura do pulso é igual a uma constante de tempo do circuito. O resultado é que decorrerá o tempo de alguns pulsos para que a tensão no capacitor alcance o seu valor final de 10 mV. Na caixa de diálogo **Simulation Settings**, o parâmetro **Run to time** é alterado

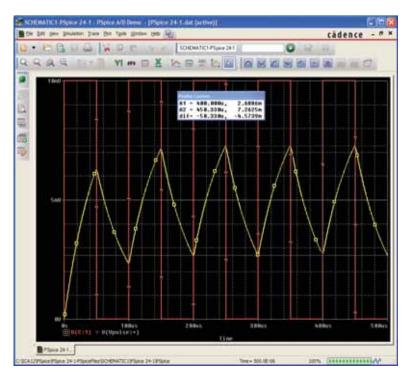



Figura 24.50 Gráfico de v_C para o circuito visto na Figura 24.47 com $t_p = \tau = T/2$.

para 0,5 ms = 500 μs, que corresponde a cinco ciclos da tensão aplicada. **Maximum step size** é alterado para 500 ms/1.000 = 500 ns = 0,5 ms. Na janela **SCHEMATIC1**, a sequência **Trace-Add Trace-V(C:1)-OK** é usada para se obter o gráfico da tensão transitória no capacitor, enquanto a sequência **Trace-Add Trace-V(Vpulse:+)-OK** coloca o gráfico da tensão aplicada na mesma tela. Note nos gráficos obtidos, vistos na Figura 24.50, que a tensão cresce a partir de 0 V até atingir o estado estacionário depois de decorridos 400 μs. Em 400 μs, o cursor esquerdo **(A1)** foi usado para determinar o ponto mínimo, resultando em 2,69 mV — algo bem próximo do resultado obtido manualmente no Exemplo 24.11, que é 2,69 mV. Em 450 μs, o cursor ativado pelo botão direito do mouse **(A2)** fornece um valor de 7,26 mV, que também está muito próximo do valor calculado, que é 7,31 mV.

PROBLEMAS

Seção 24.2 Pulsos ideais e pulsos reais

1. Determine, para a forma de onda pulsada vista na Figura 24.51:
   a) se os pulsos são positivos ou negativos
   b) o nível de base
   c) a largura dos pulsos
   d) a amplitude dos pulsos
   e) a inclinação percentual dos pulsos
   f) frp
   g) ciclo de trabalho
2. Repita o Problema 1 para a forma de onda pulsada vista na Figura 24.52.
3. Repita o Problema 1 para a forma de onda pulsada da Figura 24.53.
4. Determine os tempos de subida e de descida para a forma de onda vista na Figura 24.53.
5. Desenhe a forma de onda de um pulso positivo com um nível de referência de –5 mV, uma largura de pulso de 2 μs, uma amplitude de 15 mV, uma inclinação de 10 por cento, um período de 10 μs e bordas verticais.
6. Para a forma de onda vista na Figura 24.54, obtida pela aproximação da forma de onda original por segmentos de reta:
   a) Determine o tempo de subida dos pulsos.
   b) Determine o tempo de descida dos pulsos.
   c) Determine a largura dos pulsos.
   d) Calcule a frequência.
7. Para a forma de onda vista na Figura 24.55:
   a) Determine o período.
   b) Calcule a frequência.
   c) Determine o valor máximo e o valor mínimo.

Seção 24.3 Taxa de repetição e ciclo de trabalho

8. Determine a frequência de repetição dos pulsos e o ciclo de trabalho para a forma de onda vista na Figura 24.51.
9. Determine a frequência de repetição dos pulsos e o ciclo de trabalho para a forma de onda vista na Figura 24.52.
10. Determine a frequência de repetição dos pulsos e o ciclo de trabalho para a forma de onda vista na Figura 24.53.

Figura 24.51 Problemas 1, 8 e 12.

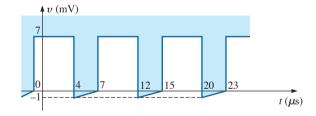



Figura 24.52 Problemas 2 e 9.

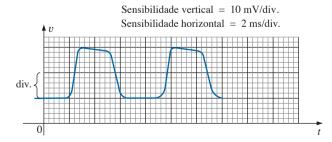



Figura 24.53 Problemas 3, 4, 10 e 13.

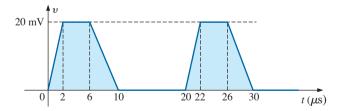



Figura 24.54 Problemas 6 e 14.

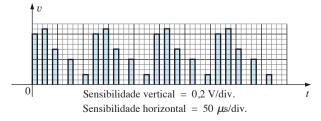



Figura 24.55 Problemas 7 e 15.

Seção 24.4 Valor médio

11. Para a forma de onda vista na Figura 24.56, determine:
a) o período
b) a largura
c) a frequência de repetição dos pulsos
d) o valor médio
e) o valor eficaz

12. Determine o valor médio da forma de onda periódica vista na Figura 24.51.

13. Determine, com a maior precisão possível, o valor médio da forma de onda vista na Figura 24.53.

14. Determine o valor médio da forma de onda vista na Figura 24.54.

15. Determine o valor médio do trem de pulsos periódico visto na Figura 24.55.

Seção 24.5 Transitórios em circuitos R-C

16. A tensão inicial no capacitor visto na Figura 24.57 é 5 V, com a polaridade indicada na figura. A chave é fechada em $t = 0$ s.
a) Determine a expressão matemática para v_C.
b) Faça o gráfico de v_C em função do tempo t.
c) Determine a expressão matemática para a corrente i_C.
d) Faça o gráfico de i_C em função do tempo t.

17. Para a tensão de entrada v_i mostrada na Figura 24.58, plote a forma de onda de saída v_O. Considere que o estado estacionário foi estabelecido em $v_i = 8$ V.

18. A chave mostrada na Figura 24.59 é mantida na posição 1 até que se tenha atingido o regime estacionário. Em seguida, é deslocada (em $t = 0$ s) para a posição 2. Plote a forma de onda da tensão v_C.

19. Plote a forma de onda i_C do Problema 18.

Seção 24.6 Resposta de um circuito R-C a uma onda quadrada

20. Plote a forma de onda de v_C para o circuito visto na Figura 24.60 se a onda quadrada que aparece na mesma figura tiver uma frequência de
a) 500 Hz.
b) 100 Hz.
c) 5.000 Hz.

21. Plote a corrente i_C para as três frequências do Problema 20.

22. Plote a resposta v_C do circuito mostrado na Figura 24.60 para a entrada de onda quadrada da Figura 24.61.

23. Se o capacitor, visto na Figura 24.60, estiver carregado inicialmente tendo uma tensão de 20 V, plote a tensão v_C para o mesmo sinal de entrada v_i visto na Figura 24.60, com uma frequência de 500 Hz.

24. Repita o Problema 23 se a tensão inicial do capacitor for –10 V.

Figura 24.56 Problema 11.

Figura 24.57 Problema 16.

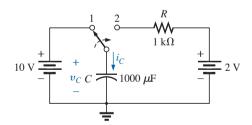



Figura 24.59 Problemas 18 e 19.

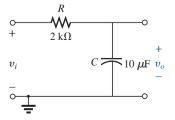



Figura 24.58 Problema 17.

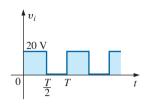
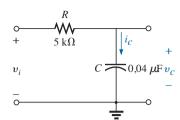



Figura 24.60 Problemas 20, 21, 23, 24, 27 e 28.

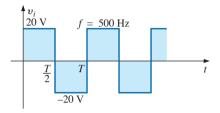



Figura 24.61 Problema 22.

Seção 24.7 Ponta de prova atenuadora compensada

25. Dado o circuito visto na Figura 24.42 com $R_p = 9$ MΩ e R_s = 1 MΩ, determine $\mathbf{V}_{osc}$ em forma polar se $C_p = 3$ pF, C_s = 18 pF, $C_C = 9$ pF e $v_i = \sqrt{2}(100)\text{sen}\, 2\pi\, 10.000t$. Ou seja, determine $\mathbf{Z}_s$ e $\mathbf{Z}_p$ e substitua os dois valores na Equação 24.10. É verdade que os ângulos de fase de $\mathbf{Z}_s$ e $\mathbf{Z}_p$ são iguais quando $R_pC_p = R_sC_s$?

26. Repita o Problema 25 para $\omega = 10^5$ rad/s.

Seção 24.9 Análise computacional

PSpice

27. Usando o schematics, obtenha as formas de onda de v_C e i_C para o circuito visto na Figura 24.60 para uma frequência de 1 kHz.

***28.** Usando o schematics, plote as formas de onda de v_i, v_C e i_C no mesmo gráfico para o circuito visto na Figura 24.60, que opera com uma frequência de 2 kHz.

***29.** Usando o schematics, obtenha as formas de onda que aparecem na tela do osciloscópio mostrada na Figura 24.37 com um pulso de entrada de 20 V e uma frequência de 5 kHz.

***30.** Coloque um capacitor em paralelo com R_p no circuito visto na Figura 24.37 de modo que v_{osc} fique em fase com v_i. Usando o schematics, obtenha a forma de onda mostrada na Figura 24.37 com um pulso de entrada de 20 V e uma frequência de 5 kHz.

GLOSSÁRIO

Amplitude de um pulso: O valor pico a pico de um pulso.

Ciclo de trabalho: Parâmetro que expressa a fração do período durante a qual um pulso está presente.

Frequência (taxa) de repetição de pulsos: Frequência de um trem de pulsos periódico.

Inclinação: A queda no valor máximo de um pulso durante sua largura de pulso.

Largura de pulso: (t_p) Medida de tempo entre os pontos nos quais o valor do pulso é igual a 50 por cento da amplitude.

Nível de referência: Nível no qual o pulso começa.

Onda quadrada: Forma de onda periódica composta por pulsos ideais com um ciclo de trabalho de 50 por cento.

Ponta de prova atenuadora compensada: Ponta de prova que atenua o valor da tensão aplicada ao canal vertical de um osciloscópio compensando os efeitos da capacitância de entrada para não modificar a forma de onda dessa tensão.

Ponta de prova atenuadora: Ponta de prova de osciloscópio que reduz o valor da tensão aplicada ao canal vertical.

Pulso ideal: Pulso no qual as bordas são verticais e que não apresenta inclinação.

Pulso negativo: Pulso no qual o valor instantâneo aumenta negativamente a partir do nível de referência.

Pulso positivo: Pulso no qual o valor instantâneo aumenta positivamente a partir do nível de referência.

Pulso real (verdadeiro, prático): Pulso no qual as bordas anterior e posterior não são verticais, juntamente com outros efeitos de distorções como inclinação, oscilação ou sobressinal.

Tempo de descida (t_f): Tempo necessário para que o valor instantâneo da borda posterior de um pulso varie de 90 para 10 por cento da amplitude.

Tempo de subida (t_r): Tempo necessário para que o valor instantâneo da borda anterior de um pulso varie de 10 para 90 por cento da amplitude.

Trem de pulsos periódico: Trem de pulsos que se repete após certo intervalo de tempo.

Trem de pulsos: Sequência de pulsos, nem todos necessariamente com a mesma amplitude e com a mesma largura.

Circuitos não senoidais

Objetivos

- Familiarizar-se com os componentes da expansão da série de Fourier para qualquer função senoidal ou não senoidal.
- Entender como a aparência e gráfico do eixo do tempo de uma forma de onda podem identificar quais termos de uma série de Fourier estarão presentes.
- Poder determinar a resposta de um circuito a qualquer entrada definida por uma expansão da série de Fourier.
- Aprender a acrescentar duas ou mais formas de onda definidas pelas expansões da série de Fourier.

25.1 INTRODUÇÃO

Toda forma de onda que difere da descrição básica da forma de onda senoidal é denominada **não senoidal**. As formas de onda não senoidais mais comuns são as formas de onda contínua, quadrada, triangular, dente de serra e senoide retificada, mostradas na Figura 25.1.

O sinal de saída de muitos dispositivos elétricos e eletrônicos pode ser não senoidal, mesmo que o sinal aplicado o seja. Por exemplo, o circuito mostrado na Figura 25.2 usa um diodo para eliminar os semiciclos negativos do sinal de entrada em um processo denominado *retificação de meia onda*, que é usado para transformar corrente alternada em contínua. Em um curso de eletrônica, você terá a oportunidade de aprender que o diodo é semelhante a uma chave mecânica, porém ele é um dispositivo que só conduz corrente em um sentido. A forma de onda de saída é definitivamente não senoidal, mas ela tem o mesmo período que o sinal senoidal de entrada e é proporcional a ele durante metade de cada período.

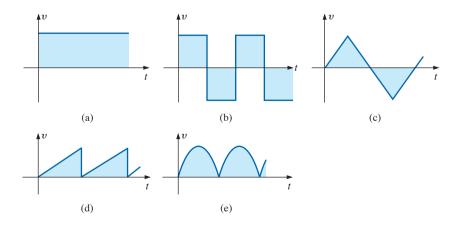



Figura 25.1 Algumas das formas de onda não senoidais mais comuns: (a) contínua; (b) quadrada; (c) triangular; (d) dente de serra; (e) senoide retificada.

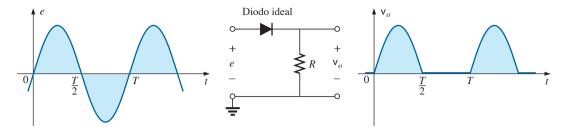



Figura 25.2 O circuito retificador de meia onda produz uma forma de onda não senoidal.

Neste capítulo, mostraremos como uma forma de onda não senoidal, como a que vemos na Figura 25.2, pode ser representada por uma série de termos. O leitor aprenderá também a calcular a resposta de um circuito a um sinal de entrada não senoidal.

25.2 SÉRIES DE FOURIER

O nome **série de Fourier** refere-se a uma série de termos desenvolvida em 1822 pelo Barão Jean Fourier (veja a Figura 25.3), que pode ser usada para representar uma função periódica não senoidal. Na análise dessas formas de onda, calculamos cada termo na série de Fourier:

$$f(t) = \underbrace{A_0}_{\text{valor médio ou CC}} + \underbrace{A_1 \operatorname{sen} \omega t + A_2 \operatorname{sen} 2\omega t + A_3 \operatorname{sen} 3\omega t + \cdots + A_n \operatorname{sen} n\omega t}_{\text{termos em seno}} + \underbrace{B_1 \cos \omega t + B_2 \cos 2\omega t + B_3 \cos 3\omega t + \cdots + B_n \cos n\omega t}_{\text{termos em cosseno}} \quad (25.1)$$

Dependendo da forma de onda, pode ser necessário um grande número de termos na equação anterior para expressar a função com uma precisão aceitável do ponto de vista da análise de circuitos.

De acordo com a Equação 25.1, a série de Fourier pode ser dividida em três partes. A primeira é o termo relativo à componente contínua A_0, que é o valor médio da forma de onda para um ciclo completo. A segunda é uma série de termos em seno. Não existem restrições quanto aos valores das amplitudes dos termos em seno, porém, cada um deles tem uma frequência que é o múltiplo inteiro da frequência do primeiro termo da série. A terceira parte é uma série de termos em cosseno. Nesse caso, também *não* existem restrições quanto aos valores das amplitudes dos termos, porém, cada um tem uma frequência que é o múltiplo inteiro da frequência do primeiro termo em cosseno. Para determinada forma de onda, é possível que todos os termos em seno *ou* todos os termos em cosseno sejam nulos. Características desse tipo podem ser determinadas analisando-se a forma de onda não senoidal e sua posição relativa ao eixo horizontal.

O primeiro termo das séries em seno e em cosseno é denominado **componente fundamental**. Essa componente representa o termo de menor frequência necessário para representar uma determinada função, e também tem a mesma frequência que a forma de onda original. Portanto, o termo fundamental tem de constar em qualquer representação em séries de Fourier. Os outros termos com frequências de ordem maior (frequências múltiplas da fundamental) são denominados **termos harmônicos**. Um termo com uma frequência duas vezes maior do que a componente fundamental é chamado segundo harmônico; se a frequência for três vezes maior, é chamado terceiro harmônico; e assim por diante.

Figura 25.3 Barão Jean Fourier. (Smithsonian Institute Library.)

Foto Nº 56.822
Francês (Auxerre, Grenoble, Paris)
(1768-1830)
Matemático, egiptologista e administrador
Professor de Matemática, École Polytechnique.

Fourier é mais conhecido pela série matemática infinita de termos em seno e cosseno denominadas *séries de Fourier*, por ele utilizadas para o estudo da condução de calor em sólidos. Embora fosse essencialmente um matemático, grande parte de seu trabalho está ligado ao estudo de fenômenos físicos como transferência de calor, manchas solares e clima. Fourier fez parte do primeiro grupo de professores da École Polytechnique, em Paris. Napoleão requisitou seus serviços como pesquisador de antiguidades egípcias, fazendo com que ele passasse três anos no Egito como secretário do Institut d'Égypte. Em 1809, foi agraciado com o título de barão por Napoleão, e, em 1817, foi eleito para a Académie des Sciences.

Valor médio: A_0

O termo da componente contínua da série de Fourier é o valor médio da forma de onda para um ciclo completo. Se as áreas acima e abaixo do eixo horizontal forem iguais, em um período completo, $A_0 = 0$, e o termo CC não aparece na expansão. Se a área acima do eixo horizontal for maior, A_0 é positivo e aparecerá na representação da série de Fourier. Se a área abaixo do eixo horizontal for maior, A_0 é negativo e aparecerá com o sinal negativo na expansão.

Funções ímpares (simetria central)

Quando o valor de uma função para +t é o negativo do valor da função para –t, dizemos que a função é ímpar ou possui simetria central.

A Figura 25.4(a) mostra um exemplo de uma forma de onda com simetria central. Observe que a forma de onda tem valor máximo em t_1, que é igual em valor absoluto (com sinal oposto) ao valor máximo que ocorre em $-t_1$. Para formas de onda desse tipo, todos os parâmetros $B_{1\to\infty}$ da Equação 25.1 são nulos. De fato,

as formas de onda com simetria central podem ser descritas completamente usando-se apenas os termos CC e seno da série de Fourier.

Observe na Figura 25.4(b) que uma senoide é uma função ímpar com simetria central.

Para as duas formas de onda mostradas na Figura 25.4, a relação matemática a seguir pode ser escrita:

$$f(t) = -f(-t) \quad \text{(função ímpar)} \qquad (25.2)$$

Expresso em palavras, o valor da função em $+t$ é o mesmo que o negativo da magnitude em $-t$ (t_1 na Figura 25.4(a)).

Funções pares (simetria axial)

Se uma forma de onda é simétrica em relação ao eixo vertical, dizemos que a função é par ou possui simetria axial.

A Figura 25.5(a) mostra um exemplo de uma forma de onda com simetria axial. Observe que o valor da função em t_1 é igual ao valor em $-t_1$. Para formas de onda desse tipo, todos os parâmetros $A_{1\to\infty}$ são nulos. Na verdade,

as formas de onda com simetria axial podem ser descritas completamente usando-se apenas os termos CC e cosseno da série de Fourier.

Observe na Figura 25.5(b) que uma cossenoide é uma função par com simetria axial.

Para as duas formas de onda mostradas na Figura 25.5, a seguinte relação matemática pode ser escrita:

$$f(t) = f(-t) \quad \text{(função par)} \qquad (25.3)$$

Expresso em palavras, o valor da função em $+t$ é o mesmo que em $-t$ (t_1 na Figura 25.5(a)).

Simetria especular ou de meia-onda

Quando uma função apresenta simetria especular ou de meia-onda, como a forma de onda da Figura 25.6, os harmônicos pares dos termos seno e cosseno serão nulos.

Em forma funcional, a forma de onda precisa satisfazer a seguinte relação:

$$f(t) = -f\left(t + \frac{T}{2}\right) \qquad (25.4)$$

A Equação 25.4 expressa o fato de que a forma de onda em um intervalo $T/2$ se repete no intervalo seguinte,

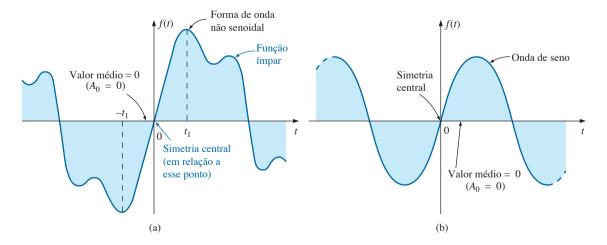



Figura 25.4 Simetria central.

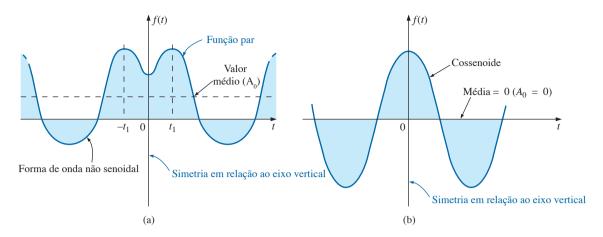



Figura 25.5 Simetria axial.

mas com o sinal invertido (t_1 na Figura 25.6). Por exemplo, o intervalo de zero a $T/2$ da forma de onda mostrada na Figura 25.6 repete-se no intervalo de $T/2$ a T, porém, na parte de baixo do eixo horizontal.

Simetria de meio-ciclo

A natureza repetitiva de uma forma de onda pode ser determinada se certas componentes harmônicas estiverem presentes na expansão da série de Fourier. Em particular,

se uma forma de onda é repetitiva no meio-ciclo, como demonstrado pela forma de onda mostrada na Figura 25.7, os harmônicos ímpares das séries de termos em seno e cosseno são nulos.

Em forma funcional, a forma de onda precisa satisfazer a seguinte relação:

$$f(t) = f\left(t + \frac{T}{2}\right) \tag{25.5}$$

A Equação 25.5 expressa o fato de que a função se repete após cada intervalo de tempo $T/2$ (t_1 na Figura 25.7). Entretanto, a forma de onda também se repete após cada período T. Em geral, para uma função desse tipo, se o período T da forma de onda é escolhido de modo a ser o dobro do período mínimo ($T/2$), os harmônicos de ordem ímpar serão nulos.

Abordagem matemática

Os coeficientes A_0, $A_{1\to n}$, e $B_{1\to n}$ podem ser determinados usando-se as seguintes equações com cálculo integral:

$$A_0 = \frac{1}{T}\int_0^T f(t)\,dt \tag{25.6}$$

$$A_n = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\,\text{sen}\,n\omega t\,dt \tag{25.7}$$

$$B_n = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\cos n\omega t\,dt \tag{25.8}$$

Essas equações foram apresentadas apenas para ilustrar as equações gerais para o cálculo dos coeficientes; elas não serão usadas nas análises a seguir.

Instrumentação

Existem três instrumentos que permitem determinar as componentes contínua, fundamental e harmônica de uma forma de onda: o *analisador espectral*, o *analisador de onda* e o *analisador de Fourier*. O objetivo desses instrumentos não se resume apenas em determinar a composição espectral de uma forma de onda em particular, mas também avaliar a quantidade de distorção que um circuito

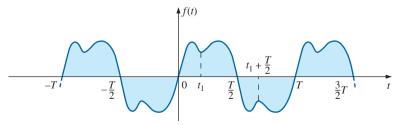



Figura 25.6 Simetria especular.

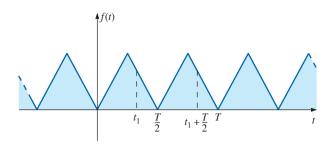



Figura 25.7 Simetria de meio ciclo.

pode causar a um sinal. Por exemplo, um amplificador pode aumentar a amplitude do sinal aplicado por um fator de 50, mas também pode introduzir no processo uma distorção da forma de onda que seria difícil de observar na tela de um osciloscópio. A quantidade dessa distorção apareceria na forma de harmônicos cujas frequências são múltiplas da frequência do sinal aplicado. Qualquer um dos instrumentos mencionados anteriormente poderia ser usado para descobrir quais são as principais frequências responsáveis pela distorção, o que permite removê-las do sinal de saída com o auxílio de filtros adequados.

O analisador espectral tem a aparência de um osciloscópio, como mostra a Figura 25.8, mas em vez de exibir na tela uma forma de onda que é um gráfico da tensão (eixo vertical) em função do tempo (eixo horizontal), mostra um gráfico da intensidade em dB (eixo vertical) em função da frequência (eixo horizontal). Dizemos que esse gráfico está no *domínio da frequência*, ao contrário do gráfico visto em um osciloscópio comum, que está no *domínio do tempo*. A altura do traço que vemos na tela mostrada na Figura 25.8 indica a importância relativa da frequência correspondente para o sinal. Os analisadores espectrais não são capazes de medir o ângulo de fase associado a cada componente do sinal.

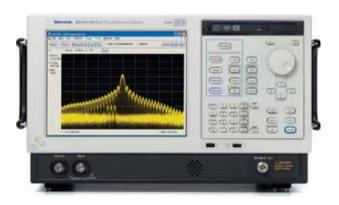



Figura 25.8 Analisador espectral. (Cortesia da Hewlett--Packard.)

EXEMPLO 25.1

Determine quais componentes da série de Fourier estão presentes nas formas de onda mostradas na Figura 25.9.

Solução:

a) A forma de onda tem uma área sob a curva que está acima do eixo horizontal, tendo, portanto, um **termo** CC $\boldsymbol{A_0}$ **positivo**.

A forma de onda tem uma simetria axial, resultando em **apenas os termos em cosseno** na expansão da série.

A forma de onda tem simetria de meio-ciclo, resultando em **apenas os termos pares** em cosseno da série.

b) A forma de onda tem áreas iguais acima e abaixo do eixo horizontal em cada período, resultando em $\boldsymbol{A_0 = 0}$.

A forma de onda tem simetria central, resultando em **apenas os termos em seno** presentes na expansão.

EXEMPLO 25.2

Escreva as expansões em série de Fourier das formas de onda mostradas na Figura 25.10.

Solução:

a) $A_0 = 20 \quad A_{1\to n} = 0 \quad B_{1\to n} = 0$
$\boldsymbol{v = 20}$

b) $A_0 = 0 \quad A_1 = 5 \times 10^{-3} \quad A_{2\to n} = 0 \quad B_{1\to n} = 0$
$\boldsymbol{i = 5 \times 10^{-3} \text{ sen } \omega t}$

c) $A_0 = 8 \quad A_{1\to n} = 0 \quad B_1 = 12 \quad B_{2\to n} = 0$
$\boldsymbol{v = 8 + 12 \cos \omega t}$

EXEMPLO 25.3

Esboce o gráfico da seguinte expansão em série de Fourier:

$$v = 2 + 1 \cos \alpha + 2 \text{ sen } \alpha$$

Solução:

Observe a Figura 25.11.

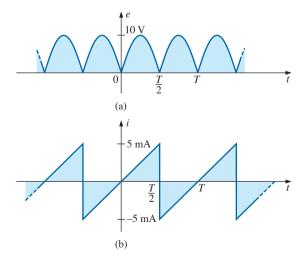



Figura 25.9 Exemplo 25.1.

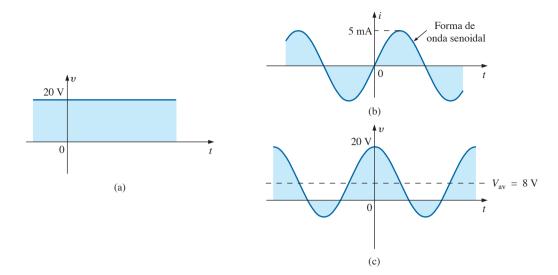



Figura 25.10 Exemplo 25.2.

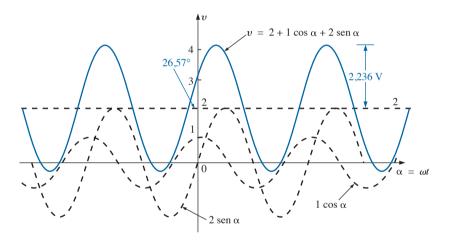



Figura 25.11 Exemplo 25.3.

A solução pode ser obtida graficamente, plotando-se as três funções no mesmo gráfico e somando-as ponto a ponto ou usando-se a álgebra fasorial da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} 1 \cos \alpha + 2 \text{ sen } \alpha &= 1 \text{ V} \angle 90° + 2 \text{ V} \angle 0° = j\,1 \text{ V} + 2 \text{ V} \\ &= 2 \text{ V} + j\,1 \text{ V} = 2{,}236 \text{ V} \angle 26{,}57° \\ &= 2{,}236 \text{ sen}(\alpha + 26{,}57°) \end{aligned}$$

e $$v = \mathbf{2 + 2{,}236\ sen}(\boldsymbol{\alpha} + \mathbf{26{,}57°})$$

que é simplesmente uma onda senoidal superposta a um nível CC de 2 V. Ou seja, seu valor máximo positivo é 2 V + 2,236 V = 4,236 V, e seu valor mínimo é 2 V – 2,236 = –0,236 V.

EXEMPLO 25.4

Esboce o gráfico da seguinte expansão em série de Fourier:

$$i = 1 \text{ sen } \omega t + 1 \text{ sen } 2\omega t$$

Solução:

Veja a Figura 25.12. Note que nesse caso a soma de duas senoides de frequências diferentes *não* resulta em uma senoide. Lembre-se de que a álgebra dos fasores pode ser aplicada somente a formas de onda com a *mesma* frequência. Nesse caso, a solução deve ser obtida graficamente ponto a ponto, como é mostrado para $t = t_1$.

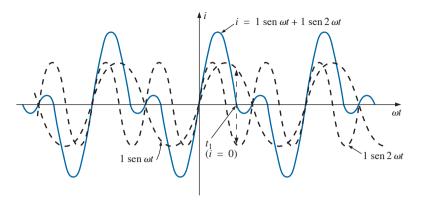



Figura 25.12 Exemplo 25.4.

Como exemplo adicional do uso das séries de Fourier, considere a onda quadrada vista na Figura 25.13. O valor médio é nulo, então $A_0 = 0$. Como se trata de uma função ímpar, todos os coeficientes $B_{1 \to n}$ também são nulos; apenas os termos em seno aparecem na expansão em série. Como essa forma de onda satisfaz o critério em que $f(t) = -f(t + T/2)$, os harmônicos pares também são nulos.

Após calcularmos os diversos coeficientes usando a Equação 25.8, obtemos

$$v = \frac{4}{\pi} V_m \left(\operatorname{sen} \omega t + \frac{1}{3} \operatorname{sen} 3\omega t + \frac{1}{5} \operatorname{sen} 5\,\omega t + \frac{1}{7} \operatorname{sen} 7\omega t + \cdots + \frac{1}{n} \operatorname{sen} n\omega t \right) \quad (25.9)$$

Observe que a componente fundamental tem realmente a mesma frequência que a onda quadrada. Se somarmos a componente fundamental e o terceiro harmônico, obteremos o resultado mostrado na Figura 25.14.

Mesmo usando somente os dois primeiros termos, notamos que começam a aparecer algumas das características da onda quadrada. Se adicionarmos os dois termos seguintes da expansão (veja a Figura 25.15), os pulsos ficarão mais extensos e com maior número de picos.

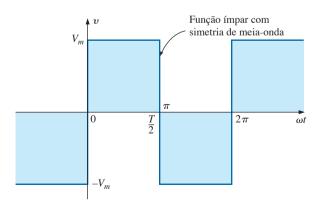



Figura 25.13 Onda quadrada.

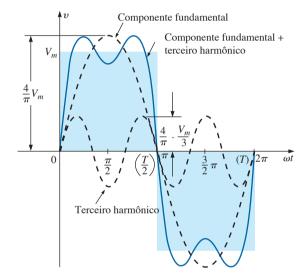



Figura 25.14 Adição da componente fundamental com o terceiro harmônico.

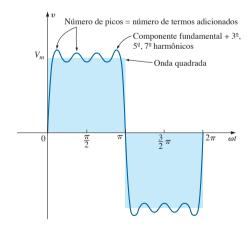



Figura 25.15 Adição da componente fundamental com o terceiro, o quinto e o sétimo harmônicos.

À medida que adicionamos mais termos, a série se torna uma aproximação cada vez melhor da onda quadrada. Entretanto, observe que a amplitude dos termos sucessivos diminui até se tornar desprezível quando comparada com a

dos termos iniciais. Uma boa aproximação seria considerar que a forma de onda pode ser representada pela soma dos nove primeiros harmônicos. Qualquer harmônico de ordem maior seria menor que um décimo da componente fundamental. Se deslocássemos verticalmente a forma de onda que acabamos de analisar para cima ou para baixo, a única alteração na série de Fourier seria uma variação do termo relativo ao valor CC. O gráfico mostrado na Figura 25.16(c), por exemplo, é a soma das formas de onda das figuras 25.16(a) e (b). A série de Fourier para a forma de onda resultante é, portanto,

$$\upsilon = \upsilon_1 + \upsilon_2 = V_m + \text{Equação 25.9}$$
$$= V_m + \frac{4}{\pi}V_m\left(\text{sen}\,\omega t + \frac{1}{3}\text{sen}\,3\omega t + \frac{1}{5}\text{sen}\,5\omega t + \right.$$
$$\left. + \frac{1}{7}\text{sen}\,7\omega t + \cdots\right)$$

$$\text{e} \quad \upsilon = V_m\left[1 + \frac{4}{\pi}\left(\text{sen}\,\omega t + \frac{1}{3}\text{sen}\,3\omega t + \frac{1}{5}\text{sen}\,5\omega t + \right.\right.$$
$$\left.\left. + \frac{1}{7}\text{sen}\,7\omega t + \cdots\right)\right]$$

A equação da forma de onda retificada de meia-onda mostrada na Figura 25.17(b) é

$$\upsilon_2 = 0{,}318V_m + 0{,}500V_m\,\text{sen}\,\alpha - 0{,}212V_m\cos - 0{,}0424V_m\cos 4\alpha - \cdots \tag{25.10}$$

A forma de onda mostrada na Figura 25.17(c) é a soma das formas de onda mostradas na Figura 25.17(a) e (b). A expansão em série de Fourier da forma de onda mostrada na Figura 25.17(c) é, portanto,

$$\upsilon_T = \upsilon_1 + \upsilon_2 = -\frac{V_m}{2} + \text{Equação 25.10}$$
$$= -0{,}500V_m + 0{,}318V_m + 0{,}500V_m$$
$$\text{sen}\,\alpha - 0{,}212V_m\cos 2\alpha - 0{,}0424V_m\cos 4\alpha + \cdots$$
$$\text{e} \quad \upsilon_T = -0{,}182V_m + 0{,}5V_m$$
$$\text{sen}\,\alpha - 0{,}212V_m\cos 2\alpha - 0{,}0424V_m\cos 4\alpha + \cdots$$

Se a forma de onda mostrada na Figura 25.17(b) ou (c) for deslocada para a esquerda ou direita, será preciso somar ou subtrair, respectivamente, um deslocamento de fase aos termos em seno e cosseno da série de Fourier correspondentes; o termo da componente contínua não será afetado com um deslocamento para a direita ou para a esquerda.

Se o sinal retificado em meia-onda é deslocado 90º para a esquerda, como na Figura 25.18, a série de Fourier se torna

$$\upsilon = 0{,}318V_m + 0{,}500V_m\underbrace{\text{sen}(\alpha + 90°)}_{\cos\alpha} - 0{,}212V_m$$
$$\cos 2(\alpha + 90°) - 0{,}0424V_m\cos 4(\alpha + 90°) + \cdots$$
$$= 0{,}318V_m + 0{,}500V_m\cos\alpha - 0{,}212V_m$$
$$\cos(2\alpha + 180°) - 0{,}0424V_m\cos(4\alpha + 360°) + \cdots$$
$$\upsilon = 0{,}318V_m + 0{,}500V_m\cos\alpha + 0{,}212V_m$$
$$\cos 2\alpha - 0{,}0424V_m\cos 4\alpha + \cdots$$

25.3 RESPOSTA DE UM CIRCUITO A UM SINAL NÃO SENOIDAL

A representação que usa as séries de Fourier de um sinal não senoidal pode ser aplicada a um circuito linear que usa o princípio da superposição. Como vimos, esse princípio permite considerar separadamente os efeitos de cada fonte de um circuito. Se substituirmos o sinal não senoidal por um número de termos da série de Fourier suficiente para reduzi-lo com uma precisão satisfatória, podemos usar o teorema da superposição para encontrar a resposta do circuito para cada termo (veja a Figura 25.19).

A resposta total do sistema, então, é a soma algébrica dos valores obtidos para cada termo. A principal diferença entre o uso do princípio da superposição para estudar circuitos não senoidais e as aplicações discutidas anteriormente é que a frequência será diferente para cada termo no caso do sinal não senoidal. Portanto, as reatâncias

$$X_L = 2\pi fL \qquad \text{e} \qquad X_C = \frac{1}{2\pi fC}$$

terão valores diferentes para cada termo da tensão ou da corrente do sinal.

Como vimos no Capítulo 13, o valor rms de qualquer forma de onda é dado por

$$\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T f^2(t)\,dt}$$

Figura 25.16
Deslocamento vertical de uma forma de onda pela adição de uma componente contínua.

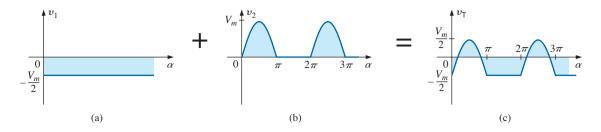



Figura 25.17 Rebaixamento de uma forma de onda pela adição de uma componente contínua negativa.

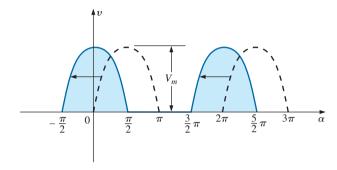



Figura 25.18 Modificação do ângulo de fase de uma forma de onda.

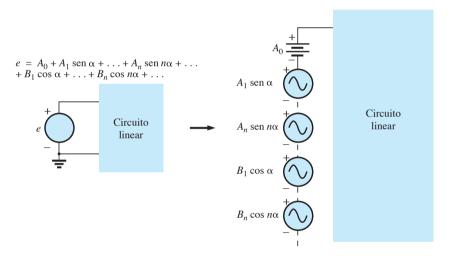



Figura 25.19 Aplicação de uma série de termos de Fourier a um circuito linear.

Se aplicarmos essa equação à seguinte série de Fourier

$$v(\alpha) = V_0 + V_{m_1} \text{sen } \alpha + \cdots + V_{m_n} \text{sen } n\alpha + + V'_{m_1} \cos \alpha + \cdots + V'_{m_n} \cos n\alpha$$

então

$$V_{\text{rms}} = \sqrt{V_0^2 + \frac{V_{m_1}^2 + \cdots + V_{m_n}^2 + V'^2_{m_1} + \cdots + V'^2_{m_n}}{2}} \quad (25.11)$$

Entretanto, como

$$\frac{V_{m_1}^2}{2} = \left(\frac{V_{m_1}}{\sqrt{2}}\right)\left(\frac{V_{m_1}}{\sqrt{2}}\right) = (V_{1_{\text{rms}}})(V_{1_{\text{rms}}}) = V_{1_{\text{rms}}}^2$$

então

$$V_{\text{rms}} = \sqrt{V_0^2 + V_{1_{\text{rms}}}^2 + \cdots + V_{n_{\text{rms}}}^2 + V'^2_{1_{\text{rms}}} + \cdots + V'^2_{n_{\text{rms}}}} \quad (25.12)$$

Da mesma forma, para

$$i(\alpha) = I_0 + I_{m_1} \operatorname{sen} \alpha + \cdots + I_{m_n}$$
$$\operatorname{sen} n\alpha + I'_{m_1} \cos \alpha + \cdots + I'_{m_n} \cos n\alpha$$

temos

$$I_{\text{rms}} = \sqrt{I_0^2 + \frac{I_{m_1}^2 + \cdots + I_{m_n}^2 + I'^2_{m_1} + \cdots + I'^2_{m_n}}{2}} \qquad (25.13)$$

e

$$I_{\text{rms}} = \sqrt{I_0^2 + I_{1_{\text{rms}}}^2 + \cdots + I_{n_{\text{rms}}}^2 + I'^2_{1_{\text{rms}}} + \cdots + I'^2_{n_{\text{rms}}}} \qquad (25.14)$$

A potência total fornecida é a soma das potências associadas aos diferentes termos de tensão e de corrente. Nas equações a seguir, todos os valores de tensão e corrente são eficazes:

$$P_T = V_0 I_0 + V_1 I_1 \cos \theta_1 + \cdots + V_n I_n \cos \theta_n + \cdots \qquad (25.15)$$

$$P_T = I_0^2 R + I_1^2 R + \cdots + I_n^2 R + \cdots \qquad (25.16)$$

ou

$$P_T = I_{\text{rms}}^2 R \qquad (25.17)$$

onde I_{rms} é definida pela Equação 25.13 e, da mesma forma,

$$P_T = \frac{V_{\text{rms}}^2}{R} \qquad (25.18)$$

onde V_{rms} é definida pela Equação 25.11.

EXEMPLO 25.5

a) Esboce a forma de onda resultante da combinação de fontes mostradas na Figura 25.20.
b) Calcule o valor rms do sinal mostrado na Figura 25.20.

Solução:

a) Veja a Figura 25.21.
b) Para a Equação 25.12:

$$V_{\text{rms}} = \sqrt{V_0^2 + \frac{V_m^2}{2}}$$
$$= \sqrt{(4\text{ V})^2 + \frac{(6\text{ V})^2}{2}} = \sqrt{16 + \frac{36}{2}}\text{ V} = \sqrt{34}\text{ V}$$
$$= \mathbf{5{,}83\ V}$$

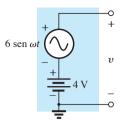



Figura 25.20 Exemplo 25.5.

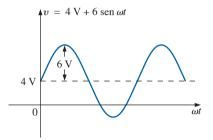



Figura 25.21 Forma de onda gerada pela fonte mostrada na Figura 25.20.

É interessante notar no Exemplo 25.5 que o valor rms de uma forma de onda com uma componente contínua e outra alternada não é simplesmente a soma dos valores efetivos de cada uma. Em outras palavras, seria uma tentação dispensar a Equação 25.12 e dizer que $V_{\text{rms}} = 4\text{ V} + 0{,}707\ (6\text{ V}) = 8{,}24\text{ V}$, o que é incorreto e, na verdade, excede o valor correto em 41 por cento.

Instrumentação

É importante saber que nem todo multímetro digital é capaz de medir o valor rms de formas de onda não senoidais como a que aparece na Figura 25.21. Muitos desses aparelhos são projetados para medir o valor rms apenas de formas de onda senoidais. É importante ler o manual do instrumento para verificar se o mesmo é um multímetro rms verdadeiro (*true rms*), capaz de medir o valor rms de qualquer forma de onda.

Aprendemos no Capítulo 13 que o valor rms de uma onda quadrada é igual ao valor de pico da forma de onda. Verificaremos esse resultado usando a expansão em série de Fourier e a Equação 25.11.

EXEMPLO 25.6

Determine o valor eficaz da onda quadrada vista na Figura 25.13 com $V_m = 20$ V usando os seis primeiros termos da expansão em série de Fourier, e compare o resultado com o valor rms real de 20 V.

Solução:

$$v = \frac{4}{\pi}(20\text{ V})\,\text{sen}\,\omega t + \frac{4}{\pi}\left(\frac{1}{3}\right)(20\text{ V})\,\text{sen}\,3\omega t + \frac{4}{\pi}\left(\frac{1}{5}\right)(20\text{ V})\,\text{sen}\,5\omega t + \frac{4}{\pi}\left(\frac{1}{7}\right)(20\text{ V})\,\text{sen}\,7\omega t + \frac{4}{\pi}\left(\frac{1}{9}\right)(20\text{ V})\,\text{sen}\,9\omega t + \frac{4}{\pi}\left(\frac{1}{11}\right)(20\text{ V})\,\text{sen}\,11\omega t$$

$$v = 25{,}465\,\text{sen}\,\omega t + 8{,}488\,\text{sen}\,3\omega t + 5{,}093\,\text{sen}\,5\omega t + 3{,}638\,\text{sen}\,7\omega t + 2{,}829\,\text{sen}\,9\omega t + 2{,}315\,\text{sen}\,11\omega t$$

Para a Equação 25.11:

$$V_{\text{rms}} = \sqrt{V_0^2 + \frac{V_{m_1}^2 + V_{m_2}^2 + V_{m_3}^2 + V_{m_4}^2 + V_{m_5}^2 + V_{m_6}^2}{2}}$$

$$= \sqrt{(0\text{ V})^2 + \frac{(25.465\text{ V})^2 + (8.488\text{ V})^2 + (5.093\text{ V})^2 + (3.638\text{ V})^2 + (2.829\text{ V})^2 + (2.315\text{ V})^2}{2}}$$
$$= \mathbf{19.66\text{ V}}$$

Esse resultado difere em menos de 0,4 V da resposta correta, 20 V. Entretanto, cada termo que for adicionado à série de Fourier tornará o resultado mais próximo de 20 V. Seria necessário somar um número infinito de termos para se obter o valor exato.

EXEMPLO 25.7

O sinal de entrada no circuito mostrado na Figura 25.22 é

$$e = 12 + 10\text{ sen }2t$$

a) Determine a corrente i e as tensões v_R e v_C.
b) Calcule os valores rms de i, v_R e v_C.
c) Calcule a potência fornecida ao circuito.

Solução:

a) O circuito original pode ser redesenhado conforme mostra a Figura 25.23. Aplique o teorema da superposição:

1. *Para a resposta do circuito à fonte contínua de 12 V*, $I = 0$, pois o capacitor se comporta como um circuito aberto para tensões contínuas quando v_C alcança seu valor final (regime estacionário). Portanto,

$$V_R = IR = 0\text{ V} \quad \text{e} \quad V_C = 12\text{ V}$$

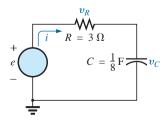



Figura 25.22 Exemplo 25.7.

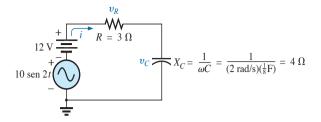



Figura 25.23 Circuito mostrado na Figura 25.22 com as componentes de Fourier do sinal aplicado.

2. *Na resposta do circuito à fonte senoidal,*

$$\mathbf{Z} = 3\ \Omega - j\,4\ \Omega = 5\ \Omega\ \angle -53{,}13°$$

e
$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{Z}} = \frac{\frac{10}{\sqrt{2}}\text{ V}\ \angle 0°}{5\ \Omega\ \angle -53{,}13°} = \frac{2}{\sqrt{2}}\text{ A}\ \angle +53{,}13°$$

$$\mathbf{V}_R = (I\angle\theta)(R\angle 0°) = \left(\frac{2}{\sqrt{2}}\text{ A}\ \angle +53{,}13°\right)(3\ \Omega\ \angle 0°) = \frac{6}{\sqrt{2}}\text{ V}\ \angle +53{,}13°$$

e

$$\mathbf{V}_C = (I\angle\theta)(X_C\angle -90°) = \left(\frac{2}{\sqrt{2}}\text{ A}\ \angle +53{,}13°\right)(4\ \Omega\ \angle -90°) = \frac{8}{\sqrt{2}}\text{ V}\ \angle -36{,}87°$$

No domínio do tempo,

$$i = \mathbf{0 + 2\ sen(2}t\ \mathbf{+ 53{,}13°)}$$

Observe que, embora exista o termo da componente contínua na expressão da tensão de entrada, esse termo na expansão da corrente no circuito é nulo:

$$v_R = \mathbf{0 + 6\ sen(2}t\ \mathbf{+ 53{,}13°)}$$
$$v_C = \mathbf{12 + 8\ sen(2}t\ \mathbf{- 36{,}87°)}$$

b) Equação 25.14: $I_{\text{rms}} = \sqrt{(0)^2 + \frac{(2\text{ A})^2}{2}} = \sqrt{2}\text{ A} = \mathbf{1{,}414\ A}$

Equação 25.12: $V_{R_{\text{rms}}} = \sqrt{(0)^2 + \frac{(6\text{ V})^2}{2}} = \sqrt{18}\text{ V} = \mathbf{4{,}243\ V}$

Equação 25.12: $V_{C_{\text{rms}}} = \sqrt{(12\text{ V})^2 + \frac{(8\text{ V})^2}{2}} = \sqrt{176}\text{ V} = \mathbf{13{,}267\ V}$

c) $P = I_{\text{rms}}^2 R = \left(\frac{2}{\sqrt{2}}\text{ A}\right)^2(3\ \Omega) = \mathbf{6\ W}$

EXEMPLO 25.8

Determine a resposta do circuito mostrado na Figura 25.24 à entrada mostrada.

$$e = 0{,}318E_m + 0{,}500E_m \operatorname{sen}\omega t - 0{,}212E_m \cos 2\omega t - 0{,}0424E_m \cos 4\omega t + \cdots$$

Solução:

Para fins de análise, considere que apenas os três primeiros termos da expansão em série de Fourier sejam usados para representar o sinal e. Convertendo os termos em cosseno em termos em seno e substituindo E_m por seu valor, obtemos

$$e = 63{,}60 + 100{,}0 \operatorname{sen}\omega t - 42{,}40 \operatorname{sen}(2\omega t + 90°)$$

Usando a notação fasorial, o circuito original pode ser substituído pelo circuito mostrado na Figura 25.25.

Aplicação do princípio da superposição. *Para o termo da componente contínua* ($E_0 = 63{,}6$ V):

$$X_L = 0 \qquad \text{(curto para cc)}$$
$$\mathbf{Z}_T = R\angle 0° = 6\ \Omega\angle 0°$$
$$I_0 = \frac{E_0}{R} = \frac{63{,}6\ \text{V}}{6\ \Omega} = 10{,}60\ \text{A}$$
$$V_{R_0} = I_0 R = E_0 = 63{,}60\ \text{V}$$
$$V_{L_0} = 0$$

A potência média é

$$P_0 = I_0^2 R = (10{,}60\ \text{A})^2(6\ \Omega) = 674{,}2\ \text{W}$$

Para o termo fundamental ($\mathbf{E}_1 = 70{,}71$ V $\angle 0°$, $\omega = 377$):

$$X_{L_1} = \omega L = (377\ \text{rad/s})(0{,}1\ \text{H}) = 37{,}7\ \Omega$$
$$\mathbf{Z}_{T_1} = 6\ \Omega + j\,37{,}7\ \Omega = 38{,}17\ \Omega\angle 80{,}96°$$
$$\mathbf{I}_1 = \frac{\mathbf{E}_1}{\mathbf{Z}_{T_1}} = \frac{70{,}71\ \text{V}\angle 0°}{38{,}17\ \Omega\angle 80{,}96°} = 1{,}85\ \text{A}\angle -80{,}96°$$
$$\mathbf{V}_{R_1} = (I_1\angle\theta)(R\angle 0°) = (1{,}85\ \text{A}\angle -80{,}96°)(6\ \Omega\angle 0°) = 11{,}10\ \text{V}\angle -80{,}96°$$
$$\mathbf{V}_{L_1} = (I_1\angle\theta)(X_{L_1}\angle 90°) = (1{,}85\ \text{A}\angle -80{,}96°)(37{,}7\ \Omega\angle 90°) = 69{,}75\ \text{V}\angle 9{,}04°$$

A potência média é

$$P_1 = I_1^2 R = (1{,}85\ \text{A})^2(6\ \Omega) = 20{,}54\ \text{W}$$

Para o segundo harmônico ($\mathbf{E}_2 = 29{,}98$ V $\angle -90°$, $\omega = 754$): o ângulo de fase de $\mathbf{E}_2$ foi mudado para –90° para termos a mesma polaridade que as tensões de entrada $\mathbf{E}_0$ e $\mathbf{E}_1$. Temos

$$X_{L_2} = \omega L = (754\ \text{rad/s})(0{,}1\ \text{H}) = 75{,}4\ \Omega$$
$$\mathbf{Z}_{T_2} = 6\ \Omega + j\,75{,}4\ \Omega = 75{,}64\ \Omega\angle 85{,}45°$$
$$\mathbf{I}_2 = \frac{\mathbf{E}_2}{\mathbf{Z}_{T_2}} = \frac{29{,}98\ \text{V}\angle -90°}{75{,}64\ \Omega\angle 85{,}45°} = 0{,}396\ \text{A}\angle -174{,}45°$$
$$\mathbf{V}_{R_2} = (I_2\angle\theta)(R\angle 0°) = (0{,}396\ \text{A}\angle -174{,}45°)(6\ \Omega\angle 0°) = 2{,}38\ \text{V}\angle -174{,}45°$$
$$\mathbf{V}_{L_2} = (I_2\angle\theta)(X_{L_2}\angle 90°) = (0{,}396\ \text{A}\angle -174{,}45°)(75{,}4\ \Omega\angle 90°) = 29{,}9\ \text{V}\angle -84{,}45°$$

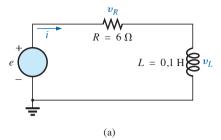
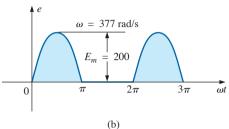



Figura 25.24 Exemplo 25.8

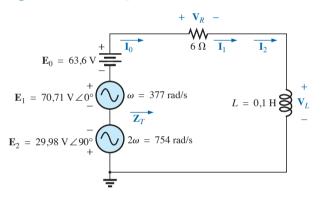



Figura 25.25 Circuito da Figura 25.24 com as componentes de Fourier do sinal aplicado.

A potência média é

$$P_2 = I_2^2 R = (0{,}396\ \text{A})^2(6\ \Omega) = 0{,}941\ \text{W}$$

A expansão em série de Fourier da corrente i é

$$i = \mathbf{10{,}6 + \sqrt{2}(1{,}85)\ sen\,(377\mathit{t} - 80{,}96°) + \sqrt{2}(0{,}396)\ sen\,(754\mathit{t} - 174{,}45°)}$$

e

$$I_{\text{rms}} = \sqrt{(10{,}6\ \text{A})^2 + (1{,}85\ \text{A})^2 + (0{,}396\ \text{A})^2} = \mathbf{10{,}77\ A}$$

A expansão em série de Fourier para v_R é

$$v_R = \mathbf{63{,}6 + \sqrt{2}(11{,}10)\ sen\,(377\mathit{t} - 80{,}96°) + \sqrt{2}(2{,}38)\ sen\,(754\mathit{t} - 174{,}45°)}$$

e

$$V_{R_{\text{rms}}} = \sqrt{(63{,}6\ \text{V})^2 + (11{,}10\ \text{V})^2 + (2{,}38\ \text{V})^2} = \mathbf{64{,}61\ V}$$

A expansão em série de Fourier para v_L é

$$v_L = \sqrt{2}(\mathbf{69{,}75})\,\mathbf{sen}(\mathbf{377}t + \mathbf{9{,}04°}) + \sqrt{2}(\mathbf{29{,}93})\,\mathbf{sen}(\mathbf{754}t - \mathbf{84{,}45°})$$

e $V_{L_{rms}} = \sqrt{(69{,}75\text{ V})^2 + (29{,}93\text{ V})^2} = \mathbf{75{,}90\text{ V}}$

A potência média total é

$$P_T = I^2_{rms}R = (10{,}77\text{ A})^2(6\ \Omega) = \mathbf{695{,}96\text{ W}} = P_0 + P_1 + P_2$$

25.4 ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO DE FORMAS DE ONDA NÃO SENOIDAIS

A expansão em série de Fourier da forma de onda resultante da adição ou da subtração de duas formas de onda não senoidais pode ser determinada usando-se as regras da álgebra fasorial nos termos com a mesma frequência que são considerados separadamente.

Por exemplo, a soma das duas formas de onda não senoidais a seguir é determinada usando-se este método:

$$v_1 = 30 + 20\text{ sen }20t + \cdots + 5\,\text{sen}(60t + 30°)$$
$$v_2 = 60 + 30\text{ sen }20t + 20\text{ sen }40t + 10\cos 60t$$

1. Termos das componentes contínuas:

$$V_{T_0} = 30\text{ V} + 60\text{ V} = 90\text{ V}$$

2. $\omega = 20$:

$$V_{T_1(\text{máx})} = 30\text{ V} + 20\text{ V} = 50\text{ V}$$
e $v_{T_1} = 50\text{ sen }20t$

3. $\omega = 40$:

$$v_{T_2} = 20\text{ sen }40t$$

4. $\omega = 60$:

$$5\text{ sen}(60t + 30°) = (0{,}707)(5)\text{ V}\angle 30° = 3{,}54\text{ V}\angle 30°$$
$$10\cos 60t = 10\text{ sen}(60t + 90°) \Rightarrow (0{,}707)(10)\text{ V}\angle 90° = 7{,}07\text{ V}\angle 90°$$
$$\mathbf{V}_{T_3} = 3{,}54\text{ V}\angle 30° + 7{,}07\text{ V}\angle 90° = 3{,}07\text{ V} + j\,1{,}77\text{ V} + j\,7{,}07\text{ V} = 3{,}07\text{ V} + j\,8{,}84\text{ V}$$
$$\mathbf{V}_{T_3} = 9{,}36\text{ V}\angle 70{,}85°$$

e $v_{T_3} = 13{,}24\text{ sen}(60t + 70{,}85°)$

com

$$v_T = v_1 + v_2 = \mathbf{90 + 50\text{ sen }20}t + \mathbf{20\text{ sen }40}t + \mathbf{13{,}24\text{ sen}(60}t + \mathbf{70{,}85°)}$$

25.5 ANÁLISE COMPUTACIONAL

PSpice

Séries de Fourier. Essa análise computacional começa com a verificação das formas de onda mostradas na Figura 25.15, demonstrando que somente quatro termos da série de Fourier podem gerar uma forma de onda que tenha diversas características de uma onda quadrada. Uma onda desse tipo, com valor de pico de 10 V e frequência de 1 kHz, apresenta, por meio do uso da Equação 25.9 (e sabendo-se que $\omega = 2\pi f = 6283{,}19$ rad/s), a seguinte série de Fourier:

$$v = \frac{4}{\pi}(10\text{ V})\left(\text{sen}\,\omega t + \frac{1}{3}\text{ sen }3\omega t + \frac{1}{5}\text{ sen}\,5\omega t + \frac{1}{7}\text{ sen}\,7\omega t\right)$$
$$= 12{,}732\text{ sen}\,\omega t + 4{,}244\text{ sen}\,3\omega t + 2{,}546\text{ sen}\,5\omega t + 1{,}819\text{ sen}\,7\omega t$$

Cada termo da série de Fourier é tratado como uma fonte alternada independente, como mostra a Figura 25.26, com seu valor de pico e a frequência aplicada. A resultante da soma das fontes de tensão aparece no resistor *R*, sendo a forma de onda dessa tensão mostrada na Figura 25.27.

Todas as fontes mostradas na Figura 25.26 são do tipo **VSIN**, e como desejamos mostrar o resultado em função do tempo, escolhemos **Time Domain(Transient)** em **Simulation Settings**. Para cada uma das fontes, a caixa de diálogo **Property Editor** foi aberta, e os parâmetros **AC**, **FREQ**, **PHASE**, **VAMPL** e **VOFF** (em 0 V) foram ajustados, embora apenas os parâmetros **VAMPL**, **FREQ** e **PHASE** tenham sido mostrados na Figura 25.26 por questão de limitação de espaço. As outras grandezas foram configuradas em **Display** para que não fossem mostradas (**Do Not Display**).

O parâmetro **Run to time** foi ajustado em 2 ms, de modo que dois ciclos da forma de onda da componente fundamental de 1 kHz pudessem ser mostrados. O parâmetro **Start saving data after** foi mantido no valor default de 0 s e **Maximum step size** foi ajustado em 1 ms, embora 2 ms/1.000 = 2 ms, pois queremos ter mais pontos no gráfico para a forma de onda complexa. Uma vez que a janela **SCHEMATIC1** tenha aparecido, a sequência **Trace-Add Trace-V(R:1)-OK** resulta na forma de onda mostrada na Figura 25.27. A reta horizontal em 0 V é feita com traço mais grosso, clicando-se com o botão direito do mouse na linha, selecionando-se **Properties** e escolhendo-se a cor verde (*green*) e uma linha mais grossa. Clique em **OK**, e a linha grossa, mostrada na Figura 25.27, aparecerá, fazendo com que o posicionamento da linha de 0 V fique mais níti-

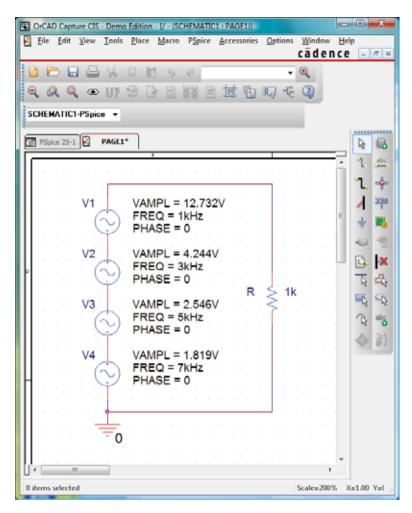



Figura 25.26 Uso do PSpice para aplicar quatro termos da expansão de Fourier de uma onda quadrada com amplitude de 10 V em um resistor de 1 kΩ.

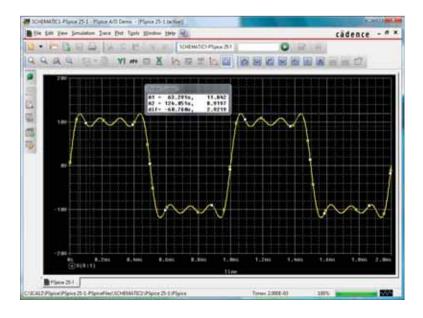



Figura 25.27 Forma de onda resultante sobre o resistor *R* do circuito da Figura 25.26.

do. Utilizando-se o mesmo procedimento, as propriedades da curva podem ser alteradas para amarelo e com espessura maior, conforme mostra a mesma figura. Usando os cursores, podemos ver que o primeiro pico alcança 11,84 V em 0,063 ms, caindo em seguida para 8,920 V em 0,124 ms. O valor médio da forma de onda é evidentemente +10 V na parte positiva, conforme se pode verificar através da inserção de uma linha horizontal usando-se a sequência **Plot-Label-Line**. Em todos os aspectos, a forma de onda assemelha-se a uma onda quadrada periódica com um valor de pico de 10 V e uma frequência de 1 kHz.

Componentes da série de Fourier. O gráfico do espectro de frequência, que revela a amplitude e a frequência de cada componente da série de Fourier, pode ser obtido ao retornarmos à opção **Plot** e selecionarmos **Axis Settings** seguido de **X Axis**, e em seguida **Fourier** em **Processing Options**. Clique em **OK** e diversos picos aparecerão no lado esquerdo da tela, com um espectro de frequência que se estende de 0 Hz a 600 kHz. Ativando **Plot-Axis Settings** novamente, acionando **Data Range** e selecionando **User Defined**, você pode alterar para a faixa de frequência de 0 Hz a 10 kHz, já que é essa a faixa de interesse para tal forma de onda. Clique em **OK** e o gráfico, mostrado na Figura 25.28, aparecerá com a amplitude e a frequência das componentes do sinal. Usando o cursor esquerdo, podemos encontrar o maior valor de pico — 12,74 V em 1 kHz —, que está muito próximo do valor de pico da fonte **V1** — 12,732 V em 1 kHz. Usando o cursor da direita, podemos movê-lo para a posição correspondente a 3 kHz e encontrar uma amplitude de 4,248 V que está, mais uma vez, bem próxima do valor de pico da fonte **V2**, que é 4,244 V.

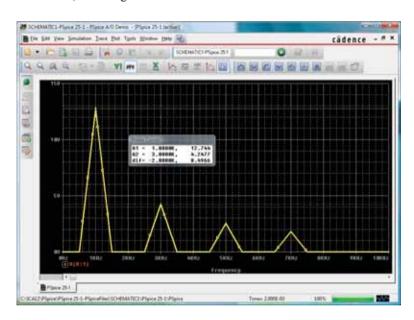



Figura 25.28 Componentes de Fourier da forma de onda da Figura 25.27.

PROBLEMAS

Seção 25.2 Séries de Fourier

1. Para as formas de onda vistas na Figura 25.29, determine se os seguintes termos estão presentes na expansão em série de Fourier:
   a) componente contínua
   b) termos em cosseno
   c) termos em seno
   d) harmônicos pares
   e) harmônicos ímpares
2. Se a série de Fourier para a forma de onda vista na Figura 25.30(a) é

$$i = \frac{2I_m}{\pi}\left(1 + \frac{2}{3}\cos 2\omega t - \frac{2}{15}\cos 4\omega t + \frac{2}{35}\cos 6\omega t + \cdots\right.$$

determine a representação em série de Fourier das quatro formas de onda mostradas em (b) a (d).

3. Esboce os gráficos das formas de onda não senoidais a seguir considerando que $\alpha = \omega t$ seja a abscissa.
   a) $v = -4 + 2 \text{ sen } \alpha$
   b) $v = (\text{sen } \alpha)^2$
   c) $i = 2 - 2 \cos \alpha$
4. Esboce os gráficos das formas de onda não senoidais a seguir considerando que α seja a abscissa.
   a) $i = 3 \text{ sen } \alpha - 6 \text{ sen } 2\alpha$
   b) $v = 2 \cos 2\alpha + \text{sen } \alpha$
5. Esboce os gráficos das formas de onda não senoidais a seguir considerando que ωt seja a abscissa.
   a) $i = 50 \text{ sen } \omega t + 25 \text{ sen } 3\omega t$
   b) $i = 50 \text{ sen } \alpha - 25 \text{ sen } 3\alpha$
   c) $i = 4 + 3 \text{ sen } \omega t + 2 \text{ sen } 2\omega t - 1 \text{ sen } 3\omega t$

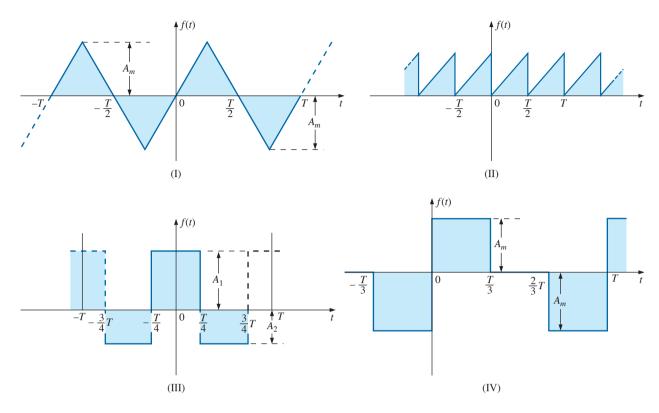



Figura 25.29 Problema 1.

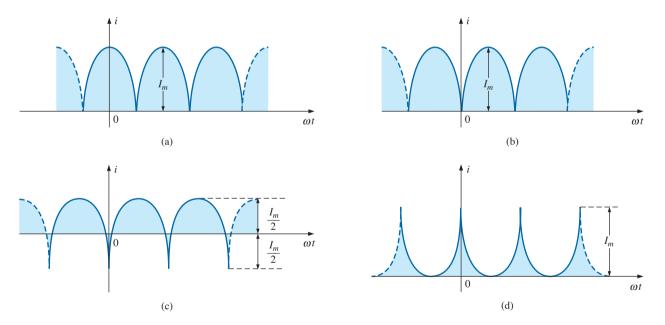



Figura 25.30 Problema 2.

Seção 25.3 Resposta de um circuito a um sinal não senoidal

6. Calcule os valores médio e eficaz das seguintes formas de onda não senoidais:
   a) $v = 100 + 50 \text{ sen } \omega t + 25 \text{ sen } 2\omega t$
   b) $i = 3 + 2 \text{ sen}(\omega t - 53°) + 0{,}8 \text{ sen}(2\omega t - 70°)$

7. Determine o valor eficaz (rms) das seguintes formas de onda não senoidais:
   a) $v = 20 \text{ sen } \omega t + 15 \text{ sen } 2\omega t - 10 \text{ sen } 3\text{w}\omega t$
   b) $i = 6 \text{ sen}(\omega t + 20°) + 2 \text{ sen}(2\omega t + 30°) - 1 \text{ sen}(3\omega t + 60°)$

8. Calcule a potência média total em um circuito no qual a tensão e a corrente são as indicadas no Problema 6.

9. Calcule a potência média total em um circuito no qual a tensão e a corrente são as indicadas no Problema 7.

10. A representação em série de Fourier da tensão na entrada do circuito visto na Figura 25.31 é

$$e = 18 + 30 \text{ sen } 400t$$

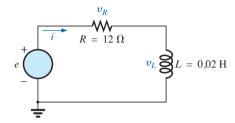



Figura 25.31 Problemas 10, 11 e 12.

a) Obtenha a expressão não senoidal da corrente *i*.
b) Calcule o valor rms da corrente.
c) Obtenha uma expressão para a tensão no resistor.
d) Calcule o valor rms da tensão no resistor.
e) Obtenha a expressão da tensão no elemento reativo.
f) Calcule o valor rms da tensão no elemento reativo.
g) Calcule a potência média fornecida ao resistor.

11. Repita o Problema 10 para

$$e = 24 + 30 \text{ sen } 400t + 10 \text{ sen } 800t$$

12. Repita o Problema 10 para a seguinte tensão de entrada:

$$e = -60 + 20 \text{ sen } 300t - 10 \text{ sen } 600t$$

13. Repita o Problema 10 para o circuito visto na Figura 25.32.

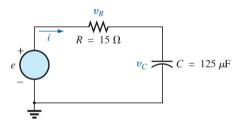



Figura 25.32 Problema 13.

***14.** A tensão de entrada, mostrada na Figura 25.33(a), que é aplicada ao circuito, mostrado na Figura 25.33(b), é um sinal senoidal retificado de onda completa que pode ser representado pela seguinte expansão em série de Fourier:

$$e = \frac{(2)(100\text{ V})}{\pi}\left(1 + \frac{2}{3}\cos 2\omega t - \frac{2}{15}\cos 4\omega t + \frac{2}{53}\cos 6\omega t + \cdots\right)$$

onde $\omega = 377$.

a) Determine a expressão para a tensão v_o usando apenas os três primeiros termos da série de Fourier.
b) Calcule o valor rms de v_o.
c) Obtenha a potência média fornecida ao resistor de 1 kΩ.

***15.** Determine a expressão em série de Fourier da tensão v_o vista na Figura 25.34.

(a)

(b)

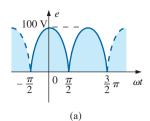
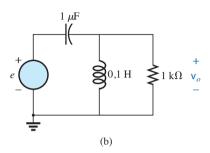



Figura 25.33 Problema 14.

(a)

(b)

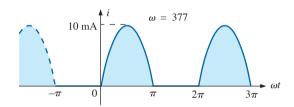
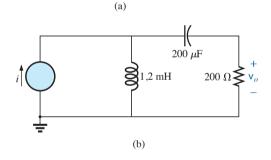



Figura 25.34 Problema 15.

Seção 25.4 Adição e subtração de formas de onda não senoidais

16. Execute as operações indicadas a seguir para formas de onda não senoidais:

a) $[60 + 70 \text{ sen } \omega t + 20 \text{ sen}(2\omega t + 90°) + 10 \text{ sen}(3\omega t + 60°)] + [20 + 30 \text{ sen } \omega t - 20 \cos 2\omega t + 5 \cos 3\omega t]$
b) $[20 + 60 \text{ sen } \alpha + 10 \text{ sen}(2\alpha - 180°) + 5 \cos(3\alpha + 90°)] - [5 - 10 \text{ sen } \alpha + 4 \text{ sen}(3\alpha + 30°)]$

17. Determine expressão não senoidal para a corrente i_s no circuito visto na Figura 25.35.

$$i_2 = 10 + 30 \text{ sen } 20t - 0{,}5 \text{ sen}(40t + 90°)$$
$$i_1 = 20 + 4 \text{ sen}(20t + 90°) + 0{,}5 \text{ sen}(40t + 30°)$$

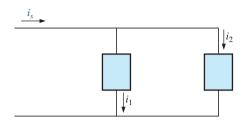



Figura 25.35 Problema 17.

Figura 25.36 Problema 18.

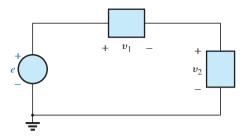
18. Determine a expressão não senoidal para a tensão e no circuito visto na Figura 25.36.

$v_1 = 20 - 200 \text{ sen } 600t + 100 \cos 1.200t + 75 \text{ sen } 1.800t$

$v_2 = -10 + 150 \text{ sen}(600t + 30°) + 50 \text{ sen}(1.800t + 60°)$

Seção 25.5 Análise computacional

PSpice

19. Plote a forma de onda mostrada na Figura 25.11 para visualizar dois ou três ciclos. Em seguida, obtenha as componentes de Fourier e compare-as ao sinal aplicado.

20. Plote a forma de onda de uma tensão senoidal retificada de meia-onda com um valor de pico de 20 V usando a Equação 25.10. Use os termos da componente contínua, da fundamental e quatro harmônicos. Compare a forma de onda obtida com a forma de onda de um retificador de meia-onda ideal.

21. Demonstre graficamente o efeito da adição de mais dois termos à forma de onda mostrada na Figura 25.27 e gere o espectro de Fourier.

GLOSSÁRIO

Componente fundamental: Componente de menor frequência na expansão de uma função periódica em série de Fourier.

Forma de onda não senoidal: Qualquer forma de onda que se diferencie da função senoidal fundamental.

Harmônicos ímpares: Termos de uma expansão em série de Fourier cujas frequências são múltiplos ímpares da frequência da componente fundamental.

Harmônicos pares: Termos de uma expansão em série de Fourier cujas frequências são múltiplos pares da frequência da componente fundamental.

Harmônicos: Termos de uma expansão em série de Fourier cujas frequências são múltiplos inteiros da frequência da componente fundamental.

Série de Fourier: Série de termos desenvolvida em 1822 pelo Barão Jean Fourier, que pode ser utilizada para representar qualquer função não senoidal.

Simetria axial (função par): Função senoidal ou não senoidal que possui simetria em relação ao eixo vertical.

Simetria central (função ímpar): Simetria de uma função que satisfaz a relação $f(a) = -f(a)$.

Simetria especular (ou de meia-onda): Simetria de uma função que satisfaz a relação

$$f(t) = -f\left(t + \frac{T}{2}\right)$$

Análise de sistemas: uma introdução

Objetivos

- Conhecer e apreciar a análise de sistemas integrados.
- Aprender a determinar os parâmetros de impedância, admitância e híbridos para qualquer sistema elétrico/eletrônico.
- Entender como usar os parâmetros de um sistema para determinar a impedância de entrada e de saída, e os ganhos de tensão e de corrente.
- Entender o efeito de um estágio sobre outro em um sistema em cascata.

26.1 INTRODUÇÃO

O número crescente de sistemas integrados nos campos da eletricidade, da eletrônica e da computação torna necessária a introdução de pelo menos algumas noções de análise de sistemas nos currículos de cursos introdutórios. Embora o tratamento oferecido neste capítulo seja essencialmente superficial, o texto apresenta vários termos e técnicas importantes empregados na abordagem de análise de sistemas. O uso crescente de sistemas integrados é bastante compreensível quando consideramos suas vantagens: menor tamanho, configurações sofisticadas e testadas, menor tempo de fabricação, menor custo comparado a configurações discretas, entre outras. O uso de qualquer sistema integrado está limitado somente à utilização adequada dos terminais disponibilizados no sistema. Não é possível ter acesso a sua estrutura interna, eliminando assim a possibilidade de manutenção nesse local.

A unidade LM386N que aparece na Figura 26.1 é um amplificador de áudio de baixa tensão popular, fabricado pela National Semiconductor Corporation. O tamanho real aparece na Figura 26.1(a), uma imagem ampliada na Figura 26.1(b) e a construção interna na Figura 26.1(c). Observe que ela contém muitos dispositivos eletrônicos e uma série de resistores com um número muito limitado de conexões de terminal. O resultado é que o acesso aos elementos internos é impossível, e o controle é oferecido somente por oito pinos externos, como mostra o diagrama da Figura 26.2. Os terminais 1 e 8 são usados para controlar o ganho. Se ficarem abertos, o ganho do amplificador é 20, mas se for acrescentado um capacitor ou uma combinação *R-C* em série entre esses dois terminais, o ganho pode chegar a um máximo de 200. A tensão fornecida conectada ao pino V_s normalmente está entre 6 e 12 V, e a dissipação do circuito é cerca de 1,25 W. Para o intervalo das tensões V_s, a corrente CC a partir da fonte varia entre 4 mA e 8 mA. A impedância de entrada é cerca de 50 kΩ, de modo que um sinal aplicado de 12,5 mV resultará em uma corrente de entrada de cerca de 0,25 μA. Um projeto de áudio relativamente simples, com um ganho de 200, aparece na Figura 26.3, com a entrada aplicada ao terminal 3 e o outro terminal de entrada aterrado. O potenciômetro de 10 kΩ na entrada controla o nível do sinal aplicado e a saída é conectada a um alto-falante de 8 Ω por meio de um capacitor de 250 μF. O capacitor de 250 μF oferece isolamento da carga para as condições de polarização CC do amplificador, mas é basicamente um curto-circuito para as frequências de áudio, de modo que o sinal CA desejado possa chegar ao alto-falante. A combinação *R-C* do capacitor de 0,05 μF e a resistência de 10 Ω é um caminho de proteção para picos de alta frequência indesejados de qualquer ação de comutação em torno do amplificador e sinais de alta frequência indesejados apanhados pelo amplificador. Em frequências maiores que o intervalo de

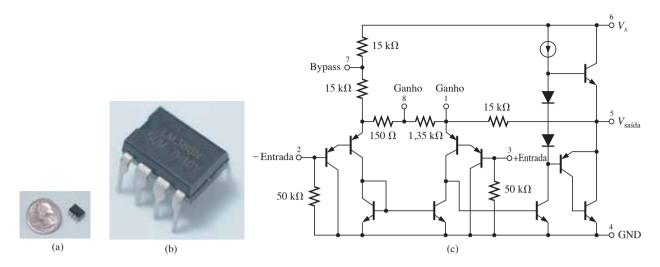



Figura 26.1 Amplificador de potência de áudio de baixa tensão LM386. (a) Tamanho real; (b) foto ampliada; (c) construção interna.

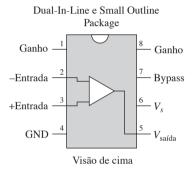



Figura 26.2 Identificação de terminais do LM386.

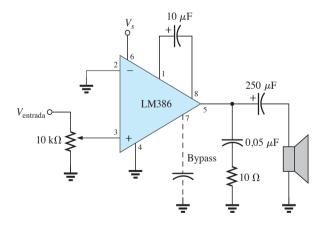



Figura 26.3 Amplificador de baixa tensão LM386.

áudio normal, o capacitor de 0,05 µF pode ser aproximado por um curto fornecendo um caminho de descarga para o sinal indesejado. O resistor de 10 Ω garantirá que a carga não fique em curto em altas frequências como essa.

A operação básica do amplificador ficará para os cursos de eletrônica. Porém, por enquanto, observe o fato de que o acesso aos componentes internos é bastante limitado, e o uso do dispositivo precisa ser projetado usando-se apenas os terminais de acesso fornecidos. As *data sheets* oferecem muitas informações sobre a estrutura interna e os níveis de tensão, corrente, resistência e potência associados ao uso típico do amplificador. Este capítulo oferecerá uma introdução ao modo como trabalhamos com sistemas em que o acesso à estrutura interna é limitado.

Um dos objetivos da análise de sistemas é o desenvolvimento de modelos de duas, três ou mais portas (pares de terminais) para dispositivos, sistemas e circuitos. Neste capítulo, enfatizamos o estudo das configurações que mais frequentemente são objeto das técnicas de modelagem: o sistema de duas portas ilustrado na Figura 26.4.

Observe que na Figura 26.4 existem duas portas de interesse, cada uma constituída por um par de terminais. No caso de alguns dispositivos, o **circuito de duas portas** visto na Figura 26.4 pode ser desenhado, como mostra a Figura 26.5(a), simplesmente colocando os terminais 1' e 2' em comum, que é o caso particular dos circuitos de duas portas em geral. A Figura 26.5(b) mostra um **circuito com uma única porta** e um **circuito de múltiplas portas**. O primeiro sistema já foi analisado em outros capítulos deste

Figura 26.4 Sistema de duas portas.

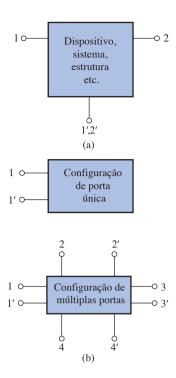



Figura 26.5 (a) Sistema de duas portas; (b) sistema de porta única e de múltiplas portas.

livro, enquanto o segundo será examinado rapidamente neste capítulo. Porém, um estudo mais aprofundado terá de aguardar um curso mais avançado.

Na parte final deste capítulo é apresentado um conjunto de equações (e, subsequentemente, de circuitos) que permitem modelar o dispositivo ou sistema representado pelo diagrama de bloco visto na Figura 26.4. Ou seja, poderemos construir um circuito que apresente as mesmas características, do ponto de vista dos terminais, que o circuito original. Na Figura 26.6, por exemplo, um transistor aparece ligado a quatro terminais. As análises que se seguem permitirão encontrar uma combinação de elementos de circuito que se comporte de maneira semelhante ao transistor dentro de uma certa faixa de condições de operação. Métodos como o da análise de malha e de nó poderão então ser usados para determinar os parâmetros desconhecidos. Os modelos, quando reduzidos a suas formas mais simples, conforme determinam suas condições de operação, também permitem estudar o comportamento dos dispositivos sem a necessidade de cálculos matemáticos extensos. Em outras palavras, uma pessoa experiente é capaz de utilizar os modelos para analisar a operação de sistemas complexos com relativa facilidade. Os resultados, na maioria dos casos, podem ser apenas aproximados, mas a possibilidade de obtê-los rapidamente com pouco trabalho torna esse tipo de abordagem extremamente compensador.

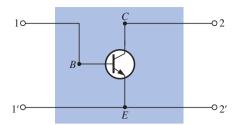



Figura 26.6 O transistor como um sistema de duas portas.

Neste capítulo, a análise está limitada a sistemas lineares (com parâmetros fixos) de elementos bilaterais. Para a configuração com duas portas são definidos três conjuntos de parâmetros, denominados **parâmetros de impedância (z)**, de **admitância (y)** e **híbrido (h)**. A Tabela 26.1, no final do capítulo, mostra a relação entre os três conjuntos de parâmetros.

26.2 OS PARÂMETROS DE IMPEDÂNCIA Z_i e Z_o

Nos sistemas de duas portas, ilustrados na Figura 26.7, $\mathbf{Z}_i$ é a **impedância de entrada** entre os terminais 1 e 1', e $\mathbf{Z}_o$ é a **impedância de saída** entre os terminais 2 e 2'. No caso de sistemas com várias portas, podemos definir um valor de impedância entre dois terminais quaisquer (adjacentes ou não) do circuito.

A impedância de entrada é definida pela lei de Ohm da seguinte maneira:

$$\mathbf{Z}_i = \frac{\mathbf{E}_i}{\mathbf{I}_i} \qquad \text{(ohms, }\Omega) \tag{26.1}$$

sendo a corrente $\mathbf{I}_i$ o resultado da aplicação de uma tensão $\mathbf{E}_i$.

A impedância de saída $\mathbf{Z}_o$ é definida por

$$\mathbf{Z}_o = \frac{\mathbf{E}_o}{\mathbf{I}_o}\bigg|_{\mathbf{E}_i = 0\text{ V}} \qquad \text{(ohms, }\Omega) \tag{26.2}$$

sendo a corrente $\mathbf{I}_o$ o resultado da aplicação de uma tensão $\mathbf{E}_o$ aos terminais de saída, com a tensão $\mathbf{E}_i$ colocada em zero.

Observe que $\mathbf{I}_i$ e $\mathbf{I}_o$ são definidas como correntes que entram no sistema. Essa convenção é usada em vários

Figura 26.7 Definição de $\mathbf{Z}_i$ e $\mathbf{Z}_o$.

métodos de análise de sistemas para evitar a preocupação com o sentido real das correntes e também para definir as impedâncias $\mathbf{Z}_i$ e $\mathbf{Z}_o$ como grandezas positivas nas equações 26.1 e 26.2, respectivamente. Se a corrente $\mathbf{I}_o$ fosse escolhida para sair do sistema, a impedância $\mathbf{Z}_o$ dada pela Equação 26.2 teria sinal negativo.

Um arranjo experimental usado para a determinação de $\mathbf{Z}_i$ para quaisquer dos terminais de entrada é visto na Figura 26.8. O valor do resistor auxiliar R_s deve ser suficientemente pequeno para não perturbar o funcionamento do sistema, ou deve ter um valor que necessite de fonte de tensão $\mathbf{E}_g$ de valor muito alto para se obter o valor desejado de $\mathbf{E}_i$. Em condições de operação, a tensão entre os terminais de R_s é $\mathbf{E}_g - \mathbf{E}_i$, e a corrente no resistor auxiliar é

$$\mathbf{I}_{R_s} = \frac{\mathbf{V}_{R_s}}{R_s} = \frac{\mathbf{E}_g - \mathbf{E}_i}{R_s}$$

mas $\mathbf{I}_i = \mathbf{I}_{R_s}$ e $\mathbf{Z}_i = \dfrac{\mathbf{E}_i}{\mathbf{I}_i} = \dfrac{\mathbf{E}_i}{\mathbf{I}_{R_s}}$

Portanto, a única finalidade do resistor auxiliar é permitir a determinação de $\mathbf{I}_i$ usando exclusivamente medidas de tensão.

À medida que avançamos no estudo deste capítulo, tenha sempre em mente que não podemos usar um ohmímetro para medir $\mathbf{Z}_i$ ou $\mathbf{Z}_o$, pois estamos lidando com sistemas que funcionam com corrente alternada e cujas impedâncias, portanto, podem depender da frequência do sinal aplicado. Os ohmímetros podem ser usados para medir resistências em circuitos CA ou CC, mas esses medidores só devem ser empregados em circuitos desenergizados, cuja fonte de energia é uma pilha que gera tensão contínua.

A impedância de saída $\mathbf{Z}_o$ pode ser medida com auxílio do circuito da Figura 26.9. Observe que novamente é usado um resistor auxiliar e que a tensão aplicada $\mathbf{E}_g$ deve estabelecer as condições típicas de operação. Note também que o sinal de entrada tem de ser zero, conforme define a Equação 26.2. A tensão no resistor auxiliar é $\mathbf{E}_g - \mathbf{E}_o$, e a corrente no resistor auxiliar é

$$\mathbf{I}_{R_s} = \frac{\mathbf{V}_{R_s}}{R_s} = \frac{\mathbf{E}_g - \mathbf{E}_o}{R_s}$$

mas $\mathbf{I}_o = \mathbf{I}_{R_s}$ e $\mathbf{Z}_o = \dfrac{\mathbf{E}_o}{\mathbf{I}_o} = \dfrac{\mathbf{E}_o}{\mathbf{I}_{R_s}}$

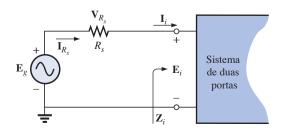



Figura 26.8 Determinação de $\mathbf{Z}_i$.

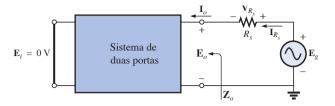



Figura 26.9 Determinação de $\mathbf{Z}_o$.

Na maioria dos casos, $\mathbf{Z}_i$ e $\mathbf{Z}_o$ são resistências puras que resultam em um ângulo de fase nulo para as duas impedâncias. Assim, elas podem ser medidas com a ajuda de um multímetro digital ou um osciloscópio. Por exemplo: tanto no caso de $\mathbf{Z}_i$ como no caso de $\mathbf{Z}_o$, $\mathbf{V}_{R_s}$ pode ser medida diretamente usando-se um multímetro digital, juntamente com $\mathbf{E}_g$, $\mathbf{E}_i$ e $\mathbf{E}_o$. A corrente em cada caso pode ser calculada usando-se a lei de Ohm e o valor da impedância, usando-se as equações 26.1 e 26.2.

Se usarmos um osciloscópio, temos de prestar muita atenção à necessidade de um aterramento comum. Por exemplo, na Figura 26.7, $\mathbf{E}_g$ e $\mathbf{E}_i$ podem ser medidas usando-se o osciloscópio, pois possuem um ponto comum de GND. Se tentássemos medir $\mathbf{V}_{R_s}$ diretamente com o GND do osciloscópio no terminal de entrada superior de $\mathbf{E}_i$, provocaríamos um curto-circuito entre terminais de entrada do sistema, devido ao fato de a fonte e o osciloscópio estarem conectados em GND. Quando a impedância de entrada do sistema é 'curto-circuitada', a corrente $\mathbf{I}_i$ pode atingir valores perigosos, pois a única resistência presente no circuito de entrada é o resistor auxiliar R_s. Se usarmos um multímetro digital para não termos de nos preocupar com esse tipo de problema, teremos de nos assegurar de que o instrumento é capaz de funcionar corretamente dentro da faixa de frequências de interesse. Muitos instrumentos comerciais estão limitados a alguns kilohertz.

Quando o ângulo de fase da impedância de entrada é diferente de zero (não é uma resistência pura), não é possível usar um multímetro digital para medir a componente reativa nos terminais de entrada. O módulo de impedância total estará correto se for medido da maneira descrita anteriormente, mas o ângulo a partir do qual as componentes resistiva e reativa poderiam ser determinadas não estará disponível. Caso seja usado um osciloscópio, as conexões devem ser feitas como mostra a Figura 26.10. As tensões $\mathbf{E}_g$ e $\mathbf{V}_{R_s}$ podem ser mostradas simultaneamente na tela do osciloscópio, o que permite determinar o ângulo de fase entre elas. Como $\mathbf{V}_{R_s}$ e $\mathbf{I}_i$ estão em fase, o ângulo medido será também o ângulo entre $\mathbf{E}_g$ e $\mathbf{I}_i$. O ângulo em que estamos interessados é o ângulo entre $\mathbf{E}_i$ e $\mathbf{I}_i$, e não o ângulo entre $\mathbf{E}_g$ e $\mathbf{I}_i$; mas como R_s em geral é pequena, podemos considerar que a queda de tensão em R_s é tão pequena em comparação com $\mathbf{E}_g$ que $\mathbf{E}_i \cong \mathbf{E}_g$. Usando os valores de pico, pico a pico ou rms medidos com o osciloscópio e o valor do ângulo de fase, é possível calcular o módulo e o ângulo de $\mathbf{Z}_i$, e, portanto, suas componentes resis-

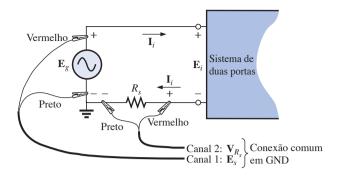



Figura 26.10 Determinação de $\mathbf{Z}_i$ através de um osciloscópio.

tiva e reativa, usando algumas relações geométricas básicas. A natureza reativa (indutiva ou capacitiva) da impedância de entrada pode ser determinada quando o ângulo entre $\mathbf{E}_i$ e $\mathbf{I}_i$ for calculado. No caso de um osciloscópio de duplo traço, se $\mathbf{E}_g$ estiver adiantada em relação a $\mathbf{V}_{R_s}$ ($\mathbf{E}_i$ adiantada em relação a $\mathbf{I}_i$), o circuito é indutivo; caso $\mathbf{E}_g$ esteja atrasada em relação a $\mathbf{V}_{R_s}$, o circuito é capacitivo.

Para determinar o ângulo de fase associado a $\mathbf{Z}_o$, temos de conectar o resistor auxiliar ao terminal de baixo para que ele e a fonte $\mathbf{E}_g$ tenham a conexão GND em comum. Assim, usando a aproximação $\mathbf{E}_g \cong \mathbf{E}_o$, podemos determinar o módulo e o ângulo de fase de $\mathbf{Z}_o$.

EXEMPLO 26.1

Dados os resultados das medidas executadas usando-se um multímetro digital no sistema de duas portas mostrado na Figura 26.11, determine a impedância de entrada $\mathbf{Z}_i$ do sistema sabendo que ela é puramente resistiva.

Solução:

$$V_{R_s} = E_g - E_i = 100 \text{ mV} - 96 \text{ mV} = 4 \text{ mV}$$

$$I_i = I_{R_s} = \frac{V_{R_s}}{R_s} = \frac{4 \text{ mV}}{100\ \Omega} = 40\ \mu\text{A}$$

$$Z_i = R_i = \frac{E_i}{I_i} = \frac{96 \text{ mV}}{40\ \mu\text{A}} = \mathbf{2{,}4\ k\Omega}$$

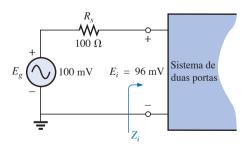



Figura 26.11 Exemplo 26.1.

EXEMPLO 26.2

Usando os resultados das medidas executadas com um multímetro digital em um sistema de duas portas mostrados na Figura 26.12, determine a impedância de saída $\mathbf{Z}_o$ do sistema sabendo que ela é puramente resistiva.

Solução:

$$V_{R_s} = E_g - E_o = 2 \text{ V} - 1{,}92 \text{ V} = 0{,}08 \text{ V} = 80 \text{ mV}$$

$$I_o = I_{R_s} = \frac{V_{R_s}}{R_s} = \frac{80 \text{ mV}}{2 \text{ k}\Omega} = 40\ \mu\text{A}$$

$$Z_o = \frac{E_o}{I_o} = \frac{1{,}92 \text{ V}}{40\ \mu\text{A}} = \mathbf{48\ k\Omega}$$

EXEMPLO 26.3

As características de entrada do sistema mostrado na Figura 26.13(a) são desconhecidas. Usando os resultados das medidas feitas com um osciloscópio, mostrados na Figura 26.13(b), calcule a impedância de entrada do sistema. Caso ela tenha uma componente reativa, determine seu módulo e verifique se o circuito é indutivo ou capacitivo.

Solução:

O módulo de $\mathbf{Z}_i$:

$$I_{i(p\text{-}p)} = I_{R_{s(p\text{-}p)}} = \frac{V_{R_{s(p\text{-}p)}}}{R_s} = \frac{2 \text{ mV}}{10\ \Omega} = 200\ \mu\text{A}$$

$$Z_i = \frac{E_i}{I_i} \cong \frac{E_g}{I_i} = \frac{50 \text{ mV}}{200\ \mu\text{A}} = 250\ \Omega$$

Fase de $\mathbf{Z}_i$: a diferença de fase entre $\mathbf{E}_g$ e $\mathbf{V}_{R_s}$ (ou $\mathbf{I}_{R_s} = \mathbf{I}_i$) é

$$180° - 150° = 30°$$

com $\mathbf{E}_g$ adiantada em relação a $\mathbf{I}_i$, portanto o sistema é indutivo. Assim,

$$\mathbf{Z}_i = 250\ \Omega \angle 30°$$
$$= \mathbf{216{,}51\ \Omega + j\,125\ \Omega} = R + jX_L$$

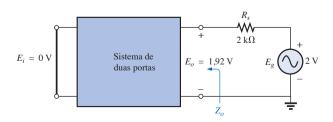



Figura 26.12 Exemplo 26.2.

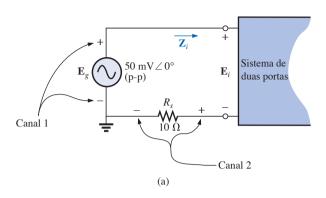
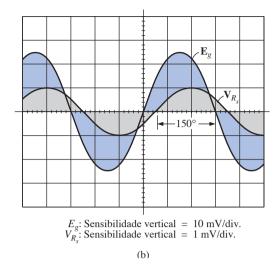



Figura 26.13 Exemplo 26.3.

26.3 OS GANHOS DE TENSÃO $A_{v_{NL}}$, A_v e A_{v_T}

O ganho de tensão para o sistema de duas portas visto na Figura 26.14 é definido por

$$A_{v_{NL}} = \frac{\mathbf{E}_o}{\mathbf{E}_i} \tag{26.3}$$

A letra maiúscula **A** na notação foi escolhida para lembrar a expressão 'fator de *a*mplificação', enquanto o índice v nos faz lembrar de que lidamos com valores de tensão. O índice *NL* revela que o ganho foi determinado sem carga (*no-load*); ou seja, nenhuma carga foi conectada nos terminais de saída. O ganho de tensão sem carga é o normalmente fornecido com os sistemas integrados, já que a carga varia de acordo com a aplicação específica.

O módulo do ganho pode ser determinado usando-se um multímetro digital ou um osciloscópio. Entretanto, um osciloscópio tem de ser usado para determinar a diferença de fase entre as duas tensões.

A Figura 26.15 mostra que foi introduzida uma carga para estabelecer o ganho com carga que é representado pelo símbolo $\mathbf{A}_v$ e definido por

$$\mathbf{A}_v = \left.\frac{\mathbf{E}_o}{\mathbf{E}_i}\right|_{\text{com } R_L} \tag{26.4}$$

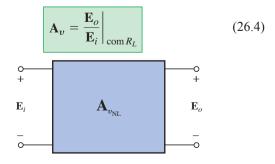



Figura 26.14 Definição do ganho sem carga $A_{v_{NL}}$.

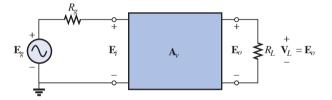



Figura 26.15 Definição do ganho de tensão da carga $\mathbf{A}_v$ (e $\mathbf{A}_{v_T}$).

Em todos os sistemas de duas portas, o ganho com carga é sempre menor do que o sem carga.

Em outras palavras, a conexão de uma carga sempre reduzirá o ganho para um valor abaixo daquele do ganho sem carga.

Existe um terceiro ganho de tensão que pode ser definido em sistemas como o da Figura 26.15, em que a fonte de tensão possui uma resistência interna — situação que ocorre com frequência em sistemas eletrônicos. O ganho total do sistema é representado pelo símbolo $\mathbf{A}_{v_T}$ e definido por

$$\mathbf{A}_{v_T} = \frac{\mathbf{E}_o}{\mathbf{E}_g} \tag{26.5}$$

Esse é o ganho de tensão a partir da fonte $\mathbf{E}_g$ até os terminais de saída $\mathbf{E}_o$. Devido à queda de tensão na resistência interna da fonte,

o ganho de tensão total A_{v_T} é sempre menor do que o ganho de tensão com carga Av ou do que o ganho de tensão sem carga $A_{v_{NL}}$.

Se expandirmos a Equação 26.5 na forma

$$\mathbf{A}_{v_T} = \frac{\mathbf{E}_o}{\mathbf{E}_g} = \frac{\mathbf{E}_o}{\mathbf{E}_g}(1) = \frac{\mathbf{E}_o}{\mathbf{E}_g}\left(\frac{\mathbf{E}_i}{\mathbf{E}_i}\right) = \frac{\mathbf{E}_o}{\mathbf{E}_i} \cdot \frac{\mathbf{E}_i}{\mathbf{E}_g}$$

então $$\mathbf{A}_{v_T} = \mathbf{A}_v \frac{\mathbf{E}_i}{\mathbf{E}_g} \quad \text{(com carga)}$$

ou $$\mathbf{A}_{v_T} = \mathbf{A}_{v_{NL}} \frac{\mathbf{E}_i}{\mathbf{E}_g} \quad \text{(sem carga)}$$

A relação entre $\mathbf{E}_i$ e $\mathbf{E}_g$ pode ser determinada a partir da Figura 26.15, se reconhecermos que $\mathbf{E}_i$ é a tensão na impedância $\mathbf{Z}_i$ e aplicarmos a regra dos divisores de tensão, como a seguir:

$$\mathbf{E}_i = \frac{\mathbf{Z}_i(E_g)}{\mathbf{Z}_i + R_g}$$

ou $$\frac{\mathbf{E}_i}{\mathbf{E}_g} = \frac{\mathbf{Z}_i}{\mathbf{Z}_i + R_g}$$

Substituindo a relação $\mathbf{E}_i/\mathbf{E}_g$ por seu valor nas expressões de $\mathbf{A}_{v_T}$, temos

$$\mathbf{A}_{v_T} = \mathbf{A}_v \frac{\mathbf{Z}_i}{\mathbf{Z}_i + R_g} \quad \text{(com carga)} \qquad (26.6)$$

$$\mathbf{A}_{v_T} = \mathbf{A}_{v_{NL}} \frac{\mathbf{Z}_i}{\mathbf{Z}_i + R_g} \quad \text{(sem carga)} \qquad (26.7)$$

Um modelo equivalente com duas portas para um sistema sem carga, baseado nas definições de $\mathbf{Z}_i$, $\mathbf{Z}_o$ e $\mathbf{A}_{v_{NL}}$, é mostrado na Figura 26.16. Tanto $\mathbf{Z}_i$ quanto $\mathbf{Z}_o$ foram consideradas resistivas, pois essa é a situação para a maioria dos amplificadores eletrônicos. Entretanto, tanto $\mathbf{Z}_i$ quanto $\mathbf{Z}_o$ podem ter componentes reativas sem invalidar a equivalência do modelo.

A impedância de entrada é definida por $\mathbf{Z}_i = \mathbf{E}_i/\mathbf{I}_i$ e a tensão $\mathbf{E}_o = \mathbf{A}_{v_{NL}}\mathbf{E}_i$, na ausência de carga, resultando em $\mathbf{A}_{v_{NL}} = \mathbf{E}_o/\mathbf{E}_i$, conforme definido. A impedância de saída é definida fazendo com que $\mathbf{E}_i$ seja igual a zero volt, resultando em $\mathbf{A}_{v_{NL}}\mathbf{E}_i = 0$ V, tornando possível usar um curto-circuito no lugar da fonte controlada. O resultado é $\mathbf{Z}_o = \mathbf{E}_o/\mathbf{I}_o$, conforme definido, estabelecendo assim a validade do modelo.

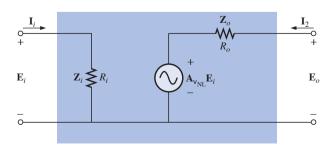



Figura 26.16 Modelo equivalente para um amplificador de duas portas.

Se uma carga for conectada no sistema como mostra a Figura 26.17, a aplicação da regra dos divisores de tensão resultará em

$$\mathbf{E}_o = \frac{R_L(\mathbf{A}_{v_{NL}}\mathbf{E}_i)}{R_L + R_o}$$

e $$\mathbf{A}_v = \frac{\mathbf{E}_o}{\mathbf{E}_i} = A_{v_{NL}} \frac{R_L}{R_L + R_o} \qquad (26.8)$$

Para quaisquer valores de R_L e R_o, a relação $R_L/(R_L + R_o)$ tem de ser menor que 1, fazendo com que $\mathbf{A}_v$ seja sempre menor que $\mathbf{A}_{v_{NL}}$. Além disso,

para uma dada impedância de saída (R_o), quanto maior a resistência da carga (R_L), mais próximo estará o ganho com carga do sem carga.

Um método experimental para medir o valor de R_o pode ser desenvolvido se explicitarmos a impedância de saída R_o na Equação 26.8:

$$\mathbf{A}_v = \frac{R_L}{R_L + R_o}\mathbf{A}_{v_{NL}}$$

ou $$\mathbf{A}_v(R_L + R_o) = R_L\mathbf{A}_{v_{NL}}$$

$$\mathbf{A}_v R_L + \mathbf{A}_v R_o = R_L\mathbf{A}_{v_{NL}}$$

e $$\mathbf{A}_v R_o = R_L\mathbf{A}_{v_{NL}} - \mathbf{A}_v R_L$$

com $$R_o = \frac{R_L(\mathbf{A}_{v_{NL}} - \mathbf{A}_v)}{\mathbf{A}_v}$$

ou $$R_o = R_L\left(\frac{\mathbf{A}_{v_{NL}}}{\mathbf{A}_v} - 1\right) \qquad (26.9)$$

A Equação 26.9 mostra que a impedância de saída R_o de um amplificador pode ser determinada medindo-se primeiro o ganho de tensão $\mathbf{E}_o/\mathbf{E}_i$ sem nenhuma carga para

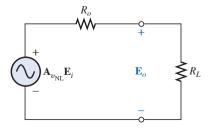



Figura 26.17 Aplicação de uma carga à saída do circuito da Figura 26.16.

obter $\mathbf{A}_{v_{NL}}$ e depois medindo-se o ganho com uma carga R_L para obter $\mathbf{A}_v$. Substituindo $\mathbf{A}_{v_{NL}}$, $\mathbf{A}_v$ e R_L na Equação 26.9, obtemos então o valor de R_o.

EXEMPLO 26.4

Para o sistema visto na Figura 26.18(a), usado no amplificador com carga visto na Figura 26.18(b):

a) Determine o ganho de tensão sem carga $\mathbf{A}_{v_{NL}}$.
b) Determine o ganho de tensão com carga $\mathbf{A}_v$.
c) Calcule o ganho de tensão com carga $\mathbf{A}_{v_T}$.
d) Determine R_o, a partir da Equação 26.9, e compare o resultado com o valor especificado na Figura 26.18.

Soluções:

a) $$\mathbf{A}_{v_{NL}} = \frac{\mathbf{E}_o}{\mathbf{E}_i} = \frac{-20\text{ V}}{4\text{ mV}} = \mathbf{-5.000}$$

b) $$\mathbf{A}_v = \mathbf{A}_{v_{NL}}\frac{R_L}{R_L + R_o} = (-5000)\left(\frac{2{,}2\text{ k}\Omega}{2{,}2\text{ k}\Omega + 50\text{ k}\Omega}\right)$$
$$= (-5.000)(0{,}0421) = \mathbf{-210{,}73}$$

c) $$\mathbf{A}_{v_T} = \mathbf{A}_v\frac{\mathbf{Z}_i}{\mathbf{Z}_i + R_g} = (-210{,}73)\left(\frac{1\text{ k}\Omega}{1\text{ k}\Omega + 1\text{ k}\Omega}\right)$$
$$= (-210{,}73)\left(\frac{1}{2}\right) = \mathbf{-105{,}36}$$

d) $$R_o = R_L\left(\frac{\mathbf{A}_{v_{NL}}}{\mathbf{A}_v} - 1\right) = 2{,}2\text{ k}\Omega\left(\frac{-5.000}{-210{,}73} - 1\right)$$
$$= 2{,}2\text{ k}\Omega(23{,}727 - 1) = 2{,}2\text{ k}\Omega(22{,}727)$$
$$= \mathbf{50\text{ k}\Omega} \quad \text{conforme especificado}$$

26.4 OS GANHOS DE CORRENTE A_i e A_{i_T} E O GANHO DE POTÊNCIA A_G

O ganho de corrente para um sistema com duas portas é, em geral, calculado a partir de valores de tensão. O ganho de corrente sem carga não é definido, pois a ausência de R_L implica $\mathbf{I}_o = \mathbf{E}_o/R_L = 0$ A e $\mathbf{A}_i = \mathbf{I}_o/\mathbf{I}_i = 0$.

Entretanto, no sistema visto na Figura 26.19, existe uma carga ligada à saída do circuito, e

$$\mathbf{I}_o = -\frac{\mathbf{E}_o}{R_L}$$

com $$\mathbf{I}_i = -\frac{\mathbf{E}_i}{\mathbf{Z}_i}$$

Observe que é necessário usar um sinal negativo na definição de $\mathbf{I}_o$ porque a definição da polaridade de $\mathbf{E}_o$ estabeleceria um sentido oposto para a corrente $\mathbf{I}_o$ através de R_L.

O ganho de corrente com carga é dado por

$$\mathbf{A}_i = \frac{\mathbf{I}_o}{\mathbf{I}_i} = \frac{-\mathbf{E}_o/R_L}{\mathbf{E}_i/\mathbf{Z}_i} = -\frac{\mathbf{E}_o}{\mathbf{E}_i}\left(\frac{\mathbf{Z}_i}{R_L}\right)$$

e $$\mathbf{A}_i = -\mathbf{A}_v\frac{\mathbf{Z}_i}{R_L} \qquad (26.10)$$

Portanto, em geral, é possível determinar o ganho de corrente com carga a partir do ganho de tensão com carga e da razão de impedância $\mathbf{Z}_i$ por R_L.

Quando é necessário determinar a razão $\mathbf{A}_{i_T} = \mathbf{I}_o/\mathbf{I}_g$, podemos proceder da seguinte maneira:

$$\mathbf{I}_o = -\frac{\mathbf{E}_o}{R_L}$$

com $$\mathbf{I}_i = \frac{\mathbf{E}_g}{R_g + \mathbf{Z}_i}$$

e $$\mathbf{A}_{i_T} = \frac{\mathbf{I}_o}{\mathbf{I}_g} = \frac{-\mathbf{E}_o/R_L}{\mathbf{E}_g/(R_g + \mathbf{Z}_i)} = -\left(\frac{\mathbf{E}_o}{\mathbf{E}_g}\right)\left(\frac{R_g + \mathbf{Z}_i}{R_L}\right)$$

ou $$\mathbf{A}_{i_T} = \frac{\mathbf{I}_o}{\mathbf{I}_g} = -\mathbf{A}_{v_T}\left(\frac{R_g + \mathbf{Z}_i}{R_L}\right) \qquad (26.11)$$

Os resultados obtidos a partir das equações 26.10 e 26.11 serão os mesmos, já que $\mathbf{I}_g = \mathbf{I}_i$, mas pode-se usar o ganho que estiver disponível ou o que for considerado mais conveniente.

Voltando à Figura 26.16 (reproduzida na Figura 26.20), podemos obter uma equação para o ganho de corrente em função do ganho de tensão sem carga.

A partir da lei de Ohm,

$$\mathbf{I}_o = -\frac{\mathbf{A}_{v_{NL}}\mathbf{E}_i}{R_L + R_o}$$

mas $$\mathbf{E}_i = \mathbf{I}_i R_i$$

e $$\mathbf{I}_o = -\frac{\mathbf{A}_{v_{NL}}(\mathbf{I}_i R_i)}{R_L + R_o}$$

Figura 26.18 Exemplo 26.4.

Figura 26.19 Definição de A_i e A_{iT}.

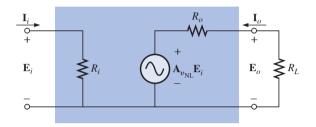



Figura 26.20 Desenvolvimento de uma expressão para A_i em termos de $A_{v_{NL}}$.

de modo que

$$\mathbf{A}_i = \frac{\mathbf{I}_o}{\mathbf{I}_i} = -\mathbf{A}_{v_{NL}} \frac{R_i}{R_L + R_o} \tag{26.12}$$

O resultado é uma equação para o ganho de corrente com carga de um amplificador em função do ganho de tensão sem carga fornecido pelo fabricante e dos valores das resistências do circuito.

Lembre-se das conclusões anteriores: quanto maior o valor de R_L, maior o ganho de tensão com carga. No caso do ganho de corrente, a Equação 26.12 mostra que

quanto maior o valor de R_L, menor o ganho de corrente com carga de um amplificador.

Portanto, no projeto de um amplificador, temos de levar em conta tanto o ganho de tensão como o de corrente para que o ganho de potência seja razoável.

No caso do sistema visto na Figura 26.20, a potência fornecida à carga é dada por E_o^2/R_L, enquanto a potência fornecida aos terminais de entrada é E_i^2/R_i. O ganho de potência é, portanto, dado por

$$A_G = \frac{P_o}{P_i} = \frac{E_o^2/R_L}{E_i^2/R_i} = \frac{E_o^2}{E_i^2}\frac{R_i}{R_L} = \left(\frac{E_o}{E_i}\right)^2 \frac{R_i}{R_L}$$

e

$$A_G = A_v^2 \frac{R_i}{R_L} \tag{26.13}$$

Expandindo a conclusão,

$$A_G = (A_v)\left(A_v \frac{R_i}{R_L}\right) = (A_v)(-A_i)$$

de modo que

$$A_G = -A_v A_i \tag{26.14}$$

Não se preocupe com o sinal negativo; A_v e A_i serão sempre negativos para garantir que o ganho de potência seja positivo, conforme obtido na Equação 26.13.

Se fizermos $A_v = -A_i R_L/R_i$ (a partir da Equação 26.10) na Equação 26.14, obteremos

$$A_G = -A_v A_i = -\left(\frac{-A_i R_L}{R_i}\right) A_i$$

ou

$$A_G = A_i^2 \frac{R_L}{R_i} \tag{26.15}$$

que tem a mesma forma que a Equação 26.13, mas agora A_G está expresso em termos do ganho de corrente do sistema.

O último ganho de potência a ser expresso é o seguinte:

$$A_{G_T} = \frac{P_L}{P_g} = \frac{E_o^2/R_L}{E_g I_g} = \frac{E_o^2/R_L}{E_g^2/(R_g + R_i)} = \left(\frac{E_o}{E_g}\right)^2 \left(\frac{R_g + R_i}{R_L}\right)$$

ou

$$A_{G_T} = A_{v_T}^2 \left(\frac{R_g + R_i}{R_L}\right) \tag{26.16}$$

Expandindo, temos

$$A_{G_T} = A_{v_T}\left(A_{v_T} \frac{R_g + R_i}{R_L}\right)$$

e

$$A_{G_T} = -A_{v_T} A_{i_T} \tag{26.17}$$

EXEMPLO 26.5

Dado o sistema mostrado na Figura 26.21 com os valores fornecidos pelo fabricante:

a) Determine $\mathbf{A}_v$.
b) Calcule $\mathbf{A}_i$.
c) Considere que o valor de R_L tenha sido multiplicado por dois e determine o efeito dessa variação sobre $\mathbf{A}_v$ e $\mathbf{A}_i$.
d) Determine $\mathbf{A}_{i_T}$.
e) Calcule A_G.
f) Calcule A_i a partir da Equação 26.1 e compare com o valor obtido no item (b).

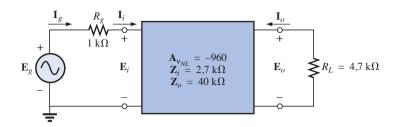



Figura 26.21 Exemplo 26.5.

Soluções:

a) $\mathbf{A}_v = \mathbf{A}_{v_{NL}} \dfrac{R_L}{R_L + R_o}$

$= (-960)\left(\dfrac{4{,}7\text{ k}\Omega}{4{,}7\text{ k}\Omega + 40\text{ k}\Omega}\right) = \mathbf{-100{,}94}$

b) $\mathbf{A}_i = -\mathbf{A}_{v_{NL}} \dfrac{R_i}{R_L + R_o}$

$= -(-960)\left(\dfrac{2{,}7\text{ k}\Omega}{4{,}7\text{ k}\Omega + 40\text{ k}\Omega}\right) = \mathbf{57{,}99}$

c) $\boldsymbol{R_L} = 2(4{,}7\text{ k}\Omega) = 9{,}4\text{ k}\Omega$

$\mathbf{A}_v = \mathbf{A}_{v_{NL}} \left(\dfrac{R_L}{R_L + R_o}\right)$

$= (-960)\left(\dfrac{9{,}4\text{ k}\Omega}{9{,}4\text{ k}\Omega + 40\text{ k}\Omega}\right)$

$= \mathbf{-182{,}67}$ em lugar de –100,94, que é um aumento significativo

$\mathbf{A}_i = -\mathbf{A}_{v_{NL}} \left(\dfrac{R_i}{R_L + R_o}\right)$

$= -(-960)\left(\dfrac{2{,}7\text{ k}\Omega}{40\text{ k}\Omega + 9{,}4\text{ k}\Omega}\right)$

$= \mathbf{52{,}47}$ em lugar de 57,99

que é uma redução, mas não tão significativa quanto o aumento de $\mathbf{A}_v$.

d) $\mathbf{A}_{iT} = \mathbf{A}_i = \mathbf{57{,}99}$ conforme obtido no item (b)

Porém, $\mathbf{A}_{i_T} = -\mathbf{A}_{v_T}\left(\dfrac{R_g + R_i}{R_L}\right)$

$= -\left[\mathbf{A}_v \dfrac{R_i}{(R_i + R_g)}\right]\left[\dfrac{(R_g + R_i)}{R_L}\right]$

$= -\mathbf{A}_v \dfrac{R_i}{R_L} = -(-100{,}94)\left(\dfrac{2{,}7\text{ k}\Omega}{4{,}7\text{ k}\Omega}\right)$

$= \mathbf{57{,}99}$ também como no item (b)

e) $A_G = A_v^2 \dfrac{R_i}{\boldsymbol{R_L}} = (100{,}94)^2\left(\dfrac{2{,}7\text{ k}\Omega}{4{,}7\text{ k}\Omega}\right) = \mathbf{5.853{,}19}$

f) $A_G = -A_v A_i$

ou $A_i = \dfrac{A_G}{A_v} = -\dfrac{(5.853{,}19)}{(-100{,}94)}$

$= \mathbf{57{,}99}$ conforme obtido no item (b)

26.5 SISTEMAS EM CASCATA

Quando consideramos sistemas em cascata, conforme ilustra a Figura 26.22, o fato mais importante a ser lembrado é que

nas equações para sistemas em cascata devem ser usados os ganhos de tensão e de corrente com carga, e não os dados fornecidos pelo fabricante, que são para sistemas sem carga.

É muito frequente o uso dos ganhos sem carga que resulta em um erro consideravelmente maior no resultado do ganho total. Além disso, lembre-se de que a impedância de entrada do terceiro estágio pode afetar o valor da impedância do segundo, e, portanto, a carga no primeiro estágio.

Portanto, em geral, os sistemas em cascata podem parecer relativamente fáceis de analisar. Mas saiba que todas as equações têm de ser cuidadosamente avaliadas antes de serem usadas.

O ganho de tensão total para o sistema visto na Figura 26.22 é

$$\mathbf{A}_{v_T} = \mathbf{A}_{v_1} \cdot \mathbf{A}_{v_2} \cdot \mathbf{A}_{v_3} \qquad (26.18)$$

onde, como já foi dito, os ganhos dos diferentes estágios devem ser determinados com carga.

O ganho de corrente total para o sistema visto na Figura 26.22 é

$$\mathbf{A}_{i_T} = \mathbf{A}_{i_1} \cdot \mathbf{A}_{i_2} \cdot \mathbf{A}_{i_3} \qquad (26.19)$$

onde, novamente, os ganhos dos diferentes estágios devem ser determinados com carga (conectado).

O ganho de corrente entre dois estágios também pode ser determinado usando-se uma equação já deduzida neste capítulo. No caso de sistemas em cascata, a equação tem o seguinte formato geral:

$$\mathbf{A}_i = \mathbf{A}_v \frac{Z_i}{R_L} \qquad (26.20)$$

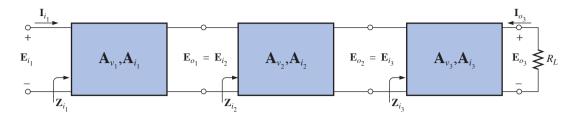



Figura 26.22 Sistema em cascata.

onde $\mathbf{A}_v$ é o ganho de tensão com carga correspondente ao de corrente desejado. Ou seja, se o ganho é calculado do primeiro até o terceiro estágio, o ganho de tensão usado também é o ganho do primeiro até o terceiro estágio. A impedância de entrada $\mathbf{Z}_i$ é a mesma do primeiro estágio de interesse, e R_L é a carga do último.

Por exemplo, no caso do amplificador de três estágios visto na Figura 26.22,

$$\mathbf{A}_{i_T} = \mathbf{A}_{v_T}\frac{Z_{i_1}}{R_L}$$

enquanto para os primeiros dois estágios,

$$\mathbf{A}'_i = \mathbf{A}'_v\frac{Z_{i_1}}{Z_{i_3}}$$

onde $\mathbf{A}'_i = \dfrac{\mathbf{I}_{o_2}}{\mathbf{I}_{i_1}}$ e $\mathbf{A}'_v = \dfrac{\mathbf{E}_{o_2}}{\mathbf{E}_{i_1}}$

O ganho de potência total é dado por

$$A_{G_T} = A_{v_T}A_{i_T} \tag{26.21}$$

onde o ganho entre estágios específicos é simplesmente o produto daqueles correspondentes de tensão e corrente de cada seção. Por exemplo, para os dois primeiros estágios mostrados na Figura 26.22,

$$A'_G = A'_{v_2} \cdot A'_{i_2}$$

onde $A'_{v_2} = A_{v_1} \cdot A_{v_2}$ e $A'_{i_2} = A_{i_1} \cdot A_{i_2}$

EXEMPLO 26.6

Para o sistema em cascata visto na Figura 26.23, no qual os parâmetros fornecidos pelo fabricante correspondem à situação sem carga:

a) Determine a tensão na carga e os ganhos de corrente de cada estágio e modifique o sistema mostrado na Figura 26.23, substituindo os parâmetros sem carga pelos parâmetros com carga.
b) Calcule o ganho de tensão total e o ganho de corrente total.
c) Determine o ganho de potência total do sistema, usando a Equação 26.21.
d) Calcule os ganhos de tensão e de corrente dos dois primeiros estágios usando as equações 26.18 e 26.19.
e) Determine os ganhos de corrente dos dois primeiros estágios usando a Equação 26.20 e compare com o resultado do item (d).
f) Calcule o ganho de potência dos dois primeiros estágios usando a Equação 26.21.
g) Determine os ganhos de potência dos dois primeiros estágios usando a Equação 26.13. Compare com o resultado do item (f).
h) Calcule o ganho de tensão total incorreto do sistema usando a Equação 26.18 e os parâmetros para as condições sem carga fornecidos pelo fabricante para cada estágio. Compare o resultado com o do item (b).

Soluções:

a) $$\mathbf{A}_{v_1} = \mathbf{A}_{v_{NL_1}}\frac{R_L}{R_L + R_o} = \mathbf{A}_{v_{NL_1}}\frac{Z_{i_2}}{Z_{i_2} + R_{o_1}}$$

$$= (1)\frac{1{,}8\ \text{k}\Omega}{1{,}8\ \text{k}\Omega + 25\ \Omega} = \mathbf{0{,}986}$$

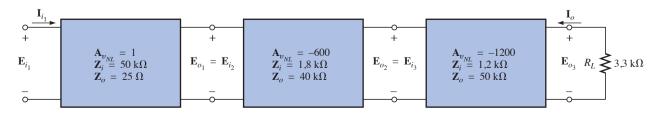



Figura 26.23 Exemplo 26.6.

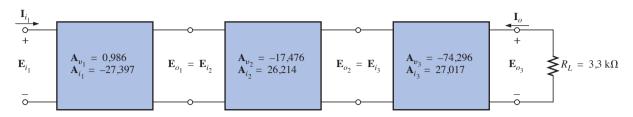



Figura 26.24 Solução do Exemplo 26.6.

$$\mathbf{A}_{v_2} = \mathbf{A}_{v_{NL_2}} \frac{\mathbf{Z}_{i_3}}{Z_{i_3} + R_{o_2}}$$

$$= (-600)\frac{1{,}2\ \text{k}\Omega}{1{,}2\ \text{k}\Omega + 40\ \text{k}\Omega} = \mathbf{-17{,}476}$$

$$\mathbf{A}_{v_3} = \mathbf{A}_{v_{NL_3}} \frac{R_L}{R_L + R_{o_3}}$$

$$= (-1.200)\frac{3{,}3\ \text{k}\Omega}{3{,}3\ \text{k}\Omega + 50\ \text{k}\Omega} = \mathbf{-74{,}296}$$

$$\mathbf{A}_{i_1} = -\mathbf{A}_{v_{NL}} \frac{R_i}{R_L + R_o} = -\mathbf{A}_{v_{NL_1}} \frac{Z_{i_1}}{Z_{i_2} + R_{o_1}}$$

$$= -(1)\frac{50\ \text{k}\Omega}{1{,}8\ \text{k}\Omega + 25\ \Omega} = \mathbf{-27{,}397}$$

$$\mathbf{A}_{i_2} = -\mathbf{A}_{v_{NL_2}} \frac{Z_{i_2}}{Z_{i_3} + R_{o_2}}$$

$$= -(-600)\frac{1{,}8\ \text{k}\Omega}{1{,}2\ \text{k}\Omega + 40\ \text{k}\Omega} = \mathbf{26{,}214}$$

$$\mathbf{A}_{i_3} = -\mathbf{A}_{v_{NL_3}} \frac{Z_{i_3}}{R_L + R_{o_3}}$$

$$= -(-1.200)\frac{1{,}2\ \text{k}\Omega}{3{,}3\ \text{k}\Omega + 50\ \text{k}\Omega} = \mathbf{27{,}017}$$

Observe a Figura 26.24.

b) $$\mathbf{A}_{v_T} = \frac{\mathbf{E}_{o_3}}{\mathbf{E}_{i_1}} = \mathbf{A}_{v_1} \cdot \mathbf{A}_{v_2} \cdot \mathbf{A}_{v_3}$$

$$= (0{,}986)(-17{,}476)(-74{,}296)$$

$$= \mathbf{1.280{,}22}$$

$$\mathbf{A}_{i_T} = \frac{\mathbf{I}_{o_3}}{\mathbf{I}_{i_1}} = \mathbf{A}_{i_1} \cdot \mathbf{A}_{i_2} \cdot \mathbf{A}_{i_3}$$

$$= (-27{,}397)(26{,}214)(27{,}017)$$

$$= \mathbf{-19.403{,}20}$$

c) $$A_{G_T} = -A_{v_T} \cdot A_{i_T} = -(1.280{,}22)(-19.403{,}20)$$

$$= \mathbf{24{,}84 \times 10^6}$$

d) $$A'_{v_2} = A_{v_1} \cdot A_{v_2} = (0{,}986)(-17{,}476) = \mathbf{-17{,}231}$$

$$A'_{i_2} = A_{i_1} \cdot A_{i_2} = (-27{,}397)(26{,}214) = \mathbf{-718{,}185}$$

e) $$\mathbf{A}'_{i_2} = \mathbf{A}_v \frac{\mathbf{Z}_i}{R_L} = \mathbf{A}'_{v_2} \frac{\mathbf{Z}_{i_1}}{\mathbf{Z}_{i_3}} = (-17{,}231)\frac{50\ \text{k}\Omega}{1{,}2\ \text{k}\Omega}$$

$$= \mathbf{-717{,}958} \quad \text{em vez de } -718{,}185$$

sendo que a diferença é devido a erros de arredondamento.

f) $$A'_{G_2} = A'_{v_2} \cdot A'_{i_2} = (-17{,}231)(-718{,}185)$$

$$= \mathbf{12.375{,}05}$$

g) $$A'_{G_2} = A_v^2 \frac{R_i}{R_L} = (A'_{v_2})^2 \frac{R_{i_1}}{Z_{i_3}} = (-17{,}231)^2 \frac{50\ \text{k}\Omega}{1{,}2\ \text{k}\Omega}$$

$$= \mathbf{12.371{,}14}$$

h) $$\mathbf{A}_{v_T} = \mathbf{A}_{v_1} \cdot \mathbf{A}_{v_2} \cdot \mathbf{A}_{v_3} = (1)(-600)(-1.200)$$

$$= 7{,}2 \times 10^5$$

720.000 : 1.280,22 = 562,40 : 1

que é certamente uma diferença significativa.

26.6 PARÂMETROS DE IMPEDÂNCIA (Z)

No caso de uma configuração de duas portas como a que vemos na Figura 26.25, existem quatro variáveis envolvidas. Na maioria dos casos, quando duas dessas variáveis são especificadas, as outras duas podem ser determinadas. As quatro variáveis estão relacionadas pelas seguintes equações:

$$\mathbf{E}_1 = \mathbf{z}_{11}\mathbf{I}_1 + \mathbf{z}_{12}\mathbf{I}_2 \tag{26.22a}$$

$$\mathbf{E}_2 = \mathbf{z}_{21}\mathbf{I}_1 + \mathbf{z}_{22}\mathbf{I}_2 \tag{26.22b}$$

Os **parâmetros de impedância** $\mathbf{z}_{11}$, $\mathbf{z}_{12}$ e $\mathbf{z}_{22}$ são medidos em ohms.

Para modelar o sistema, cada parâmetro de impedância tem de ser determinado igualando-se uma das variáveis a zero.

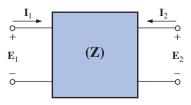



Figura 26.25 Parâmetros de impedância em um sistema de duas portas.

z_{11}

No caso de $\mathbf{z}_{11}$, se $\mathbf{I}_2$ for igualada a zero, como mostra a Figura 26.26, a Equação 26.22(a) se torna

$$\mathbf{E}_1 = \mathbf{z}_{11}\mathbf{I}_1 + \mathbf{z}_{12}(0)$$

e

$$\mathbf{z}_{11} = \left.\frac{\mathbf{E}_1}{\mathbf{I}_1}\right|_{\mathbf{I}_2=0} \quad (\text{ohms}, \Omega) \qquad (26.23)$$

A Equação 26.23 revela que, com $\mathbf{I}_2 = 0$, o parâmetro de impedância $\mathbf{z}_{11}$ é dado pela razão entre $\mathbf{E}_1$ e $\mathbf{I}_1$. Como $\mathbf{E}_1$ e $\mathbf{I}_1$ são grandezas de entrada, sendo $\mathbf{I}_2 = 0$, o parâmetro $\mathbf{z}_{11}$ tem a seguinte definição formal:

z_{11} = parâmetro de impedância de entrada em circuito aberto.

z_{12}

No caso de $\mathbf{z}_{12}$, se $\mathbf{I}_1$ for igualada a zero, a Equação 26.22(a) resultará em

$$\mathbf{z}_{12} = \left.\frac{\mathbf{E}_1}{\mathbf{I}_2}\right|_{\mathbf{I}_1=0} \quad (\text{ohms}, \Omega) \qquad (26.24)$$

Na maioria dos sistemas em que as grandezas de entrada e saída são comparadas, a razão de interesse é considerada a grandeza de saída dividida pela grandeza de entrada. Nesse caso, o *inverso* é válido, resultando na seguinte forma:

z_{12} = parâmetro de impedância de transferência inversa em circuito aberto.

O termo *transferência* é incluído para indicar que $\mathbf{z}_{12}$ relaciona grandezas de entrada e de saída (para a condição $\mathbf{I}_1 = 0$). A configuração de circuito para a determinação de $\mathbf{z}_{12}$ é mostrada na Figura 26.27.

Para uma fonte aplicada $\mathbf{E}_2$, a razão $\mathbf{E}_1/\mathbf{I}_2$ determina $\mathbf{z}_{12}$ com $\mathbf{I}_1$ igualada a zero.

z_{21}

Para determinar $\mathbf{z}_{21}$, basta fazer $\mathbf{I}_2 = 0$ e determinar a razão $\mathbf{E}_2/\mathbf{I}_1$, conforme determina a Equação 26.22(b). Ou seja,

$$\mathbf{z}_{21} = \left.\frac{\mathbf{E}_2}{\mathbf{I}_1}\right|_{\mathbf{I}_2=0} \quad (\text{ohms}, \Omega) \qquad (26.25)$$

Nesse caso, a determinação de variáveis é feita novamente relacionando grandezas de entrada e de saída, o que implica o uso do termo *transferência* na nomenclatura. Entretanto, trata-se da relação entre uma grandeza de saída e outra de entrada, de modo que usamos o termo *direto*, e

z_{21} = parâmetro de impedância de transferência direta em circuito aberto.

O circuito para determinação é mostrado na Figura 26.28. Para uma tensão aplicada $\mathbf{E}_1$, o parâmetro $\mathbf{z}_{21}$ é dado pela razão $\mathbf{E}_2/\mathbf{I}_1$, com $\mathbf{I}_2 = 0$.

z_{22}

O último parâmetro, $\mathbf{z}_{22}$, é dado por

$$\mathbf{z}_{22} = \left.\frac{\mathbf{E}_2}{\mathbf{I}_2}\right|_{\mathbf{I}_1=0} \quad (\text{ohms}, \Omega) \qquad (26.26)$$

obtido da Equação 26.22(b), com $\mathbf{I}_1 = 0$. Como se trata da relação entre a tensão de saída e a corrente de saída, com $\mathbf{I}_1 = 0$, a terminologia usada é

z_{22} = parâmetro de impedância de saída em circuito aberto.

O circuito correspondente é mostrado na Figura 26.29. Para uma tensão aplicada $\mathbf{E}_2$, o parâmetro $\mathbf{z}_{22}$ é dado pela razão $\mathbf{E}_2/\mathbf{I}_2$, com $\mathbf{I}_1 = 0$.

Figura 26.26 Determinação de $\mathbf{z}_{11}$.

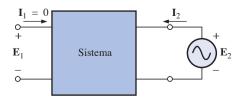



Figura 26.27 Determinação de $\mathbf{z}_{12}$.

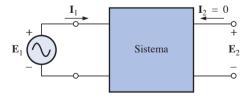



Figura 26.28 Determinação de $\mathbf{z}_{21}$.

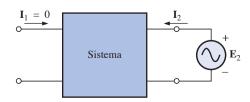



Figura 26.29 Determinação de $\mathbf{z}_{22}$.

EXEMPLO 26.7

Determine os parâmetros de impedância **(z)** do circuito T visto na Figura 26.30.

Solução:

No caso de $\mathbf{z}_{11}$, o circuito aparece na Figura 26.31, onde $\mathbf{Z}_1 = 3\ \Omega \angle 0°$, $\mathbf{Z}_2 = 5\ \Omega \angle 90°$ e $\mathbf{Z}_3 = 4\ \Omega \angle -90°$:

$$\mathbf{I}_1 = \frac{\mathbf{E}_1}{\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_3}$$

Assim,
$$\mathbf{z}_{11} = \left.\frac{\mathbf{E}_1}{\mathbf{I}_1}\right|_{\mathbf{I}_2=0}$$

e
$$\mathbf{z}_{11} = \mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_3 \tag{26.27}$$

O circuito usado para medir $\mathbf{z}_{12}$ é mostrado na Figura 26.32, e

$$\mathbf{E}_1 = \mathbf{I}_2\mathbf{Z}_3$$

Assim,
$$\mathbf{z}_{12} = \left.\frac{\mathbf{E}_1}{\mathbf{I}_2}\right|_{\mathbf{I}_1=0} = \frac{\mathbf{I}_2\mathbf{Z}_3}{\mathbf{I}_2}$$

e
$$\mathbf{z}_{12} = \mathbf{Z}_3 \tag{26.28}$$

O circuito usado para medir $\mathbf{z}_{21}$ é mostrado na Figura 26.33, e

$$\mathbf{E}_2 = \mathbf{I}_1\mathbf{Z}_3$$

Assim,
$$\mathbf{z}_{21} = \left.\frac{\mathbf{E}_2}{\mathbf{I}_1}\right|_{\mathbf{I}_2=0} = \frac{\mathbf{I}_1\mathbf{Z}_3}{\mathbf{I}_1}$$

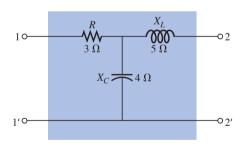



Figura 26.30 Circuito T.

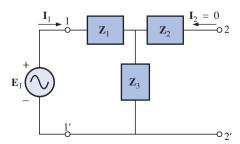



Figura 26.31 Determinação de $\mathbf{z}_{11}$.

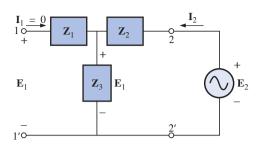



Figura 26.32 Determinação de $\mathbf{z}_{12}$.

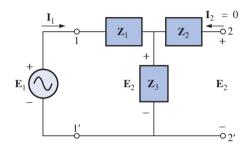



Figura 26.33 Determinação de $\mathbf{z}_{21}$.

e
$$\mathbf{z}_{21} = \mathbf{Z}_3 \tag{26.29}$$

O circuito usado para medir $\mathbf{z}_{22}$ é mostrado na Figura 26.34, e

$$\mathbf{I}_2 = \frac{\mathbf{E}_2}{\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_3}$$

Assim,
$$\mathbf{z}_{22} = \left.\frac{\mathbf{E}_2}{\mathbf{I}_2}\right|_{\mathbf{I}_1=0} = \frac{\mathbf{I}_2(\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_3)}{\mathbf{I}_2}$$

e
$$\mathbf{z}_{22} = \mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_3 \tag{26.30}$$

Observe que, para a configuração T, $\mathbf{z}_{12} = \mathbf{z}_{21}$. Para $\mathbf{Z}_1 = 3\ \Omega \angle 0°$, $\mathbf{Z}_2 = 5\ \Omega \angle 90°$ e $\mathbf{Z}_3 = 4\ \Omega \angle -90°$, temos

$\mathbf{z}_{11} = \mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_3 = \mathbf{3\ \Omega} - \boldsymbol{j}\ \mathbf{4\ \Omega}$

$\mathbf{z}_{12} = \mathbf{z}_{21} = \mathbf{Z}_3 = 4\ \Omega \angle -90° = -\boldsymbol{j}\ \mathbf{4\ \Omega}$

$\mathbf{z}_{22} = \mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_3 = 5\ \Omega \angle 90° + 4\ \Omega \angle -90° = 1\ \Omega \angle 90°$
$= \boldsymbol{j}\ \mathbf{1\ \Omega}$

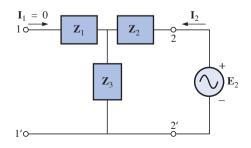



Figura 26.34 Determinação de $\mathbf{z}_{22}$.

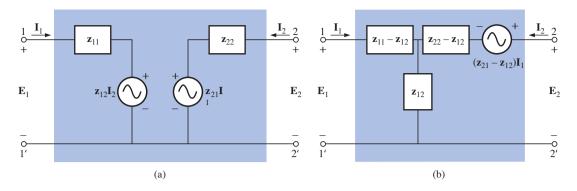



Figura 26.35 Dois circuitos de duas portas equivalentes, baseados nos parâmetros **z**.

Um conjunto de parâmetros de impedância determina totalmente o comportamento de um sistema de duas portas como o que vemos na Figura 26.25. Um *circuito equivalente* para o sistema pode ser desenvolvido a partir das equações 26.22(a) e 26.22(b). A Figura 26.35 mostra dois circuitos equivalentes possíveis.

Aplicando a lei de Kirchhoff para tensões às malhas de entrada e de saída do circuito visto na Figura 26.35(a), temos

$$\mathbf{E}_1 - \mathbf{z}_{11}\mathbf{I}_1 - \mathbf{z}_{12}\mathbf{I}_2 = 0$$

e

$$\mathbf{E}_2 = \mathbf{z}_{22}\mathbf{I}_2 - \mathbf{z}_{21}\mathbf{I}_1 = 0$$

que podem ser escritas na forma:

$$\mathbf{E}_1 = \mathbf{z}_{11}\mathbf{I}_1 + \mathbf{z}_{12}\mathbf{I}_2 \qquad \mathbf{E}_2 = \mathbf{z}_{21}\mathbf{I}_1 + \mathbf{z}_{22}\mathbf{I}_2$$

sendo idênticas às equações 26.22(a) e 26.22(b).

No caso do circuito visto na Figura 26.35(b), temos

$$\mathbf{E}_1 - \mathbf{I}_1(\mathbf{z}_{11} - \mathbf{z}_{12}) - \mathbf{z}_{12}(\mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2) = 0$$

e

$$\mathbf{E}_2 - \mathbf{I}_1(\mathbf{z}_{21} - \mathbf{z}_{12}) - \mathbf{I}_2(\mathbf{z}_{22} - \mathbf{z}_{12}) - \mathbf{z}_{12}(\mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2) = 0$$

que podem ser escritos na forma:

$$\mathbf{E}_1 = \mathbf{I}_1(\mathbf{z}_{11} - \mathbf{z}_{12} + \mathbf{z}_{12}) + \mathbf{I}_2\mathbf{z}_{12}$$
$$\mathbf{E}_2 = \mathbf{I}_1(\mathbf{z}_{21} - \mathbf{z}_{12} + \mathbf{z}_{12}) + \mathbf{I}_2(\mathbf{z}_{22} - \mathbf{z}_{12} + \mathbf{z}_{12})$$

e

$$\mathbf{E}_1 = \mathbf{z}_{11}\mathbf{I}_1 + \mathbf{z}_{12}\mathbf{I}_2$$
$$\mathbf{E}_2 = \mathbf{z}_{21}\mathbf{I}_1 + \mathbf{z}_{22}\mathbf{I}_2$$

Observe que nos dois circuitos houve a necessidade de se usar fontes de tensão controladas por corrente, ou seja, uma fonte de tensão em que o módulo é determinado por um determinado valor de corrente do circuito.

A utilidade dos parâmetros de impedância e os circuitos equivalentes podem ser mais bem descritos considerando-se o sistema visto na Figura 26.36(a), que contém um dispositivo (ou sistema) cujos parâmetros de impedância são conhecidos. Como mostra a Figura 26.36(b), o dispositivo ou sistema pode ser substituído por seu circuito equivalente e, em seguida, métodos como o das correntes de malha, das tensões nodais, entre outros, podem ser usados para determinar as grandezas desconhecidas. Dessa maneira, é possível substituir o próprio dispositivo por um circuito equivalente e obter as soluções desejadas com mais facilidade do que se nos baseássemos apenas nas características do dispositivo.

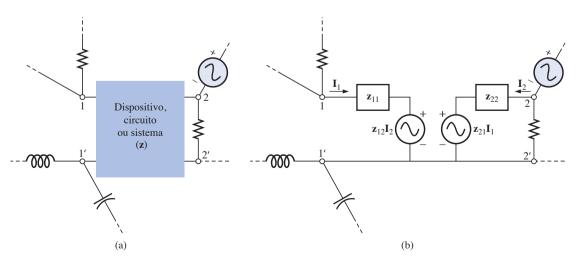



Figura 26.36 Substituição de parte de um sistema complexo por um circuito equivalente baseado nos parâmetros **z**.

EXEMPLO 26.8

Desenhe o circuito equivalente na forma mostrada na Figura 26.35(b) usando os parâmetros de impedância obtidos no Exemplo 26.7.

Solução:

O circuito é mostrado na Figura 26.37.

26.7 PARÂMETROS DE ADMITÂNCIA (y)

As equações que relacionam as quatro variáveis vistas na Figura 26.25 também podem ser escritas na forma:

$$\mathbf{I}_1 = \mathbf{y}_{11}\mathbf{E}_1 + \mathbf{y}_{12}\mathbf{E}_2 \tag{26.31a}$$

$$\mathbf{I}_2 = \mathbf{y}_{21}\mathbf{E}_1 + \mathbf{y}_{22}\mathbf{E}_2 \tag{26.31b}$$

Observe que nesse caso os termos das equações têm dimensões de corrente e não de tensão, como nas equações 26.22(a) e 26.22(b). Além disso, a unidade dos coeficientes é siemens e não ohms, como acontecia com os parâmetros de impedância.

Os parâmetros de impedância foram determinados fazendo com que uma das correntes do dispositivo fosse igual a zero (condição de circuito aberto). No caso dos parâmetros de admitância das equações 26.31(a) e 26.31(b), é preciso fazer com que uma das tensões seja igual a zero (condição de curto-circuito).

A terminologia usada para os parâmetros de admitância é análoga à empregada para os parâmetros de impedância. As equações usadas para cálculos podem ser obtidas diretamente das equações 26.31(a) e 26.31(b), fazendo com que uma das tensões seja igual a zero.

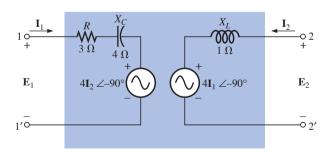



Figura 26.37 Exemplo 26.8.

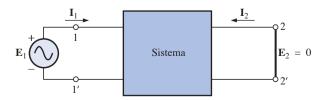



Figura 26.38 Determinação de $\mathbf{y}_{11}$.

y_{11}

$$\mathbf{y}_{11} = \left.\frac{\mathbf{I}_1}{\mathbf{E}_1}\right|_{\mathbf{E}_2 = 0} \quad \text{(siemens, S)} \tag{26.32}$$

y_{11} = parâmetro de admitância de entrada em curto-circuito.

O circuito para medir $\mathbf{y}_{11}$ aparece na Figura 26.38.

y_{12}

$$\mathbf{y}_{12} = \left.\frac{\mathbf{I}_1}{\mathbf{E}_2}\right|_{\mathbf{E}_1 = 0} \quad \text{(siemens, S)} \tag{26.33}$$

y_{12} = parâmetro de admitância de transferência inverso em curto-circuito.

O circuito para medir $\mathbf{y}_{12}$ aparece na Figura 26.39.

y_{21}

$$\mathbf{y}_{21} = \left.\frac{\mathbf{I}_2}{\mathbf{E}_1}\right|_{\mathbf{E}_2 = 0} \quad \text{(siemens, S)} \tag{26.34}$$

y_{21} = parâmetro de admitância de transferência direta em curto-circuito.

O circuito para medir $\mathbf{y}_{21}$ aparece na Figura 26.40.

y_{22}

$$\mathbf{y}_{22} = \left.\frac{\mathbf{I}_2}{\mathbf{E}_2}\right|_{\mathbf{E}_1 = 0} \quad \text{(siemens, S)} \tag{26.35}$$

y_{22} = parâmetro de admitância de saída em curto-circuito.

O circuito para medir $\mathbf{y}_{22}$ aparece na Figura 26.41.

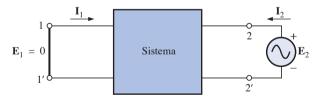



Figura 26.39 Determinação de $\mathbf{y}_{12}$.

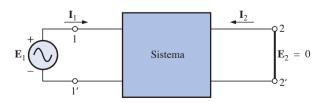



Figura 26.40 Determinação de $\mathbf{y}_{21}$.

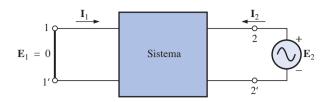



Figura 26.41 Determinação de y_{22}.

EXEMPLO 26.9

Determine os parâmetro de admitância para o circuito π visto na Figura 26.42.

Solução:

O circuito para calcular $\mathbf{y}_{11}$ aparece na Figura 26.43, com

$$\mathbf{Y}_1 = 0{,}2 \text{ mS } \angle 0° \quad \mathbf{Y}_2 = 0{,}02 \text{ mS } \angle{-90°}$$
$$\mathbf{Y}_3 = 0{,}25 \text{ mS } \angle 90°$$

Fazemos $\mathbf{I}_1 = \mathbf{E}_1\mathbf{Y}_T = \mathbf{E}_1(\mathbf{Y}_1 + \mathbf{Y}_2)$

com $$\mathbf{y}_{11} = \left.\frac{\mathbf{I}_1}{\mathbf{E}_1}\right|_{\mathbf{E}_2=0}$$

e $$\boxed{\mathbf{y}_{11} = \mathbf{Y}_1 + \mathbf{Y}_2} \tag{26.36}$$

O circuito para calcular $\mathbf{y}_{12}$ aparece na Figura 26.44. $\mathbf{Y}_1$ é substituído por um curto-circuito; assim, $\mathbf{I}_{Y_2} = \mathbf{I}_1$, e

$$\mathbf{I}_{Y_2} = \mathbf{I}_1 = -\mathbf{E}_2\mathbf{Y}_2$$

O sinal negativo aparece porque a direção definida para $\mathbf{I}_1$ na Figura 26.44 é oposta ao sentido correspondente à polaridade definida pela tensão $\mathbf{E}_2$; ou seja

$$\mathbf{y}_{12} = \left.\frac{\mathbf{I}_1}{\mathbf{E}_2}\right|_{\mathbf{E}_1=0}$$

e $$\boxed{\mathbf{y}_{12} = -\mathbf{Y}_2} \tag{26.37}$$

O circuito para calcular $\mathbf{y}_{21}$ aparece na Figura 26.45. Nesse caso, $\mathbf{Y}_3$ é substituído por um curto-circuito, resultando em

$$\mathbf{I}_{Y_2} = \mathbf{I}_2 \quad \text{e} \quad \mathbf{I}_{Y_2} = \mathbf{I}_2 = -\mathbf{E}_1\mathbf{Y}_2$$

com $$\mathbf{y}_{21} = \left.\frac{\mathbf{I}_2}{\mathbf{E}_1}\right|_{\mathbf{E}_2=0}$$

e $$\boxed{\mathbf{y}_{21} = -\mathbf{Y}_2} \tag{26.38}$$

Observe que no circuito π, $\mathbf{y}_{12} = \mathbf{y}_{21}$, o que era de se esperar, já que nos circuitos T $\mathbf{z}_{12} = \mathbf{z}_{21}$. Os circuitos T podem ser convertidos diretamente para π por meio de uma transformação Y-Δ.

O circuito para calcular $\mathbf{y}_{22}$ aparece na Figura 26.46, e

$$\mathbf{Y}_T = \mathbf{Y}_2 + \mathbf{Y}_3 \quad \text{e} \quad \mathbf{I}_2 = \mathbf{E}_2(\mathbf{Y}_2 + \mathbf{Y}_3)$$

Assim, $$\mathbf{y}_{22} = \left.\frac{\mathbf{I}_2}{\mathbf{E}_2}\right|_{\mathbf{E}_1=0}$$

e $$\boxed{\mathbf{y}_{22} = \mathbf{Y}_2 + \mathbf{Y}_3} \tag{26.39}$$

Figura 26.42 Circuito π.

Figura 26.43 Determinação de $\mathbf{y}_{11}$.

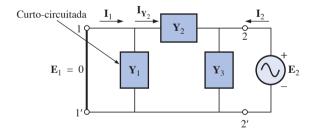



Figura 26.44 Determinação de $\mathbf{y}_{12}$.

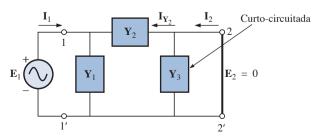



Figura 26.45 Determinação de $\mathbf{y}_{21}$.

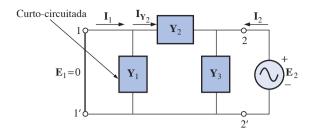



Figura 26.46 Determinação de $\mathbf{y}_{22}$.

Substituindo por valores numéricos, temos

$$\mathbf{Y}_1 = 0{,}2 \text{ mS } \angle 0°$$
$$\mathbf{Y}_2 = 0{,}02 \text{ mS } \angle -90°$$
$$\mathbf{Y}_3 = 0{,}25 \text{ mS } \angle 90°$$

$$\mathbf{y}_{11} = \mathbf{Y}_1 + \mathbf{Y}_2 = \mathbf{0{,}2\ mS} - \boldsymbol{j}\ \mathbf{0{,}02\ mS}\ (\boldsymbol{L})$$
$$\mathbf{y}_{12} = \mathbf{y}_{21} = -\mathbf{Y}_2 = -(-j\ 0{,}02 \text{ mS}) = \boldsymbol{j}\ \mathbf{0{,}02\ mS}\ (\boldsymbol{C})$$
$$\mathbf{y}_{22} = \mathbf{Y}_2 + \mathbf{Y}_3 = -j\ 0{,}02 \text{ mS} + j\ 0{,}25 \text{ mS} = \boldsymbol{j}\ \mathbf{0{,}23\ mS}\ (\boldsymbol{C})$$

Observe as semelhanças entre $\mathbf{y}_{11}$ e $\mathbf{y}_{22}$ para o circuito π e $\mathbf{z}_{11}$ e $\mathbf{z}_{22}$ para o circuito **T**.

Os circuitos que satisfazem as equações 26.31(a) e 26.31(b) são mostrados na Figura 26.47. Observe que são usadas componentes em paralelo, já que todos os termos das equações 26.31(a) e 26.31(b) são correntes e o caminho mais simples para chegar a um circuito equivalente é aplicar a lei de Kirchhoff para correntes. No caso dos parâmetros de impedâncias, em que os termos das equações eram tensões, foi aplicada a lei de Kirchhoff para tensões invertida para determinar a combinação em série dos componentes para se obter o circuito equivalente ao visto na Figura 26.47(a).

Aplicando a lei de Kirchhoff para correntes ao circuito da Figura 26.47(a), temos

$$\text{Nó } a\text{:} \quad \overbrace{\mathbf{I}_1}^{\text{Entrando}} = \overbrace{\mathbf{y}_{11}\mathbf{E}_1 + \mathbf{y}_{12}\mathbf{E}_2}^{\text{Saindo}}$$
$$\text{Nó } b\text{:} \quad \mathbf{I}_2 = \mathbf{y}_{22}\mathbf{E}_2 + \mathbf{y}_{21}\mathbf{E}_1$$

que equivalem às equações 26.31(a) e 26.31(b).

Se aplicarmos os resultados do Exemplo 26.9 ao circuito da Figura 26.48, teremos o circuito equivalente da Figura 26.47(a).

26.8 PARÂMETROS HÍBRIDOS (h)

Os **parâmetros híbridos (h)** são muito usados para analisar circuitos transistorizados. O termo *híbrido* deve-se ao fato de que esses parâmetros não têm as mesmas dimensões, como os parâmetros **z** e **y**, que são medidos em ohms e siemens, respectivamente. A definição das equa-

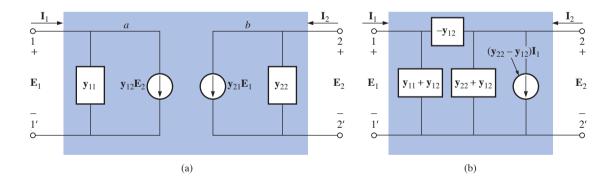



Figura 26.47 Dois circuitos equivalentes de duas portas baseados nos parâmetros **y**.

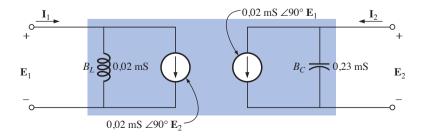



Figura 26.48 Circuito equivalente baseado nos resultados do Exemplo 26.9.

ções híbridas tem uma mistura de variáveis de corrente e de tensão de um lado, como mostrado a seguir:

$$\mathbf{E}_1 = \mathbf{h}_{11}\mathbf{I}_1 + \mathbf{h}_{12}\mathbf{E}_2 \quad (26.40a)$$

$$\mathbf{I}_2 = \mathbf{h}_{21}\mathbf{I}_2 + \mathbf{h}_{22}\mathbf{E}_2 \quad (26.40b)$$

Para determinar os parâmetros híbridos, é necessário estabelecer tanto a condição de curto-circuito como de circuito aberto, dependendo do parâmetro desejado.

h_{11}

$$\mathbf{h}_{11} = \left.\frac{\mathbf{E}_1}{\mathbf{I}_1}\right|_{\mathbf{E}_2=0} \quad \text{(ohms, } \Omega\text{)} \quad (26.41)$$

h_{11} = parâmetro de impedância de entrada e curto-circuito.

O circuito para medir $\mathbf{h}_{11}$ aparece na Figura 26.49.

h_{12}

$$\mathbf{h}_{12} = \left.\frac{\mathbf{E}_1}{\mathbf{E}_2}\right|_{\mathbf{I}_1=0} \quad \text{(adimensional)} \quad (26.42)$$

h_{12} = parâmetro de razão de tensão de transferência inverso em circuito aberto.

O circuito para medir $\mathbf{h}_{12}$ é mostrado na Figura 26.50.

h_{21}

$$\mathbf{h}_{21} = \left.\frac{\mathbf{I}_2}{\mathbf{I}_1}\right|_{\mathbf{E}_2=0} \quad \text{(adimensional)} \quad (26.43)$$

h_{21} = parâmetro de razão de correntes de transferência direta em curto-circuito.

O circuito para medir $\mathbf{h}_{21}$ aparece na Figura 26.51.

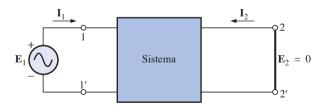



Figura 26.49 Determinação de $\mathbf{h}_{11}$.

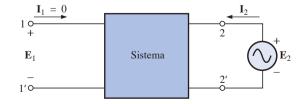



Figura 26.50 Determinação de $\mathbf{h}_{12}$.

h_{22}

$$\mathbf{h}_{22} = \left.\frac{\mathbf{I}_2}{\mathbf{E}_2}\right|_{\mathbf{E}_2=0} \quad \text{(siemens, S)} \quad (26.44)$$

h_{22} = parâmetro de admitância de saída em circuito aberto.

O circuito para medir $\mathbf{h}_{22}$ aparece na Figura 26.52.

A notação nos índices dos parâmetros híbridos aparece de maneira simplificada na maioria das aplicações. As letras são as iniciais das palavras *input* (entrada), *reverse* (inversa), *forward* (direta) e *output* (saída):

$$\mathbf{h}_{11} = \mathbf{h}_i \quad \mathbf{h}_{12} = \mathbf{h}_r \quad \mathbf{h}_{21} = \mathbf{h}_f \quad \mathbf{h}_{22} = \mathbf{h}_o$$

O circuito equivalente híbrido aparece na Figura 26.53. Como a unidade de medida de cada termo da Equação 26.40(a) é o volt, a lei de Kirchhoff para tensões foi usada para determinar os componentes em série do circuito de entrada. A unidade de medida de cada termo da Equação 26.40(b) é de corrente, resultando nos elementos paralelos do circuito de saída obtidos pela aplicação invertida da lei Kirchhoff para correntes.

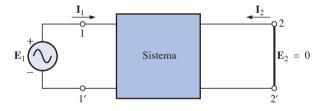



Figura 26.51 Determinação de $\mathbf{h}_{21}$.

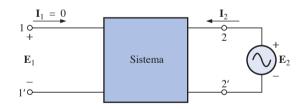



Figura 26.52 Determinação de $\mathbf{h}_{22}$.

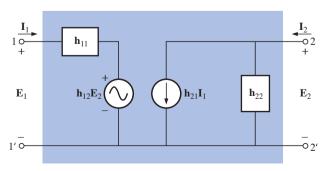



Figura 26.53 Circuito equivalente baseado nos parâmetros híbridos para um sistema de duas portas.

Observe que o circuito de entrada possui uma fonte de tensão controlada por tensão sendo que a controlada é a de saída, enquanto o circuito de saída possui uma fonte de corrente controlada sendo que a controlada é a de entrada.

EXEMPLO 26.10

Dado o circuito equivalente híbrido visto na Figura 26.54:

a) Determine o ganho de corrente $\mathbf{A}_i = \mathbf{I}_2/\mathbf{I}_1$.

b) Determine o ganho de tensão $\mathbf{A}_v = \mathbf{E}_2/\mathbf{E}_1$.

Soluções:

a) Usando a regra dos divisores de corrente, temos

$$\mathbf{I}_2 = \frac{(1/\mathbf{h}_o)\mathbf{h}_f\mathbf{I}_1}{(1/\mathbf{h}_o) + \mathbf{Z}_L} = \frac{\mathbf{h}_f\mathbf{I}_1}{1 + \mathbf{h}_o\mathbf{Z}_L}$$

e

$$\mathbf{A}_i = \frac{\mathbf{I}_2}{\mathbf{I}_1} = \frac{\mathbf{h}_f}{1 + \mathbf{h}_o\mathbf{Z}_L} \qquad (26.45)$$

b) Aplicando a lei de Kirchhoff para as tensões ao circuito de entrada, temos

$$\mathbf{E}_1 - \mathbf{h}_i\mathbf{I}_1 - \mathbf{h}_r\mathbf{E}_2 = 0 \quad \text{e} \quad \mathbf{I}_1 = \frac{\mathbf{E}_1 - \mathbf{h}_r\mathbf{E}_2}{\mathbf{h}_i}$$

Aplicando a lei de Kirchhoff para as correntes ao circuito de saída, temos

$$\mathbf{I}_2 = \mathbf{h}_f\mathbf{I}_1 + \mathbf{h}_o\mathbf{E}_2$$

Entretanto:

$$\mathbf{I}_2 = -\frac{\mathbf{E}_2}{\mathbf{Z}_L}$$

de modo que

$$-\frac{\mathbf{E}_2}{\mathbf{Z}_L} = \mathbf{h}_f\mathbf{I}_1 + \mathbf{h}_o\mathbf{E}_2$$

Substituindo por $\mathbf{I}_1$, temos

$$-\frac{\mathbf{E}_2}{\mathbf{Z}_L} = \mathbf{h}_f\left(\frac{\mathbf{E}_1 - \mathbf{h}_r\mathbf{E}_2}{\mathbf{h}_i}\right) + \mathbf{h}_o\mathbf{E}_2$$

ou

$$\mathbf{h}_i\mathbf{E}_2 = -\mathbf{h}_f\mathbf{Z}_L\mathbf{E}_1 + \mathbf{h}_r\mathbf{h}_f\mathbf{Z}_L\mathbf{E}_2 - \mathbf{h}_i\mathbf{h}_o\mathbf{Z}_L\mathbf{E}_2$$

e

$$\mathbf{E}_2(\mathbf{h}_i - \mathbf{h}_r\mathbf{h}_f\mathbf{Z}_L + \mathbf{h}_i\mathbf{h}_o\mathbf{Z}_L) = \mathbf{h}_f\mathbf{Z}_L\mathbf{E}_1$$

resultando em

$$\mathbf{A}_v = \frac{\mathbf{E}_2}{\mathbf{E}_1} = \frac{-\mathbf{h}_f\mathbf{Z}_L}{\mathbf{h}_i(1 + \mathbf{h}_o\mathbf{Z}_L) - \mathbf{h}_r\mathbf{h}_f\mathbf{Z}_L} \qquad (26.46)$$

EXEMPLO 26.11

Os parâmetros híbridos de um certo transistor são $\mathbf{h}_i$ = 1 kΩ, $\mathbf{h}_r = 4 \times 10^{-4}$, $\mathbf{h}_f$ = 50 e $\mathbf{h}_o$ = 25 μs. Determine os ganhos de corrente e de tensão considerando que $\mathbf{Z}_L$ seja uma carga resistiva de 2 kΩ.

Solução:

$$\mathbf{A}_i = \frac{\mathbf{h}_f}{1 + \mathbf{h}_o\mathbf{Z}_L} = \frac{50}{1 + (25\ \mu\text{S})(2\ \text{k}\Omega)} = \frac{50}{1 + (50 \times 10^{-3})} = \frac{50}{1{,}050} = \mathbf{47{,}62}$$

$$\mathbf{A}_v = \frac{-\mathbf{h}_f\mathbf{Z}_L}{\mathbf{h}_i(1 + \mathbf{h}_o\mathbf{Z}_L) - \mathbf{h}_r\mathbf{h}_f\mathbf{Z}_L} = \frac{-(50)(2\ \text{k}\Omega)}{(1\ \text{k}\Omega)(1{,}050) - (4 \times 10^{-4})(50)(2\ \text{k}\Omega)}$$
$$= \frac{-100 \times 10^3}{(1{,}050 \times 10^3) - (0{,}04 \times 10^3)} = -\frac{100}{1{,}01} = \mathbf{-99}$$

O sinal negativo indica uma diferença de fase de 180º entre $\mathbf{E}_2$ e $\mathbf{E}_1$ para as polaridades definidas na Figura 26.54.

26.9 IMPEDÂNCIAS DE ENTRADA E DE SAÍDA

Agora as impedâncias de entrada e de saída serão determinadas para o circuito equivalente híbrido e para o baseado em parâmetros de impedância. A impedância de entrada sempre pode ser determinada pela razão entre a tensão de entrada e a corrente de entrada, com ou sem carga conectada à saída. A impedância de saída sempre é determinada com a tensão ou corrente de entrada igual a zero. Vimos, na seção anterior, que para o circuito equivalente híbrido da Figura 26.54,

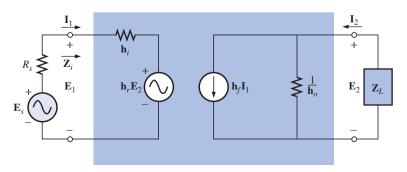



Figura 26.54 Exemplo 26.10.

$$\mathbf{E}_1 = \mathbf{h}_i\mathbf{I}_1 + \mathbf{h}_r\mathbf{E}_2$$
$$\mathbf{E}_2 = -\mathbf{I}_2\mathbf{Z}_L$$

e
$$\frac{\mathbf{I}_2}{\mathbf{I}_1} = \frac{\mathbf{h}_f}{1 + \mathbf{h}_o\mathbf{Z}_L}$$

Substituindo $\mathbf{I}_2$ na segunda equação por seu valor, obtido a partir da última equação, temos

$$\mathbf{E}_2 = -\left(\frac{\mathbf{h}_f\mathbf{I}_1}{1 + \mathbf{h}_o\mathbf{Z}_L}\right)\mathbf{Z}_L$$

Assim, a primeira equação se transforma em

$$\mathbf{E}_1 = \mathbf{h}_i\mathbf{I}_1 + \mathbf{h}_r\left(-\frac{\mathbf{h}_f\mathbf{I}_1\mathbf{Z}_L}{1 + \mathbf{h}_o\mathbf{Z}_L}\right)$$

e
$$\mathbf{E}_1 = \mathbf{I}_1\left(\mathbf{h}_i - \frac{\mathbf{h}_r\mathbf{h}_f\mathbf{Z}_L}{1 + \mathbf{h}_o\mathbf{Z}_L}\right)$$

Assim,
$$\mathbf{Z}_i = \frac{\mathbf{E}_1}{\mathbf{I}_I} = \mathbf{h}_i - \frac{\mathbf{h}_r\mathbf{h}_f\mathbf{Z}_L}{1 + \mathbf{h}_o\mathbf{Z}_L} \qquad (26.47)$$

Para calcular a impedância de saída, fazemos com que a tensão da fonte seja igual a zero, mas mantemos sua resistência interna R_s, como mostra a Figura 26.55.

Como
$$\mathbf{E}_s = 0$$

então
$$\mathbf{I}_1 = -\frac{\mathbf{h}_r\mathbf{E}_2}{\mathbf{h}_i + R_s}$$

A partir do circuito de saída, temos

$$\mathbf{I}_2 = \mathbf{h}_f\mathbf{I}_1 + \mathbf{h}_o\mathbf{E}_2$$

ou
$$\mathbf{I}_2 = \mathbf{h}_f\left(-\frac{\mathbf{h}_r\mathbf{E}_2}{\mathbf{h}_i + R_s}\right) + \mathbf{h}_o\mathbf{E}_2$$

e
$$\mathbf{I}_2 = \left(-\frac{\mathbf{h}_r\mathbf{h}_f}{\mathbf{h}_i + R_s} + \mathbf{h}_o\right)\mathbf{E}_2$$

Assim,
$$\mathbf{Z}_o = \frac{\mathbf{E}_2}{\mathbf{I}_2} = \frac{1}{\mathbf{h}_o - \dfrac{\mathbf{h}_r\mathbf{h}_f}{\mathbf{h}_i + R_s}} \qquad (26.48)$$

EXEMPLO 26.12

Determine a impedância de entrada $\mathbf{Z}_i$ e a impedância de saída $\mathbf{Z}_o$ de um transistor cujos parâmetros híbridos são os do Exemplo 26.11, considerando que $R_s = 1\ \text{k}\Omega$.

Solução:

$$\mathbf{Z}_i = \mathbf{h}_i - \frac{\mathbf{h}_r\mathbf{h}_f\mathbf{Z}_L}{1 + \mathbf{h}_o\mathbf{Z}_L} = 1\ \text{k}\Omega - \frac{0{,}04\ \text{k}\Omega}{1{,}050}$$
$$= 1 \times 10^3 - 0{,}0381 \times 10^3 = \mathbf{961{,}9\ \Omega}$$

$$\mathbf{Z}_o = \frac{1}{\mathbf{h}_o - \dfrac{\mathbf{h}_r\mathbf{h}_f}{\mathbf{h}_i + R_s}} = \frac{1}{25\ \mu\text{S} - \dfrac{(4 \times 10^{-4})(50)}{1\ \text{k}\Omega + 1\ \text{k}\Omega}}$$
$$= \frac{1}{25 \times 10^{-6} - 10 \times 10^{-6}} = \frac{1}{15 \times 10^{-6}}$$
$$= \mathbf{66{,}67\ k\Omega}$$

No caso do circuito equivalente baseado em parâmetros de impedância da Figura 26.56, temos

$$\mathbf{I}_2 = -\frac{\mathbf{z}_{21}\mathbf{I}_1}{\mathbf{z}_{22} + \mathbf{Z}_L}$$

e
$$\mathbf{I}_1 = \frac{\mathbf{E}_1 - \mathbf{z}_{12}\mathbf{I}_2}{\mathbf{z}_{11}}$$

ou
$$\mathbf{E}_1 = \mathbf{z}_{11}\mathbf{I}_1 + \mathbf{z}_{12}\mathbf{I}_2 = \mathbf{z}_{11}\mathbf{I}_1 + \mathbf{z}_{12}\left(-\frac{\mathbf{z}_{21}\mathbf{I}_1}{\mathbf{z}_{22} + \mathbf{Z}_L}\right)$$

e
$$\mathbf{Z}_i = \frac{\mathbf{E}_1}{\mathbf{I}_1} = \mathbf{z}_{11} - \frac{\mathbf{z}_{12}\mathbf{z}_{21}}{\mathbf{z}_{22} + \mathbf{Z}_L} \qquad (26.49)$$

Para calcular a impedância de saída, fazemos $\mathbf{E}_s = 0$, e

$$\mathbf{I}_1 = -\frac{\mathbf{z}_{12}\mathbf{I}_2}{R_s + \mathbf{z}_{11}} \qquad \text{e} \qquad \mathbf{I}_2 = \frac{\mathbf{E}_2 - \mathbf{z}_{21}\mathbf{I}_1}{\mathbf{z}_{22}}$$

ou
$$\mathbf{E}_2 = \mathbf{z}_{22}\mathbf{I}_2 + \mathbf{z}_{21}\mathbf{I}_1 = \mathbf{z}_{22}\mathbf{I}_2 + \mathbf{z}_{21}\left(-\frac{\mathbf{z}_{12}\mathbf{I}_2}{R_s + \mathbf{z}_{11}}\right)$$

e
$$\mathbf{E}_2 = \mathbf{z}_{22}\mathbf{I}_2 - \frac{\mathbf{z}_{12}\mathbf{z}_{21}\mathbf{I}_2}{R_s + \mathbf{z}_{11}}$$

Assim,
$$\mathbf{Z}_o = \frac{\mathbf{E}_2}{\mathbf{I}_2} = \mathbf{z}_{22} - \frac{\mathbf{z}_{12}\mathbf{z}_{21}}{R_s + \mathbf{z}_{11}} \qquad (26.50)$$

Figura 26.55 Determinação de $\mathbf{Z}_o$ em um circuito equivalente híbrido.

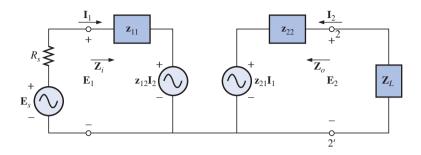



Figura 26.56 Determinação de $\mathbf{Z}_i$ em um circuito equivalente obtido a partir dos parâmetros de impedância.

26.10 CONVERSÃO ENTRE PARÂMETROS

As equações que relacionam os parâmetros de impedância e admitância (**z** e **y**) podem ser obtidas a partir das equações 26.22 e 26.31. No caso das equações 26.31(a) e 26.31(b), temos

$$\mathbf{I}_1 = \mathbf{y}_{11}\mathbf{E}_1 + \mathbf{y}_{12}\mathbf{E}_2$$
$$\mathbf{I}_2 = \mathbf{y}_{21}\mathbf{E}_1 + \mathbf{y}_{22}\mathbf{E}_2$$

Resolvendo o sistema das equações anterior com o auxílio de determinantes, temos

$$\mathbf{E}_1 = \frac{\begin{vmatrix} \mathbf{I}_1 & \mathbf{y}_{12} \\ \mathbf{I}_2 & \mathbf{y}_{22} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \mathbf{y}_{11} & \mathbf{y}_{12} \\ \mathbf{y}_{21} & \mathbf{y}_{22} \end{vmatrix}} = \frac{\mathbf{y}_{22}\mathbf{I}_1 - \mathbf{y}_{12}\mathbf{I}_2}{\mathbf{y}_{11}\mathbf{y}_{22} - \mathbf{y}_{12}\mathbf{y}_{21}}$$

Substituindo a notação

$$\Delta_{\mathbf{y}} = \mathbf{y}_{11}\mathbf{y}_{22} - \mathbf{y}_{12}\mathbf{y}_{21}$$

temos
$$\mathbf{E}_1 = \frac{\mathbf{y}_{22}}{\Delta_{\mathbf{y}}}\mathbf{I}_1 - \frac{\mathbf{y}_{12}}{\Delta_{\mathbf{y}}}\mathbf{I}_2$$

que, quando aplicada à Equação 26.22(a):

$$\mathbf{E}_1 = \mathbf{z}_{11}\mathbf{I}_1 + \mathbf{z}_{12}\mathbf{I}_2$$

indica que

$$\mathbf{z}_{11} = \frac{\mathbf{y}_{22}}{\Delta_{\mathbf{y}}} \quad \text{e} \quad \mathbf{z}_{12} = -\frac{\mathbf{y}_{12}}{\Delta_{\mathbf{y}}}$$

e da mesma maneira,

$$\mathbf{z}_{21} = -\frac{\mathbf{y}_{21}}{\Delta_{\mathbf{y}}} \quad \text{e} \quad \mathbf{z}_{22} = \frac{\mathbf{y}_{11}}{\Delta_{\mathbf{y}}}$$

Para as conversões de parâmetros de impedância para admitância, aplicam-se determinantes nas equações 26.22(a) e 26.22(b). Os parâmetros de impedância podem ser determinados em função dos parâmetros híbridos construindo-se primeiro o determinante para $\mathbf{I}_1$ a partir das equações híbridas:

$$\mathbf{E}_1 = \mathbf{h}_{11}\mathbf{I}_1 + \mathbf{h}_{12}\mathbf{E}_2$$
$$\mathbf{I}_2 = \mathbf{h}_{21}\mathbf{I}_1 + \mathbf{h}_{22}\mathbf{E}_2$$

Ou seja,

$$\mathbf{I}_1 = \frac{\begin{vmatrix} \mathbf{E}_1 & \mathbf{h}_{12} \\ \mathbf{I}_2 & \mathbf{h}_{22} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \mathbf{h}_{11} & \mathbf{h}_{12} \\ \mathbf{h}_{21} & \mathbf{h}_{22} \end{vmatrix}} = \frac{\mathbf{h}_{22}}{\Delta_{\mathbf{h}}}\mathbf{E}_1 - \frac{\mathbf{h}_{12}}{\Delta_{\mathbf{h}}}\mathbf{I}_2$$

e
$$\frac{\mathbf{h}_{22}}{\Delta_{\mathbf{h}}}\mathbf{E}_1 = \mathbf{I}_1 + \frac{\mathbf{h}_{12}}{\Delta_{\mathbf{h}}}\mathbf{I}_2$$

ou
$$\mathbf{E}_1 = \frac{\Delta_{\mathbf{h}}\mathbf{I}_1}{\mathbf{h}_{22}} + \frac{\mathbf{h}_{12}}{\mathbf{h}_{22}}\mathbf{I}_2$$

que, quando relacionado à equação de parâmetro de impedância,

$$\mathbf{E}_1 = \mathbf{z}_{11}\mathbf{I}_1 + \mathbf{z}_{12}\mathbf{I}_2$$

mostra que

$$\mathbf{z}_{11} = \frac{\Delta_{\mathbf{h}}}{\mathbf{h}_{22}} \quad \text{e} \quad \mathbf{z}_{12} = \frac{\mathbf{h}_{12}}{\mathbf{h}_{22}}$$

A determinação dos outros fatores de conversão é abordada em forma de exercício. Uma lista completa de fatores de conversões é mostrada na Tabela 26.1.

Tabela 26.1 Fatores de conversão entre os parâmetros **z, y** e **h.**

Para \ De	z		y		h	
z	$\mathbf{z}_{11}$	$\mathbf{z}_{12}$	$\frac{\mathbf{y}_{22}}{\Delta_\mathbf{y}}$	$\frac{-\mathbf{y}_{12}}{\Delta_\mathbf{y}}$	$\frac{\Delta_\mathbf{h}}{\mathbf{h}_{22}}$	$\frac{\mathbf{h}_{12}}{\mathbf{h}_{22}}$
	$\mathbf{z}_{21}$	$\mathbf{z}_{22}$	$\frac{-\mathbf{y}_{21}}{\Delta_\mathbf{y}}$	$\frac{\mathbf{y}_{11}}{\Delta_\mathbf{y}}$	$\frac{-\mathbf{h}_{21}}{\mathbf{h}_{22}}$	$\frac{1}{\mathbf{h}_{22}}$
y	$\frac{\mathbf{z}_{22}}{\Delta_\mathbf{z}}$	$\frac{-\mathbf{z}_{12}}{\Delta_\mathbf{z}}$	$\mathbf{y}_{11}$	$\mathbf{y}_{12}$	$\frac{1}{\mathbf{h}_{11}}$	$\frac{-\mathbf{h}_{12}}{\mathbf{h}_{11}}$
	$\frac{-\mathbf{z}_{21}}{\Delta_\mathbf{z}}$	$\frac{\mathbf{z}_{11}}{\Delta_\mathbf{z}}$	$\mathbf{y}_{21}$	$\mathbf{y}_{22}$	$\frac{\mathbf{h}_{21}}{\mathbf{h}_{11}}$	$\frac{\Delta_\mathbf{h}}{\mathbf{h}_{11}}$
h	$\frac{\Delta_\mathbf{z}}{\mathbf{z}_{22}}$	$\frac{\mathbf{z}_{12}}{\mathbf{z}_{22}}$	$\frac{1}{\mathbf{y}_{11}}$	$\frac{-\mathbf{y}_{12}}{\mathbf{y}_{11}}$	$\mathbf{h}_{11}$	$\mathbf{h}_{12}$
	$\frac{-\mathbf{z}_{21}}{\mathbf{z}_{22}}$	$\frac{1}{\mathbf{z}_{22}}$	$\frac{\mathbf{y}_{21}}{\mathbf{y}_{11}}$	$\frac{\Delta_\mathbf{y}}{\mathbf{y}_{11}}$	$\mathbf{h}_{21}$	$\mathbf{h}_{22}$

PROBLEMAS

Seção 26.2 Os parâmetros de impedância Z_i e Z_o

1. Dados os valores de tensão indicados na Figura 26.57, calcule o módulo da impedância de entrada $\mathbf{Z}_i$.
2. Determine, para um sistema com $\mathbf{E}_i = 120\ \text{V}\ \angle 0^\circ$ e $\mathbf{I}_i = 6{,}2\ \text{A}\ \angle -10{,}8^\circ$, a impedância de entrada na forma retangular. Considerando a frequência como 60 Hz, determine os valores fornecidos pelo fabricante para os parâmetros.
3. Calcule, para o sistema de quatro portas ilustrado na Figura 26.58:
   - **a)** O módulo de $\mathbf{I}_{i_1}$ se $\mathbf{E}_{i_1} = 20$ mV.
   - **b)** $\mathbf{Z}_{i_2}$, usando as informações fornecidas.
   - **c)** O módulo de $\mathbf{E}_{i3}$.
4. Dados os valores de tensão indicados na Figura 26.59, calcule $\mathbf{Z}_o$.
5. Para a configuração mostrada na Figura 26.59, calcule $\mathbf{Z}_o$ sendo $e_g = 2$ sen $377t$ e $v_R = 40 \times 10^{-3}$ sen $377t$, com $R_s = 0{,}91\ \text{k}\Omega$.
6. Determine $\mathbf{Z}_o$ para o circuito mostrado na Figura 26.59, sendo $E_g = 1{,}8$ V (p-p) e $E_o = 0{,}6$ V rms.
7. Calcule a impedância de saída do sistema visto na Figura 26.60, considerando as medidas mostradas na tela de um osciloscópio.

Seção 26.3 Os ganhos de tensão $A_{v_{NL}}$, A_v e A_{v_T}

8. Dado o sistema visto na Figura 26.61, determine o ganho de tensão sem carga $\mathbf{A}_{v_{NL}}$.
9. Para o sistema visto na Figura 26.62:
   - **a)** Determine $\mathbf{A}_v = \mathbf{E}_o / \mathbf{E}_i$.
   - **b)** Determine $\mathbf{A}_{v_T} = \mathbf{E}_o / \mathbf{E}_g$.

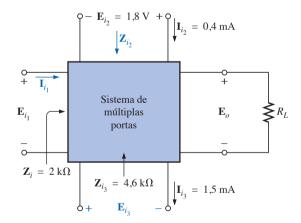



Figura 26.58 Problema 3.

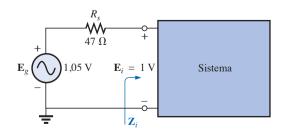



Figura 26.57 Problema 1.

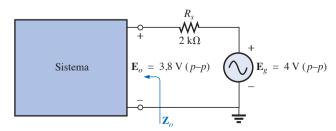



Figura 26.59 Problemas de 4 a 6.

e_g

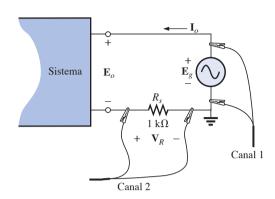
v_R

e_g: Sensibilidade vertical— 0,2 V/div.
v_{R_s}: Sensibilidade vertical — 10 mV/div.

Figura 26.60 Problema 7.

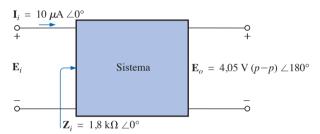



Figura 26.61 Problema 8.

10. Para o sistema visto na Figura 26.63(a), a tensão de saída sem carga é –1.440 mV, com 1,2 mV aplicado aos terminais de entrada. Na Figura 26.63(b), uma carga de 4,7 kΩ é ligada ao mesmo sistema, e a tensão de saída cai para –192 mV, com o mesmo sinal de entrada. Qual é a impedância de saída do sistema?

***11.** Dado o sistema da Figura 26.64, e sendo

$\mathbf{A}_v = -160 \quad \mathbf{I}_o = 4 \text{ mA } \angle 0° \quad \mathbf{E}_g = 70 \text{ mV } \angle 0°$

a) Determine o ganho de tensão sem carga.
b) Calcule o módulo de $\mathbf{E}_i$.
c) Determine $\mathbf{Z}_i$.

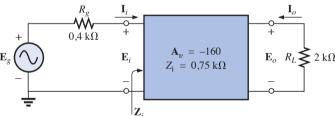



Figura 26.64 Problemas 11 e 14.

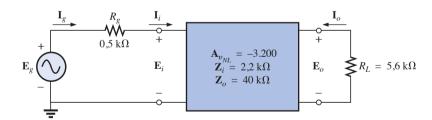
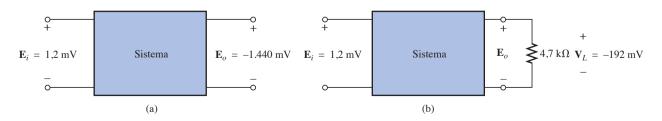



Figura 26.62 Problemas 9, 12 e 13.

Figura 26.63 Problema 10.

Seção 26.4 Os ganhos de corrente A_i e A_{i_T} e o ganho de potência A_G

12. Dado o sistema visto na Figura 26.62:
- **a)** Calcule $\mathbf{A}_i = \mathbf{I}_o/\mathbf{I}_i$.
- **b)** Calcule $\mathbf{A}_{i_T} = \mathbf{I}_o/\mathbf{I}_g$.
- **c)** Compare os resultados dos itens (a) e (b) e explique as diferenças entre eles.

13. Considerando o sistema da Figura 26.62:
- **a)** Determine A_G usando a Equação 26.13 e compare com o resultado obtido usando a Equação 26.14.
- **b)** Determine A_{GT} usando a Equação 26.16 e compare com o resultado obtido usando a Equação 26.17.

14. Considerando o sistema da Figura 26.64:
- **a)** Determine o módulo de $\mathbf{A}_i = \mathbf{I}_o/\mathbf{I}_i$.
- **b)** Determine o ganho de potência $A_{G_T} = P_L/P_g$.

Seção 26.5 Sistema em cascata

15. Considerando o sistema de dois estágios visto na Figura 26.65:
- **a)** Determine o ganho de tensão total $\mathbf{A}_{v_T} = \mathbf{V}_L/\mathbf{E}_i$.
- **b)** Determine o ganho de corrente total $\mathbf{A}_{i_T} = \mathbf{I}_o/\mathbf{I}_i$.
- **c)** Determine o ganho de corrente de cada estágio, $\mathbf{A}_{i1}$ e $\mathbf{A}_{i2}$.
- **d)** Determine o ganho de corrente total usando os resultados do item (c) e compare com o resultado do item (b).

***16.** Dado o sistema visto na Figura 26.66:
- **a)** Determine $\mathbf{A}_{v_2}$, se $\mathbf{A}_{v_T} = -6912$.
- **b)** Determine $\mathbf{Z}_{i_2}$ a partir das informações disponíveis.
- **c)** Determine $\mathbf{A}_{i_3}$ e $\mathbf{A}_{i_T}$ a partir das informações disponíveis na Figura 26.68.

Seção 26.6 Parâmetros de impedância (z)

17. **a)** Determine os parâmetros de impedância **(z)** para o circuito π visto na Figura 26.67.
- **b)** Desenhe o circuito equivalente com parâmetros **z** (use uma das formas mostradas na Figura 26.35).

18. **a)** Determine os parâmetros de impedância **(z)** para o circuito π visto na Figura 26.68.
- **b)** Desenhe o circuito equivalente com parâmetros **z** (use uma das formas vistas na Figura 26.35).

Seção 26.7 Parâmetros de admitância (y)

19. **a)** Determine os parâmetros de impedância **(y)** para o circuito T visto na Figura 26.69.
- **b)** Desenhe o circuito equivalente com parâmetros **y** (use uma das formas vistas na Figura 26.47).

20. **a)** Determine os parâmetros de admitância **(y)** para o circuito visto na Figura 26.70.
- **b)** Desenhe o circuito equivalente com parâmetros **y** (use uma das formas vistas na Figura 26.47).

Seção 26.8 Parâmetros híbridos (h)

21. **a)** Determine os parâmetros **h** para o circuito visto na Figura 26.67.

22. **b)** Desenhe o circuito equivalente híbrido.
- **a)** Determine os parâmetros **h** para o circuito visto na Figura 26.68.
- **b)** Desenhe o circuito equivalente híbrido.

23. **a)** Determine os parâmetros **h** para o circuito visto na Figura 26.69.
- **b)** Desenhe o circuito equivalente híbrido.

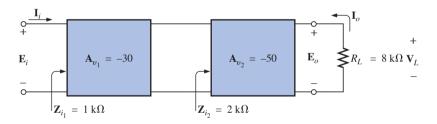



Figura 26.65 Problema 15.

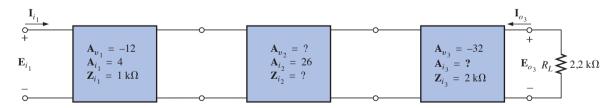



Figura 26.66 Problema 16.

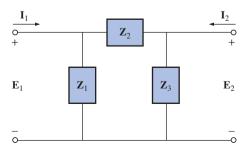



Figura 26.67 Problemas 17 e 21.

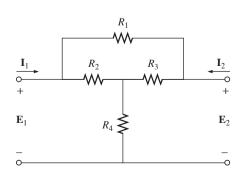



Figura 26.68 Problemas 18 e 22.

24. **a)** Determine os parâmetros **h** para o circuito visto na Figura 26.70.
b) Desenhe o circuito equivalente híbrido.

25. Dado o circuito equivalente híbrido visto na Figura 26.71:
a) Determine o ganho de corrente $\mathbf{A}_i = \mathbf{I}_2/\mathbf{I}_1$.
b) Determine o ganho de tensão $\mathbf{A}_v = \mathbf{E}_2/\mathbf{E}_1$.

Seção 26.9 Impedâncias de entrada e de saída

26. Para o circuito equivalente híbrido visto na Figura 26.71:
a) Determine a impedância de entrada.
b) Determine a impedância de saída.

27. Determine as impedâncias de entrada e de saída do circuito equivalente com parâmetros **z** vistos na Figura 26.72.

28. Determine as expressões para as impedâncias de entrada e de saída de um circuito equivalente com parâmetros **y**.

Seção 26.10 Conversão entre parâmetros

29. Determine os parâmetros **h** correspondentes aos seguintes parâmetros **z**:

$$\mathbf{z}_{11} = 4\ \text{k}\Omega$$
$$\mathbf{z}_{12} = 2\ \text{k}\Omega$$
$$\mathbf{z}_{21} = 3\ \text{k}\Omega$$
$$\mathbf{z}_{22} = 4\ \text{k}\Omega$$

30. **a)** Determine os parâmetros **z** correspondentes aos seguintes parâmetros **h**:

$$\mathbf{h}_{11} = 1\ \text{k}\Omega$$
$$\mathbf{h}_{12} = 2 \times 10^{-4}$$
$$\mathbf{h}_{21} = 100$$
$$\mathbf{h}_{22} = 20 \times 10^{-6}\ \text{S}$$

b) Determine os parâmetros **y** correspondentes aos parâmetros híbridos do item (a).

Seção 26.11 Análise computacional

PSpice ou Electronics Workbench

31. Para $\mathbf{E}_1 = 4\ \text{V} \angle 30°$, determine $\mathbf{E}_2$ com uma carga resistiva de 2 kΩ conectada aos terminais 2 e 2' do circuito visto na Figura 26.37.

32. Para $\mathbf{E}_g = 2\ \text{V} \angle 0°$, determine $\mathbf{E}_2$ no circuito visto na Figura 26.72.

33. Determine $\mathbf{Z}_i$ para o circuito visto na Figura 26.37 com uma carga resistiva de 2 kΩ entre os terminais 2 e 2'.

34. Determine $\mathbf{Z}_i$ no circuito visto na Figura 26.72.

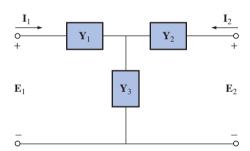



Figura 26.69 Problemas 19 e 23.

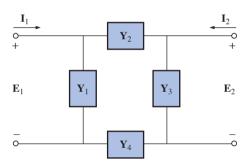



Figura 26.70 Problemas 20 e 24.

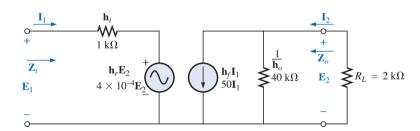



Figura 26.71 Problemas 25 e 26.

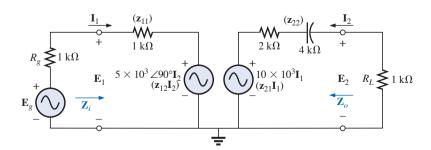



Figura 26.72 Problemas 27, 32 e 34.

GLOSSÁRIO

Circuito de duas portas: Circuito com dois pares de terminais de acesso.

Circuito de uma porta: Circuito com um único par de terminais de acesso.

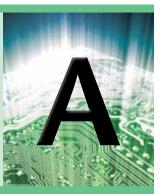
Impedância de entrada: Impedância 'vista' a partir dos terminais de entrada de um sistema.

Impedância de saída: Impedância 'vista' a partir dos terminais de saída de um sistema com a fonte ajustada em zero.

Parâmetros de admitância: (y) Conjunto de parâmetros, medidos em siemens, que pode ser usado para estabelecer um circuito equivalente de duas portas para um sistema.

Parâmetros de impedância: (z) Conjunto de parâmetros, medidos em ohms, que pode ser usado para estabelecer um circuito equivalente de duas portas para um sistema.

Parâmetros híbridos (h): Conjunto de parâmetros (medidos em ohms, siemens e adimensionais) que pode ser usado para estabelecer um circuito equivalente de duas portas para um sistema.

Apêndice A

Fatores de conversão

Para converter de	Para	Multiplique por
Anos	Dias	365
	Horas	8.760
	Minutos	525.600
	Segundos	$3{,}1536 \times 10^{7}$
Btus	Calorias-grama	251,996
	Ergs	$1{,}054 \times 10^{10}$
	Libras-pé	777,649
	Hps-hora	0,000393
	Joules	1.054,35
	Kilowatts-hora	0,000293
	Watts-segundo	1.054,35
Centímetros	Angstroms	1×10^{8}
	Pés	0,0328
	Polegadas	0,3937
	Metros	0,01
	Milhas (estatuto)	$6{,}214 \times 10^{-6}$
	Milímetros	10
Dias	Horas	24
	Minutos	1.440
	Segundos	86.400
Dinas	Galões (medida de líquido nos EUA)	264,172
	Newtons	0,00001
	Libras	$2{,}248 \times 10^{-6}$
Elétrons-volt	Ergs	$1{,}60209 \times 10^{-12}$
Ergs	Dinas-centímetro	1,0
	Elétrons-volt	$6{,}242 \times 10^{11}$
	Libras-pé	$7{,}376 \times 10^{-8}$
	Joules	1×10^{-7}
	Kilowatts-hora	$2{,}777 \times 10^{-14}$
Galões (medida de líquido nos EUA)	Polegadas cúbicas	231
	Litros	3,785
	Onças	128
	Pintas	8

Para converter de	Para	Multiplique por
Gauss	Maxwells/centímetro quadrado	1,0
	Linhas/centímetro quadrado	1,0
	Linhas/polegada quadrada	6,4516
Gilberts	Ampères-espira	0,7958
Gramas	Dinas	980,665
	Onças	0,0353
	Libras	0,0022
HP	Btus/hora	2.547,16
	Ergs/segundo	$7{,}46 \times 10^{9}$
	Pés-libra/segundo	550,221
	Joules/segundo	746
	Watts	746
Horas	Segundos	3.600
Joules	Btus	0,000948
	Ergs	1×10^{7}
	Libras-pé	0,7376
	Hps-hora	$3{,}725 \times 10^{-7}$
	Quilowatts-hora	$2{,}777 \times 10^{-7}$
	Watts-segundo	1,0
Libras-pé	Dinas-centímetro	$1{,}3558 \times 10^{7}$
	Ergs	$1{,}3558 \times 10^{7}$
	Hps-hora	$5{,}050 \times 10^{-7}$
	Joules	1,3558
	Newtons-metro	1,3558
Linhas	Maxwells	1,0
Linhas/centímetro quadrado	Gauss	1,0
Linhas/polegada quadrada	Gauss	0,1550
	Webers/polegadas quadradas	1×10^{-8}
Litros	Centímetros cúbicos	1.000,028
	Polegadas cúbicas	61,025
	Galões (medida de líquido nos EUA)	0,2642
	Onças fluidas (medida de líquido nos EUA)	33,815
	Quartos (medida de líquido nos EUA)	1,0567
Lúmens	Velas	0,0796
Lúmens/centímetro quadrado	Lamberts	1,0
Lúmens/pés quadrados	Velas-pé	1,0
Maxwells	Linhas	1,0
	Webers	1×10^{-8}
Metros	Angstroms	1×10^{10}
	Centímetros	100
	Pés	3,2808
	Polegadas	39,370
	Milhas (estatuto)	0,000621
Metros cúbicos	Pés cúbicos	35,315
Mils circulares	Centímetros quadrados	$5{,}067 \times 10^{-6}$
	Polegadas quadradas	$7{,}854 \times 10^{-7}$
Milhas (estatuto)	Pés	5.280
	Quilômetros	1,609
	Metros	1.609,344

Para converter de	Para	Multiplique por
Milhas/hora	Quilômetros/hora	1,609344
Newtons-metro	Dinas-centímetro	1×10^7
	Quilogramas-metro	0,10197
Oersted (Oe)	Ampères-espira/polegada	2,0212
	Ampères-espira/metro	79,577
	Gilberts/centímetro	1,0
Pés	Centímetros	30,48
	Metros	0,3048
Polegadas	Angstroms	$2{,}54 \times 10^8$
	Centímetros	2,54
	Pés	0,0833
	Metros	0,0254
Polegadas cúbicas	Centímetros cúbicos	16,387
	Galões (medida de líquido nos EUA)	0,00433
Quartos (medida de líquido nos EUA)	Centímetros cúbicos	946,353
	Polegadas cúbicas	57,75
	Galões (medida de líquido nos EUA)	0,25
	Litros	0,9463
	Pintas (medida de líquido nos EUA)	2
	Onças fluidas (medida de líquido nos EUA)	32
Quilogramas	Dinas	980.665
	Onças	35,2
	Libras	2,2
Radianos	Graus	57,2958
Slugs	Quilogramas	14,5939
	Libras	32,1740
Velas-pé	Lumens/pé quadrado	1,0
	Lumens/metro quadrado	10,764
Watts	Btus/hora	3,4144
	Ergs/segundo	1×10^7
	HP	0,00134
	Joules/segundos	1,0
Webers	Linhas	1×10^8
	Maxwells	1×10^8

Apêndice B

PSpice e Multisim

PSpice 16.2

O pacote de software PSpice, que é usado ao longo deste livro, tem como origem programas desenvolvidos na Universidade da Califórnia, em Berkeley, no início da década de 1970. O nome SPICE é um acrônimo de Simulation Program with Integrated Circuit Emphasis (programa de simulação com ênfase em circuitos integrados). Embora algumas empresas tenham adaptado o SPICE a suas necessidades, a Cadence Design Systems oferece tanto uma versão comercial do OrCAD quanto uma versão para estudantes. As versões comerciais ou profissionais usadas por empresas de engenharia são muitos caras. Por isso, a Cadence oferece gratuitamente uma versão para estudantes a fim de que a potencialidade desse pacote de software de simulação seja conhecida. Nesta edição, foi usada a versão OrCAD 16.2 Demo. Informações adicionais podem ser encontradas sob a OrCAD Inc., encabeçando o website <http://www.orcad.com>. Uma cópia autorizada e gratuita pode ser obtida emsoftware Downloads, onde o pedido pode ser enviado on-line no final da seção intitulada OrCAD Demo DVD.

Requisitos mínimos do sistema:

- Windows XP, Windows Vista e Window Server 2003
- Pentium 4 (32 bits) ou processador equivalente (ou mais rápido)
- Memória mínima de 512 MB (1 GB ou mais recomendado para XP e Vista)
- Mínimo de 200 MB de espaço de swap
- Tela do Windows com 65.000 cores, com resolução mínima de 1.024 × 768 (recomendado 1.280 × 1.024)

MULTISIM 10.1

O software Multisim é um produto da Electronics Workbench, subsidiária da National Instruments. Seu Website é <http://www.electronicsworkbench.com>, e o telefone para contato nos EUA e no Canadá é 1 800-263-5552. Na Europa, o site é <http://www.ewbeurope.com>, e o telefone para contato é 31-35-694-4444.

Requisitos mínimos do sistema:

- Windows 2000/XP/NT (NT 4.0 Service Pack ou mais recente)
- Pentium 4 ou processador equivalente (mínimo de 600 MHz)
- 128 MB de RAM (256 MB recomendado)
- 100 MB de espaço livre em disco rígido (500 MB recomendado)

Apêndice C

Determinantes

Os determinantes são usados para estabelecer o valor das variáveis emsistemas de duas ou mais equações lineares. Uma vez que o procedimento seja entendido perfeitamente, podemos obter as soluções de forma simples e direta, com uma margem de erro muito menor do que quando usamos outros métodos.

Considere as seguintes equações, onde x e y são as incógnitas e a_1, a_2, b_1, b_2, c_1 e c_2 são constantes:

Col. 1		Col. 2		Col. 3	
a_1x	$+$	b_1y	$=$	c_1	(C.1a)
a_2x	$+$	b_2y	$=$	c_2	(C.1b)

Uma das maneiras de resolver o problema é explicitar uma das incógnitas na Equação C.1(a) e substituí-la na Equação C.1(b). Ou seja, determinando o valor de x na Equação C.1(a), temos

$$x = \frac{c_1 - b_1y}{a_1}$$

e substituindo o resultado na Equação C.1(b), temos

$$a_2\left(\frac{c_1 - b_1y}{a_1}\right) + b_2y = c_2$$

Agora é possível determinar o valor de y, pois é a única variável que resta, e substituir o resultado em uma das duas equações restantes para obter o valor de x. Esse método pode ser aceitável no caso de umsistema de duas equações, mas se torna muito longo e cansativo para sistemas de três ou mais equações simultâneas.

O uso de determinantes para calcular os valores de x e y requer que o seguinte formato seja estabelecido para cada variável:

$$\begin{array}{cc} \text{Col. 1} & \text{Col. 2} \end{array} \qquad \begin{array}{cc} \text{Col. 1} & \text{Col. 2} \end{array}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}} \qquad y = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}} \qquad \text{(C.2)}$$

Primeiramente, observe que apenas constantes aparecem entre os traços verticais, e que os dois denominadores são iguais. Na verdade, cada um desses denominadores é simplesmente uma lista dos coeficientes de x e y na mesma ordem em que aparecem nas equações C.1(a) e C.1(b). Na solução de x, os coeficientes de x no numerador são substituídos pelas constantes de segundo membro das equações C.1(a) e C.1(b), enquanto os coeficientes de y são mantidos. Na solução de y, os coeficientes de y no numerador são substituídos pelas constantes do segundo membro das equações C.1(a) e C.1(b) e os coeficientes de x são mantidos.

Os blocos que aparecem entre as linhas verticais no numerador e no denominador da Equação C.2 são denominados *determinantes* (D), e podemser calculados numericamente da seguinte forma:

$$\text{Determinante} = D = \begin{vmatrix} \overset{\text{Col. 1}}{a_1} & \overset{\text{Col. 2}}{b_1} \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = a_1b_2 - a_2b_1 \qquad \text{(C.3)}$$

O valor expandido é obtido multiplicando-se o elemento do canto superior esquerdo pelo elemento do canto inferior direito e subtraindo do resultado o produto dos dois outros elementos. Esse determinante em particular é denominado determinante de *segunda ordem*, pois possui duas linhas e duas colunas.

É importante lembrar que, quando se usam determinantes, as colunas das equações, conforme indicam as equações C.1(a) e C.1(b), têm de ser colocadas na mesma ordem ao escrever os determinantes. Ou seja, como a_1 e a_2 estão na coluna 1 das equações C.1(a) e C.1(b), eles têm de ser colocados na coluna 1 do determinante (o mesmo se aplica a b_1 e a b_2).

Expandindo toda a expressão para x e y, obtemos o seguinte:

$$x = \frac{\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}} = \frac{c_1 b_2 - c_2 b_1}{a_1 b_2 - a_2 b_1} \tag{C.4a}$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}} = \frac{a_1 c_2 - a_2 c_1}{a_1 b_2 - a_2 b_1} \tag{C.4b}$$

EXEMPLO C.1

Calcule os seguintes determinantes:

a) $\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = (2)(4) - (3)(2) = 8 - 6 = \mathbf{2}$

b) $\begin{vmatrix} 4 & -1 \\ 6 & 2 \end{vmatrix} = (4)(2) - (6)(-1) = 8 + 6 = \mathbf{14}$

c) $\begin{vmatrix} 0 & -2 \\ -2 & 4 \end{vmatrix} = (0)(4) - (-2)(-2) = 0 - 4 = \mathbf{-4}$

d) $\begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 3 & 10 \end{vmatrix} = (0)(10) - (3)(0) = \mathbf{0}$

EXEMPLO C.2

Resolva o sistema determinando x e y:

$$\begin{aligned} 2x + y &= 3 \\ 3x + 4y &= 2 \end{aligned}$$

Solução:

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}} = \frac{(3)(4) - (2)(1)}{(2)(4) - (3)(1)} = \frac{12 - 2}{8 - 3} = \frac{10}{5} = \mathbf{2}$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}}{5} = \frac{(2)(2) - (3)(3)}{5} = \frac{4 - 9}{5} = \frac{-5}{5} = \mathbf{-1}$$

Verificação:

$$\begin{aligned} 2x + y &= (2)(2) + (-1) \\ &= 4 - 1 = 3 \quad \text{(confere)} \\ 3x + 4y &= (3)(2) + (4)(-1) \\ &= 6 - 4 = 2 \quad \text{(confere)} \end{aligned}$$

EXEMPLO C.3

Resolva o sistema determinando x e y:

$$\begin{aligned} -x + 2y &= 3 \\ 3x - 2y &= -2 \end{aligned}$$

Solução:

Nesse exemplo, observe o efeito do sinal negativo e o uso de parênteses para assegurar que o sinal correto seja obtido em cada produto:

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ -2 & -2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -2 \end{vmatrix}} = \frac{(3)(-2) - (-2)(2)}{(-1)(-2) - (3)(2)}$$

$$= \frac{-6 + 4}{2 - 6} = \frac{-2}{-4} = \mathbf{\frac{1}{2}}$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 3 & -2 \end{vmatrix}}{-4} = \frac{(-1)(-2) - (3)(3)}{-4}$$

$$= \frac{2 - 9}{-4} = \frac{-7}{-4} = \mathbf{\frac{7}{4}}$$

EXEMPLO C.4

Resolva o sistema determinando x e y:

$$\begin{aligned} x &= 3 - 4y \\ 20y &= -1 + 3x \end{aligned}$$

Solução:

Nesse caso, as equações têm de ser primeiramente colocadas na mesma forma que nas equações C.1(a) e C.1(b):

$$\begin{aligned} x + 4y &= 3 \\ -3x + 20y &= -1 \end{aligned}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 20 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 4 \\ -3 & 20 \end{vmatrix}} = \frac{(3)(20) - (-1)(4)}{(1)(20) - (-3)(4)}$$

$$= \frac{60 + 4}{20 + 12} = \frac{64}{32} = \mathbf{2}$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ -3 & -1 \end{vmatrix}}{32} = \frac{(1)(-1) - (-3)(3)}{32}$$

$$= \frac{-1 + 9}{32} = \frac{8}{32} = \mathbf{\frac{1}{4}}$$

O uso de determinantes não se limita a sistemas de duas equações; os determinantes podemser aplicados a sistemas com qualquer número de equações. Inicialmente, apresentaremos um método que se aplica apenas a determinantes de terceira ordem, caso em que se enquadra a maioria dos problemas deste livro. Emseguida, discutiremos um procedimento geral para resolver sistemas com qualquer número de equações.

Considere o seguinte sistema de equações:

Col. 1		Col. 2		Col. 3		Col. 4
a_1x	$+$	b_1y	$+$	c_1z	$=$	d_1
a_2x	$+$	b_2y	$+$	c_2z	$=$	d_2
a_3x	$+$	b_3y	$+$	c_3z	$=$	d_3

onde x, y e z são incógnitas e $a_{1,2,3}$, $b_{1,2,3}$, $c_{1,2,3}$ e $d_{1,2,3}$ são constantes.

Os determinantes envolvidos no cálculo de x, y e z podemser obtidos por um método similar ao que foi usado no caso de umsistema de duas equações. Ou seja, no cálculo de x, o determinante do numerador é obtido substituindo-se os elementos da coluna 1 pelos elementos do segundo membro do sistema de equações. O denominador é o determinante dos coeficientes das incógnitas (o mesmo se aplica às incógnitas y e z). Novamente, o denominador é igual para as três incógnitas.

$$x = \frac{\begin{vmatrix} d_1 & b_1 & c_1 \\ d_2 & b_2 & c_2 \\ d_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}}{D}, \quad y = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & d_1 & c_1 \\ a_2 & d_2 & c_2 \\ a_3 & d_3 & c_3 \end{vmatrix}}{D}, \quad z = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & d_3 \end{vmatrix}}{D}$$

onde

$$D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

Um método manual para calcular o determinante de terceira ordem consiste simplesmente em repetir as duas primeiras colunas do determinante à direita do determinante e somar os produtos dos elementos que pertencem a diagonais específicas, da forma indicada a seguir:

$$D = \left|\begin{matrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{matrix}\right| \begin{matrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{matrix}$$

Diagonais: 4(−), 5(−), 6(−); 1(+), 2(+), 3(+)

Os produtos associados às diagonais 1, 2 e 3 são positivos, e sua soma é dada por:

$$+ a_1b_2c_3 + b_1c_2a_3 + c_1a_2b_3$$

Os produtos associados às diagonais 4, 5 e 6 são negativos, e sua soma é dada por:

$$- a_3b_2c_1 - b_3c_2a_1 - c_3a_2b_1$$

O resultado final é a soma das diagonais 1, 2 e 3, menos a soma das diagonais 4, 5 e 6:

$$\begin{aligned} &+(a_1b_2c_3 + b_1c_2a_3 + c_1a_2b_3) \\ &-(a_3b_2c_1 + b_3c_2c_1 + c_3a_2b_1) \end{aligned} \qquad \text{(C.5)}$$

Atenção: esse método de expansão é válido apenas para determinantes de terceira ordem! Ele não pode ser aplicado a sistemas iguais ou superiores a quatro .

EXEMPLO C.5

Calcule o seguinte determinante:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 2 \end{vmatrix} \longrightarrow \left|\begin{matrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 2 \end{matrix}\right| \begin{matrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \\ 0 & 4 \end{matrix}$$

(−) (−) (−) / (+) (+) (+)

Solução:

$$\begin{aligned} &[(1)(1)(2) + (2)(0)(0) + (3)(-2)(4)] \\ &\quad - [(0)(1)(3) + (4)(0)(1) + (2)(-2)(2)] \\ &\quad = (2 + 0 - 24) - (0 + 0 - 8) = (-22) - (-8) \\ &\quad = -22 + 8 = \mathbf{-14} \end{aligned}$$

EXEMPLO C.6

Resolva o sistema determinando x, y e z:

$$\begin{aligned} 1x + 0y - 2z &= -1 \\ 0x + 3y + 1z &= +2 \\ 1x + 2y + 3z &= 0 \end{aligned}$$

Solução:

$$x = \frac{\left|\begin{matrix} -1 & 0 & -2 \\ 2 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \end{matrix}\right| \begin{matrix} -1 & 0 \\ 2 & 3 \\ 0 & 2 \end{matrix}}{\left|\begin{matrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{matrix}\right| \begin{matrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \\ 1 & 2 \end{matrix}}$$

$$= \frac{\begin{array}{c}[(-1)(3)(3) + (0)(1)(0) + (-2)(2)(2)] - [(0)(3)(-2) \\ + (2)(1)(-1) + (3)(2)(0)]\end{array}}{\begin{array}{c}[(1)(3)(3) + (0)(1)(1) + (-2)(0)(2)] - [(1)(3)(-2) \\ + (2)(1)(1) + (3)(0)(0)]\end{array}}$$

$$= \frac{(-9 + 0 - 8) - (0 - 2 + 0)}{(9 + 0 + 0) - (-6 + 2 + 0)}$$

$$= \frac{-17 + 2}{9 + 4} = -\mathbf{\frac{15}{13}}$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \end{vmatrix} \begin{matrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{matrix}}{13}$$

$$= \frac{\begin{array}{c}[(1)(2)(3) + (-1)(1)(1) + (-2)(0)(0)] - [(1)(2)(-2) \\ + (0)(1)(1) + (3)(0)(-1)]\end{array}}{13}$$

$$= \frac{(6 - 1 + 0) - (-4 + 0 + 0)}{13}$$

$$= \frac{5 + 4}{13} = \mathbf{\frac{9}{13}}$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{vmatrix} \begin{matrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \\ 1 & 2 \end{matrix}}{13}$$

$$= \frac{\begin{array}{c}[(1)(3)(0) + (0)(2)(1) + (-1)(0)(2)] - [(1)(3)(-1) \\ + (2)(2)(1) + (0)(0)(0)]\end{array}}{13}$$

$$= \frac{(0 + 0 + 0) - (-3 + 4 + 0)}{13}$$

$$= \frac{0 - 1}{13} = -\mathbf{\frac{1}{13}}$$

ou, a partir de $0x + 3y + 1z = +2$,

$$z = 2 - 3y = 2 - 3\left(\frac{9}{13}\right) = \frac{26}{13} - \frac{27}{13} = -\mathbf{\frac{1}{13}}$$

Verificação:

$$\left.\begin{array}{l} 1x + 0y - 2z = -1 \\ 0x + 3y + 1z = +2 \\ 1x + 2y + 3z = 0 \end{array}\right\} \begin{array}{l} -\frac{15}{13} + 0 + \frac{2}{13} = -1 \\ 0 + \frac{27}{13} + \frac{-1}{13} = +2 \\ -\frac{15}{13} + \frac{18}{13} + \frac{-3}{13} = 0 \end{array} \left.\right\} \begin{array}{l} -\frac{13}{13} = -1\checkmark \\ \frac{26}{13} = +2\checkmark \\ -\frac{18}{13} + \frac{18}{13} = 0\checkmark \end{array}$$

A abordagem geral de determinantes iguais ou superiores a três necessita que o determinante seja expandido da forma mostrada a seguir. Existe mais que uma expansão geradora do resultado correto, mas esta forma é normalmente empregada em uma análise introdutória.

$$D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = a_1\left(+\begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix}\right) + b_1\left(-\begin{vmatrix} a_2 & c_2 \\ a_3 & c_3 \end{vmatrix}\right) + c_1\left(+\begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{vmatrix}\right)$$

Menor — Cofator — Fator multiplicante (indicados para cada termo)

Essa expansão foi obtida multiplicando-se os elementos da primeira linha de D pelos cofatores correspondentes. Não é necessário que os fatores multiplicadores pertençam à primeira linha. Na verdade, qualquer *linha* ou *coluna* (não as diagonais) pode ser usada para expandir um determinante de terceira ordem.

O sinal de cada cofator depende da posição do fator multiplicador correspondente (a_1, b_1 e c_1, nesse caso), de acordo com o seguinte esquema:

$$\begin{vmatrix} + \rightarrow & - & + \\ \downarrow & & \\ - & + & - \\ + & - & + \end{vmatrix}$$

Observe que o sinal correto de cada elemento pode ser obtido atribuindo-se o sinal positivo ao elemento situado no canto superior esquerdo e atribuindo-se alternadamente sinais negativos e positivos aos elementos vizinhos, tanto no sentido horizontal como no vertical.

No caso de um determinante D, os elementos têm os seguintes sinais:

$$\begin{vmatrix} a_1^{(+)} & b_1^{(-)} & c_1^{(+)} \\ a_2^{(-)} & b_2^{(+)} & c_2^{(-)} \\ a_3^{(+)} & b_3^{(-)} & c_3^{(+)} \end{vmatrix}$$

Os menores complementares associados a cada fator multiplicativo são obtidos eliminando-se a linha e a coluna nas quais o fator multiplicativo está localizado e escrevendo-se um determinante de segunda ordem com os elementos restantes, nas mesmas posições relativas que tinham no determinante de terceira ordem.

Considere os cofatores associados a a_1 e b_1 na expansão de D. O sinal é positivo para a_1 e negativo para

b_1, como determina o esquema-padrão. De acordo com o método que acabamos de descrever, podemos encontrar os menores complementares de a_1 e b_1 da seguinte forma:

$$a_{1(\text{menor})} = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

$$b_{1(\text{menor})} = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_2 & c_2 \\ a_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

Como já dissemos, qualquer linha ou coluna pode ser usada para expandir o determinante de terceira ordem. Usando a primeira coluna de D, obteremos a expansão

$$D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = a_1\left(+\begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix}\right)$$

$$+\ a_2\left(-\begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix}\right) + a_3\left(+\begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix}\right)$$

Às vezes, a escolha de uma certa linha ou coluna pode facilitar consideravelmente o trabalho de expandir o determinante de terceira ordem. Por exemplo, nos determinantes a seguir, a primeira coluna e a terceira linha, respectivamente, reduziriam o número de cofatores na expansão:

$$D = \begin{vmatrix} 2 & 3 & -2 \\ 0 & 4 & 5 \\ 0 & 6 & 7 \end{vmatrix} = 2\left(+\begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 6 & 7 \end{vmatrix}\right) + 0 + 0 = 2(28 - 30)$$
$$= \mathbf{-4}$$

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & 6 & 8 \\ 2 & 0 & 3 \end{vmatrix} = 2\left(+\begin{vmatrix} 4 & 7 \\ 6 & 8 \end{vmatrix}\right) + 0 + 3\left(+\begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 6 \end{vmatrix}\right)$$
$$= 2(32 - 42) + 3(6 - 8) = 2(-10) + 3(-2)$$
$$= \mathbf{-26}$$

EXEMPLO C.7

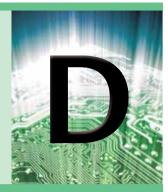
Expanda os seguintes determinantes de terceira ordem:

a) $$D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{vmatrix} = 1\left(+\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix}\right) + 3\left(-\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 3 \end{vmatrix}\right) + 2\left(+\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}\right)$$

$$= 1[6 - 1] + 3[-(6 - 3)] + 2[2 - 6]$$
$$= 5 + 3(-3) + 2(-4)$$
$$= 5 - 9 - 8$$
$$= \mathbf{-12}$$

b) $$D = \begin{vmatrix} 0 & 4 & 6 \\ 2 & 0 & 5 \\ 8 & 4 & 0 \end{vmatrix} = 0 + 2\left(-\begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 4 & 0 \end{vmatrix}\right) + 8\left(+\begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 0 & 5 \end{vmatrix}\right)$$

$$= 0 + 2[-(0 - 24)] + 8[(20 - 0)]$$
$$= 0 + 2(24) + 8(20)$$
$$= 48 + 160$$
$$= \mathbf{208}$$

Apêndice

Alfabeto grego

Letra	Maiúscula	Minúscula	Usada para designar
Alfa	A	α	Área, ângulo, coeficientes
Beta	B	β	Ângulos, coeficientes, densidade de fluxo
Gama	Γ	γ	Gravidade específica, condutividade
Delta	Δ	δ	Densidade, variação
Épsilon	E	ε	Base dos logaritmos naturais
Zeta	Z	ζ	Coeficiente, coordenadas, impedância
Eta	H	η	Eficiência, coeficiente de histerese
Teta	Θ	θ	Ângulo de fase, temperatura
Iota	I	ι	
Capa	K	κ	Constante dielétrica, suscetibilidade
Lambda	Λ	λ	Comprimento de onda
Mi	M	μ	Fator de amplificação, prefixo micro, permeabilidade
Ni	N	ν	Relutividade
Csi	Ξ	ξ	
Ômicron	O	o	
Pi	Π	π	3,1416
Rô	P	ρ	Resistividade
Sigma	Σ	σ	Somatório
Tau	T	τ	Constante de tempo
Ípsilon	Υ	υ	
Fi	Φ	ϕ	Ângulos, fluxo magnético
Xi	X	χ	
Psi	Ψ	ψ	Fluxo em dielétrico, diferença de fase
Ômega	$\boldsymbol{\omega}$	ω	Ohms, velocidade angular

Conversões entre parâmetros magnéticos

	SI (MKS)	CGS	Inglês
Φ	webers (Wb) 1 Wb	maxwells $= 10^8$ maxwells	linhas $= 10^8$ linhas
B	T $1\ \text{T} = 1\ \text{Wb/m}^2$	gauss (maxwells/cm^2) $= 10^4$ gauss	linhas/pol.^{2} $= 6{,}452 \times 10^4$ linhas/pol.^{2}
A	1 m^2	$= 10^4$ cm^2	= 1.550 pol.^{2}
μ_o	$4\pi \times 10^{-7}$ Wb/Am	= 1 gauss/oersted	= 3,20 linhas/Am
$\Im$	NI (ampères-espira, Ae) 1 Ae	$0{,}4\pi NI$ (gilberts) = 1,257 gilberts	NI (Ae) 1 gilbert – 0,7958 Ae
H	NI/l (Ae/m) 1 Ae/m	$0{,}4\pi NI/l$ (oersteds) $= 1{,}26 \times 10^{-2}$ oersted	NI/l (Ae/pol.) $= 2{,}54 \times 10^{-2}$ Ae/pol.
H_g	$7{,}97 \times 10^5 B_g$ (Ae/m)	B_g (oersteds)	$0{,}313 B_g$ (Ae/pol.)

Apêndice F

Condições para a máxima transferência de potência

Esse apêndice determina as condições de máxima transferência de potência para a situação em que a componente resistiva da carga é ajustável, mas a componente reativa é fixa.*

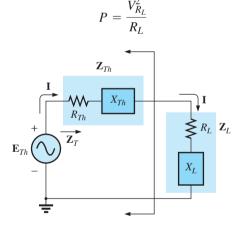
No caso do circuito visto na Figura F.1, a potência fornecida à carga é dada por

$$P = \frac{V_{R_L}^2}{R_L}$$

Figura F.1

Aplicando a regra dos divisores de tensão, temos

$$\mathbf{V}_{R_L} = \frac{R_L \mathbf{E}_{Th}}{R_L + R_{Th} + X_{Th}\angle 90° + X_L\angle 90°}$$

O módulo de $\mathbf{V}_{RL}$ é calculado por

$$V_{R_L} = \frac{R_L E_{Th}}{\sqrt{(R_L + R_{Th})^2 + (X_{Th} + X_L)^2}}$$

e $$V_{R_L}^2 = \frac{R_L^2 E_{Th}^2}{(R_L + R_{Th})^2 + (X_{Th} + X_L)^2}$$

com $$P = \frac{V_{R_L}^2}{R_L} = \frac{R_L E_{Th}^2}{(R_L + R_{Th})^2 + (X_{Th} + X_L)^2}$$

Usando a diferenciação (cálculo), a potência máxima será transferida quando $dP/dR_L = 0$. O resultado da operação anterior é

$$R_L = \sqrt{R_{Th}^2 + (X_{Th} + X_L)^2} \quad \text{[Equação 18.21]}$$

O módulo da impedância total do circuito é

$$Z_T = \sqrt{(R_{Th} + R_L)^2 + (X_{Th} + X_L)^2}$$

Substituindo a expressão de R_L nessa equação e fazendo algumas manipulações algébricas, temos

$$Z_T = 2R_L(R_L + R_{Th})$$

e a potência fornecida para R_L é dada por

$$P = I^2 R_L = \frac{E_{Th}^2}{Z_T^2} R_L = \frac{E_{Th}^2 R_L}{2R_L(R_L + R_{Th})}$$
$$= \frac{E_{Th}^2}{4\left(\frac{R_L + R_{Th}}{2}\right)}$$
$$= \frac{E_{Th}^2}{4R_{av}}$$

com $$R_{av} = \frac{R_L + R_{Th}}{2}$$

---

* Sinceros agradecimentos ao professor Harry J. Franz, da Pennsylvania State University, *campus* Beaver.

Apêndice G

Respostas dos problemas ímpares selecionados

Capítulo 1

5. 29,05 mph
7. **(a)** 139,33 pés/s (b) 0,431 s **(c)** 40,91 mph
11. MKS, CGS = 20°C; SI, K = 293,15
13. 45,72 cm
15. **(a)** 14,6 **(b)** 56,0 **(c)** 1.046,1 **(d)** 0,1 **(e)** 3,1
17. **(a)** 14,603 **(b)** 56,042 **(c)** 1.046,060 **(d)** 0,063 **(e)** 3,142
19. **(a)** 15×10^3 **(b)** 5×10^{-3} **(c)** $2{,}4 \times 10^6$ **(d)** 60×10^3 **(e)** $4{,}02 \times 10^{-4}$ **(f)** 2×10^{-10}
21. **(a)** 100×10^3 **(b)** 10 **(c)** 1×10^9 **(d)** 1×10^{-3} **(e)** 10 **(f)** 1×10^{24}
23. **(a)** 10×10^{-3} **(b)** 10×10^{-6} **(c)** 10×10^6 **(d)** 1×10^{-9} **(e)** 1×10^{42} **(f)** 1×10^3
25. **(a)** 1×10^6 **(b)** 10×10^{-3} **(c)** 100×10^{30} **(d)** 1×10^{-63}
27. **(a)** 1×10^{-6} **(b)** 1×10^{-5} **(c)** 1×10^{-8} **(d)** 1×10^{11}
29. Científica: **(a)** $2{,}05 \times 10^1$ **(b)** $5{,}04 \times 10^4$ **(c)** $6{,}74 \times 10^{-4}$ **(d)** $4{,}60 \times 10^{-2}$
Engenharia: **(a)** $20{,}46 \times 10^0$ **(b)** $50{,}42 \times 10^3$ **(c)** $674{,}00 \times 10^{-6}$ **(d)** $46{,}00 \times 10^{-3}$
31. **(a)** $0{,}06 \times 10^6$ **(b)** 400×10^{-6} **(c)** $0{,}005 \times 10^9$ **(d)** 1.200×10^{-9}
33. **(a)** 90 s **(b)** 72 s **(c)** 50×10^3 μs **(d)** 160 mm **(e)** 120 ns **(f)** 4.629,63 dias
35. **(a)** 2,54 m **(b)** 1,22 m **(c)** 26,7 N **(d)** 0,13 lb **(e)** 4.921,26 pés **(f)** 3,22 m
37. 26,82 m/s
39. 3.600 quartos
41. 345,6 m
43. 44,82 min/milha
45. **(a)** $4{,}74 \times 10^{-3}$ Btus **(b)** $7{,}1 \times 10^{-4}$ m³ **(c)** $1{,}21 \times 10^5$ s **(d)** 2.113,38 pintas
47. 14,4
49. 0,93
51. 3,24
53. $1{,}20 \times 10^{12}$

Capítulo 2

3. **(a)** 1,11 μN **(b)** 0,31 N **(c)** 1138,34 kN
5. $F_2 = r_1^2 F_1/r_2^2$
7. **(a)** 72 mN **(b)** $Q_1 = 20\ \mu$C, $Q_2 = 40\ \mu$C
9. 0,48 J
11. 8 C
13. 4,29 mA
15. 192 C
17. 3 s
19. $2{,}25 \times 10^{18}$ elétrons
21. 22,43 mA
23. 6,67 V
25. 3,34 A
27. 60,0 Ah
29. W(60 Ah) : W(40 Ah) = 1,5 : 1; I(60 Ah) : I(40 Ah) = 3.600 A : 2.400 A = 1,5 : 1
31. 13,89%
33. 129,6 kJ
37. (a) 38,1 kV **(b)** 342,9 kV

Capítulo 3

1. **(a)** 500 mils **(b)** 20 mils **(c)** 250 mils **(d)** 393,7 mils **(e)** 120 mils **(f)** 39,37 mils
3. **(a)** 0,04 pol. **(b)** 0,029 pol. **(c)** 0,2 pol. **(d)** 0,025 pol. **(e)** 0,0025 pol. **(f)** 0,55 pol.
5. **(a)** 544 CM **(b)** 0,023 pol.
7. **(a)** 942,73 CM **(b)** maior **(c)** menor
9. **(a)** 293,82 pés **(b)** 1,47 lb **(c)** –40°F → +221°F
11. **(a)** 21,71 $\mu\Omega$ **(b)** 35,59 $\mu\Omega$
13. 942,28 mΩ
15. (a) sim **(b)** A(#0) : A(#12) = 16,16 : 1, I(#0) : I(#12) = 7,5 : 1
17. (a) #2 (b) #0
19. 2,57 Ω
21. 3,69 Ω
23. (a) 27,85°C **(b)** –210,65°C
25. (a) 0,00393 **(b)** 83,61°C
27. 1,75°
29. 100,30 Ω
31. 6,5 kΩ
35. (a) azul, cinza, preto, prata **(b)** laranja, laranja, prata, prata **(c)** vermelho, vermelho, laranja, prata **(d)** verde, azul, verde, prata
37. sim, 423 Ω a 517 Ω
39. (a) 0,62 kΩ **(b)** 33 kΩ **(c)** 390Ω **(d)** 1,2 MΩ
41. (a) 629,72 mS **(b)** 384,11 mS
43. 500 S
49. **(a)** 21,71 $\mu\Omega$ **(b)** 35,59 $\mu\Omega$
51. 0,15 pol.
59. **(a)** 10 fc = 3 kΩ, 100 fc = 0,4 kΩ **(b)** negativo **(c)** não **(d)** –321,43 Ω/fc

Capítulo 4

1. 1,23 V
3. 16 kΩ
5. 72 mV
7. 54,55 Ω
9. 28,57 Ω
11. 1,2 kΩ
13. (a) 12,63 Ω **(b)** $8{,}21 \times 10^6$ J
21. 16 s
23. 2,86 s

25. 207,36 mW
27. 129,10 mA, 15,49 V
29. 120 V
31. 9,61 V
33. 32 Ω, 120 V
35. 70,71 mA, 1,42 kV
37. **(a)** 86,4 J
(b) energia dobra, potência não muda
39. 59,80 kWh
41. **(a)** 120 kW **(b)** 576,92 A
(c) 216 kWh
43. **(a)** $ 2,39/dia **(b)** 16 ¢/hora
(c) 1,45 kWh **(d)** ≅ 24 (e) não
45. $ 25,29
47. **(a)** 12 kW
(b) 10.130 W < 12 kW (sim)
(c) 20,26 kWh
49. 52,29 ¢
51. 84,77%
53. **(a)** 238 W **(b)** 17,36%
55. **(a)** 1.657,78 W **(b)** 15,07 A
(c) 19,38 A
57. 88%
59. 80%
61. $\eta_1 = 40\%$, $\eta_2 = 80\%$

Capítulo 5

1. **(a)** E e R_1
(b) R_1 e R_2
(c) E_1, E_2 e R_1
(d) E_1 e R_1; E_2, R_3, e R_4
(e) R_3, R_4, e R_5; E e R_1
(f) R_2 e R_3
3. **(a)** 7,7 kΩ **(b)** 17,5 kΩ
5. **(a)** 99 Ω **(b)** 7,52 kΩ
7. **(a)** 1,2 kΩ **(b)** 0 Ω
(c) ∞ Ω
9. **(a)** máximo: R_3; mínimo: R_1
(b) R_3, $R_T = 90$ kΩ, $I_s = 0{,}5$ mA
(c) $V_1 = 0{,}6$ V, $V_2 = 3{,}4$ V, $V_3 = 41$ V
11. **(a)** 4 A (b) 36 V (c) 3 Ω
(d) $V_{4,7\Omega} = 18{,}8$ V, $V_{1,3\Omega} = 5{,}2$ V, $V_{3\Omega} = 12$ V
13. **(a)** $R_T = 6$ kΩ, $I = 20$ mA, $V_{R_1} = 60$ V, $V_{R2} = 20$ V, $V_{R_3} = 40$ V
(b) $P_{R_1} = 1{,}2$ W, $P_{R2} = 0{,}4$ W, $P_{R_3} = 0{,}8$ W **(c)** 2,4 W
(d) 2,4 W **(e)** igual
(f) R_1 **(g)** dissipado
(h) R_1 : 2 W; R_2 : ½ W; $R_3 = 1$ W
15. I = 2,828 A, $E = 90{,}5$ V, $R_1 = 2$ Ω, $R_2 = 29$ Ω
17. 6 Ω
19. **(a)** I(horário) = 1,17 A
(b) I(anti-horário) = 173,91 mA
21. **(a)** $V = 2$ V **(b)** $V = 42$ V
(c) $V_1 = 8$ V, $V_2 = -4$ V
23. **(a)** $V_1 = 4$ V, $V_2 = 10$ V
(b) $V_1 = 14$ V, $V_2 = 18$ V
25. $R_2 = 100$ Ω, $R_3 = 200$ Ω
27. **(a)** 20 V **(b)** 20 V
(c) 0,36 V
29. $V_2 = 4$ V, $V_4 = 6$ V, $I = 2$ mA, $E = 24$ V
31. **(a)** 80 Ω emsérie com a lâmpada
(b) Resistor de ¼ W
33. $V_{R1} = 12$ V, $V_{R2} = 42$ V, $V_{R3} = 6$ V
35. **(a)** $V_a = 17$ V, $V_b = 21$ V, $V_{ab} = -4$ V
(b) $V_a = 14$ V, $V_b = 30$ V, $V_{ab} = -16$ V
(c) $V_a = 13$ V, $V_b = -8$ V, $V_{ab} = 21$ V
37. **(a)** $V_a = 20$ V, $V_b = 26$ V, $V_c = 35$ V, $V_d = -12$ V, $V_e = 0$ V **(b)** $V_{ab} = -6$ V, $V_{dc} = -47$ V, $V_{cb} = 9$ V
(c) $V_{ac} = -15$ V, $V_{db} = -38$ V
39. $R_1 = 2$ kΩ, $R_2 = 2{,}25$ kΩ, $R_3 = 0{,}75$ kΩ, $R_4 = 1{,}25$ kΩ
41. $V_0 = 0$ V, $V_4 = 15$ V, $V_7 = 4$ V, $V_{10} = 12$ V, $V_{23} = 12$ V, $V_{30} = -8$ V, $V_{67} = 0$ V, $V_{56} = -1$ V, $I = 3$ A↑
43. **(a)** 2 Ω **(b)** 7,14%
45. **(a)** 1,2 mA **(b)** 1,17 mA
(c) não

Capítulo 6

1. **(a)** R_2 e R_3 **(b)** E e R_3
(c) R_2 e R_3 **(d)** R_2 e R_3
(e) E, R_1, R_2, R_3 e R_4 **(f)** E, R_1, R_2, R_3 **(g)** E_2, R_2, e R_3
3. **(a)** 12 Ω **(b)** 0,652 kΩ
(c) 10,81 Ω **(d)** 3 kΩ
(e) 2,62 Ω **(f)** 0,99 Ω
5. **(a)** 8 Ω **(b)** 18 kΩ
(c) 6,8 kΩ **(d)** 2,4 kΩ
(e) 24 kΩ
7. **(a)** 1,18 Ω **(b)** ∞ Ω
(c) 2 Ω
9. **(a)** 6 Ω **(b)** 36 V
(c) $I_s = 6$ A, $I_1 = 4{,}5$ A, $I_2 = 1{,}5$ A
11. **(a)** $I_1 = 2{,}4$ mA, $I_2 = 20$ mA, $I_3 = 3{,}53$ mA **(b)** 925,93 Ω
(c) 25,92 mA **(d)** 25,93 mA
13. (a) 9 Ω **(b)** 27 V
15. $E = 36$ V, $R_1 = 24$ Ω, $I_3 = 9$ A
17. **(a)** 4 Ω **(b)** 12 Ω
(c) 10 A
19. **(a)** 761,79 Ω, $I_1 = 60$ mA, $I_2 = 12{,}77$ mA, $I_3 = 6$ mA
(b) $P_1 = 3{,}6$ W, $P_2 = 0{,}766$ W, $P_3 = 0{,}36$ W **(c)** 4,73 W
(d) 4,73 W **(e)** R_1 — o menor
21. 1,56 kW
23. **(a)** 14,67 A **(b)** 256 W
(c) 14,67 A
25. **(a)** $I = 8$ A **(b)** $I_1 = 6$ mA, $I_2 = 15$ mA, $I_3 = 5$ mA
27. $R_1 = 3$ kΩ, $R_3 = 6$ kΩ, $R_T = 1{,}33$ kΩ, $E = 12$ V
29. **(a)** $I_1 = 64$ mA, $I_2 = 20$ mA, $I_3 = 16$ mA, $R = 3{,}2$ kΩ
(b) $E = 30$ V, $I_1 = 1$ A, $I_3 = 0{,}5$ A, $R_2 = R_3 = 60$ Ω, $P_{R2} = 15$ W
31. **(a)** $I_1 = 3$ A, $I_2 = 4$ A
(b) $I_T = 8{,}5$ A, $I_1 = 6$ A
33. **(a)** 9 A **(b)** 0,9A
(c) 9 mA
(d) 90 μA **(e)** muito pouco
(f) 9,1 A **(g)** 0,91 A
(h) 9,1 mA **(i)** 91 μA
35. **(a)** 6 kΩ **(b)** $I_1 = 24$ mA, $I_2 = 8$ mA
37. **(a)** $I_1 = I_2 = 3$ A, $I_L = 6$ A
(b) 36 W **(c)** 72 W
(d) 6 A
39. $I = 3$ A, $R = 2$ Ω
41. **(a)** 6,13 V **(b)** 9 V **(c)** 9 V
43. **(a)** 16,48 V **(b)** 16,47 V
(c) 16,32 V **(d)**: (a) 13,33 V, (b) 13,25 V, **(c)** 11,43 V
45. 6 kΩ não conectado

Capítulo 7

1. **(a)** R_1, R_2 e E emsérie; R_3, R_4 e R_5 em paralelo
(b) E e R_1 emsérie; R_2, R_3 e R_4 em paralelo
(c) E e R_1 emsérie; R_2, R_3 e R_4 em paralelo
(d) E_1 e R_1 emsérie; E_2 e R_4 em paralelo
(e) E e R_1 emsérie; R_2 e R_3 em paralelo
(f) E, R_1, R_4 e R_6 em paralelo; R_2 e R_5 em paralelo
3. 3,6 kΩ
5. 12 kΩ
7. (a) 4 Ω **(b)** $I_s = 9$ A, $I_1 = 6$ A, $I_2 = 3$ A **(c)** 6 V
9. **(a)** $V_a = 36$ V, $V_b = 60$ V, $V_c = 20$ V **(b)** $I_1 = 24$ mA, $I_2 = 35{,}5$ mA
11. 22,5 Ω
(a) $I = 14$ A, $I_1 = 6$ A, $I_2 = 8$ A, $I_3 = 0{,}8$ A
15. **(a)** $I_s = 5$ A, $I_1 = 1$ A, $I_3 = 4$ A, $I_4 = 0{,}5$ A
(b) $V_a = 17$ V, $V_{bc} = 10$ V
17. (a) $I_E = 2$ mA, $I_C = 2$ mA
(b) $I_B = 24$ μA
(c) $V_B = 2{,}7$ V, $V_C = 3{,}6$ V
(d) $V_{CE} = 1{,}6$ V, $V_{BC} = -0{,}9$ V
19. **(a)** 1,88 Ω **(b)** $V_1 = V_4 = 32$ V
(c) 8 A **(d)** $I_s = 17$ A, $R_T = 1{,}88$ Ω
21. **(a)** 14 V **(b)** 9 A
(c) $V_a = -6$ V, $V_b = -20$ V
23. 30 Ω
25. **(a)** não **(b)** 6 kΩ aberto
27. **(a)** 5,53 Ω **(b)** 7,23 A
(c) 0,281 W
29. **(a)** 12 A **(b)** 0,5 A
(c) 0,5 A **(d)** 6 A

31. $R_1 = 0{,}5$ kΩ, $R_2 = 2$ kΩ, $R_3 = 4$ kΩ, $R_4 = 1$ kΩ, $R_5 = 0{,}6$ kΩ, $P_{R_1} = 1$ W, $P_{R2} = 2$ W, $P_{R_3} = \frac{1}{2}$ W, $P_{R4} = 2$ W, $P_{R_5} = 1$ W
33. **(a)** sim **(b)** $R_1 = 750$, $R_2 = 250$ Ω **(c)** $R_1 = 745$ Ω, $R_2 = 255$ Ω
35. **(a)** 1 mA **(b)** $R_{shunt} = 5$ mΩ
37. **(a)** $R_s = 300$ kΩ **(b)** 20.000 Ω/V
39. 0,05 μA

Capítulo 8

1. **(a)** $I_1 = 4{,}8$ A, $I_2 = 1{,}2$ A **(b)** 9,6 V
3. 31,6 V
5. $V_3 = 1{,}6$ V, $I_2 = 0{,}1$ A
7. **(a)** $I_s = 4{,}68$ A, $R_p = 4{,}7$ Ω **(b)** $I_s = 4{,}09$ mA, $R_p = 2{,}2$ kΩ
9. **(a)** 18,18 A **(b)** sim, 18,18 A
11. **(a)** $I_T = 4{,}2$ A **(b)** 16,8 V
13. **(a)** $V_{ab} = -7$ V **(b)** 1,17 A↑
15. **(a)** I_1(horário) $= -\frac{1}{7}$ A, I_2(anti-horário) $= \frac{5}{7}$ A, I_3(abaixo) $= \frac{4}{7}$ A **(b)** 4,57 V
17. I_1(horário) = 1,45 mA, I_2(anti-horário) = 8,51 mA, I_3(abaixo) = 9,96 mA
19. **(d)** 63,69 mA
21. **(a)** I_{E_1}(anti-horário) = 3,06 A, I_{E2}(acima) = 3,25 A **(b)** $P_{E2} = 39$ W, $P_{R3} = 0{,}43$ W
23. **(a)** I_1(horário) = 2,03 mA, I_2(esquerda) = 1,23 mA, $I_3 = I_4$(horário) = 1,23 mA **(b)** 5,12 V
25. (b) I_1(horário) = 1,21 mA, I_2(horário) = –0,48 mA, I_3(horário) = –0,62 mA **(c)** I_{E_1}(abaixo) = 1,69 mA, I_{E_2}(acima) = 0,62 mA
27. **(b)** I_1(horário) = 0,03 mA, I_2(horário) = –0,88 mA, I_3(horário) = –0,97 mA, I_4(horário) = –0,64 mA **(c)** 5,46 mW
29. (a) $I_B = 63{,}02$ μA, $I_C = 4{,}42$ mA, $I_E = 4{,}48$ mA **(b)** $V_B = 2{,}98$ V, $V_E = 2{,}28$ V, $V_C = 10{,}28$ V **(c)** 70,14
31. $I_{4\Omega} = 5{,}53$ A, $I_{6\Omega} = 2{,}47$ A, $I_{8\Omega} = 0{,}53$ A, $I_{1\Omega} = 8{,}53$ A
33. **(b)** 3,25 A
35. **(b)** I_1(horário) = 3,31 A, I_2(horário) = –63,69 mA, I_3(horário) = 0,789 A **(c)** 3,37 A
37. **(b)** –6,44 V
39. (b) I_1(horário) = 2,37 A, I_2(horário) = –0,20 A, I_3(horário) = 1,25 A c) $V_a = 4{,}48$ V, $V_b = 10$ V **(d)** –5,52 V
41. **(b)** $V_1 = -29{,}29$ V, $V_2 = -33{,}34$ V **(c)** 1,67 A
43. **(b)** $V_1 = -2{,}56$ V, $V_2 = 4{,}03$ V **(c)** $V_{R1} \pm = 2{,}56$ V, $V_{R_2} = V_{R_5} \pm = 4{,}03$ V, $V_{R4} = V_{R3}(-+) = 6{,}59$ V
45. **(b)** $V_1 = 7{,}24$ V, $V_2 = -2{,}45$ V, $V_3 = 1{,}41$ V **(c)** $V_{5\Omega}(-+) = 3{,}86$ V
47. **(b)** $V_1 = -5{,}31$ V, $V_2 = 0{,}62$ V, $V_3 = 3{,}75$ V **(c)** 69 mA
49. $V_1 = 10{,}08$ V, $V_2 = 6{,}94$ V, $V_3 = -17{,}06$ V
51. **(a)** $V_1 = -10{,}29$ V, $V_2 = -11{,}43$ V **(b)** $V_{5A} \pm = 10{,}29$ V, $V_{3A} \pm = 11{,}43$ V
53. **(a)** $V_1 = -6{,}64$ V, $V_2 = 1{,}29$ V, $V_3 = 10{,}66$ V **(b)** 1,34 A
55. **(a)** $V_1 = -6{,}92$ V, $V_2 = 12$ V, $V_3 = 2{,}3$ V **(b)** 3,46 A
57. **(b)** 20 mA **(c)** não **(d)** não
59. **(b)** 0 A **(c)** sim **(d)** sim
61. 3,33 mA
63. 1,76 mA
65. 133,33 mA
67. 0,83 mA
69. 4,2 Ω

Capítulo 9

1. (a) 0,1 A↑ (b) igual (c) igual
3. 1,25 A↓
5. 52,12 V
7. 10,66 V
9. **(a)** $R_{Th} = 4{,}1$ kΩ, $E_{Th} = 96$ V **(b)** 2 kΩ : 0,495 W, 100 kΩ : 85 mW
11. $R_{Th} = 2{,}18$, $E_{Th} = 9{,}81$ V
13. $R_{Th} = 2$ Ω, $E_{Th} = 60$ V
15. **(a)** $R_{Th} = 10$ Ω, $E_{Th} = 2$ V **(b)** 20 Ω : 66,67 mA, 50 Ω : 33,33 mA, 100 Ω : 18,18 mA
17. $R_{Th} = 4{,}04$ kΩ, $E_{Th} = 9{,}74$ V
19. **(a)** $R_{Th} = 12{,}5$ kΩ, $E_{Th} = 20$ V **(b)** $R_{Th} = 2{,}72$ kΩ, $E_{Th} = 60$ mV **(c)** $R_{Th} = 2{,}2$ kΩ, $E_{Th} = 16$ V
21. **(a)** $R_N = 6$ Ω, $I_N = 1$ A **(b)** $E_{Th} = 6$ V, $R_{Th} = 6$ Ω
23. $R_N = 2{,}18$ Ω, $I_N = 4{,}5$ A
25. $R_N = 2$ Ω, $I_N = 30$ A
27. $R_N = 4{,}04$ kΩ, $I_N = 2{,}41$ mA
29. **(a)** $R_N = 3$ Ω, $I_N = 5$ A **(b)** $V_{100\Omega} \pm$ 55,34 V
31. **(a)** 2,18 Ω **(b)** 11,06 W
33. **(a)** 4,04 kΩ **(b)** 5,87 mW
35. 0 Ω
37. 500 Ω, $P_{máx} = 1{,}44$ W
39. $I_L = 39{,}3$ μA, $V_L = 220$ mV
41. $I_L = 2{,}25$ A, $V_L = 6{,}08$ V
47. **(a)** 0,36 mA **(b)** 0,36 mA **(c)** sim

Capítulo 10

1. **(a)** 36×10^3 N/C **(b)** 36×10^9 N/C
3. 50 μF
5. **(a)** 16,69 V/m (b) 1,97 kV/m **(c)** 100 : 1
7. 348,43 pF
9. 2,66 μm
11. **(a)** 24,78 nF (b) 10^6 V/m **(c)** 4,96 μC
13. 25,6 kV
15. 0,35 μF
17. 470 μF, 465,3 μF– 474,7 μF
19. **(a)** 0,56 s **(b)** $\upsilon_C = 20\text{ V}(1 - e^{-t/0{,}56\text{ s}})$ **(c)** 1τ = 12,64 V, 3τ = 19 V, 5τ = 19,87 V **(d)** $i_C = 0{,}2\text{ mA } e^{-t/0{,}56\text{s}}$, $\upsilon_R = 20\text{ V}e^{-t/0{,}56\text{ s}}$
21. **(a)** 5,5 ms **(b)** $\upsilon_C = 100\text{ V}(1 - e^{-t/5{,}5\text{ ms}})$ **(c)** 1τ = 63,21 V, 3τ = 95,02 V, 5τ = 99,33 V **(d)** $i_C = 18{,}18\text{ mA } e^{-t/5{,}5\text{ ms}}$, $\upsilon_{R2} = 60\text{ V } e^{-t/5{,}5\text{ ms}}$
23. **(a)** 100 μs **(b)** 4,72 V **(c)** 11,99 V
25. **(a)** 263,2 ms **(b)** $\upsilon_C = 22\text{ V }(1 - e^{-t/263{,}2\text{ ms}})$, $i_C = 4{,}68\text{ mA } e^{-t/263{,}2\text{ ms}}$ **(c)** 21,51 V, 0,105 mA **(d)** $\upsilon_C = 21{,}51\text{ V } e^{-t/263{,}2\text{ ms}}$, $i_C = 4{,}58\text{ mA } e^{-t/263{,}2\text{ ms}}$
27. **(a)** $\upsilon_C = 60\text{ V }(1 - e^{-t/4{,}84}\ \mu\text{s})$, $i_C = 272{,}73\ \mu\text{A } e^{-t/4{,}84}\ \mu\text{s}$ **(b)** $\upsilon_C = 59{,}6\text{ V } e^{-t/15{,}18}\ \mu\text{s}$, $i_C = -86{,}96\ \mu\text{ A } e^{-t/15{,}18}\ \mu\text{s}$
29. **(a)** $\upsilon_C = 40\text{ V } - 34\text{ V } e^{-t/22{,}1\text{ ms}}$ **(b)** $i_C = 7{,}23\text{ mA } e^{-t/22{,}1\text{ ms}}$
31. $\upsilon_C = -20\text{ V} + 10\text{ V } e^{-t/2{,}71}\ \mu\text{s}$, $i_C = -12{,}2\text{ mA } e^{-t/2{,}71}\ \mu\text{s}$
33. **(a)** 55,99 mV **(b)** 139,99 mV **(c)** 2,5 ms **(d)** 8,54 ms
35. $R = 54{,}60$ k Ω
37. **(a)** 22,07 V **(b)** 0,81 μA **(c)** 3,58 s
39. **(a)** $\upsilon_C = -27{,}2\text{ V} + 37{,}2\text{ V } e^{-t/18{,}26\text{ ms}}$, $i_C = -4{,}48\text{ mA } e^{-t/18{,}26\text{ ms}}$
41. **(a)** $\upsilon_C = 3{,}27\text{ V }(1 - e^{-t/53{,}80\text{ ms}})$, $i_C = 1{,}22\text{ mA } e^{-t/53{,}80\text{ ms}}$
43. **(a)** 19,63 V **(b)** 2,32 s **(c)** 1,15 s
45. 10 μs–20 μs: –1,18 A; 20 μs–30 μs: + 7,05 A; 30 μs– 40 μs: –7,05 A; 40 μs–50 μs: 0 A; 50 μs–55 μs: –4,7 A; 55 μs–60 μs: +4,7 A; 60 μs– 70 μs: 0 A; 70 μs–80 μs: +4,7A; 80 μs–100 μs: –1,175 A
47. 6,67 μF
49. $V_1 = 10$ V, $Q_1 = 60$ μC; $V_2 = 6{,}67$ V, $Q_2 = 40$ μC; $V_3 = 3{,}33$ V, $Q_3 = 40$ μC

51. $V_1 = 13{,}45$ V, $Q_1 = 2{,}96$ mC; $V_2 = 6{,}55$ V, $Q_2 = 2{,}16$ mC; $V_3 = 6{,}55$ V, $Q_3 = 0{,}786$ mC
53. 8640 pJ
55. $W_{200}\ \mu_F = 9{,}70$ mJ, $W_{100}\ \mu_F = 1{,}75$ mJ

Capítulo 11

1. **(a)** 0,04 Wb/m² **(b)** 0,04 T **(c)** 88 Ae **(d)** $0{,}4 \times 10^3$ gauss
3. **(a)** 20,06 mH **(b)** taxa de aumento = μ_r
5. **(a)** 42,3 mH **(b)** 1,57 mH **(c)** 75,2 mH **(d)** 1,76 H
7. 6,0 V
9. 14 voltas
11. **(a)** 15 μs
(b) $i_L = 1$ mA $(1 - e^{-t/15\ \mu s})$
(c) $\upsilon_L = 20$ V $e^{-t/15\ \mu s}$
$\upsilon_R = 20$ V $(1 - e^{-t/15\ \mu s})$
(d) i_L : $1\tau = 0{,}632$ mA, $3\tau = 0{,}951$ mA, $5\tau = 0{,}993$ mA; υ_L : $1\tau = 7{,}36$ V, $3\tau = 0{,}98$ V, $5 = 140$ mV
13. $R = 1{,}2$ kΩ, $L = 3{,}6$ mH
15. **(a)** $i_L = 9{,}23$ mA–17,23 mA $e^{-t/30{,}77\ \mu s}$, $\upsilon_L = 67{,}2$ V $e^{-t/30{,}77\ \mu s}$
17. **(a)** $i_L = 2$ mA + 4 mA $e^{-t/19{,}23\ \mu s}$, $\upsilon_L = 41{,}6$ V $e^{-t/19{,}23\ \mu s}$
19. **(a)** $i_L = 6$ mA $(1 - e^{-t/0{,}5\ \mu s})$, $\upsilon_L = 12$ V $e^{-t/0{,}5\ \mu s}$
(b) i_L 5,19 mA $e^{-t/83{,}3\ \mu s}$, $\upsilon_L = 62{,}28$ V $e^{-t/83{,}3\ ms}$
21. **(a)** $i_L = 1{,}3$ mA $(1 - e^{-t/7{,}56\ \mu s})$, $\upsilon_L = 8{,}09$ V $e^{-t/7{,}56\ \mu s}$
(b) 0,822 mA, 2,98 V
23. **(a)** $i_L = -4{,}54$ mA $(1 - e^{-t/6{,}67\ \mu s})$, $\upsilon_L = -6{,}81$ V $e^{-t/6{,}67\ s}$
(b) $i_L = -3{,}53$ mA, $\upsilon_L = 1{,}52$ V
(c) $i_L = -3{,}53$ mA $e^{-t/2{,}13\ \mu s}$, $\upsilon_L = +16{,}59$ V $e^{-t/2{,}13\ \mu s}$
25. **(a)** $i_L = 0{,}68$ mA + 1,32 mA $e^{-t/0{,}49}$ ms, $\upsilon_L = -5{,}43$ V $e^{-t/0{,}49\ ms}$
27. **(a)** 0,92 μs **(b)** 16,2 V **(c)** 0,81 V
29. **(a)** 4,88 mA **(b)** 99,33 mA **(c)** 13,86 ms
31. **(a)** 13,33 V **(b)** 7,98 μA **(c)** 4,12 μs **(d)** 0,244 V
33. 0 ms–2 ms: 37,5 mV; 2 ms–6 ms: –37,5 mV; 6 ms–9 ms: +25 mV; 9 ms–13 ms: 0 V; 13 ms–14 ms: +25 mV; 14 ms–17 ms: 0 V; 17 ms–19 ms: –12,5 mV
35. 10,75 mH
37. 6,8 mH, 5,7 kΩ, 9,1 kΩ ‖ 2,45 mH
39. 25 mH, 2,2 kΩ, 18 μF
41. **(a)** $i_L = 3{,}56$ mA $(1 - e^{-t/8{,}31\ \mu s})$, $\upsilon_L = 4{,}29$ V $e^{-t/8{,}31\ \mu s}$
43. $I_1 = 7$ A, $I_2 = 2$ A
45. $V_1 = 12$ V, $I_1 = 3$ A, $V_2 = -8$ V, $I_2 = 0$ A

Capítulo 12

1. Φ : CGS : 5×10^4 maxwells; inglês: 5×10^4 linhas
B: CGS: 8 gauss; inglês : 51,62 linhas/pol.²
3. **(a)** 0,04 T
5. $952{,}4 \times 10^3$ Ae/Wb
7. 2.624,67 Ae/m
9. 2,13 A
11. **(a)** 60 t **(b)** $13{,}34 \times 10^{-4}$ Wb/Am
13. 2,70 A
15. 1,35 N
17. **(a)** 2,02 A **(b)** 2 N
19. 6,12 mWb
21. **(a)** $B = 1{,}5$ T $(1 - e^{-H/700\ Ae/m})$
(b) 900 At/m: gráfico = 1,1 T, Eq. = 1,09 T; 1.800 Ae/m: gráfico = 1,38 T, Eq. = 1,39 T; 2.700 Ae/m: gráfico = 1,47 T, Eq. = 1,47 T
Resultados excelentes
(c) $H = -700 \log_e(1 - \frac{8}{1{,}5\ T})$
(d) 1 T: gráfico = 750 Ae/m, Eq. = 769,03 Ae/m; 1,4 T: gráfico = 1.920 Ae/m, Eq. = 1895,64 Ae/m
(e) 40,1 mA *vs.* 44 mA no Exemplo 12.1

Capítulo 13

1. **(a)** 10 V **(b)** 15 ms: –10 V, 20 ms: 0 V **(c)** 20 V **(d)** $T = 20$ ms **(e)** 2
3. **(a)** 40 mV **(b)** 1,5 ms: –40 mV; 5,1 ms: –40 mV **(c)** 80 mV **(d)** 2 ms **(e)** 3,5
5. **(a)** 1 Hz **(b)** 16 Hz **(c)** 25 Hz **(d)** 40 kHz
7. 0,3 ms
9. **(a)** 125 mV **(b)** 32 μs **(c)** 31,25 kHz
11. **(a)** 60° **(b)** 216° **(c)** 18° **(d)** 108°
13. **(a)** 628,32 rad/s
(b) $1{,}57 \times 10^3$ rad/s
(c) $12{,}56 \times 10^3$ rad/s
(d) $25{,}13 \times 10^3$ rad/s
15. 2,78 ms
17. **(a)** 20, 60 Hz **(b)** 12.120 Hz **(c)** 10^6, 1591,55 Hz **(d)** 8, 1,6 kHz
21. 0,48 A
23. 11,54°, 168,46°
27. **(a)** $\upsilon = 6 \times 10^{-3}$ sen(2π 2.000t + 30°)
(b) $i = 20 \times 10^{-3}$ sen(2π 60t – 60°)
29. $\upsilon = 12 \times 10^{-3}$ sen(2π 2.000t + 135°)
31. υ adiantada 90° em relação a i
33. em fase
35. 13,95 μs
37. $\frac{1}{12}$ ms
39. 1 V
41. 2,33 V
43. **(a)** 0 V **(b)** 0 V **(c)** o mesmo
45. **(a)** 0,4 ms **(b)** 2,5 kHz **(c)** –25 mV
47. **(a)** 84,85 V **(b)** 4,24 mA **(c)** 5,66 μA
49. 1,43 V
51. $G = 0$ V, $V_{rms} = 8$ V
53. **(a)** $y = 2x \Rightarrow y^2 = 4x^2$
(b) 360 **(c)** 5,48 **(d)** 3,67
(e) rms ≅ 1,5 média

Capítulo 14

1. —
3. **(a)** 3.770 cos 377t
(b) 120 cos(200t + 20°)
(c) 4.440,63 cos(157t – 20°)
(d) 200 cos t
5. **(a)** υ = 700 sen 1.000t
(b) υ = 14,8 sen (400t – 120°)
7. **(a)** 22 mH **(b)** 1,2 H
9. **(a)** υ = 100 sen(ωt + 90°)
(b) υ = 0,8 sen(ωt + 150°)
(c) υ = 120 sen(ωt – 120°)
11. **(a)** i = 24 sen(ωt – 90°)
(b) i = 0,6 sen(ωt – 70°)
13. **(a)** ∞ Ω **(b)** 530,79 Ω **(c)** 15,92 Ω **(d)** 62,83 Ω
15. **(a)** 4,08 kHz **(b)** 34 Hz **(c)** 408,09 kHz **(d)** 20,40 Hz
17. **(a)** $i = 6 \times 10^{-3}$ sen(200t + 90°)
(b) $i = 22{,}64 \times 10^{-6}$ sen(377t + 90°)
19. **(a)** v = 1.190,48 sen(300t – 90°)
(b) v = 37,81 sen(377t – 120°)
21. **(a)** $X_C = 400$ Ω
(b) $X_L = 40$ Ω, $L = 254{,}78$ mH
(c) $R = 5$Ω
23. —
25. 318,47 mH
27. 5.070 pF
29. 192 W em cada caso
31. i = 40 sen (ωt – 50°)
33. **(a)** i = 4,27 sen (1.000t – 30°)
(b) 30 mH **(c)** 0 W
35. **(a)** i_1 = 2,4 sen($10^4 t$ + 150°), i_2 = 12 sen ($10^4 t$ + 150°)
(b) i_s = 14,40 sen($10^4 t$ + 150°)
37. **(a)** 5,0 ∠36,87° **(b)** 2,83 ∠45°
(c) 12,65 ∠7,57°
(d) 1.001,25 ∠2,86°
(e) 4.123,11 ∠104,04°
(f) 0,894 ∠116,57°
39. **(a)** 4,6 + j 3,86
(b) –6,0 + j 10,39 (c) – j 2.000
(d) –0,006 – j 0,0022
(e) 47,97 + j 1,68
(f) $4{,}7 \times 10^{-4}$ – j $1{,}71 \times 10^{-4}$
41. **(a)** 11,8 + j 7,0
(b) 151,90 + j 49,90
(c) $4{,}72 \times 10^{-6}$ + j 71
43. **(a)** 7,03 + j 9,93
(b) 95,7 + j 22,77
(c) 28,07 ∠–115,91°

45. **(a)** 8,00 ∠20°
(b) 49,68 ∠–64,0°
(c) 40×10^{-3} ∠40°

47. **(a)** 4 ∠0° **(b)** 5,93∠–134,47°
(c) 9,30 ∠–43,99°

49. **(a)** 5,06 ∠88,44°
(b) 426 ∠109,81°

51. **(a)** $x = 3, y = 6$ ou $x = 6, y = 3$
(b) $\theta = 30°$

53. **(a)** 14,14 ∠–180°
(b) $4{,}24 \times 10^{-6}$ ∠90°
(c) $2{,}55 \times 10^{-6}$ ∠70°

55. $\upsilon_a = 63{,}25$ sen $(377t + 63{,}43°)$

57. $\upsilon_a = 108{,}92$ sen $(377t - 0{,}33°)$

Capítulo 15

1. **(a)** 6,8 Ω∠0° = 6,8 Ω
(b) 452,4 Ω ∠90° = + j 452,4 Ω
(c) 1,48 Ω ∠90° + j 1,48 Ω
(d) 1 kΩ ∠–90° = – j 1 kΩ
(e) 33,86 Ω ∠–90° = – j 33,86 Ω
(f) 220 Ω ∠0° = 220 Ω

3. **(a)** $\upsilon = 88 \times 10^{-3}$ sen $1.000t$
(b) $\upsilon = 22{,}62$ sen$(2\pi\ 200t + 150°)$
(c) $\upsilon = 270{,}96$ sen$(157t - 50°)$

5. **(a)** 3 Ω – j 1 Ω = 3,16 Ω ∠–18,43°
(b) 1 kΩ + j 4 kΩ = 4,12 kΩ ∠75,96°
(c) 470 Ω – j 40 Ω = 471,7 Ω ∠–4,86°

7. **(a)** 10 Ω ∠36,87° **(b)** —
(c) I = 10 A ∠–36,87°,
$\mathbf{V}_R$ = 80 V ∠–36,87°,
$\mathbf{V}_L$ = 60 V ∠53,13° **(d)** —
(e) — **(f)** 800 W
(g) 0,8 atrasado
(h) $\upsilon_R = 113{,}12$ sen$(\omega t - 36{,}87°)$,
$\upsilon_L = 84{,}84$ sen$(\omega t + 53{,}13°)$,
$i = 14{,}14$ sen$(\omega t - 36{,}87°)$

9. **(a)** 5,66 Ω ∠–45° **(b)** —
(c) L = 16 mH, C = 265 μF
(d) I = 8,83 A ∠45°,
$\mathbf{V}_R$ = 35,32 V ∠45°,
$\mathbf{V}_L$ = 52,98 V ∠135°,
$\mathbf{V}_C$ = 88,30 V ∠–45° **(e)** —
(f) — **(g)** 311,8 W
(h) 0,707 adiantado
(i) $i = 12{,}49$ sen$(377t + 4{,}5°)$,
$e = 70{,}7$ sen $377t$,
$\upsilon_R = 49{,}94$ sen$(377t + 45°)$,
$\upsilon_L = 74{,}91$ sen$(377t + 135°)$,
$\upsilon_C = 124{,}86$ sen$(377t - 45°)$

11. 6,8 Ω

13. **(a)** 292,4 μA (b) 100 pF

15. **(a)** V_1 = 14,14 V ∠–155°,
V_2 = 28,29 V ∠25°
(b) V_1 = 112,92 V,
V_2 = 58,66 V ∠–139,94°

17. 3,2 Ω + j 2,4 Ω

19. —

21. —

23. **(a)** Y_T = 0,147 S ∠0° = 0,147 S
(b) Y_T = 5 mS ∠–90° = –j 5 mS
(c) Y_T = 0,5 mS ∠90° = + j 0,5 mS

25. **(a)** 54,7 mS – j 93,12 mS
(b) 6,88 mS – j 9,08 mS
(c) 4 mS + j 2 mS

27. **(a)** 111,8 mS ∠–26,57° **(b)** —
(c) E = 17,89 V ∠26,57°,
$\mathbf{I}_R$ = 1,79 A 26,57°,
$\mathbf{I}_L$ = 0,89 A ∠–63,43°
(d) —
(e) — **(f)** 32,04 W
(g) 0,894 atrasado
(h) $e = 25{,}30$ sen$(377t + 26{,}57°)$,
$i_R = 2{,}58 +$ sen$(377t + 26{,}57°)$,
$i_L = 1{,}26$ sen$(377t - 63{,}43°)$,
$i_s = 2{,}83$ sen $377t$

29. **(a)** Y_T = 0,89 S ∠–19,81°,
$\mathbf{Z}_T$ = 1,12 Ω ∠19,81° **(b)** —
(c) C = 531 μF, L = 5,31 mH
(d) E = 2,40 V ∠79,81°,
$\mathbf{I}_R$ = 2,00 A ∠79,81°,
$\mathbf{I}_L$ = 1,20 A ∠–10,19°,
$\mathbf{I}_C$ = 0,48 A ∠169,81° **(f)** —
(g) 4,8 W (h) 0,941 atrasado
(i) $e = 3{,}39$ sen$(377t + 79{,}81°)$,
$i_R = 2{,}83$ sen$(377t + 79{,}81°)$,
$i_L = 1{,}70$ sen$(377t - 10{,}19°)$,
$i_C = 0{,}68$ sen$(377t + 169{,}81°)$

31. **(a)** I_1 = 18,78 A ∠60,14°,
I_2 = 6,88 A ∠–29,86°
(b) I_1 = 6,62 A ∠12,89°,
I_2 = 1,97 A ∠129,46°
(c) I_1 = 2,4 A ∠0°, I_2 = 1,6 A ∠0°

33. —

35. —

37. **(a)** R_p = 100 Ω, X_p = 50 Ω (C)
(b) R_p = 34 kΩ, X_p = 8,5 kΩ (L)

39. **(a)** E = 176,68 V ∠36,44°,
$\mathbf{I}_R$ = 0,803 A ∠36,44°,
$\mathbf{I}_L$ = 2,813 A ∠–53,56°
(b) 0,804 atrasado
(c) 141,86 W
(d) — **(e)** —
(f) 1,11 A ∠126,43°
(g) 142,15 Ω + j 104,96 Ω

Capítulo 16

1. **(a)** 4 Ω ∠–22,65°
(b) 3,5 A ∠22,65°
(c) 3,5 A ∠22,65°
(d) 1,94 A ∠–33,66°
(e) 14 V ∠112,65°

3. **(a)** 19,86 Ω ∠37,17°
(b) 3,02 A ∠–37,17°
(c) 3,98 A ∠52,83°
(d) 47,81 V ∠–37,17°
(e) 144,42 W

5. **(a)** 0,25 A ∠36,86°
(b) 89,44 V ∠–26,57° **(c)** 20 W

7. **(a)** 1,42 A ∠18,26°
(b) 26,57 V ∠4,76° (c) 54,07 W

9. **(a)** 537,51 Ω ∠56,07°
(b) 93 mA ∠–56,07°
(c) $\mathbf{I}_1$ = 106,48 mA ∠–56,07°,
$\mathbf{I}_2$ = 13,48 mA ∠123,93°
(d) V_1 = 16,93 V ∠213,93°,
V_{ab} = 41,49 V ∠33,92°
(e) 2,595 W (f) 0,558 atrasado

11. **(a)** 1,52 Ω ∠–38,89°
(b) 42,43 V ∠45°
(c) 14,14 A ∠45°
(d) 39,47 A ∠38,89°

13. 139,71 mW

Capítulo 17

1. —

3. **Z** = 5,15 Ω ∠59,04°,
E = 10,30 V ∠179,04°

5. 5,15 A ∠–24,5°

7. 2,55 A ∠132,72°

9. 48,33 A ∠–77,57°

11. 0,68 A ∠–162,9°

13. 42,91 I ∠149,31°

15. 2,69 mA ∠–174,8°

17. $\mathbf{V}_1$ = 14,68 V ∠68,89°,
$\mathbf{V}_2$ = 12,97 V ∠155,88°

19. $\mathbf{V}_1$ = 19,86 V ∠43,8°,
$\mathbf{V}_2$ = 8,94 V ∠106,9°

21. $\mathbf{V}_1$ = 220 V ∠0°,
$\mathbf{V}_2$ = 96,30 V ∠–12,32°,
$\mathbf{V}_3$ = 100 V ∠90°

23. $\mathbf{V}_1$ = 5,74 V ∠122,76°,
$\mathbf{V}_2$ = 4,04 V ∠145,03°,
$\mathbf{V}_3$ = 25,94 V ∠78,07°

25. $\mathbf{V}_1$ = 4,37 V ∠–128,66°,
$\mathbf{V}_2 = V_{1k\Omega}$ = 2,25 V ∠17,63°

27. $\mathbf{V}_1 = V_{2k\Omega}$ = 10,67 V ∠180°,
$\mathbf{V}_2$ = 6 V ∠180°

29. $V_L = -2.451{,}92E_i$

31. **(a)** desequilibrado
(b) I_{X_C} = 1,76 mA ∠–71,54°
(c) V_{X_C} = 7,03 V –18,46°

33. equilibrado

35. $R_x = \dfrac{R_2R_3}{R_1},\ L_x = \dfrac{R_2L_3}{R_1}$

37. 7,02 A ∠20,56°

39. 36,9 A ∠23,87°

Capítulo 18

1. 6,09 A ∠–32,12°

3. 3,40 A ∠135,36°

5. υ_C = 12 V + 3,75 sen$(\omega t - 83{,}66°)$

7. 178,5 mA ∠–26,57°

9. 70,61 mA –11,31°

11. 2,94 mA ∠0°

13. $\mathbf{Z}_{Th}$ = 2,4 Ω ∠36,87°,
$\mathbf{E}_{Th}$ = 80 V ∠36,87°

15. $\mathbf{Z}_{Th}$ = 21,31 Ω ∠32,2°,
$\mathbf{E}_{Th}$ = 2,13 V ∠32,2°

17. $\mathbf{Z}_{Th}$ = 5,00 Ω ∠–38,66°,
$\mathbf{E}_{Th}$ = 77,14 V ∠50,41°

19. **(a)** CC: R_{Th} = 22 Ω, E_{Th} = –5 V;
CA: Z_{Th} = 66,04 Ω ∠57,36°,
$\mathbf{E}_{Th}$ = 6,21 V ∠207,36°

(b) $i = -72{,}46$ mA + $62{,}36 \times 10^{-3}$ sen $(1.000t + 173{,}42°)$

21. **(a)** $\mathbf{Z}_{Th} = 4{,}47$ kΩ ∠–26,57°, $\mathrm{E}_{Th} = 31{,}31$ V ∠–26,57°
(b) 6,26 mA ∠63,44°

23. $\mathbf{Z}_{Th} = 4{,}44$ kΩ ∠–0,03°, $\mathbf{E}_{Th} = -444{,}45 \times 10^3$ I ∠0,26°

25. $\mathbf{Z}_{Th} = 5{,}10$ kΩ ∠–11,31°, $\mathbf{E}_{Th} = -50$ V ∠0°

27. $\mathbf{Z}_{Th} = -39{,}22$ Ω ∠0°, $\mathbf{E}_{Th} = 20$ V ∠53°

29. $\mathbf{Z}_{Th} = 607{,}42$ Ω ∠0°, $\mathbf{E}_{Th} = 1{,}62$ V ∠0°

31. $\mathbf{Z}_N = 21{,}31$ Ω ∠32,2°, $\mathbf{I}_N = 0{,}1$ A ∠0°

33. $\mathbf{Z}_N = 9{,}66$ Ω ∠14,93°, $\mathbf{I}_N = 2{,}15$ A ∠–42,87°

35. **(a)** CC: $R_N = 22$ Ω, $\mathbf{I}_N = -227{,}27$ mA; CA: $\mathrm{Z}_N = 66{,}04$Ω ∠57,36°, $\mathbf{I}_N = 94$ mA ∠150°
(b) I = –72,46 mA + 62,68 × **10**$^{-3}$ sen$(1.000t + 173{,}22°)$

37. **(a)** Z_N 4,47 kΩ ∠–26,57°, $\mathbf{I}_N = 7$ mA ∠0°
(b) 6,26 mA ∠63,44°

39. $\mathrm{Z}_N = 4{,}44$ kΩ ∠–0,03°, $\mathrm{I}_N = 100$I ∠0,29°

41. $\mathrm{Z}_N = 25$ kΩ ∠0°, $\mathbf{I}_N = 72$ mA ∠0°

43. $\mathrm{Z}_N = 6{,}65$ kΩ ∠0°, $\mathbf{I}_N = 0{,}79$ mA ∠0°

45. $\mathbf{Z}_L = 1{,}51$ Ω – j 0,39 Ω, $P_{\mathbf{máx}}$ 1,61 W

47. $\mathbf{Z}_L = 2{,}48$ Ω + j 5,15 Ω, $P_{\mathbf{máx}} = 618{,}33$ W

49. $\mathbf{Z}_L = 1{,}38$ kΩ – j 5,08 kΩ, $P_{\mathbf{máx}} = 50{,}04$ mW

51. **(a)** $\mathrm{Z}_L = 4$ kΩ + j 2 kΩ
(b) 61,27 mW

53. **(a)** 7,31 nF **(b)** 2.940,27 Ω
(c) 1 mW

55. **(a)** 0,83 mA ∠0°
(b) 0,83 mA ∠0°
(c) o mesmo

Capítulo 19

1. **(a)** 130 W (b) $Q_T = 0$ VAR, $S_T = 130$ VA **(c)** 0,542 A
(d) $R_1 = 371{,}6$Ω , $R_2 = 668{,}9$ Ω
(e) $I_1 = 0{,}348$ A, $I_2 = 0{,}193$ A

3. **(a)** $P_T = 400$ W, $Q_T = -400$ VAR (C), $S_T = 565{,}69$ VA, $F_P = 0{,}707$ (adiantado) **(b)** —
(c) 5,66 A μ135°

5. **(a)** $P_T = 350$ W, $Q_T = -450$ VAR (C), $S_T = 570{,}09$ VA
(b) 0,614 (adiantado) **(c)** —
(d) 11,4 A ∠52,12°

7. **(a)** $P_R = 200$ W, $P_{L,C} = 0$ W
(b) $Q_R = 0$ VAR, $Q_C = 800$ VAR (C), $Q_L = 100$ VAR (L)
(c) $S_R = 200$ VA, $S_C = 80$ VA, $S_L = 100$ VA
(d) $P_T = 200$ W, $Q_T = 20$ VAR (L), $S_T = 200$ VA, $F_P = 0{,}995$ atrasado **(e)** —
(f) 10,05 A ∠–5,73°

9. **(a)** $P_L = 0$ W, $P_C = 0$ W, $P_R = 38{,}99$ W
(b) $Q_L = 126{,}74$ VAR, $Q_C = 46{,}92$ VAR, $Q_R = 0$ VAR
(c) $S_L = 126{,}74$ VA, $S_C = 46{,}92$ VA, $S_R = 38{,}99$ VA
(d) $P_T = 38{,}99$ W, $Q_T = 79{,}82$ VAR (L), $S_T = 88{,}83$ VA, $F_P = 0{,}439$ (atrasado)
(e) — **(f)** 0,31 J
(g) $W_L = 0{,}32$ J, $W_C = 0{,}12$ J

11. **(a)** $\mathrm{Z}_T = 2{,}30$ Ω + j 1,73 Ω
(b) 4.000 W

13. **(a)** $P_T = 900$ W, $Q_T = 0$ VAR, $S_T = 900$ VA, $F_P = 1$
(b) 9 A ∠0° **(c)** —
(d) carga 1: $X_C = 20$Ω ; carga 2: $R = 2{,}83$ Ω; **carga** 3: $R = 5{,}66$ Ω; $X_L = 4{,}72$Ω

15. **(a)** $P_T = 1.100$ W, $Q_T = 2.366{,}26$ VAR (C), $S_T = 2.609{,}44$ VA, $F_P = 0{,}422$ (adiantado)
(b) 521,89 V ∠–65,07°
(c) carga 1: $R = 1743{,}38$ Ω, $X_C = 1307{,}53$ Ω; carga 2: $R = 43{,}59$ Ω, $X_C = 99{,}88$ Ω

17. **(a)** 7,81 kVA **(b)** 0,640 (atrasado)
(c) 65,08 A **(d)** 1.105 μF
(e) 41,67 A

19. **(a)** 128,14 W
(b) a-b: 42,69 W, b-c: 64,03 W, a-c: 106,72 W, a-d: 106,72 W, c-d: 0 W, d-e: 0 W, f-e: 21,34 W

21. **(a)** $R = 5$ Ω, $L = 132{,}03$ mH
(b) $R = 10$ Ω
(c) $R = 15$ Ω, $L = 262{,}39$ mH

Capítulo 20

1. **(a)** $\omega_s = 250$ rad/s, $f = 39{,}79$ Hz
(b) $\omega_s = 3496{,}50$ rad/s, $f_s = 556{,}49$ Hz

3. **(a)** 2 kΩ **(b)** 120 mA
(c) $V_R = 12$ V, $V_L = 240$ V, $V_C = 240$ V **(d)** 20
(e) $L = 63{,}7$ mH, $C = 15.920$ pF
(f) 250 Hz
(g) $f_1 = 4{,}88$ kHz, $f_2 = 5{,}13$ kHz

5. **(a)** 400 Hz
(b) $f_1 = 5{,}8$ kHz, $f_2 = 6{,}2$ kHz
(c) $X_L = X_C = 45$ Ω
(d) 375 mW

7. **(a)** 10 **(b)** 20 Ω
(c) 1,5 mH, 3,98 μF
(d) $f_1 = 1{,}9$ kHz, $f_2 = 2{,}1$ kHz

9. **(a)** $R = 10$ Ω, $L = 13{,}26$ mH, $C = 27{,}07$ μF, $f_1 = 8{,}34$ kHz, $f_2 = 8{,}46$ kHz

11. **(a)** 1 MHz **(b)** 160 kHz
(c) $R = 720$ Ω, $L = 0{,}716$ mH, $C = 35{,}38$ pF (d) 56,23 Ω

13. **(a)** 159,16 kHz **(b)** 4 V
(c) 40 mA **(d)** 20

15. **(a)** 1,027 MHz **(b)** 114,1 V
(c) 13,69 W **(d)** 669 mW

17. $R = 91$ kΩ (mais próximo de 93,33 kΩ), $C = 240$ pF (mais próximo de 250 pF)

19. **(a)** $f_s = 7{,}12$ kHz, $f_p = 6{,}65$ kHz, $f_m = 7{,}01$ kHz
(b) $X_L = 20{,}88$Ω, $X_C = 23{,}94$ Ω
(c) 55,56 Ω
(d) $Q_p = 2{,}32$, BW = 2,87 kHz
(e) $I_C = 92{,}73$ mA, $I_L = 99{,}28$ mA
(f) 2,22 V

21. **(a)** 3558,81 Hz
(b) 138,2 V
(c) 691 mW
(d) 575,86 Hz

23. **(a)** 98,54 Ω **(b)** 8,21
(c) 8,05 kHz **(d)** 4,83 V
(e) $f_1 = 7{,}55$ kHz, $f_2 = 8{,}55$ kHz

25. $R_s = 2{,}79$ kΩ, $C = 31.660$ pF

27. **(a)** 251,65 kHz **(b)** 4,44 kΩ
(c) 14,05 **(d)** 17,91 kHz
(e) $f_s = 251{,}65$ kHz, $Z_{Tp} = 49{,}94$ Ω, $Q_p = 2{,}04$, BW = 95,55 kHz
(f) $f_s = 251{,}65$ kHz, $Z_{Tp} = 13{,}33$ kΩ, $Q_p = 21{,}08$, BW = 11,94 kHz
(g) Circuito: $L/C = 100 \times 10^3$; parte (e): $L/C = 1 \times 10^3$; parte (f): $L/C = 400 \times 10^3$
(h) Como a razão L/C aumentou, BW diminuiu e V_p aumentou,

Capítulo 21

1. **(a)** esquerdo: 1,54 kHz, direito: 5,62 kHz
(b) inferior: 0,22 V, superior: 0,52 V

3. **(a)** 1000 **(b)** 10^{12} **(c)** 1,59
(d) 1,1 **(e)** 10^{10}
(f) 1513,56
(g) 10,02 **(h)** 1.258.925,41

5. 1,68

7. –0,30

9. **(a)** 1,85
(b) 18,45 dB

11. 13,01

13. 38,49

15. 24,08 dB_s

17. —

19. **(a)** $f_c = 3617{,}16$ Hz; $f = f_c$: $A_v = 0{,}707$; $f = 0{,}1f_c$: $A_v = 0{,}995$; $f = 0{,}5f_c$: $A_v = 0{,}894$; $f = 2f_c$: $A_v = 0{,}447$; $f = 10f_c$: $A_v = 0{,}0995$
(b) $f = f_c$: $\theta = -45°$;

$f = 0{,}1f_c$: $\theta = -5{,}71°$;
$f = 0{,}5f_c$: $\theta = -26{,}57°$;
$f = 2f_c$: $\theta = -63{,}43°$;
$f = 10f_c$: $\theta = -84{,}29°$

21. $C = 0{,}265\ \mu F$

23. **(a)** $f_c = 3{,}62$ kHz;
$f = f_c$: $A_v = 0{,}707$;
$f = 2f_c$: $A_v = 0{,}894$;
$f = 0{,}5f_c$: $A_v = 0{,}447$;
$f = 10f_c$: $A_v = 0{,}995$;
$f = \frac{1}{10} f_c$: $A_v = 0{,}0995$
(b) $f = f_c$: $\theta = 45°$; $f = 2f_c$: $\theta = 26{,}57°$; $f = 0{,}5f_c$: $\theta = 63{,}43°$; $f = 10f_c$: $\theta = 5{,}71°$; $f = {}^1/_{10}f_c$: $\theta = 84{,}29°$

25. $R = 795{,}77\ \Omega$, $R_{padrão} = 750\ \Omega + 47\ \Omega = 797\ \Omega$

27. **(a)** seção passa-baixa: $f_{c1} = 795{,}77$ Hz; seção passa-alta: $f_{c_2} = 1{,}94$ kHz;
$f = f_{c1}$: $V_o = 0{,}654V_i$;
$f = f_{c2}$: $V_o = 0{,}64V_i$;
Para $f = f_{c1} + \frac{BW}{2} = 1{,}37$ kHz; $V_o = 0{,}706V_i$
(b) BW definida em $0{,}5V_i$; $f = 500$ Hz: $V_o = 0{,}515V_i$; $f = 4$ kHz: $V_o = 0{,}429V_i$; pelo gráfico BW $\cong$ 2,9 kHz com $f_{centro} = 1{,}93$ kHz

29. **(a)** $f_s = 98{,}1$ kHz
(b) $Q_s = 16{,}84$, BW = 5,83 kHz
(c) $f = f_s$: $A_v = 0{,}93$; $f_1 = 95{,}19$ kHz, $f_2 = 101{,}02$ kHz; $f = f_1$: $V_o = 0{,}64$ V; $f = f_2$: $V_b = 0{,}66$ V
(d) $f = f_s$: $V_{o_{máx}} = 0{,}93$ V; $f_1 = 95{,}19$ kHz, $V_o = 0{,}66$ V; $f_2 = 101{,}02$ kHz: $V_o = 0{,}66$ V

31. **(a)** $Q_s = 12{,}5$
(b) BW = 400 Hz, $f_1 = 4{,}8$ kHz, $f_2 = 5{,}2$ kHz
(c) $f = f_s$, $V_o = 25$ mV,
(d) $f = f_s$: $V_o = 25$ mV

33. **(a)** $f_p = 726{,}44$ kHz (banda de atenuação); f(banda de passagem) = 2,01 MHz

35. **(a)**, (b) $f_c = 7{,}20$ kHz
(c) $f = 0{,}5f_c$: $A_{v_{dB}} = -7$ dB;
$f = 2f_c$: $A_{v_{dB}} = -0{,}969$ dB;
$f = {}^1/_{10}f_c$: $A_{v_{dB}} = -20{,}04$ dB;
$f = 10f_c$: $A_{v_{dB}} = -0{,}043$ dB
(d) $f = 0{,}5f_c$: $A_v = 0{,}447$; $f = 2f_c$: $A_v = 0{,}894$;
(e) $f = 0{,}5f_c$: $\theta = 63{,}43°$; $f = f_c$: $\theta = 45°$; $f = 2f_c$: $\theta = 26{,}57°$

37. **(a)**, **(b)** $f_c = 13{,}26$ kHz
(c) $f = 0{,}5f_c$: $A_{vdB} = -0{,}97$ dB;
$f = 2f_c$: $A_{vdB} = -6{,}99$ dB;
$f = {}^1/_{10}f_c$: $A_{vdB} = -0{,}04$ dB;
$f = 10f_c$: $A_{vdB} = -20{,}04$ dB
(d) $f = 0{,}5f_c$: $A_v = 0{,}894$; $f = 2f_c$: $A_v = 0{,}447$
(e) $f = 0{,}5f_c$: $\theta = -26{,}57°$, $f = f_c$: $\theta = -45°$, $f = 2f_c$: $\theta = -63{,}43°$

39. **(a)** $f_1 = 642{,}01$ Hz, $f_c = 457{,}47$ Hz, deslocamento vertical = –2,94 dB **(b)** $f = f_1$: $\theta = 45°$; $f = f_c$: $\theta = 54{,}52°$; $f = f_1/2$: $\theta = 63{,}44°$; $f = {}^1/_{10}f_1$: $\theta = 84{,}29°$; $f = 2f_1$: $\theta = 26{,}57°$; $f = 10f_1$: $\theta = 5{,}71°$

41. **(a)** $f_1 = 19{,}41$ kHz, $f_c = 1{,}92$ kHz, deslocamento vertical = –20 dB
(b) $f = f_c = f_1$: $\theta = -39{,}29°$; $f = 10$ kHz: $\theta = -51{,}88°$

43. **(a)** f_1 – 945,66 Hz, $f_c = 7{,}59$ kHz, deslocamento vertical = –18,08 dB
b) $f = f_1$: $\theta = 37{,}89°$; $f = f_c$: $\theta = 37{,}89°$; $f = 4$ kHz: $\theta = 48{,}96°$

45. **(a)** $f_1 = 180$ Hz, $f_2 = 18$ kHz, BW = 17.820 Hz, $f = 180$ Hz: $A_{vdB} = -2{,}99$ dB $\cong -3$ dB, $f = 18$ kHz: $A_{vdB} = -3{,}105$ dB $\cong -3$ dB
(b) $f = f_1$: $\theta = 90°$; $f = 1{,}8$ kHz: $\theta = 0{,}12° \cong 0°$; $f = 18$ kHz: $\theta = -90°$

47. $A_v = -120/\,[(1 - j\,50/f)(1 - j\,200/f)(1 + j\,f/36\text{ kHz})]$

49. $A_v = 1/(1 + jf/2000)$, $f_c = 2$ kHz

51. $A_{v_{dB}} = 20\log_{10}\sqrt{1 + (f_1/1000)^2} + 20\log_{10}\sqrt{1 + (f_2/2000)^2} + 40\log_{10}1/\sqrt{1 + (f_3/3000)^2}$;
$f = 1$ kHz: $A_{vdB} = 3{,}06$ dB,
$f = 2$ kHz: $A_{vdB} = 6{,}81$ dB,
$f = 3$ kHz: $A_{vdB} = 9{,}1$ dB
0 dB inclinação para assíntota em 13,06 dB para $f >> f_3$

53. **(a)** woofer, 400 Hz: $A_v = 0{,}673$; tweeter, 5 kHz: $A_v = 0{,}678$
(b) woofer, 3 kHz: $A_v = 0{,}015$; tweeter, 3 kHz: $A_v = 0{,}337$
(c) midrange, 3 kHz: $A_v = 0{,}998$

Capítulo 22

1. **(a)** 50 mH
(b) $e_p = 1{,}6$ V, $e_s = 5{,}12$ V
(c) $e_p = 15$ V, $e_s = 12$ V

3. **(a)** 355,56 mH
(b) $e_p = 24$ V, $e_s = 0{,}6$ V
(c) $e_p = 15$ V, $e_s = 12$ V

5. **(a)** 5 V (b) 625,59 μWb

7. 120 Hz

9. 30 Ω

11. 12.000 espiras

13. **(a)** 3 (b) 2,78 W

15. **(a)** 364,55 Ω ∠86,86°
(b) 329,17 mA ∠–86,86°
(c) $V_{Re} = 6{,}58$ V ∠–86,86°, $\mathbf{V}_{Xe} = 14{,}48$ V 3,14°, $\mathbf{V}_{XL} = 105{,}33$ V ∠3,14°

17. —

19. 3,2 H

21. $\mathbf{I}_1(\mathbf{Z}_{R_1} + \mathbf{Z}_{L_1}) + \mathbf{I}_2(\mathbf{Z}_m) = E_1$;
$\mathbf{I}_1(\mathbf{Z}_m) + \mathbf{I}_2(\mathbf{Z}_{L_2} + \mathbf{Z}_{R_L}) = 0$

23. **(a)** 20 (b) 83,33 A
(c) 4,17 A
(d) $\mathbf{I}_s = 4{,}17$ A, $I_p = 83{,}33$ A

25. **(a)** $\mathbf{V}_L = 25$ V ∠0°
(b) $\mathbf{I}_L = 5$ A ∠0°
(b) $\mathbf{Z}_L = 80\ \Omega$ ∠0°
(c) $\mathbf{Z}_{1/2} = 20\ \Omega$ ∠0°

27. **(a)** $\mathbf{E}_Z = 40$ V ∠0°, $\mathbf{I}_2 = 3{,}33$ A ∠60°, $\mathbf{E}_3 = 30$ V ∠60°, $\mathbf{I}_3 = 3$ A ∠60°
(b) $R_1 = 64{,}52\Omega$

29. $[\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_{L_1}]\mathbf{I}_1 - \mathbf{Z}_{M_{12}}\mathbf{I}_2 - \mathbf{Z}_{M_{13}} = \mathbf{E}_1$; $\mathbf{Z}_{M12}\mathbf{I}_1 - [\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_3 + \mathbf{Z}_{L2}]$
$\mathbf{I}_2 + \mathbf{Z}_2\mathbf{I}_3 = 0$;
$\mathbf{Z}_{M_{13}}\mathbf{I}_1 + \mathbf{Z}_2\mathbf{I}_2 + [\mathbf{Z}_2 + Z_4 + Z_{L_3}]I_3 = 0$

Capítulo 23

1. **(a)** 120,1 V **(b)** 120,1 V
(c) 12,01 A **(d)** 12,01 A

3. **(a)** 120,1 V **(b)** 120,1 V
(c) 16,98 A **(d)** 16,98 A

5. **(a)** $\theta_2 = -120°$, $\theta_3 = +120°$
(b) $\mathbf{V}_{an} = 120$ **V** ∠0°, $\mathbf{V}_{bn} = 120$ V ∠–120°, $\mathbf{V}_{cn} = 120$ V ∠120°
(c) $\mathbf{I}_{an} = 8$ A ∠–53,13°, $\mathbf{I}_{bn} = 8$ A ∠–173,13°, $\mathbf{I}_{cn} = 8$ A ∠66,87° **(e)** 8 A
(f) 207,85 V

7. $V_\phi = 127{,}0$ V, $I_\phi = 8{,}98$ A, $I_L = 8{,}98$ A

9. **(a)** $E_{AN} = 12{,}7$ kV ∠–30°, $\mathbf{E}_{BN} = 12{,}7$ kV ∠–150°, $\mathbf{E}_{CN} = 12{,}7$ kV ∠90°
(b–c) $\mathbf{I}_{an} = \mathbf{I}_{Aa} = 11{,}29$ A ∠–97,54°, $\mathbf{I}_{bn} = \mathbf{I}_{Bb} = 11{,}29$ A ∠–217,54°, $\mathbf{I}_{cn} = \mathbf{I}_{Cc} = 11{,}29$ A ∠22,46°
(d) $V_{an} = 12{,}16$ kV ∠–29,34°, $\mathbf{V}_{bn} = 12{,}16$ kV ∠–149,34°, $\mathbf{V}_{cn} = 12{,}16$ kV ∠–90,66°

11. **(a)** 120,1 V (b) 208 V
(c) 13,36 A (d) 23,15 A

13. **(a)** $\theta_2 = -120°$, $\theta_3 = +120°$
(b) $\mathbf{V}_{ab} = 208$ V ∠0°, $\mathbf{V}_{bc} = 208$ V ∠–120°, $\mathbf{V}_{ca} = 208$ V ∠120°
(d) $I_{ab} = 9{,}46$ A ∠0°, $\mathbf{I}_{bc} = 9{,}46$ A ∠–120°, $\mathbf{I}_{ca} = 9{,}46$ A ∠120°
(e) 16,38 A **(f)** 120,1 V

15. **(a)** $\theta_2 = -120°$, $\theta_3 = +120°$
(b) $V_{ab} = 208$ V ∠0°, $\mathbf{V}_{bc} = 208$ V ∠–120°, $\mathbf{V}_{ca} = 208$ V ∠120°
(d) $I_{ab} = 86{,}67$ A ∠–36,87°, $\mathbf{I}_{bc} = 16{,}67$ A ∠–156,87°, $\mathbf{I}_{ca} = 86{,}67$ A ∠83,13°
(e) 150,11 A (f) 120,1 V

17. **(a)** $I_{ab} = 15{,}33$ A ∠–73,30°,

$\mathbf{I}_{bc} = 15{,}33$ A $\angle -193{,}30°$,
$\mathbf{I}_{ca} = 15{,}33$ A $\angle 46{,}7°$
(b) $I_{Aa} = 26{,}55$ A $\angle -103{,}30°$,
$\mathbf{I}_{Bb} = 26{,}55$ A $\angle 136{,}70°$,
$\mathbf{I}_{Cc} = 26{,}55$ A $\angle 16{,}70°$
(c) $E_{AB} = 17{,}01$ kV $\angle -0{,}59°$,
$\mathbf{E}_{BC} = 17{,}01$ kV $\angle -120{,}59°$,
$\mathbf{E}_{CA} = 17{,}01$ kV $\angle$ 119,41°

19. **(a)** 208 V (b) 120,09 V **(c)** 7,08 A (d) 7,08 A
21. $V_\phi = 69{,}28$ V, $I_\phi = 2{,}89$ A, $I_L = 2{,}89$ A
23. $V_\phi = 69{,}28$ V, $I_\phi = 5{,}77$ A, $I_L = 5{,}77$ A
25. **(a)** 440 V **(b)** 440 V **(c)** 29,33 A **(d)** 50,8 A
27. **(a)** $\theta_2 = -120°$, $\theta_3 = +120°$ **(b)** $\mathbf{V}_{ab} = 100$ V $\angle 0°$, $\mathbf{V}_{bc} = 100$ V $-120°$, $\mathbf{V}_{ca} = 100$ V $\angle 120°$ **(d)** $\mathbf{I}_{ab} =$ **5** A $\angle 0°$, $\mathbf{I}_{bc} = 5$ A $\angle -120°$, $\mathbf{I}_{ca} = 5$ A $\angle 120°$ **(e)** 8,66 A
29. **(a)** $\theta_2 = -120°$, $\theta_3 = +120°$ **(b)** $\mathbf{V}_{ab} = 100$ V $\angle 0°$, $\mathbf{V}_{bc} = 100$ V $\angle -120°$, $\mathbf{V}_{ca} = 100$ V $\angle 120°$ **(d)** $I_{ab} =$ 7,07 A $\angle 45°$, $I_{bc} = 7{,}07$ A $\angle -75°$, $\mathbf{I}_{ca} = 7{,}07$ A $\angle 165°$ **(e)** 12,25 A
31. $P_T = 2160$ W, $Q_T = 0$ VAR, $S_T =$ 2160 VA, $F_p = 1$
33. $P_T = 7210{,}67$ W, $Q_T = 7210{,}67$ VAR (C), $S_T = 10.197{,}42$ VA, $F_P = 0{,}707$ (adiantado)
35. $P_T = 7{,}26$ kW, $Q_T = 7{,}26$ kVAR (L), $S_T = 10{,}27$ kVA, $F_p = 0{,}707$ (atrasado)
37. $P_T = 287{,}93$ W, $Q_T = 575{,}86$ VAR (L), $S_T = 643{,}83$ VA, $F_p = 0{,}447$ (atrasado)
39. $P_T = 900$ W, $Q_T = 1200$ VAR (L), $S_T = 1500$ VA, $F_p = 0{,}6$ (atrasado)
41. 12,98 Ω – j 7,31 Ω
43. **(a)** 9.237,6 V **(b)** 80 A **(c)** 1276,8 kW **(d)** 0,576 atrasado **(e)** $I_{Aa} = 80$ A $\angle -54{,}83°$ **(f)** $V_{an} = 7773{,}45$ V $\angle -4{,}87°$ **(g)** 62,52 Ω + j 74,38 Ω **(h)** Sistema: 0,576 atrasado; Carga: 0,643 atrasado **(i)** 93,98%
45. **(b)** $P_T = 5899{,}64$ W, $P_{\text{medidor}} = 1966{,}55$ W
49. (a) 120,09 V **(b)** $\mathbf{I}_{an} = 8{,}49$ A, $\mathbf{I}_{bn} = 7{,}08$ A, $\mathbf{I}_{cn} = 42{,}47$ A **(c)** $P_T = 4{,}93$ kW, $Q_T =$ 4,93 kVAR (L), $S_T = 6{,}97$ kVA, $F_p = 0{,}707$ (atrasado) **(d)** $\mathbf{I}_{an} = 8{,}49$ A $\angle -75°$, $\mathbf{I}_{bn} = 7{,}08$ A $\angle -195°$, $\mathbf{I}_{cn} = 42{,}47$ A $\angle 45°$ **(e)** 35,09 A $\angle -43{,}00°$

Capítulo 24

1. **(a)** positivo **(b)** 2 V **(c)** 0,2 ms **(d)** 6 V (e) 6,5% **(f)** 625 Hz **(g)** 12,5%
3. **(a)** positivo **(b)** 10 mV **(c)** 3,2 ms **(d)** 20 mV **(e)** 6,9%
5. $V_2 = 13{,}58$ mV
7. **(a)** 120 μs **(b)** 8,33 kHz **(c)** máximo: 440 mV; mínimo: 80 mV
9. prf = 125 kHz
Ciclo de trabalho = 62,5%
11. **(a)** 8 μs **(b)** 2 μs **(c)** 125 kHz **(d)** 0 V **(e)** 3,46 mV
13. 18,88 mV
15. 117 mV
17. $v_C = 4\text{ V }(1 - e^{-t/20\text{ ms}})$
19. $i_C = -8\text{ mA } e^{-t}$
21. $i_C = 4\text{ mA } e^{-t/0{,}2\text{ ms}}$
23. $0 \to \frac{T}{2}$: $v_C = 20$ V,
$\frac{T}{2} \to T$: $v_C = 20\text{ V}e^{-t/0{,}2\text{ ms}}$
$T \to \frac{3}{2}T$: $v_C = 20\text{ V}(1 - e^{-t/0{,}2\text{ ms}})$
$\frac{3}{2}T \to 2T$: $v_C = 20\text{ V}e^{-t/0{,}2\text{ ms}}$
25. $V_{osc} = 10$ V $\angle 0°$, $\theta_{Z_s} = \theta_{Z_p} = -59{,}5°$

Capítulo 25

1. **(I)**: (a) não **(b)** não **(c)** sim **(d)** não **(e)** sim
(II): (a) sim **(b)** sim **(c)** sim **(d)** sim **(e)** não
(III): (a) sim **(b)** sim **(c)** não **(d)** sim **(e)** sim
(IV): (a) não **(b)** não **(c)** sim **(d)** sim **(e)** sim
7. **(a)** 19,04 V **(b)** 4,53 A
9. 71,87 W
(a) 2 + 2,08 sen(400t – 33,69°) + 0,5 sen(800t – 53,13°)
(b) 2,51 A **(c)** 24 + 24,96 sen(400t – 33,69°) + 6 sen (800t – 53,13°) (d) 30,09 V
(e) 16,64 sen(400t + 56,31°) + 8 sen(800t + 36,87°) (f) 13,06 V **(g)** 75,48 W
13. **(a)** 1,2 sen(400t + 53,13°) **(b)** 0,85 A (c) 18 sen (400t + 53,13°) (d) 12,73 V **(e)** 18 + 23,98 sen(400t – 36,87°) **(f)** 24,73 V **(g)** 10,79 W
15. $2{,}26 \times 10^{-3}$ sen(377t + 93,66°) + $1{,}92 \times 10^{-3}$ sen(754t + 1,64°)
17. 30 + 30,27 sen(20t + 7,59°) + 0,5 sen(40t – 30°)

Capítulo 26

1. $Z_i = 986{,}84$ Ω
3. **(a)** $I_{i1} = 10$ μA **(b)** $Z_{i2} = 4{,}5$ kΩ **(c)** $E_{i3} = 6{,}9$ V
5. $Z_o = 44{,}59$ kΩ
7. $Z_o = 10$ kΩ
9. **(a)** $\mathbf{A}_v = -392{,}98$ **(b)** $\mathbf{A}_{vT} = -320{,}21$
11. **(a)** $\mathbf{A}_{vNL} = -2398{,}8$ **(b)** $\mathbf{E}_i = 50$ mV **(c)** $\mathbf{Z}_i = 1$ kΩ
13. **(a)** $\mathbf{A}_G = 6{,}067 \times 10^4$ **(b)** $\mathbf{A}_{GT} = 4{,}94 \times 10^4$
15. **(a)** $\mathbf{A}_{vT} = 1500$ **(b)** $\mathbf{A}_{iT} = 187{,}5$ **(c)** $\mathbf{A}_{i1} = 15$, $A_{i2} = 12{,}5$ **(d)** $\mathbf{A}_{iT} = 187{,}5$
17. **(a)** $\mathbf{z}_{11} = (\mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_3)/(\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_3)$, $\mathbf{z}_{12} = \mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_3/(\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_3)$, $\mathbf{z}_{21} = \mathbf{z}_{12}$, $\mathbf{z}_{22} = (\mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_3 + \mathbf{Z}_2\mathbf{Z}_3)/(\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_3)$
19. **(a)** $\mathbf{y}_{11} = (\mathbf{Y}_1\mathbf{Y}_2 + \mathbf{Y}_1\mathbf{Y}_3)/(\mathbf{Y}_1 + \mathbf{Y}_2 + \mathbf{Y}_3)$, $\mathbf{y}_{12} = -\mathbf{Y}_1\mathbf{Y}_2/(\mathbf{Y}_1 + \mathbf{Y}_2 + \mathbf{Y}_3)$, $\mathbf{y}_{21} = \mathbf{y}_{12}$, $\mathbf{y}_{22} = (\mathbf{Y}_1\mathbf{Y}_2 + \mathbf{Y}_2\mathbf{Y}_3)/(\mathbf{Y}_1 + \mathbf{Y}_2 + \mathbf{Y}_3)$
21. $\mathbf{h}_{11} = \mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_2/(\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2)$, $\mathbf{h}_{21} = -\mathbf{Z}_1/(\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2)$, $\mathbf{h}_{12} = \mathbf{Z}_1/(\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2)$, $\mathbf{h}_{22} = (\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_3)/(\mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_3 + \mathbf{Z}_2\mathbf{Z}_3)$
23. $\mathbf{h}_{11} = (\mathbf{Y}_1 + \mathbf{Y}_2 + \mathbf{Y}_3)/(\mathbf{Y}_1\mathbf{Y}_2 + \mathbf{Y}_1\mathbf{Y}_3)$, $\mathbf{h}_{21} = -\mathbf{Y}_2/(\mathbf{Y}_2 + \mathbf{Y}_3)$, $\mathbf{h}_{12} = \mathbf{Y}_2/(\mathbf{Y}_2 + \mathbf{Y}_3)$ $\mathbf{h}_{22} = \mathbf{Y}_2\mathbf{Y}_3/(\mathbf{Y}_2 + \mathbf{Y}_3)$
25. **(a)** 47,62 **(b)** –99
27. $\mathbf{Z}_i = 9.219{,}5$ Ω $\angle -139{,}4°$, $\mathbf{Z}_o = 29{,}07$ kΩ $\angle -86{,}05°$
29. $\mathbf{h}_{11} = 2{,}5$ kΩ, $\mathbf{h}_{12} = 0{,}5$, $\mathbf{h}_{21} = -0{,}75$, $\mathbf{h}_{22} = 0{,}25$ mS

Índice remissivo

G

H

I

Resumo de Equações de Acompanhamento

Introdução à análise de circuitos, 12ª edição, de Robert L. Boylestad

CC

Introdução

Conversões 1 metro = 100 cm = 39,37 pol., 1 pol. = 2,54 cm, 1 yd = 0,914 m = 3 pés, 1 milha = 5280 pés, °F = 9/5°C + 32, °C = 5/9(°F − 32), K = 273,15 + °C **Notação científica** 10^{12} = tera = T, 10^9 = giga = G, 10^6 = mega = M, 10^3 = kilo = k, 10^{-3} = milli = m, 10^{-6} = micro = μ, 10^{-9} = nano = n, 10^{-12} = pico = p **Potências de dez** $1/10^n = 10^{-n}$, $1/10^{-n} = 10^n$, $(10^n)(10^m) = 10^{n+m}$, $10^n/10^m = 10^{n-m}$, $(10^n)^m = 10^{nm}$

Tensão e corrente

Lei de Coulomb $F = kQ_1Q_2/r^2$, $k = 9 \times 10^9$ N· m²/C², Q = coulombs (C), r = metros (m) **Corrente** $I = Q/t$ (ampères), t = segundos (s), $Q_e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C **Tensão** $V = W/Q$ (volts), W = joules (J)

Resistência

Fio circular $R = \rho l/A$ (ohms), ρ = resistividade, l = pés, $A_{CM} = (d_{mils})^2$, ρ(Cu) = 10,37 **Unidades métricas** l = cm, A = cm², ρ(Cu) = $1{,}724 \times 10^{-6}$ ohm-cm **Temperatura** $(|T| + T_1)/R_1 = (|T| + T_2)/R_2$, $R_1 = R_{20}[1 + \alpha_{20}(T_1 - 20°C)]$, α_{20}(Cu) = 0,00393 **Código de cores** Faixas 1–3: 0 = preto, 1 = marrom, 2 = vermelho, 3 = laranja, 4 = amarelo, 5 = verde, 6 = azul, 7 = violeta, 8 = cinza, 9 = branco, Faixa 3: 0,1 = ouro, 0,01 = prata, Faixa 4: 5% = ouro, 10% = prata, 20% = sem faixa, Faixa 5: 1% = marrom, 0,1% = vermelho, 0,01% = laranja, 0,001% = amarelo **Condutância** $G = 1/R$ siemens (S)

Lei de Ohm, potência e energia

Lei de Ohm $I = E/R$, $E = IR$, $R = E/I$ **Potência** $P = W/t = VI = I^2R = V^2/R$ (watts), 1 hp = 746 W **Eficiência** $\eta\% = (P_o/P_i) \times 100\%$, $\eta_T = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdots \eta_n$ **Energia** $W = Pt$, W (kWh) = $[P(\text{W}) \cdot t(\text{h})]/1000$

Circuitos em série

$R_T = R_1 + R_2 + R_3 + \cdots + R_N$, $R_T = NR$, $I = E/R_T$, $V = IR$
Lei de Kirchhoff para tensões $\Sigma_{\circlearrowright} V = 0$, $\Sigma_{\circlearrowright} V_{\text{elevações}} = \Sigma_{\circlearrowright} V_{\text{quedas}}$
Regra do divisor de tensões $V_x = R_xE/R_T$

Circuitos CC em paralelo

$R_T = 1/(1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3 + \cdots + 1/R_N)$, $R_T = R/N$, $R_T = R_1R_2/(R_1 + R_2)$, $I = EG_T = E/R_T$
Lei de Kirchhoff para corrente $\Sigma I_{\text{entrando}} = \Sigma I_{\text{saindo}}$
Regra do divisor de corrente $I_x = (R_T/R_x)I$, (dois elementos parelelos): $I_1 = R_2I/(R_1 + R_2)$, $I_2 = R_1I/(R_1 + R_2)$

Circuitos em série-paralelo

Carga de potenciômetro $R_L >> R_T$
Amperímetro $R_{\text{shunt}} = R_mI_{CS}/(I_{\text{máx}} - I_{CS})$
Voltímetro $R_{\text{série}} = (V_{\text{máx}} - V_{VS})/I_{CS}$
Ohmímetro $R_s = (E/I_{CS}) - R_m$ − ajuste de zero/2

Métodos de análise e tópicos selecionados (CC)

Conversões de fonte $E = IR_p$, $R_s = R_p$, $I = E/R_s$
Determinantes $D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = a_1b_2 - a_2b_1$
Circuitos de ponte $R_1/R_3 = R_2/R_4$ **Conversões Δ-Y** $R' = R_A + R_B + R_C$, $R_3 = R_AR_B/R'$, $R_2 = R_AR_C/R'$, $R_1 = R_BR_C/R'$, $R_Y = R_\Delta/3$
Conversões Y-Δ $R'' = R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3$, $R_C = R''/R_3$, $R_B = R''/R_2$, $R_A = R''/R_1$, $R_\Delta = 3R_Y$

Teoremas de circuito

Superposição Fontes de tensão (equivalente a curto-circuito), fontes de corrente (equivalentes a circuito aberto)
Teorema de Thévenin R_{Th} : (todas as fontes zeradas), E_{Th}: (tensão terminal de circuito aberto)
Teorema de transferência de potência máxima $R_L = R_{Th} = R_N$, $P_{\text{máx}} = E^2_{Th}/4R_{Th} = I^2_NR_N/4$

Capacitores

Capacitância $C = Q/V = \epsilon A/d = 8{,}85 \times 10^{-12}\epsilon_r A/d$ farads (F), $C = \epsilon_rC_o$ **Intensidade do campo elétrico** $\mathscr{E} = V/d = Q/\epsilon A$ (volts/metro) **Transitórios** (carregando) $i_C = (E/R)e^{-t/\tau}$, $\tau = RC$, $\upsilon_C = E(1 - e^{-t/\tau})$, (descarga) $\upsilon_C = Ee^{-t/\tau}$, $i_C = (E/R)e^{-t/RC}$ i_C $i_{C\text{av}} = C(\Delta\upsilon_C/\Delta t)$
Em série $Q_T = Q_1 = Q_2 = Q_3$, $1/C_T = (1/C_1) + (1/C_2) + (1/C_3) + \cdots + (1/C_N)$, $C_T = C_1C_2/(C_1 + C_2)$ **Em paralelo** $Q_T = Q_1 + Q_2 + Q_3$, $C_T = C_1 + C_2 + C_3$ **Energia** $W_C = (1/2)CV^2$

Indutores

Auto-indutância $L = N^2\mu A/l$ (henries), $L = \mu_rL_o$
Tensão induzida $e_{L\text{av}} = L(\Delta i/\Delta t)$ **Transitórios** (armazenamento) $i_L = I_m(1 - e^{-t/\tau})$, $I_m = E/R$, $\tau = L/R$, $\upsilon_L = Ee^{-t/\tau}$ (decaimento), $\upsilon_L = [1 + (R_2/R_1)]Ee^{-t/\tau'}$; $\tau' = L/(R_1 + R_2)$, $i_L = I_me^{-t/\tau'}$, $I_m = E/R_1$
Em série $L_T = L_1 + L_2 + L_3 + \cdots + L_N$ **Em paralelo** $1/L_T = (1/L_1) + (1/L_2) + (1/L_3) + \cdots + (1/L_N)$, $L_T = L_1L_2/(L_1 + L_2)$
Energia $W_L = 1/2(LI^2)$

Circuitos magnéticos

Densidade de fluxo $B = \Phi/A$ (webers/m²) **Permeabilidade** $\mu = \mu_r\mu_o$ (Wb/A·m)
Relutância $\mathscr{R} = l/\mu A$ (rels) **Φ Lei de Ohm** $= \mathscr{F}/\mathscr{R}$ (webers)
Força magnetomotriz $\mathscr{F} = NI$ (ampère-espira) **Força magnetizante força** $H = \mathscr{F}/l = NI/l$ **Lei circular de Ampère** $\Sigma_{\circlearrowright}\mathscr{F} = 0$
Fluxo $\Sigma\,\Phi_{\text{entrando}} = \Sigma\,\Phi_{\text{saindo}}$ **Entreferro** $H_g = 7{,}96 \times 10^5\,B_g$

Alfabeto Grego

Letra	Maiúscula	Minúscula	Letra	Maiúscula	Minúscula
Alpha	A	α	Niu	N	υ
Beta	B	β	Chi	Ξ	ξ
Gama	Γ	γ	Omnicron	O	o
Delta	Δ	δ	Pi	Π	π
Epsilon	E	ϵ	Ro	P	ρ
Zeta	Z	ζ	Sigma	Σ	σ
Eta	H	η	Tau	T	τ
Teta	Θ	θ	Upsilon	γ	υ
Iota	I	ι	Fi	Φ	ϕ
Capa	K	κ	Chi	X	χ
Lambda	Λ	λ	Psi	Ψ	ψ
Miu	M	μ	Ômega	Ω	ω

Prefixos

Fatores de multiplicação	Prefixo SI	Símbolo SI
1 000 000 000 000 000 000 = 10^{18}	exa	E
1 000 000 000 000 000 = 10^{15}	peta	P
1 000 000 000 000 = 10^{12}	tera	T
1 000 000 000 = 10^9	giga	G
1 000 000 = 10^6	mega	M
1 000 = 10^3	kilo	k
0,001 = 10^{-3}	milli	m
0,000 001 = 10^{-6}	micro	μ
0,000 000 001 = 10^{-9}	nano	n
0,000 000 000 001 = 10^{-12}	pico	p
0,000 000 000 000 001 = 10^{-15}	femto	f
0,000 000 000 000 000 001 = 10^{-18}	atto	a

CA

Formas de onda senoidais

Onda senoidal $\upsilon = V_m \operatorname{sen}\alpha, \alpha = \omega t = 2\pi f t, f = 1/T$, 1 radiano = 57,3°, radianos $= (\pi/180°) \times$ (graus), graus $= (180°/\pi) \times$ (radianos)
Identidades $\operatorname{sen}(\omega t + 90°) = \cos \omega t, \operatorname{sen}\omega t = \cos(\omega t - (\pi/2))$, $\operatorname{sen}(-\alpha) = -\operatorname{sen}\alpha, \cos(-\alpha) = \cos\alpha$
Valor médio G = soma algébrica das áreas/comprimento da curva
Valor (rms) eficaz $I_{\text{rms}} = 0{,}707 I_m, I_m = \sqrt{2} I_{\text{rms}}$, $I_{\text{rms}} = \sqrt{\text{área } [i(t)]^2/T}$

Os elementos básicos e fasores

***R*:** $I_m = V_m/R$, em fase ***L*:** $X_L = \omega L, \upsilon_L$ adiantado i_L by 90°
***C*:** $X_C = 1/\omega C, i_C$ adiantado υ_C by 90° **Potência** $P = (V_m I_m/2)\cos\theta = V_{\text{rms}} I_{\text{rms}} \cos\theta$ ***R*:** $P = V_{\text{rms}} I_{\text{rms}} = I^2_{\text{rms}} R = V^2_{\text{rms}}/R$
Fator de potência: $F_p = \cos\theta = P/V_{\text{rms}} I_{\text{rms}}$ **Forma retangular** $\mathbf{C} = A \pm jB$
Forma polar $\mathbf{C} = C\angle\theta$ **Conversões** $C = \sqrt{A^2 + B^2}, \theta = \text{tg}^{-1}(B/A), A = C\cos\theta, B = C \operatorname{sen}\theta$ **Operações** $j = \sqrt{-1}$, $j^2 = -1, 1/j = -j, \mathbf{C}_1 \pm \mathbf{C}_2 = (\pm A_1 \pm A_2) + j(\pm B_1 \pm B_2)$, $\mathbf{C}_1 \cdot \mathbf{C}_2 = C_1 C_2 \angle(\theta_1 + \theta_2), \mathbf{C}_1/\mathbf{C}_2 = (C_1/C_2)\angle(\theta_1 - \theta_2)$

Circuitos CA em série-paralelo

Elementos $R\angle 0°, X_L\angle 90°, X_C\angle -90°$
Série $\mathbf{Z}_T = \mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_3 + \cdots + \mathbf{Z}_N, \mathbf{I}_s = \mathbf{E}/\mathbf{Z}_T, F_p = R/Z_T$
Regra do divisor de tensão $\mathbf{V}_x = \mathbf{Z}_x\mathbf{E}/\mathbf{Z}_T$ **Paralelo** $\mathbf{Y}_T = \mathbf{Y}_1 + \mathbf{Y}_2 + \mathbf{Y}_3 + \cdots + \mathbf{Y}_N, \mathbf{Z}_T = \mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_2/(\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2), G\angle 0°, B_L\angle -90°$, $B_C\angle 90°, F_p = \cos\theta_T = G/Y_T$ **Regra do divisor de corrente** $\mathbf{I}_1 = \mathbf{Z}_2\mathbf{I}_T/(\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2), \mathbf{I}_2 = \mathbf{Z}_1\mathbf{I}_T/(\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2)$
Circuitos equivalentes $R_s = R_p X_p^2/(X_p^2 + R_p^2), X_s = R_p^2 X_p/(X_p^2 + R_p^2), R_p = (R_s^2 + X_s^2)/R_s, X_p = (R_s^2 + X_s^2)/X_s$

Redes CA em série-paralelo:

Utilize impedâncias em blocos e obtenha a solução geral para o circuito reduzido. Então substitua valores numéricos. Abordagem geral similar àquela para circuitos CC.

Métodos de análise e tópicos selecionados (CA)

Conversões de fonte $\mathbf{E} = \mathbf{I}\mathbf{Z}_p, \mathbf{Z}_s = \mathbf{Z}_p, \mathbf{I} = \mathbf{E}/\mathbf{Z}_s$
Circuitos de ponte $\mathbf{Z}_1/\mathbf{Z}_3 = \mathbf{Z}_2/\mathbf{Z}_4$
Conversões **Δ-Y, Y-Δ** Ver cobertura CC, substituindo R por Z.

Teoremas de circuito

Revisão de conteúdo CC do outro lado.

Teorema de Thévenin (fontes dependentes) $\mathbf{E}_{oc} = \mathbf{E}_{Th}, \mathbf{Z}_{Th} = \mathbf{E}_{oc}/\mathbf{I}_{sc}$, $\mathbf{Z}_{Th} = \mathbf{E}_g/\mathbf{I}_g$ **Teorema de Norton** (fontes dependentes) $\mathbf{I}_{sc} = \mathbf{I}_N$, $\mathbf{Z}_N = \mathbf{E}_{oc}/\mathbf{I}_{sc}, \mathbf{Z}_N = \mathbf{E}_g/\mathbf{I}_g$ **Teorema da transferência máxima de potência** $Z_L = Z_{Th}, \theta_L = -\theta_{ThZ}, P_{\text{máx}} = E^2_{Th}/4R_{Th}$

Potência (CA)

R: $P = VI = V_m I_m/2 = I^2 R = V^2/R$ **Potência aparente** $S = VI$, $P = S\cos\theta, F_p = \cos\theta = P/S$ **Potência reativa** $Q = VI \operatorname{sen}\theta$
L: $Q_L = VI = I^2 X_L = V^2/X_L$, C: $Q_C = VI = I^2 X_C = V^2/X_C$, $S_T = \sqrt{P_T^2 + Q_T^2}, F_p = P_T/S_T$

Ressonância

Em série $X_L = X_C, f_s = 1/(2\pi\sqrt{LC}), Z_{Ts} = R, Q_l = X_L/R_l, Q_s = X_L/R = (1/R)\sqrt{LC}, V_{Ls} = Q_s E, V_{Cs} = Q_s E, P_{\text{HPF}} = (1/2)P_{\text{máx}}$,
$f_1 = (1/2\pi)[-R/2L + (1/2)\sqrt{(R/L)^2 + 4/LC}], f_2$ (use $+R/2L$),
$BW = f_2 - f_1 = R/2\pi L = f_s/Q_s$ **Em paralelo** $X_{Lp} = X_C, X_{Lp} = (R_l^2 + X_L^2)/X_L, f_p = [1/(2\pi\sqrt{LC})]\sqrt{1 - (R_l^2 C/L)}, Z_{Tp} = R_s \| R_p, R_p = (R_l^2 + X_L^2)/R_l\ Q_p = (R_s \| R_p)X_{Lp}, BW = f_2 - f_1 = f_p/Q_p$
***Q* ≥ 10:** $Z_{Tp} \cong R_s \| Q^2 R_l, X_{Lp} \cong X_L, X_L = X_C, f_p \cong 1/(2\pi\sqrt{LC}), Q_p = Q_l, I_L = I_C \cong QI_T, BW = f_p/Q_p = R_l/2\pi L$

Decibéis, filtros e gráficos de Bode

Logaritmos $N = b^x, x = \log_b N, \log_e x = 2{,}3 \log_{10} x, \log_{10} ab = \log_{10} a + \log_{10} b, \log_{10} a/b = \log_{10} a - \log_{10} b, \log_{10} a^n = n\log_{10} a$, $\text{dB} = 10\log_{10} P_2/P_1, \text{dB}_\upsilon = 20\log_{10} V_2/V_1$

Filtros *R-C* (passa-alta) $f_c = 1/(2\pi RC)$,
$\mathbf{V}_o/\mathbf{V}_i = R\sqrt{R^2 + X_C^2}\angle\text{tg}^{-1}(X_C/R)$ (passa-baixa) $f_c = 1/(2\pi RC)$,
$\mathbf{V}_o/\mathbf{V}_i = X_C/\sqrt{R^2 + X_C^2}\angle -\text{tg}^{-1}\dfrac{R}{X_C}$
Oitava 2 : 1, 6 dB/oitava **Dezena** 10 : 1, 20 dB/decada

Transformadores

Indutância mútua $M = k\sqrt{L_p L_s}$ **Núcleo de ferro** $E_p = 4.44 f N_p \Phi_m$, $E_s = 4{,}44 f N_s \phi_m, E_p/E_s = N_p/N_s, a = N_p/N_s, I_p/I_s = N_s/N_p$, $\mathbf{Z}_p = a^2\mathbf{Z}_L, E_p I_p = E_s I_s, P_i = P_o$(ideal)
Núcleo de ar $\mathbf{Z}_i = \mathbf{Z}_p + (\omega M)^2/(\mathbf{Z}_s + \mathbf{Z}_L))$

Sistemas polifásicos

Sistema Y-Y $I_{\phi g} = I_L = I_{\phi L}, V_\phi = E_\phi, E_L = \sqrt{3}\,V_\phi$ **sistema Y-Δ** $V_\phi = E_L, I_L = \sqrt{3}I_\phi$ **Sistema Δ-Δ** $V_\phi = E_L = E_\phi, I_L = \sqrt{3}I_\phi$
Sistema Δ-Y $E_L = \sqrt{3}\,V_\phi, I_\phi = I_L, E_L = E_\phi$ **Potência** $P_T = 3P_\phi$, $Q_T = 3Q_\phi, S_T = 3S_\phi = \sqrt{3}E_L I_L, F_p = P_T/S_T$

Formas de onda pulsante e a resposta R-C

% inclinação $= [(V_1 - V_2)/V] \times 100\%$ com $V = (V_1 + V_2)/2$
Frequência de repetição do pulso (prf) $= 1/T$
Ciclo de trabalho $= (t_p/T) \times 100\%$
V_{av} = (ciclo de trabalho)(valor de pico) + (1 − ciclo de trabalho) × (V_b)
Circuitos *R-C* $\upsilon_C = V_i + (V_f - V_i)(1 - e^{-t/RC})$
Atenuador compensado $R_p C_p = R_s C_s$

Circuitos não senoidais

Série Fourier $f(\alpha) = A_0 + A_1 \operatorname{sen}\omega t + A_2 \operatorname{sen} 2\omega t + \cdots + A_n \operatorname{sen} n\omega t + B_1 \cos\omega t + B_2 \cos 2\omega t + \cdots + B_n \cos n\omega t$
Função par $f(\alpha) = f(-\alpha)$, sem termos B_n **Função ímpar** $f(\alpha) = -f(-\alpha)$, sem termos A_n, sem harmônicos ímpares se $f(t) = f[(T/2) + t]$, sem harmônicos pares se $f(t) = -f((T/2) + t)$
Valor (rms) eficaz
$V_{(\text{rms})} = \sqrt{V_0^2 + (V_{m_1}^2 + \cdots + V'^2_{m_n} + V'^2_{m_1} + \cdots + V'^2_{m_n})/2}$
Potência $P_T = V_0 I_0 + V_1 I_1 \cos\theta + \ldots + V_n I_n \cos\theta_n = I_{\text{rms}}{}^2 R = V_{\text{rms}}{}^2/R$

Valores do resistor padrão

Ohms (Ω)					Kilohms (kΩ)		Megohms (MΩ)	
0,10	**1,0**	**10**	**100**	**1000**	**10**	**100**	**1,0**	**10,0**
0,11	1,1	11	110	1100	11	110	1,1	11,0
0,12	**1,2**	**12**	**120**	**1200**	**12**	**120**	**1,2**	**12,0**
0,13	1,3	13	130	1300	13	130	1,3	13,0
0,15	**1,5**	**15**	**150**	**1500**	**15**	**150**	**1,5**	**15,0**
0,16	1,6	16	160	1600	16	160	1,6	16,0
0,18	**1,8**	**18**	**180**	**1800**	**18**	**180**	**1,8**	**18,0**
0,20	2,0	20	200	2000	20	200	2,0	20,0
0,22	**2,2**	**22**	**220**	**2200**	**22**	**220**	**2,2**	**22,0**
0,24	2,4	24	240	2400	24	240	2,4	
0,27	**2,7**	**27**	**270**	**2700**	**27**	**270**	**2,7**	
0,30	3,0	30	300	3000	30	300	3,0	
0,33	**3,3**	**33**	**330**	**3300**	**33**	**330**	**3,3**	
0,36	3,6	36	360	3600	36	360	3,6	
0,39	**3,9**	**39**	**390**	**3900**	**39**	**390**	**3,9**	
0,43	4,3	43	430	4300	43	430	4,3	
0,47	**4,7**	**47**	**470**	**4700**	**47**	**470**	**4,7**	
0,51	5,1	51	510	5100	51	510	5,1	
0,56	**5,6**	**56**	**560**	**5600**	**56**	**560**	**5,6**	
0,62	6,2	62	620	6200	62	620	6,2	
0,68	**6,8**	**68**	**680**	**6800**	**68**	**680**	**6,8**	
0,75	7,5	75	750	7500	75	750	7,5	
0,82	**8,2**	**82**	**820**	**8200**	**82**	**820**	**8,2**	
0,91	9,1	91	910	9100	91	910	9,1	

ROBERT L. BOYLESTAD

[*Engenharia*]

INTRODUÇÃO À

ANÁLISE DE CIRCUITOS

12ª EDIÇÃO

Totalmente atualizada, a nova edição de *Introdução à análise de circuitos* traz exemplos e problemas inéditos que, junto com uma abordagem teórica altamente didática, enriquecem a obra com aplicações práticas em MultiSim® e PSpice®.

Além disso, mostrando total sintonia com as novidades da área, o livro apresenta tópicos recentes, como memristores, *touchpads* de computadores, iluminação fluorescente *versus* incandescente, medidores de carga, baterias de íon-lítio e células de combustível.

Tudo isso deixa claro por que *Introdução à análise de circuitos* é referência na área e, portanto, imprescindível para estudantes de engenharia e tecnologia, bem como de profissionais que atuam nesses setores.

www.pearson.com.br/boylestad
O site de apoio do livro oferece: para professores, apresentações em PowerPoint e manual de soluções (em inglês); para estudantes, questões de múltipla escolha e arquivos de circuitos do MultiSim.

ISBN 978-85-64574-20-5

w w w . p e a r s o n . c o m . b r